

11.平方根の利用 文章問題

1.平方根の利用ほか(基本含む)

【問 1】

次のⅠ図のように、1 から 400 までのすべての整数が 1 つずつ表に書かれているカードが 400 枚ある。

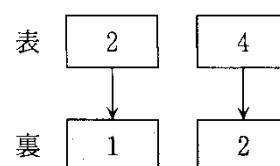
Ⅰ図



これらのカードの裏に、カードの表の整数が x のときは、 $\sqrt{x}$ の整数部分 ($\sqrt{x}$ 以下の整数のなかで最も大きい数) を書くことにする。

例えば、右のⅡ図のように、カードの表の整数が 2 のときは、 $\sqrt{2} = 1.414\cdots$ だからその裏に 1 を書き、カードの表の整数が 4 のときは、 $\sqrt{4} = 2$ だからその裏に 2 を書く。

Ⅱ図



このようにして、すべてのカードの裏に整数を書いたとき、次の問い(1)・(2)に答えよ。

(京都府 2004 年度)

(1) カードの表の整数が 10 であるとき、その裏に書かれている数を答えよ。

また、これら 400 枚のカードのうち、裏に 4 と書かれているカードの枚数を調べるため、次の

のように考えた。空欄 ア には当てはまる整数のなかで最も小さい数を答え、空欄 イ には当てはまる数を答えよ。

裏に 4 と書かれたカードの表の整数を x とすると、

$$4 \leq \sqrt{x} < \text{ア} \cdots \text{①}$$

である。

よって、①に当てはまる x は イ 個あるので、裏に 4 と書かれたカードは イ 枚ある。

(2) これら 400 枚のカードのうち、整数 m が裏に書かれているカードが全部で 27 枚あった。このときの m を求めよ。

解答欄

(1)	10 の裏()	ア()	イ()
(2)	$m =$		

解答

(1) 3 ア 5 イ 9 (2) $m=13$

解説

(1) $\sqrt{10}=3.16\cdots$ より書かれている数は3

(2)

$$(m+1)^2-m^2=27$$

$$m^2+2m+1-m^2=27$$

$$2m=26$$

$$m=13$$

【問 2】

1辺の長さが $2 + \sqrt{2}$ cm の正方形 A と, $2 - \sqrt{2}$ cm の正方形 B がある。このとき, 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(佐賀県 2008 年度 後期)

(1) 正方形 A の面積を求めなさい。

(2) 面積が, 2 つの正方形 A, B の面積の和になる正方形をつくるには, その 1 辺の長さを何 cm にすればよいか, 求めなさい。

解答欄

(1)	cm ²
(2)	cm

解答

(1) $6 + 4\sqrt{2}$ cm²

(2) $2\sqrt{3}$ cm

解説

(2)

正方形 A と B の面積の和は $(2 + \sqrt{2})^2 + (2 - \sqrt{2})^2 = 4 + 4\sqrt{2} + 2 + 4 - 4\sqrt{2} + 2 = 12$ cm²

面積が 12 cm² の正方形の 1 辺の長さは $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ cm

【問 3】

無理数を, 次のア～エのうちから一つ選び, 符号で答えなさい。

(千葉県 2011 年度 後期)

ア $\frac{10}{3}$

イ $-\sqrt{6}$

ウ -0.5

エ $\sqrt{9}$

解答欄

--

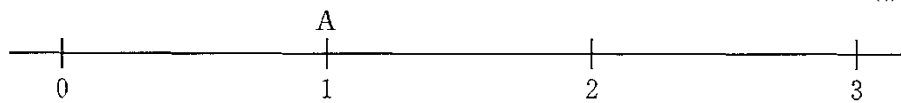
解答

イ

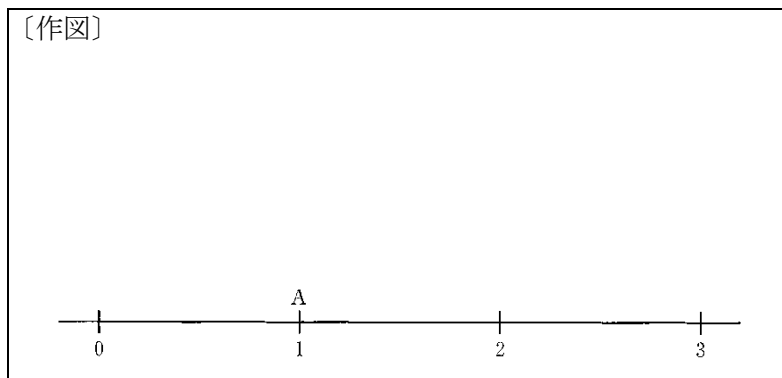
【問 4】

下の図のように、数直線上に 1 を表す点 A がある。 $\sqrt{2}$ を表す点 B を、数直線上に作図せよ。(作図に用いた線は、消さないこと。)

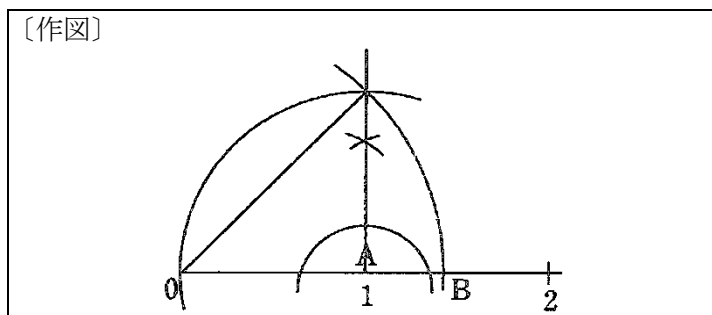
(福井県 2012 年度)



解答欄



解答



【問 5】

次のア～オのうち、無理数であるものをすべて選び、記号を書きなさい。

(大阪府 2012 年度 前期)

ア -0.9

イ $\frac{4}{3}$

ウ $\sqrt{3}$

エ $\sqrt{4}$

オ 円周率 π

解答欄

--

解答

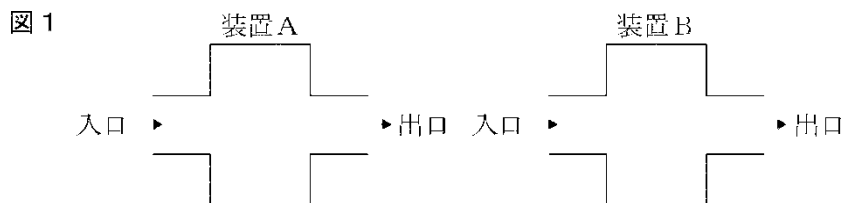
ウ, オ

解説

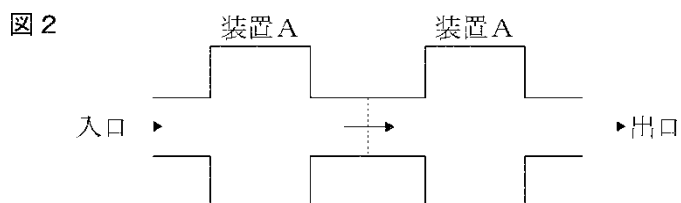
無理数は分数で表すことができない数だから, ウとオ

【問 6】

下の図1のような、入口から数を 1 つ入れると、その数のある規則に従って計算し、計算した値を出口から出す 2 種類の装置 A, B がある。装置 A は、入口から入れた数に 3 を加えた数を出口から出し、装置 B は、入口から入れた数を 2 乗した数を出口から出す装置である。例えば、A に 1 を入れると、4 が出て、B に -3 を入れると、9 が出る。



また、この装置は横につなぐことができる。例えば、下の図2のように、A を 2 個つないだ場合には、入口から 2 を入れると、1 個目の A を通って 5 になり、それが 2 個目の A を通って、出口から 8 が出る。



このとき、次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2013 年度)

問1 A, B 1 個ずつを左から A, B の順につないだものに、3 を入れたとき、出る数を求めよ。

問2 A を何個かつないだものに、 -7 を入れると、8 が出た。このとき、つないでいた A の個数を求めよ。

問3 A, B 1 個ずつを左から A, B の順につないだものと、B, A の順につないだもののそれぞれに同じ数を入れたとき、A, B の順につないだものから出た数と、B, A の順につないだものから出た数が等しくなった。このとき、入れた数を求めよ。

問4 次のア～エのうち、正しいものはどれか。適当なものを1つ選び、その記号を書け。

ア Aに3の倍数を入れたとき、出る数は必ず6の倍数である。

イ Aに3以上の素数を入れたとき、出る数が素数になることはない。

ウ Bにどんな有理数や無理数を入れても、出る数は必ず正の数である。

エ Bにどんな有理数や無理数を入れても、出る数は入れた数より大きい。

解答欄

問1	
問2	個
問3	
問4	

解答

問1 36

問2 5個

問3 -1

問4 イ

解説

問1

装置Aを通ると $3+3=6$ この6が装置Bを通ると $6^2=36$

問2

Aを n 個つないでいるとすると出てくるのは $-7+3n$ だから $-7+3n=8$ $3n=15$ $n=5$ 個

問3

入れた数を x とする。

A, Bの順につないだものから出てくるのは $(x+3)^2$

B, Aの順につないだものから出てくるのは x^2+3

2つの数が等しいので $(x+3)^2=x^2+3$

$x^2+6x+9=x^2+3$

$6x=-6$

$x=-1$

問4

ア

Aに3の倍数 $3n$ を入れると出てくるのは $3n+3=3(n+1)$ より3の倍数にはなるが6の倍数になるとはいえない。

イ

Aに3以上の素数 n を入れると出てくるのは $n+3$ である。3以上の素数は奇数なので3を加えると偶数になる。よって素数にはならない。したがって正しい。

ウ

Bに0を入れると、0が出てくるので正しくない。

エ

Bに $\frac{1}{2}$ を入れると、 $\frac{1}{4}$ が出てくるので正しくない。

【問 7】

次のア～オの中から、無理数をすべて選び、記号で答えなさい。

(群馬県 2014 年度)

ア $\frac{1}{3}$

イ $\sqrt{5}$

ウ 0.25

エ $-2\sqrt{3}$

オ $\sqrt{16}$

解答欄

解答

イ, エ

解説

無理数は分数で表すことができないものだから、

イの $\sqrt{5}$, エの $-2\sqrt{3}$

【問 8】

$\frac{26}{111}$ を小数で表すと、ある位からいくつかの数字が同じ順序でくり返し現れる。小数第 28 位の数字は何か。

(鹿児島県 2014 年度)

解答欄

解答

2

解説

$\frac{26}{111} = 0.234234\cdots$ のように小数第 1 位から 2, 3, 4 をくり返す。

$28 \div 3 = 9$ あまり 1 より小数第 28 位の数は小数第 1 位と同じ 2

【問 9】

$\sqrt{10}$ の小数部分を a とするとき、 $a(a+6)$ の値を求めよ。

(奈良県 2015 年度)

解答欄

解答

1

解説

$3 < \sqrt{10} < 4$ より $\sqrt{10}$ の整数部分は 3 だから小数部分が a のとき $a = \sqrt{10} - 3$
よって $a(a+6)$ は $(\sqrt{10} - 3)(\sqrt{10} - 3 + 6) = (\sqrt{10} - 3)(\sqrt{10} + 3) = 10 - 9 = 1$

【問 10】

次の文中の に入れるのに適している自然数を書きなさい。

(大阪府 2018 年度 B)

$4.5^2 = 20.25$ であり、 $4.6^2 = 21.16$ である。これらのことから、 $\sqrt{21}$ を小数で表したときの小数第 1 位の数は であることがわかる。

解答欄

解答

5

解説

$4.5^2 = 20.25$, $4.6^2 = 21.16$ より $4.5 = \sqrt{20.25}$, $4.6 = \sqrt{21.16}$ だから $4.5 < \sqrt{21} < 4.6$
よって $\sqrt{21}$ を小数で表したときの小数第 1 位の数は 5 である。

【問 11】

距離の測定値 6150 m の有効数字が上から 3 桁の 6, 1, 5 のとき, 整数部分が 1 桁の数と 10 の累乗の積の形で表しなさい。

(秋田県 2019 年度)

解答欄

m

解答

$$6.15 \times 10^3 \text{ m}$$

解説

整数部分が 1 桁で有効数字が上から 3 桁の 6, 1, 5 だから $6150 = 6.15 \times 1000$ 1000 を 10 の累乗の形で表すと $1000 = 10^3$ であるから $6150 = 6.15 \times 10^3(\text{m})$

【問 12】

3本のテープ A, B, C があり, テープ C の長さは, 2本のテープ A, B の長さの合計と等しい。また, 2本のテープ A, B の長さは, x, y を 2 以上の整数, a, b を 0 以上 9 以下の整数として, テープ A が $x+0.1a$ (m), テープ B が $y+0.1b$ (m) で表されるものとする。

次の問 1～問 3 に答えなさい。

(山口県 2019 年度)

問 1 テープ A, テープ B の長さとしてあてはまるものが, 次のア～オの中に 1 つある。あてはまるものを選び, 記号で答えなさい。

ア 1.5 m イ $\frac{7}{3}$ m ウ $\sqrt{10}$ m エ 3.45 m オ $\frac{7}{2}$ m

問 2 テープ C の長さが 4.7 m のとき, テープ A, テープ B の長さとしてあてはまる 2 本のテープ A, B の長さの組はいくつあるか。その個数を求めなさい。

問 3 3本のテープ A, B, C に対して, それぞれ次の操作を行う。

操作

テープの端^{はし}から, 1 m 間隔でテープを切り, 長さ 1 m のテープをできるだけ多く作る。

例えば, 長さ 2.6 m のテープに対して操作を行うと, 長さ 1 m のテープが 2 本作られ, 長さ 0.6 m のテープが 1 本残る。

Sさんは, 3本のテープ A, B, C に対して, それぞれ操作を行って作られる長さ 1 m のテープの本数の関係について説明することになった。次は, その関係について説明するために, まとめたものの一部である。

テープ C の長さは, 2本のテープ A, B の長さの合計と等しいので, $(x+y)+0.1(a+b)$ (m) と表される。

したがって, 「テープ C に対して操作を行って作られる長さ 1 m のテープの本数」が, 「2本のテープ A, B に対して, それぞれ操作を行って作られる長さ 1 m のテープの本数の合計」より 1 本多くなる場合の, $a+b$ の値のうち, 最も小さい値は ア, 最も大きい値は イ であることがわかる。

上の文章が正しくなるように, ア, イ にあてはまる整数をそれぞれ答えなさい。

解答欄

問 1		
問 2	個	
問 3	ア	
	イ	

解答

問 1 オ

問 2 8 個

問 3

ア 10

イ 18

解説

問 1

x が 2 以上の整数で、 a が 0 以上 9 以下の整数だから、 $x+0.1a$ は 2 以上で、整数もしくは小数第一位までの小数となる。**ア** は 2 より小さいからあてはまらない。**イ** は $\frac{7}{3}=2.33\cdots$ の終わりのない小数だからあてはまらない。**ウ** は $\sqrt{10}=3.16\cdots$ の終わりのない小数だからあてはまらない。**エ** は小数第二位までの小数だからあてはまらない。**オ** は $\frac{7}{2}=3.5$ だからあてはまる。テープ B の長さについても同様である。

問 2

$y+0.1b$ も 2 以上で、整数もしくは小数第一位までの小数となる。テープ A、テープ B の長さの和が 4.7 だから、A、B の長さの組を(A の長さ、B の長さ)として表すと、
(2, 2.7), (2.1, 2.6), (2.2, 2.5), (2.3, 2.4), (2.4, 2.3), (2.5, 2.2), (2.6, 2.1), (2.7, 2)
の 8 個ある。

問 3

テープ A、B、C に対して、操作を行って作られる長さ 1m のテープの本数を、それぞれ X 本、 Y 本、 Z 本とする。 $X=x$ 、 $Y=y$ だから、 $Z=(x+y)+1$ となるのは、 $1\leq 0.1(a+b)<2$ となるときである。

$a+b$ の値の最小値は、 $0.1(a+b)=1$ より、 $a+b=10$

また、 a と b はどちらも 0 以上 9 以下の整数だから、 $a+b$ の値の最大値は $a=9$ 、 $b=9$ のときで、 $a+b=9+9=18$ これは $1\leq 0.1(a+b)<2$ にもあてはまる。

よって、**ア** は 10、**イ** は 18

【問 13】

ある数 a の小数第 1 位を四捨五入した近似値が 130 であるとき、 a の値の範囲を、不等号を使って表しなさい。

(大分県 2019 年度)

解答欄

解答

$$129.5 \leq a < 130.5$$

解説

小数第 1 位を四捨五入して 130 になる数のうち一番小さい数は 129.5 である。

また小数第 1 位を四捨五入して 130 になるには 130.5 より小さければよいから $129.5 \leq a < 130.5$

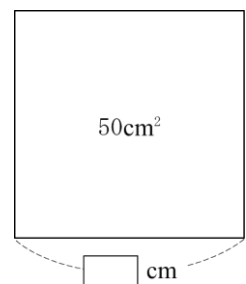
【問 14】

右の図の正方形の面積は 50 cm^2 である。このとき、正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

ただし、根号の中の数はできるだけ小さい自然数にすること。

(茨城県 2020 年度)

図



解答欄

解答

$$5\sqrt{2} \text{ cm}$$

解説

$$\text{求める長さを } x \text{ cm とおくと } x^2 = 50 \quad x > 0 \text{ より } x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

【問 15】

$\sqrt{10}$ の小数部分は、ア～エのうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア $\sqrt{10}-3$ イ $\sqrt{10}-4$ ウ $\frac{\sqrt{10}}{3}$ エ $\frac{\sqrt{10}}{4}$

(岡山県 2020 年度 特別)

解答欄

解答

ア

解説

$\sqrt{}$ を使って表された数の小数部分は、もとの数から整数部分を引いた数で表す。

$3^2=9$, $4^2=16$ より $3<\sqrt{10}<4$ なので $\sqrt{10}$ の整数部分は 3 である。

よって小数部分は $\sqrt{10}-3$

【問 16】

ある数 a の小数第 1 位を四捨五入した近似値が 10 であるとき、 a の範囲を、不等号を使って表しなさい。

(徳島県 2020 年度)

解答欄

解答

$$9.5 \leq a < 10.5$$

解説

小数第 1 位を四捨五入した近似値が 10 となる数の下限は 9.5 である。

次に、10.5 より少しでも小さい値であれば

小数第 1 位を四捨五入した結果が 10 となるので

10.5 未満でなければならない。

よってこのときのある数 a の範囲は $9.5 \leq a < 10.5$

【問 17】

地球の直径は約 12700 km です。有効数字が 1, 2, 7 であるとして, この距離を整数部分が 1 けたの数と, 10 の何乗かの積の形で表すと次のようになります。 ア と イ にあてはまる数を書きなさい。

(埼玉県 2021 年度)

$$\boxed{\text{ア}} \times 10^{\boxed{\text{イ}}} \text{ km}$$

解答欄

ア	
イ	

解答

ア 1.27

イ 4

解説

「整数部分が 1 けたの数」という条件から $1.27 \times 10^{\square} \text{ km}$ という表し方になることがわかる。
 $12700 = 1.27 \times 10000$ で $10000 = 10^4$ だから $1.27 \times 10^4 \text{ km}$

【問 18】

無理数であるものを, 次のア～オからすべて選び, 記号を書きなさい。

[ア 0.7 イ $-\frac{1}{3}$ ウ π エ $\sqrt{10}$ オ $-\sqrt{49}$]

(長野県 2021 年度)

解答欄

解答

ウ, エ

解説

中学数学の範囲で学習する無理数は
 円周率を表す π と, 根号を使わずに表すことのできない数のみである。
 オは $\sqrt{49} = 7$ なので有理数である。

【問 19】

次のア～エの数のうち，無理数であるものはどれですか。一つ選び，記号を○で囲みなさい。

ア $\frac{1}{3}$ イ $\sqrt{2}$ ウ 0.2 エ $\sqrt{9}$

(大阪府 A 2021 年度)

解答欄

--

解答

イ

解説

$\sqrt{9}=3$ より，無理数であるものは，イの $\sqrt{2}$ である。