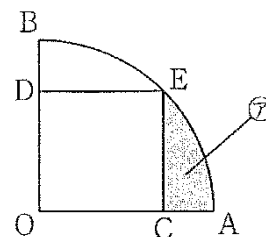


6.証明以外 平面図形の複合問題【2011 年度出題】

【問 1】

図のように、半径 10 cm、中心角 90° のおうぎ形 OAB があります。半径 OA 上に点 C、半径 OB 上に点 D、弧 AB 上に点 E を、四角形 OCED が正方形となるようにとります。

このとき、図の色のついた部分㉔の面積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いなさい。



(北海道 2011 年度)

解答欄

cm^2

解答

$$\frac{25\pi - 50}{2} \text{ cm}^2$$

解説

OE を結ぶ。

OE は正方形 OCED の対角線なので
 $\angle EOA = 45^\circ$

$$OC = CE = \frac{OE}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

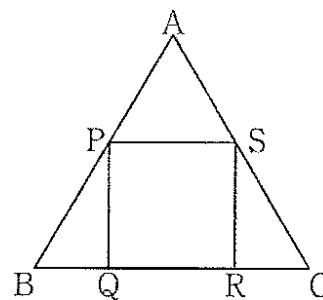
求める面積は

$$\begin{aligned} & \pi \times 10^2 \times \frac{45}{360} - \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \\ &= \frac{25\pi - 50}{2} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

【問 2】

図のように、正三角形 ABC の辺上に点 P, Q, R, S があります。四角形 $PQRS$ が 1 辺 2 cm の正方形であるとき、正三角形 ABC の 1 辺の長さを求めなさい。

(北海道 2011 年度)



解答欄

〔計算〕

答

cm

解答

$\angle ABC = \angle APS = 60^\circ$ より $\triangle APS$ は正三角形

$PS = 2$ より $AP = 2 \cdots \textcircled{1}$

$PQ = 2$ より $PB = \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdots \textcircled{2}$

よって $AB = 2 + \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{6+4\sqrt{3}}{3}$

答 $\frac{6+4\sqrt{3}}{3}\text{ cm}$

解説

$\triangle PBQ$ において

$\angle PBQ = 60^\circ$, $\angle PQB = 90^\circ$ より

$PB:PQ = 2:\sqrt{3}$

$PB:2 = 2:\sqrt{3}$

$PB = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}\text{ cm}$

$\triangle APQ$ は $\angle APS = \angle ABC = 60^\circ$ だから正三角形になるので

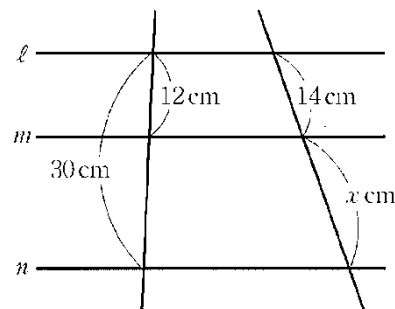
$AP = PS = 2\text{ cm}$

よって $AB = AP + PB = 2 + \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{6+4\sqrt{3}}{3}\text{ cm}$

【問 3】

図で、 $\ell \parallel m \parallel n$ のとき、 x の値を求めなさい。

(青森県 2011 年度 前期)



解答欄

$x =$

解答

$$x = 21$$

解説

平行線と線分の比の定理より

$$14 : x = 12 : (30 - 12)$$

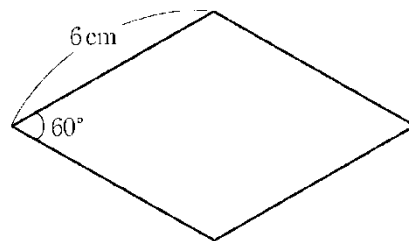
$$12x = 14 \times 18$$

$$x = 21$$

【問 4】

図のひし形の面積を求めなさい。

(青森県 2011 年度 前期)



解答欄

cm^2

解答

$$18\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

解説

ひし形の対角線 2 本によって仕切られる 4 つの直角三角形は合同である。

またその直角三角形は 60° , 30° の角をもつので斜辺が 6 cm より

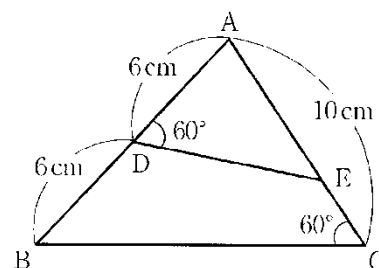
$$\text{残りの 2 つの辺の長さは } \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}, 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{よってひし形の面積は } 4 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

【問 5】

図のように、 $\triangle ABC$ の辺 AB , AC 上にそれぞれ点 D , E をとるとき、 AE の長さを求めなさい。

(青森県 2011 年度 後期)



解答欄

cm

解答

$$\frac{36}{5} \text{ cm}$$

解説

$\triangle ABC$ と $\triangle AED$ において

$\angle A$ は共通

また $\angle ACB = \angle ADE = 60^\circ$ より

2 組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABC \sim \triangle AED$

よって $AB:AE = AC:AD$

$$12:AE = 10:6$$

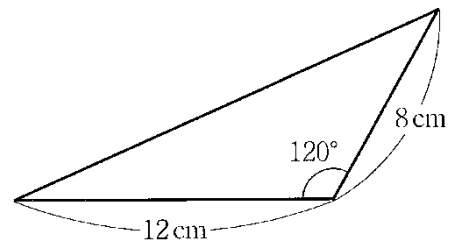
$$10AE = 12 \times 6$$

$$AE = \frac{36}{5} \text{ cm}$$

【問 6】

図の三角形の面積を求めなさい。

(青森県 2011 年度 後期)



解答欄

cm^2

解答

$$24\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

解説

三角形に $AC=8 \text{ cm}$, $BC=12 \text{ cm}$, $\angle ACB=120^\circ$ となるように記号 A, B, C をつける。

A から BC の延長線に垂線をひき交点を H とする。

$$\angle ACH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ より}$$

$$CH:AC:AH=1:2:\sqrt{3}$$

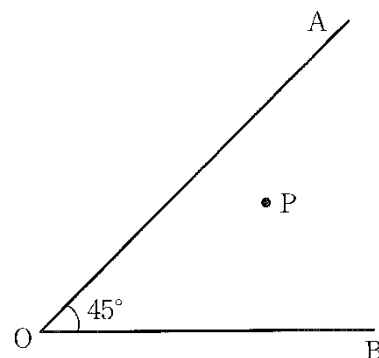
$$\text{よって } AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{したがって } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times 12 \times 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

【問 7】

図のように、点 O から $\angle AOB = 45^\circ$ となるように半直線 OA , OB をひき、その内部に点 P をとる。半直線 OA について点 P と対称な点を Q , 半直線 OB について点 P と対称な点を R とする。 $\triangle QOR$ の面積が 16 cm^2 のとき、線分 OP の長さを求めなさい。

(青森県 2011 年度 後期)



解答欄

cm

解答

$$4\sqrt{2} \text{ cm}$$

解説

$\angle POA = \angle QOA$, $\angle POB = \angle ROB$ より

$$\angle QOR = 2\angle POA + 2\angle POB = 2(\angle POA + \angle POB) = 2\angle AOB = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$$

また $OQ = OP$, $OR = OP$ より

$$OQ = OR$$

よって $OP = x \text{ cm}$ とすると

$$\triangle QOR = \frac{1}{2} \times OQ \times OR = \frac{1}{2} x^2$$

$$\triangle QOR = 16 \text{ cm}^2 \text{ より}$$

$$\frac{1}{2} x^2 = 16$$

$$x^2 = 32$$

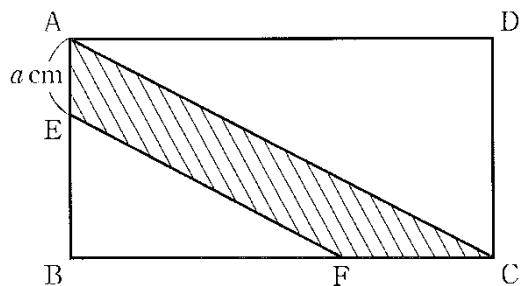
$x > 0$ より

$$x = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

【問 8】

図のように、 $AB=2\text{ cm}$ 、 $AD=4\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ において、 $AE=a\text{ cm}$ 、 $AC \parallel EF$ となる点 E 、 F を辺 AB 、 BC 上にとる。斜線部分の面積が 2 cm^2 になるときの a の値を求めなさい。ただし、 $0 < a < 2$ とする。

(青森県 2011 年度 後期)



解答欄

$a =$

解答

$$a = 2 - \sqrt{2}$$

解説

$$BE = AB - AE = 2 - a \text{ cm}$$

$AC \parallel EF$ より

$$BF : BC = BE : BA$$

$$BF : 4 = (2 - a) : 2$$

$$2BF = 4(2 - a)$$

$$BF = 2(2 - a)$$

斜線部分の面積が 2 cm^2 より

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times (2 - a) \times 2(2 - a) = 2$$

$$a^2 - 4a + 2 = 0$$

$$a = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1}$$

$$= 2 \pm \sqrt{2}$$

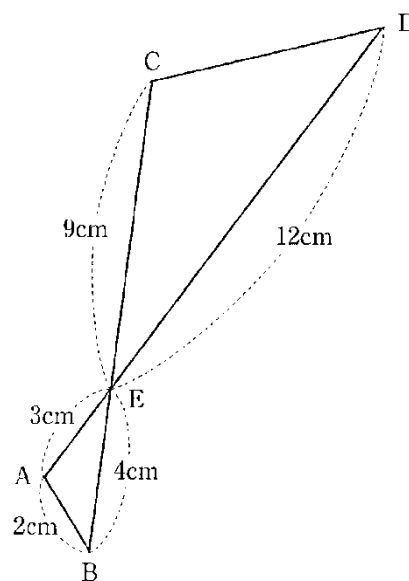
$0 < a < 2$ より

$$a = 2 - \sqrt{2}$$

【問 9】

図で、2つの線分 AD と BC の交点を E とするとき、線分 CD の長さを求めなさい。

(岩手県 2011 年度)



解答欄

cm

解答

6cm

解説

△EAB と △ECD において

$$EA:EC=3:9=1:3\cdots①$$

$$EB:ED=4:12=1:3\cdots②$$

$$\text{対頂角より}\angle AEB=\angle CED\cdots③$$

①, ②, ③より

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle EAB \sim \triangle ECD$$

$$\text{よって } AB:CD=1:3$$

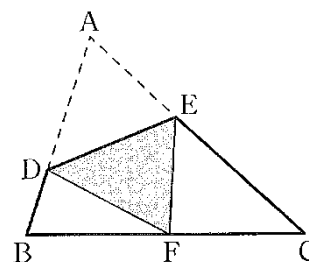
$$2:CD=1:3$$

$$CD=6 \text{ cm}$$

【問 10】

図のように、周の長さが 22 cm である $\triangle ABC$ がある。点 A が辺 BC 上にくるように辺 AB , AC 上の点 D , E を結ぶ線分を折り目として折り返し、点 A が辺 BC と重なる点を F とする。 $BC=8\text{ cm}$, $DB=2\text{ cm}$, $EF=3\text{ cm}$ のとき、線分 DF と線分 EC の長さの和を求めなさい。

(秋田県 2011 年度)



解答欄

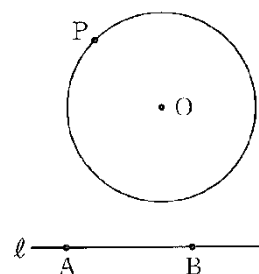
cm

解答
9cm

【問 11】

図のように、点 O を中心とする円と直線 ℓ がある。直線 ℓ 上に 2 点 A , B がある。円の半径は 4 cm , 点 O と直線 ℓ の距離は 6 cm , $AB=5\text{ cm}$ である。円周上を動く点 P と 2 点 A , B を結んでできる $\triangle PAB$ の面積の、最も大きな値と最も小さな値の差を求めなさい。

(秋田県 2011 年度)



解答欄

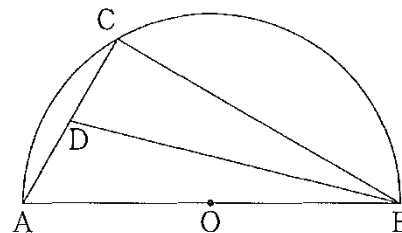
cm^2

解答
 20cm^2

【問 12】

図のように、線分 AB を直径とする半円 O があり、 $AB=8\text{ cm}$ である。弧 AB 上に $AC=4\text{ cm}$ となるように点 C をとり、線分 AC の中点を D とする。このとき、線分 BD の長さを求めなさい。

(山形県 2011 年度)



解答欄

cm

解答

$$2\sqrt{13}\text{ cm}$$

解説

AB は円 O の直径だから円周角の定理より $\angle ACB=90^\circ$

三平方の定理より

$$BC=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$CD=\frac{4}{2}=2\text{ cm}$$

$\triangle BCD$ において三平方の定理より

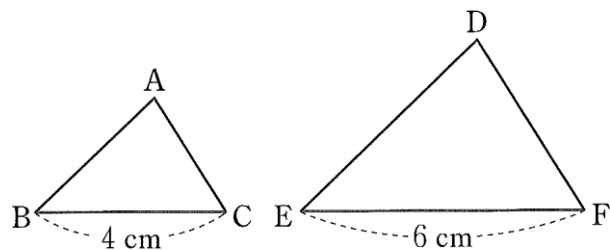
$$BD=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+2^2}$$

$$=\sqrt{52}=2\sqrt{13}\text{ cm}$$

【問 13】

図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ であるとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の面積の比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。

(福島県 2011 年度)



解答欄

$\triangle ABC : \triangle DEF =$:

解答

$$\triangle ABC : \triangle DEF = 4 : 9$$

解説

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比は

$$BC : EF = 4 : 6 = 2 : 3$$

$$\text{面積比は } \triangle ABC : \triangle DEF = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$$

【問 14】

図1, 図2のように, 1 辺が 6 cm の正方形 ABCD がある。2 点 P, Q はそれぞれ辺 BC, CD 上の点であり, $BP = CQ$ を満たしながら動く。また, 線分 AP と線分 BQ との交点を R とする。

このとき, 次の問1, 問2に答えなさい。ただし, 円周率は π とする。

(茨城県 2011 年度)

図1

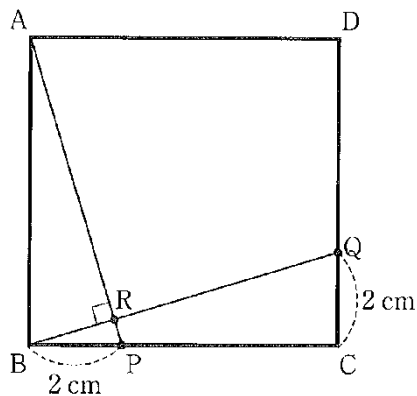
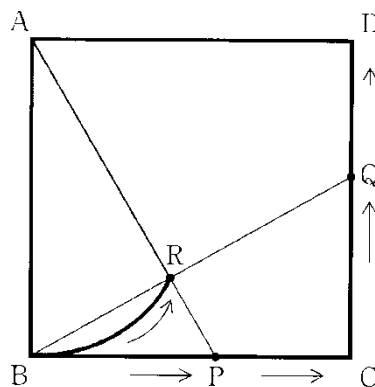


図2



問1 図1のように, $BP = CQ = 2$ cm のとき, 次の (I), (II) が成り立つ。□ に当てはまる数を書きなさい。

(I) $\angle ARB = 90^\circ$ で, $\triangle ABR \sim \triangle BPR$ である。

(II) $\triangle ABR$ の面積と $\triangle BPR$ の面積の比は, □ : 1 である。

問2 図2のように, 2 点 P, Q がそれぞれ 2 点 B, C を同時に出発して 2 点 C, D まで動くとき, 線分 AR が動いた跡にできる図形の面積を求めなさい。ただし, 図2は線分 AR が動いているようすを途中まで表したものである。

解答欄

問1	
問2	cm ²

解答

問1 9

問2 $\frac{9}{4}\pi + \frac{9}{2}\text{cm}^2$

解説

問2

$\triangle ABP \equiv \triangle BCQ$ になるので $\angle BAR = \angle QBC$ $\angle ABR + \angle BAR = \angle ABR + \angle QBC = 90^\circ$

よって $\angle ARB = 180^\circ - (\angle ABR + \angle BAR) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

よって R は AB を直径とする円周上の点となる。

R は B から正方形の対角線の交点まで移動するので

求める面積は $\frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{4} \times \pi \times 3^2 = \frac{9}{2} + \frac{9}{4}\pi \text{ cm}^2$

【問 15】

図1のような, $AB=4\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$, $\angle ABC=90^\circ$ の $\triangle ABC$ と, 図2のような, $DF=6\text{ cm}$, $EF=3\text{ cm}$, $\angle DFE=90^\circ$ の $\triangle DEF$ があります。この 2 つの三角形を辺 BC , EF が一致するように重ねて, 図3の図形をつくります。この図形の面積を求めなさい。

(埼玉県 2011 年度 前期)

図1

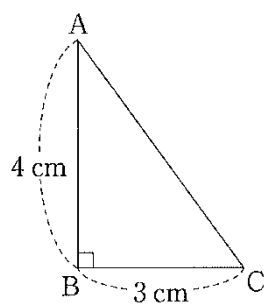


図2

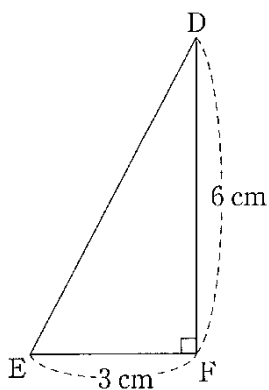
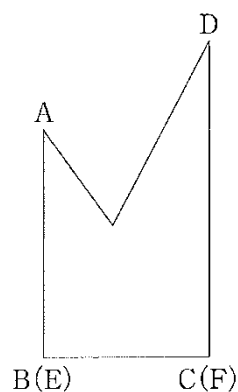


図3



解答欄

cm^2

解答

$$\frac{57}{5} \text{ cm}^2$$

解説

問題の図3において

AC と BD の交点を G とする。

$\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$ より $AB \parallel DC$ になるので

$$AG:GC = AB:CD = 4:6 = 2:3$$

よって求める面積は

$$\triangle DBC + \frac{2}{5} \triangle ABG = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 + \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 9 + \frac{12}{5} = \frac{57}{5} \text{ cm}^2$$

【問 16】

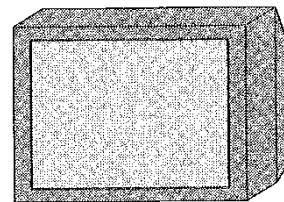
次のかおるさんの家族の会話を読んで、問1、問2に答えなさい。

(千葉県 2011 年度 前期)

かおるさんの家族の会話

父 「もうすぐ、テレビのアナログ放送が終了し、すべてデジタル放送に切り替わるね。デジタル放送対応のテレビは、今までのテレビよりも画面が横に長くなっているのは知っているかい。」

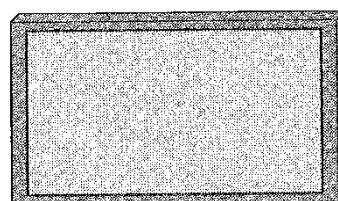
今までのテレビ



かおる 「うん。横に長くなったのは知っているけど、画面の形には何か決まりがあるのかな。」

デジタル放送対応のテレビ

父 「アナログ放送で使われていた今までのテレビの画面は、縦と横の長さの比が $3:4$ の長方形だったけど、デジタル放送対応のテレビの画面は、縦と横の長さの比が $9:16$ の長方形になっているんだよ。」



かおる 「じゃあ、a縦の長さが等しい場合は、 $3:4$ のテレビ画面 (図1) より、 $9:16$ のテレビ画面 (図2) の方が面積は大きくなるね。」

母 「そうよ。でも、横の長さが等しい場合は、 $9:16$ のテレビ画面 (図3) の方が面積は小さくなるのよ。」

図 1

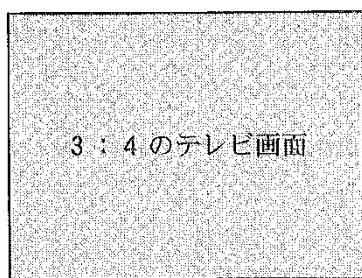


図 2

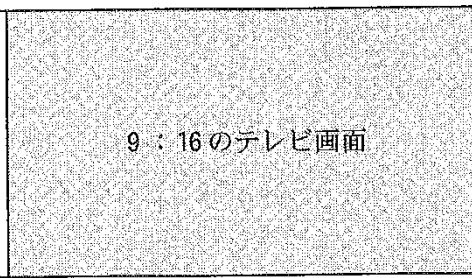
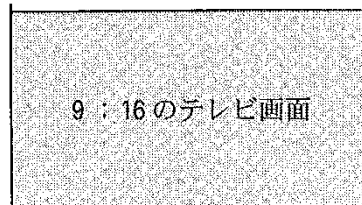


図 3



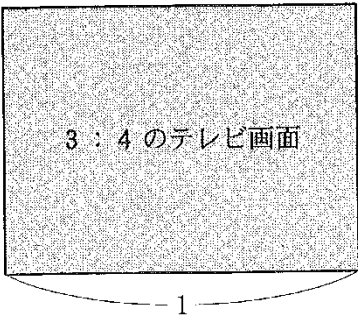
かおる 「それなら、b面積が等しい場合は、 $9:16$ のテレビ画面の横の長さは、 $3:4$ のテレビ画面の横の長さの何倍になるんだろう。」

問1 会話中の下線部aについて、図2のテレビ画面の面積は、図1のテレビ画面の面積の何倍か求めなさい。

問2 かおるさんは、会話中の下線部bについて調べることにした。下の の中は、かおるさんが調べたことをまとめたものである。① ～ ⑤ に最も適当な数や文字式を入れて、調べたことのまとめを完成させなさい。

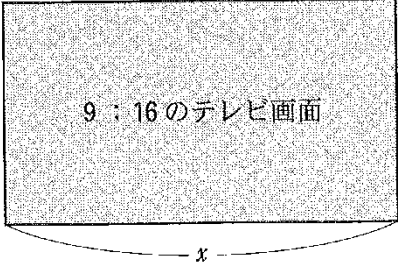
調べたことのまとめ

図4



3 : 4 のテレビ画面

図5



9 : 16 のテレビ画面

図4のように、3:4のテレビ画面で、横の長さを1とすると、縦の長さは ① ，面積は ② となる。

また、図5のように、9:16のテレビ画面で、横の長さを x とすると、縦の長さは x を用いて ③ ，面積は x を用いて ④ と表すことができる。

したがって、面積が等しい場合は、9:16のテレビ画面の横の長さは、3:4のテレビ画面の横の長さの ⑤ 倍となる。

解答欄

問1	倍	
問2	①	
	②	
	③	
	④	
	⑤	

解答

問1 $\frac{4}{3}$ 倍

問2 ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{9}{16}x$ ④ $\frac{9}{16}x^2$ ⑤ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

解説

問1

テレビ画面の縦の長さを x cm とすると

3:4 のテレビでは, x :横の長さ=3:4 より

横の長さ= $\frac{4x}{3}$ cm となり

面積は $x \times \frac{4x}{3} = \frac{4x^2}{3}$ cm² と表せる。

9:16 のテレビでは, x :横の長さ=9:16

横の長さ= $\frac{16x}{9}$ cm となり

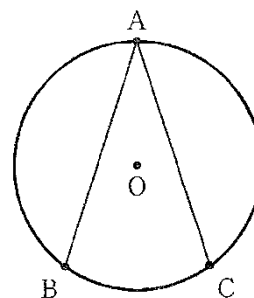
面積は $x \times \frac{16x}{9} = \frac{16x^2}{9}$ cm² と表せる。

したがって 9:16 のテレビ画面の面積は 3:4 のテレビ画面の面積の $\frac{16x^2}{9} \div \frac{4x^2}{3} = \frac{4}{3}$ 倍

【問 17】

図で、3 点 A, B, C は、円 O の周上にあり、互いに一致しない。円 O の半径が 10 cm, $\angle BAC = 36^\circ$ のとき、点 A を含まない $\widehat{BC}$ の長さは何 cm か。ただし、円周率は π とする。

(東京都 2011 年度)



解答欄

cm

解答

4π cm

解説

O と B, O と C を結ぶ。

円周角の定理より

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 36 = 72^\circ$$

おうぎ形の弧の長さは

$$2\pi \times \text{半径} \times \frac{(\text{中心角})}{360} \text{ より}$$

弧 BC の長さは

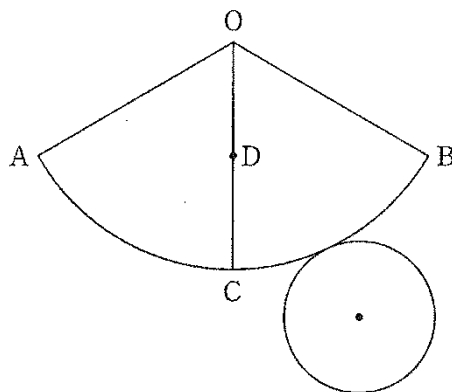
$$\begin{aligned} & 2\pi \times 10 \times \frac{72}{360} \\ &= 4\pi \text{ cm} \end{aligned}$$

【問 18】

図は、円すいの展開図であり、側面となるおうぎ形 OAB は半径が $OA = 6 \text{ cm}$ で、中心角が $\angle AOB = 120^\circ$ である。また、点 C は $\widehat{AB}$ 上の点で、 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ であり、点 D は線分 OC の中点である。

このとき、この展開図を組み立ててできる円すいについて、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

(神奈川県 2011 年度)



問1 この円すいの表面積を求めなさい。

問2 この円すいにおいて、2 点 A, D 間の距離を求めなさい。

解答欄

問1	cm^2
問2	cm

解答

問1 $16\pi \text{ cm}^2$

問2 $\sqrt{17} \text{ cm}$

解説

問1

底面の円の半径を $r \text{ cm}$ とすると底面の円周は側面のおうぎ形の弧の長さと等しいので

$$2\pi r = 2\pi \times 6 \times \frac{120}{360}$$

$$r = 2 \text{ cm}$$

$$\text{よって底面積は } \pi \times 2^2 = 4\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{側面積は } \pi \times 6^2 \times \frac{120}{360} = 12\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{したがって表面積は } 4\pi + 12\pi = 16\pi \text{ cm}^2$$

問2

展開図を組み立ててできる円すいにおいて $\triangle OAC$ は $OA = OC = 6 \text{ cm}$, $AC = 4 \text{ cm}$ の二等辺三角形である。
 $OA = OC$ より AC の中点を H とし AH を結ぶと $\angle OHC = 90^\circ$

$$\text{また } D \text{ と } H \text{ を結ぶと } OD = DC, AH = HC \text{ から中点連結定理より } DH = \frac{1}{2} OA = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ cm}$$

よって $\triangle DHC$ は $DH = DC$ の二等辺三角形だから CH の中点を K とし DK を結ぶと $\angle DKA = 90^\circ$

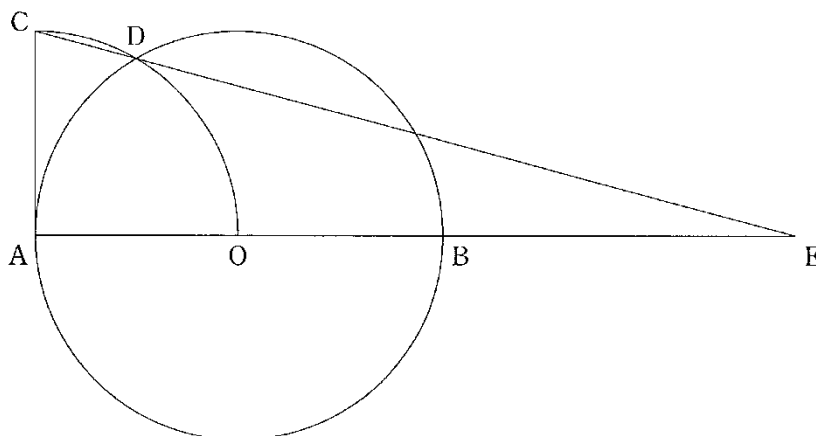
$$\text{よって } \triangle DHK \text{ において } DH = 3 \text{ cm}, HK = \frac{2}{2} = 1 \text{ cm}$$

$$\text{三平方の定理より } DK = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\triangle DAK \text{ において三平方の定理より } AD = \sqrt{(2+1)^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{17} \text{ cm}$$

【問 19】

図のように、円 O があり、直径を AB とする。点 A を中心に、線分 AO を半径とする中心角 90° のおうぎ形 AOC をかき、 $\widehat{OC}$ と円 O との交点を D とする。また、線分 CD の延長と線分 AB の延長との交点を E とする。



円 O の半径を 2 cm として、次の問いに答えなさい。

(富山県 2011 年度)

問1 $\widehat{OD}$ の長さを求めなさい。ただし、円周率は π とする。

問2 $\angle AEC$ の大きさを求めなさい。

問3 $\triangle CAE$ の面積を求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	度
問3	() cm^2

解答

問1 $\frac{2}{3}\pi\text{ cm}$

問2 15 度

問3 $(4 + 2\sqrt{3})\text{ cm}^2$

解説

問3

$\angle ADC = \angle ACD = 75^\circ$ D, B を結ぶ。

AB は直径なので $\angle ADB = 90^\circ$ $\angle BDE = 180^\circ - 75^\circ - 90^\circ = 15^\circ$

$\angle BED = \angle AEC = 15^\circ$ より $\angle BDE = \angle BED$

よって $BE = BD$

$\triangle ABD$ は 60° の角をもつ直角三角形だから $BD = \sqrt{3} AD = 2\sqrt{3}\text{ cm}$

したがって $\triangle CAE = \frac{1}{2} \times AE \times CA = \frac{1}{2} \times (2 + 2 + 2\sqrt{3}) \times 2 = 4 + 2\sqrt{3}\text{ cm}^2$

【問 20】

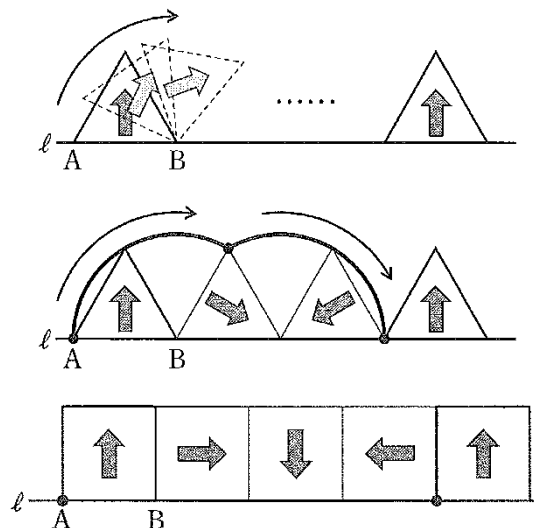
直線 ℓ 上に 2 点 A, B があり, 線分 AB を 1 辺とする正多角形に上向きの矢印  がかけられている。この正多角形は, 矢印が元の向きになるまで直線 ℓ 上をすべることなく転がる。

例えば, 右の図は, 転がる正多角形が正三角形の場合を表している。

このとき, 次の問いに答えなさい。

(富山県 2011 年度)

問1 転がる正多角形が正三角形のとき, 点 A の動いた跡は, 右の図のように, 中心角が等しい 2 個のおうぎ形の弧になる。このとき, おうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。



問2 転がる正多角形が正方形のとき, 次の問いに答えなさい。

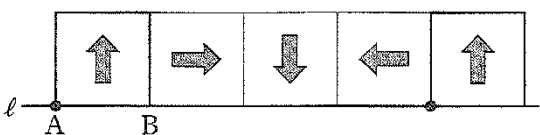
(1) 点 A の動いた跡を, コンパスを使って右の図にかきなさい。

(2) 次の文は, 点 A の動いた跡について述べたものである。文中の I ~ III にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。

点 A の動いた跡は, 中心角が等しい I 個のおうぎ形の弧になり, その中心角の大きさは II 度である。また, これらのおうぎ形を, 半径の長さで分類すると III 通りである。

問3 転がる正多角形が正 n 角形のとき, 点 A の動いた跡は, 中心角が等しい何個かのおうぎ形の弧になる。このとき, おうぎ形の個数と中心角の大きさを, それぞれ n を使った式で表しなさい。

解答欄

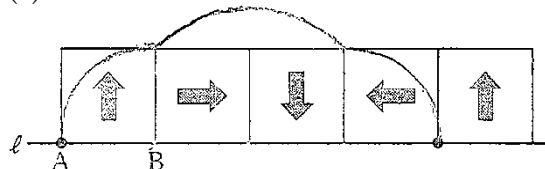
問1	度					
問2	(1)					
	(2)	I		II		III
問3	おうぎ形の個数 () 個					
	中心角の大きさ 度					

解答

問1 120 度

問2

(1)



(2) I 3 II 90 III 2

問3 おうぎ形の個数 $(n-1)$ 個 中心角の大きさ $\frac{360}{n}$ 度

解説

問3

転がる正多角形が正 n 角形の時

回転の中心を変えながらもとの向きになるまで

1つの外角の大きさずつ n 回回転移動するが

点 A は $n-1$ 回目でもとの位置にもどり

n 回目は回転の中心となるのでその位置から移動しない。

よっておうぎ形の数 $n-1$ 個

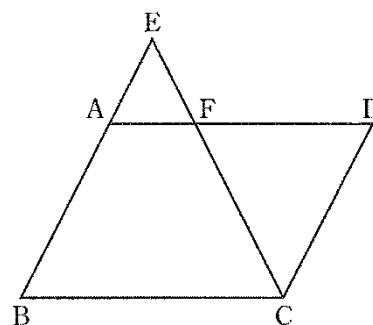
おうぎ形の中心角は正 n 角形の 1 つの外角の大きさだから

$$\frac{360^\circ}{n}$$

【問 21】

$AB=6\text{ cm}$, $BC=8\text{ cm}$ の平行四辺形 $ABCD$ がある。右の図のように、 BA を延長した直線上に、 $AE=4\text{ cm}$ となる点 E をとり、線分 EC と AD の交点を F とする。このとき、 FD の長さを求めなさい。

(長野県 2011 年度)



解答欄

cm

解答

$$\frac{24}{5}\text{ cm}$$

解説

$FD=x\text{ cm}$ とおくと $AF=8-x\text{ cm}$ と表せる。

$AF \parallel BC$ より平行線と線分の比の定理より

$$AF:BC=EA:EB$$

$$(8-x):8=4:(4+6)$$

$$10(8-x)=8 \times 4$$

これを解いて

$$x=\frac{48}{10}=\frac{24}{5}\text{ cm}$$

【問 22】

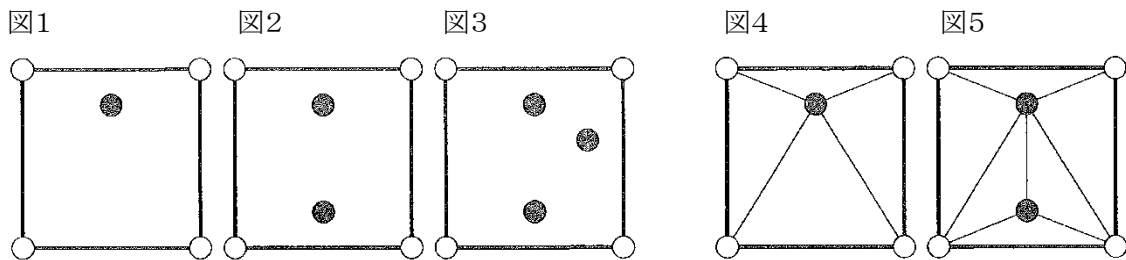
図1～図3のように、○で表された 4 点を頂点とする正方形があり、正方形の内部には●で表されたいくつかの点がある。ただし、○や●で表された点はこの 3 点も一直線上にないものとする。

このとき、次の作業 A により、正方形をいくつかの三角形に分割する。

【作業 A】

○や●で表された点を次々と異なる線分で結ぶ。線分は他の線分と交わらないようにひく。線分をひくことができなくなったら作業をやめる。

たとえば、図1の正方形は、図4のように線分をひくと 4 個の三角形に分割でき、図2の正方形は、図5のように線分をひくと 6 個の三角形に分割できる。



次の問1～問4に答えなさい。

(岐阜県 2011 年度)

問1 作業 A により図3の正方形を分割し、できた三角形の個数を書きなさい。

問2 図4と異なる図になるように、作業 A により図1の正方形を分割した図を 1 つかきなさい。

問3 次の文は、作業 A により正方形を分割してできる三角形の個数について、よう子さんが考察したことをまとめたものである。アには y を使った式を、イには数を、ウ、エには x を使った式を、それぞれあてはまるように書きなさい。

●で表された点の個数を x 個とし、作業 A により正方形を分割してできる三角形の個数を y 個とする。

① y 個の三角形のすべての内角をたすと、(ア)°

② y 個の三角形のすべての内角を、次の 2 つに分けて考える。

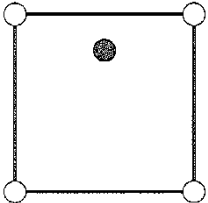
○で表された 4 個の頂点における内角をすべてたすと、(イ)°

●で表された x 個の頂点における内角をすべてたすと、(ウ)°

①、②から、常に $y =$ (エ) である。

問4 正方形が y 個の三角形に分割されたとき、作業 A でひいた線分の本数を y を使った式で表しなさい。また、●で表された点が 10 個あるとき、作業 A でひく線分の本数を求めなさい。

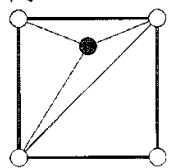
解答欄

問1	個	
問2		
問3	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	
問4	正方形が y 個の三角形に分割されたとき	本
	●で表された点が 10 個あるとき	本

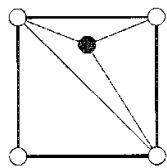
解答

問1 8 個

問2



または



問3 ア $180y$

イ 360

ウ $360x$

エ $2x+2$

問4

正方形が y 個の三角形に分割されたとき $\frac{3y-4}{2}$ 本

●で表された点が 10 個あるとき 31 本

解説

問3

1 つの三角形の内角の和は 180° より y 個の三角形のすべての内角の和は $180y^\circ \cdots$ ア ○で表された 4 個の頂点における内角をすべてたすと $90^\circ \times 4 = 360^\circ \cdots$ イ ●で表された x 個の頂点における内角をすべてたすと●の周囲に角が集まるから $360^\circ \times x = 360x^\circ \cdots$ ウ よって $180y = 360 + 360x$ $y = 2x + 2 \cdots$ エ

問4

y 個の三角形の辺の数の和は $3y$ 本。そのうち正方形の辺の 4 本以外はとなりの三角形と辺を共有している。

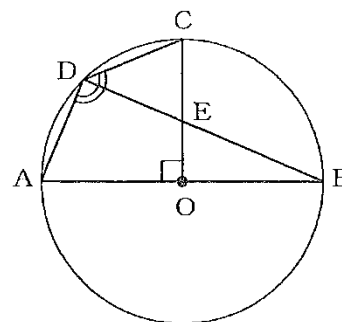
よって作業 A でひいた線分の数は $\frac{3y-4}{2}$ 本 また●の数が 10 個のとき三角形の個数 $y = 2 \times 10 + 2 = 22$ 個

よってこのとき作業 A でひく線分の数は $\frac{3 \times 22 - 4}{2} = 31$ 本

【問 23】

図で、A、B、C、D は円 O の周上の点で、線分 AB は直径、 $\angle COA = 90^\circ$ である。E は線分 CO と DB との交点である。CE = 7 cm、EO = 5 cm であるとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(愛知県 2011 年度 A)



(1) $\angle CDA$ の大きさは何度か、求めなさい。

(2) AD の長さは何 cm か、求めなさい。

解答欄

(1)	度
(2)	cm

解答

(1) 135 度

(2) $\frac{120}{13}$ cm

解説

(2)

$\triangle EOB$ で三平方の定理より $BE = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ cm

$\triangle EOB$ と $\triangle ADB$ において

共通なので $\angle EBO = \angle ABD \cdots (1)$

仮定より $\angle EOB = 90^\circ$

AB は直径より円周角の定理から $\angle ADB = 90^\circ$

よって $\angle EOB = \angle ADB \cdots (2)$

(1), (2)より

2 組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle EOB \sim \triangle ADB$

$EO : AD = BE : BA$

$5 : AD = 13 : 24$

$13AD = 5 \times 24$

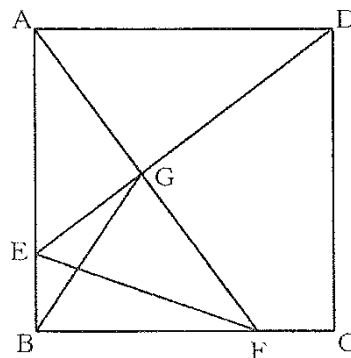
$AD = \frac{120}{13}$ cm

【問 24】

図で、四角形 ABCD は正方形、E、F はそれぞれ辺 AB、BC 上の点で、 $AE = 3EB$ 、 $BF = 3FC$ である。また、G は線分 AF と DE との交点である。

AB = 4 cm のとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(愛知県 B 2011 年度)



(1) 線分 AG の長さは何 cm か、求めなさい。

(2) $\triangle GBF$ の面積は $\triangle GEF$ の面積の何倍か、求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	倍

解答

(1) $\frac{12}{5}$ cm

(2) $\frac{4}{3}$ 倍

解説

問3

(1)

$AE = 3EB$ 、 $BF = 3FC$ 、四角形 ABCD は $AB = 4$ cm の正方形より

$AE = BF = 3$ cm、 $EB = FC = 1$ cm $DE = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ cm

$\triangle ABF$ と $\triangle DAE$ において $AB = DA = 4$ cm …(1) $BF = AE = 3$ cm …(2) $\angle ABF = \angle DAE = 90^\circ$ …(3)

(1)、(2)、(3)より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABF \sim \triangle DAE$

よって $\angle BAF = \angle ADE$ …(4)

$\triangle DAE$ と $\triangle AGE$ において共通なので $\angle DEA = \angle AEG$ …(5)

(4)、(5)より 2 組の角がそれぞれ等しいので $\triangle DAE \sim \triangle AGE$

よって $DA : AG = DE : AE$ $4 : AG = 5 : 3$ $5AG = 4 \times 3$ $AG = \frac{12}{5}$ cm

(2)

$GF = 5 - \frac{12}{5} = \frac{13}{5}$ cm

$AG : GF = \frac{12}{5} : \frac{13}{5} = 12 : 13$

$\triangle GBF : \triangle GEF = \frac{13}{25} \triangle ABF : \frac{13}{25} \triangle AEF = \triangle ABF : \triangle AEF = 4 : 3$

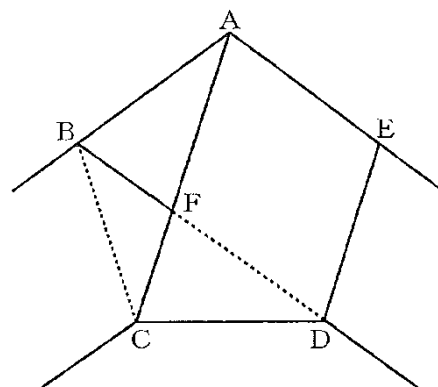
よって $\triangle GBF$ は $\triangle GEF$ の $\frac{4}{3}$ 倍

【問 25】

幅が一定の細長い紙テープを図のように結び、正五角形 $ABCDE$ を
 作った。対角線 AC と BD の交点を F とする。

次の問いに答えなさい。

(滋賀県 2011 年度)



問い 2 種類の三角形を、正五角形 $ABCDE$ の上に敷きつめたい。次の にあてはまる自然数を答えなさい。

正五角形 $ABCDE$ は、
 「 $\triangle ABF$ と合同な三角形」 個と、
 「 $\triangle BCF$ と合同な三角形」 個を、
 重なることがないようにすき間なく並べて、その
 上に敷きつめることができる。

解答欄

ア	
イ	

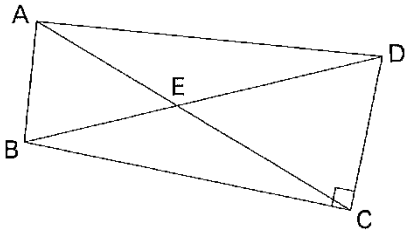
解答

ア 4

イ 3

【問 26】

図のように、 $AD=3\text{ cm}$ 、 $BC=2\sqrt{2}\text{ cm}$ 、 $CD=\sqrt{2}\text{ cm}$ 、 $\angle BCD=90^\circ$ の四角形 $ABCD$ があり、 $\angle BAC=\angle BDC$ である。線分 AC と線分 BD の交点を E とする。



このとき、次の問1～問3に答えよ。

(京都府 2011 年度)

問1 線分 BD の長さを求めよ。

問2 $\triangle EAB$ と $\triangle EDC$ の面積の比を最も簡単な整数の比で表せ。また、 $\triangle EBC$ と $\triangle EAD$ の面積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

問3 $\triangle EAB$ の面積を求めよ。

解答欄

問1	cm
問2	$\triangle EAB:\triangle EDC=$:
	$\triangle EBC:\triangle EAD=$:
問3	cm ²

解答

問1 $\sqrt{10}$ cm

問2

$$\triangle EAB : \triangle EDC = 1 : 2$$

$$\triangle EBC : \triangle EAD = 8 : 9$$

問3 $\frac{3}{5} \text{ cm}^2$

解説

問2

$\angle BAC = \angle BDC$ より A, B, C, D は同一円周上にある。

$\angle BCD = 90^\circ$ より BD は弧の円の直径である。

よって $\angle BAD = 90^\circ$

$$\triangle ABD \text{ で三平方の定理より } AB = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - 3^2} = 1$$

$\triangle EAB$ と $\triangle EDC$ において

$$\angle EAB = \angle EDC \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle AEB = \angle DEC \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

2組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle EAB \sim \triangle EDC$$

$$\text{よって } \triangle EAB : \triangle EDC = AB^2 : DC^2 = 1^2 : (\sqrt{2})^2 = 1 : 2$$

$\triangle EAD$ と $\triangle EBC$ において

$$\triangle EAB \sim \triangle EDC \text{ より}$$

$$AE : DE = BE : CE \cdots \textcircled{3}$$

$$\angle AED = \angle BEC \cdots \textcircled{4}$$

③, ④より

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle EAD \sim \triangle EBC$$

$$\text{よって } \triangle EAD : \triangle EBC = AD^2 : BC^2 = 3^2 : (2\sqrt{2})^2 = 9 : 8$$

問3

$$AE : DE = AB : DC = 1 : \sqrt{2}$$

$$DE : CE = AD : BC = 3 : 2\sqrt{2} = \sqrt{2} : \frac{4}{3}$$

$$BE : CE = 1 : \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} : \frac{4}{3}$$

$$\text{よって } BE : ED = \frac{2\sqrt{2}}{3} : \sqrt{2} = 2 : 3$$

$$\triangle EDC = \frac{3}{5} \triangle BCD = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \frac{6}{5}$$

$$\triangle EAB : \triangle EDC = 1 : 2 \text{ より}$$

$$\triangle EAB = \frac{1}{2} \triangle EDC = \frac{1}{2} \times \frac{6}{5} = \frac{3}{5} \text{ cm}^2$$

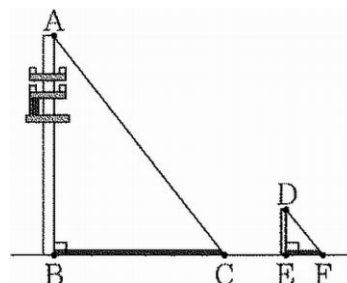
【問 27】

タカシさんは、太陽の光のできる影を使って、電柱のおよその高さを求めようと考えた。下のア～エのうち、次の文中の ㊦, ㊧ に入れるのに適しているものをそれぞれ一つ選び、記号を書きなさい。

ただし、図において、A, B, C, D, E, F はすべて異なる点であり、C と E は線分 BF 上にあり、AC // DF である。

(大阪府 2011 年度 後期)

電柱のおよその高さ AB は、 $(棒の長さ DE) \times \frac{\boxed{\text{㊦}}}{\boxed{\text{㊧}}}$ を計算することにより求めることができる。



ア 電柱と棒との距離 BE

イ 電柱の影の長さ BC

ウ 棒の影の長さ EF

エ 電柱の影の先端と棒の影の先端との距離 CF

解答欄

㊦	㊧
---	---

解答

㊦ イ

㊧ ウ

【問 28】

次のア～エのことがらについて、その逆が正しいものを一つ選び、記号を書きなさい。

(大阪府 2011 年度 後期)

ア 四角形 $ABCD$ が平行四辺形ならば四角形 $ABCD$ の 1 組の向かい合う角の大きさが等しい。

イ 四角形 $ABCD$ が長方形ならば四角形 $ABCD$ の四つの内角の大きさがすべて等しい。

ウ 四角形 $ABCD$ がひし形ならば四角形 $ABCD$ の 2 本の対角線が垂直に交わる。

エ 四角形 $ABCD$ が正方形ならば四角形 $ABCD$ の四つの辺の長さがすべて等しい。

解答欄

--

解答

イ

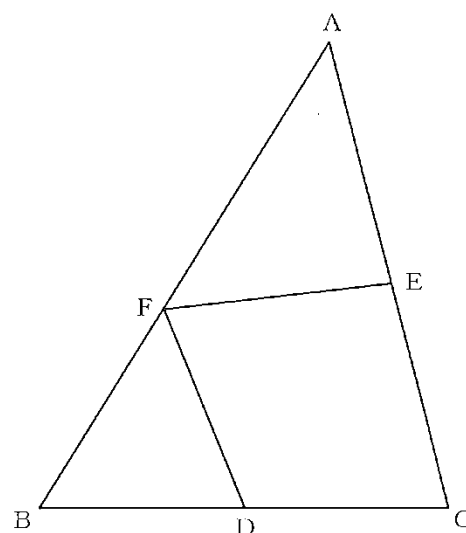
【問 29】

図の△ABCにおいて、 $AB=16$ cm, $BC=12$ cm, $CA=14$ cm である。点 D, E, F はそれぞれ辺 BC, CA, AB 上にあり、 $DC=DF$, $EC=EF$ である。各問いに答えよ。

(奈良県 2011 年度)

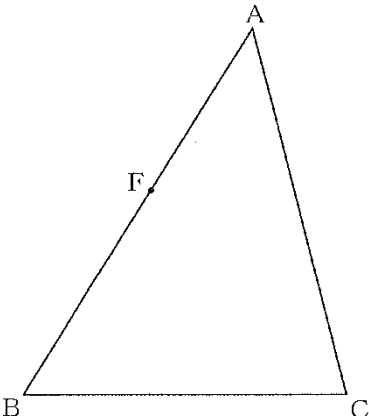
問1 点 F が解答欄の図に示した位置にあるとき、直線 DE を、定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお、作図に使った線は消さずに残しておくこと。

問2 $DC=EC$ のとき，線分 AE と線分 AF の長さの比を求めよ。



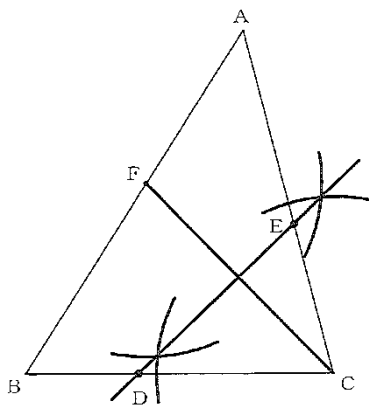
問3 AE:EC=2:3, BD:DC=8:7 のとき, 四角形 EFDC の面積は△ABC の面積の何倍か。

解答欄

問1	〔作図〕 
問2	$AE:AF=$:
問3	倍

解答

問1



問2 $AE:AF=7:8$

問3 $\frac{14}{25}$ 倍

解説

問2

$DC=EC$ のとき $DC=DF=EC=EF$ より四角形 $FDCE$ はひし形である。

よって $FE \parallel DC$ より, $FE \parallel BC$

したがって平行線と線分の比の定理より

$AE:AF=AC:AB=14:16=7:8$

問3

3 辺が等しいので $\triangle CDE \equiv \triangle FED$

$\triangle CDE=S$ とおく。

(四角形 $EFDC$) $= 2\triangle CDE = 2S$

$AE:EC=2:3$ より

$\triangle CDE:\triangle ACD=3:5$

$\triangle ACD=\frac{5}{3} \triangle CDE=\frac{5}{3} S$

$BD:DC=8:7$ のとき $\triangle ABC:\triangle ACD=15:7$

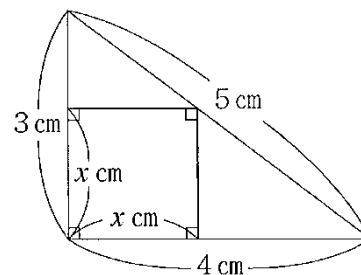
$\triangle ABC=\frac{15}{7} \triangle ACD=\frac{15}{7} \times \frac{5}{3} S=\frac{25}{7} S$

よって四角形 $EFDC$ は $\triangle ABC$ の $2S \div \frac{25}{7} S = \frac{14}{25}$ 倍

【問 30】

図で、正方形の 1 辺の長さを x cm とするとき、 x の値を求めなさい。

(和歌山県 2011 年度)



解答欄

$x =$

解答

$$x = \frac{12}{7}$$

解説

平行線と線分の比の定理より

$$x:4=(3-x):3$$

$$3x=4(3-x)$$

$$3x=12-4x$$

$$7x=12$$

$$x = \frac{12}{7}$$

【問 31】

1 辺の長さがともに 4 cm の正三角形 ABC と正 n 角形 (n は 4 以上の自然数) が、図1のように、正三角形の辺 BC と正 n 角形の辺 PQ が重なるようにおかれている。

今、この正三角形 ABC を、図2のように、頂点 C を中心に矢印の向きに回転させ、正三角形の辺 AC を正 n 角形の辺に重ねる。次に、頂点 A を中心に、同じように正三角形を回転させ、辺 AB を正 n 角形の辺に重ねる。

このようにして、正三角形を正 n 角形の内側で、矢印の向きに回転させながら動かし、正三角形のいずれかの辺が再び正 n 角形の辺 PQ と重なったとき、正三角形が正 n 角形の内側を 1 周したものとする。

次の問1～問5に答えなさい。

(和歌山県 2011 年度)

図1

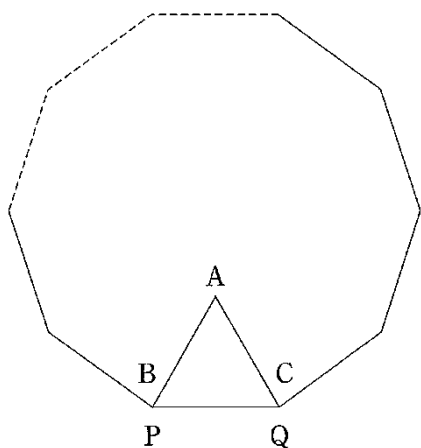
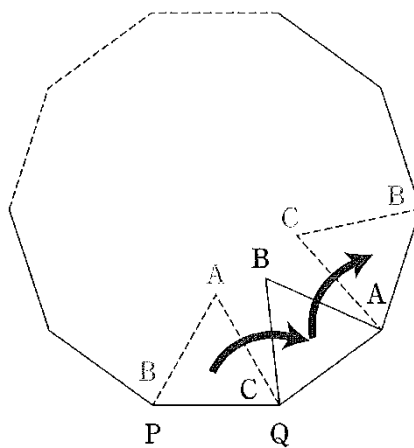
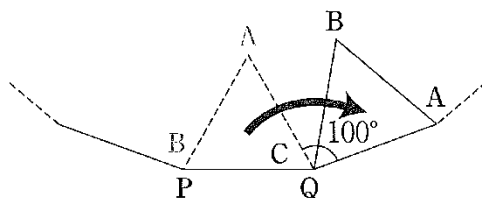


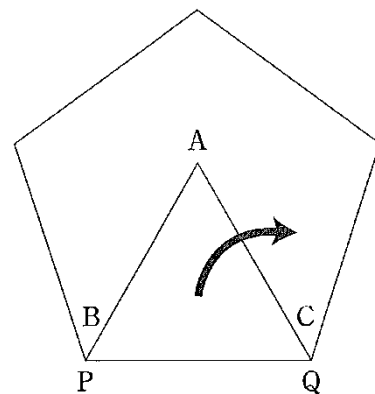
図2



問1 図3のように、正三角形 ABC を、頂点 C を中心に矢印の 図3
向きに 100° 回転させたところ、辺 AC が正 n 角形の辺と重
なった。このとき、 n の値を求めなさい。



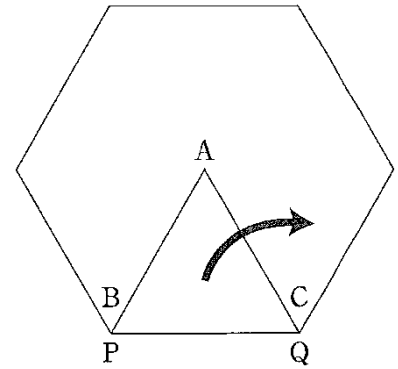
問2 図4は、 $n=5$ のときのものである。正三角形 ABC が、正五角形の内 図4
側を、矢印の向きに回転しながら 1 周したとき、正三角形 ABC の各
頂点は、それぞれどの位置にくるか、解答欄の に、A, B, C
のうち、あてはまる記号をかきなさい。



問3 正三角形 ABC が、正 n 角形の内側を回転しながら 1 周したとき、正三角形の辺 AB が正 n 角形の辺と 2
回重なった。このとき、あてはまる n の値をすべて求めなさい。

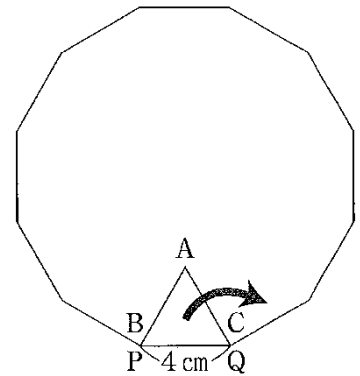
問4 図5のように、正三角形 ABC が、正六角形の内側を回転しながら 1 周するとき、正三角形の頂点 A はどのように動くか。解答欄にある図の破線のうち、 A が動いたあとにできる曲線をすべてなぞり、実線にしよう。

図5



問5 図6のように、正三角形 ABC が、正十二角形の内側を回転しながら 1 周するとき、正三角形の頂点 A が動いたあとにできる曲線の長さを求めよう。ただし、円周率は π とする。

図6



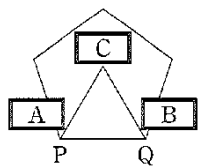
解答欄

問1	$n =$
問2	
問3	$n =$
問4	
問5	cm

解答

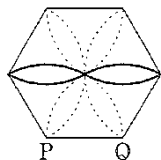
問1 $n=18$

問2



問3 $n=5, 6, 7$

問4



問5 16π cm

解説

問1

正 n 角形の 1 つの内角の大きさは $100^\circ + 60^\circ = 160^\circ$

よって 1 つの外角の大きさは $180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$

よって $n = \frac{360}{20} = 18$

問3

PQ の右隣の辺から順に 1 番目, 2 番目, 3 番目…とすると

辺 AB は 2 番目, 5 番目, 8 番目…と重なるので

2 回重なるとき 2 番目, 5 番目で重なるから

$n=5, 6, 7$

問5

正十二角形の 1 つの内角は $180^\circ \times (12-2) \div 12 = 150^\circ$

正三角形の 1 つの内角は 60° なので

頂点 A が動いた後は

半径 4 cm, 中心角 $150^\circ - 60^\circ = 90^\circ$ のおうぎ形の弧が 8 つ分になる。

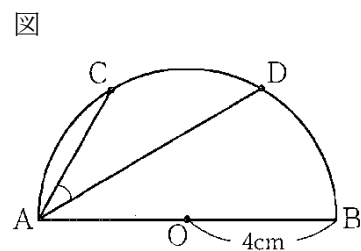
よって求める長さは $2\pi \times 4 \times \frac{90}{360} \times 8 = 16\pi$ cm

【問 32】

図のように、O を中心とし AB を直径とする半径 4 cm の半円の周上に、弧 AB を 3 等分する点を取り、点 A に近い方から順に C, D とする。

このとき、次の(1), (2)について答えなさい。ただし、円周率は π とする。

(鳥取県 2011 年度)



(1) $\angle CAD$ の大きさを求めなさい。

(2) 線分 AC, 線分 AD, 弧 CD で囲まれた図形の周の長さを求めなさい。

解答欄

(1)	$\angle CAD =$ 度
(2)	cm

解答

(1) $\angle CAD = 30$ 度

(2) $4 + 4\sqrt{3} + \frac{4}{3}\pi$ cm

解説

(2)

弧 CD はおうぎ形 COD の弧だから

$$2\pi \times 4 \times \frac{60}{360} = \frac{4}{3}\pi \text{ cm}$$

$\triangle ADB$ において

AB は直径より $\angle ADB = 90^\circ$

また $\angle DAB = \angle CAD = 30^\circ$

$$\text{これより } AD = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

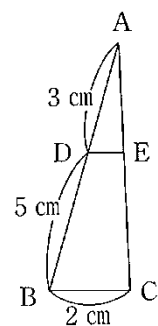
$\triangle CAO$ は $\angle AOC = 60^\circ$, $OA = OC$ より正三角形だから $AC = 4$ cm

$$\text{求める長さは } 4 + 4\sqrt{3} + \frac{4}{3}\pi \text{ cm}$$

【問 33】

図において、 $DE \parallel BC$ のとき、 DE の長さを求めなさい。

(島根県 2011 年度)



解答欄

cm

解答

$$\frac{3}{4} \text{ cm}$$

【問 34】

小惑星探査機「はやぶさ」(図1) が 7 年の歳月をかけて、小惑星「イトカワ」まで旅をし、昨年、地球へ帰還して話題となった。裕太さんは、「はやぶさ」について調べたところ、「はやぶさ」の本体の一部にはハニカム構造の板が使用されていることがわかった。

ハニカム構造とは、正六角柱 (図2) をすきまなくしきつめた構造 (図3) のことで、この構造の板は軽いことが特徴の一つである。裕太さんは、この構造に興味を持ち、なぜ正六角柱をしきつめるのか先生に尋ねたところ、先生は正六角柱の底面である正六角形にその秘密があると教えてくれた。先生の話をもとに、裕太さんは、次のようなまとめをした。問1～問3に答えなさい。

(岡山県 2011 年度)

図1

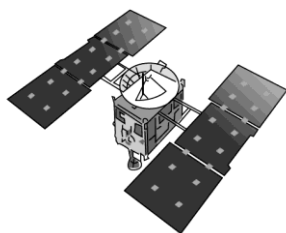


図2

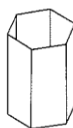
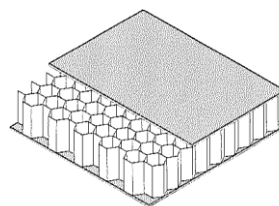


図3

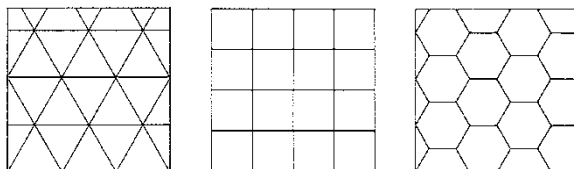


正多角形の周の長さとの関係

●先生から教えてもらったこと

1 種類で平面をすきまなくしきつめることができる正多角形は、図4のように正三角形、正方形、正六角形の 3 種類だけである。また、周の長さが等しい正三角形、正方形、正六角形では、正六角形の面積が最も大きい。

図4



(それぞれの正多角形でしきつめた平面の一部を表している)

●具体例で確かめたこと

周の長さが等しい正三角形 (図5)、正方形 (図6)、正六角形 (図7) について、周の長さを 12 cm とすると、それぞれ 1 辺の長さとの関係は次の表のようになる。

図形	1 辺の長さ(cm)	面積(cm ²)
正三角形	4	$4\sqrt{3}$
正方形	3	9
正六角形	(ア)	(イ)

図5

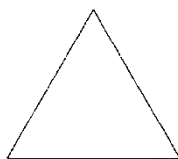


図6

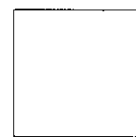
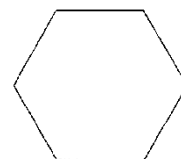


図7



[Ⅰ] 正三角形の面積と正方形の面積の大きさを調べる。

$(4\sqrt{3})^2 = 48$, $9^2 = 81$ で, $48 < 81$ だから,

$$\sqrt{48} < \sqrt{81}$$

すなわち $4\sqrt{3} < 9$

したがって, 正三角形の面積より正方形の面積の方が大きい。

[Ⅱ] 正方形の面積と正六角形の面積の大きさを調べる。

したがって, 正方形の面積より正六角形の面積の方が大きい。

[Ⅰ], [Ⅱ]より, 周の長さがいずれも 12 cm の正三角形, 正方形, 正六角形では, 正六角形の面積が最も大きい。

●考えてみたこと

周の長さが等しい正三角形, 正方形, 正六角形では, 正六角形の面積が最も大きくなる。

したがって, 面積が等しい正三角形, 正方形, 正六角形では, (ウ) の周の長さが最も (エ) なる。このことから, 底面積と高さが, それぞれ等しい正三角柱, 正四角柱, 正六角柱の側面積について考えると, 正六角柱の側面積が最も小さくなる。

だから, ハニカム構造の板では正六角柱をすまなくしきつめることによって, 側面の部分の材料を少なくすることができ, 軽くすることができるのではないかな。

問1 (ア), (イ) に適当な数を書き入れなさい。

問2 [Ⅰ]の の説明にならって, [Ⅱ]の に正方形の面積より正六角形の面積の方が大きいことの説明をしなさい。ただし, 解答欄には説明の一部が書いてある。

問3 (ウ), (エ) に当てはまる適当な語句の組み合わせは, 次の(1)～(4)のうちではどれですか。

- (1) (ウ) 正六角形 (エ) 小さく
- (2) (ウ) 正三角形 (エ) 小さく
- (3) (ウ) 正方形 (エ) 大きく
- (4) (ウ) 正六角形 (エ) 大きく

解答欄

問1	(ア)	
	(イ)	
問2	したがって、正方形の面積より正六角形の面積の方が大きい。	
問3		

解答

問1

(ア) 2 (イ) $6\sqrt{3}$

問2

$9^2=81$, $(6\sqrt{3})^2=108$ で $81<108$ だから

$$\sqrt{81} < \sqrt{108}$$

すなわち $9 < 6\sqrt{3}$

したがって正方形の面積より正六角形の面積の方が大きい。

問3 1

解説

問1

周の長さが 12 cm の正六角形の 1 辺の長さは $12 \div 6 = 2$ cm…(ア)

正六角形は 1 辺の長さが 2 cm の正三角形 6 つでできている。

1 辺が 2 cm の正三角形の高さは $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$ cm だから

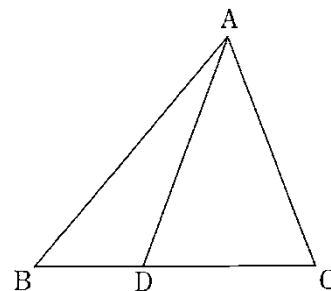
$$\text{その面積は } \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3} \text{ cm}^2$$

よって正六角形の面積は $6\sqrt{3}$ cm²…(イ)

【問 35】

図のように、 $\triangle ABC$ の辺 BC 上に点 D があり、 $AD=AC$ 、 $\angle CAD=2\angle BAD$ です。 $AB=15\text{ cm}$ 、 $CD=8\text{ cm}$ のとき、 $\triangle ABD$ の面積は何 cm^2 ですか。

(広島県 2011 年度)



解答欄

cm^2

解答

30cm^2

解説

$AD=AC$ より $\angle DAC$ の二等分線と CD との交点を K とすると $AK \perp CD$ 、 $CK=DK=\frac{8}{2}=4\text{ cm}$

D から AB に垂線をひき交点を H とすると $\triangle ADH$ と $\triangle ADK$ において

AD は共通 $\angle AHD=\angle AKD=90^\circ$ $\angle DAH=\angle DAK$ より

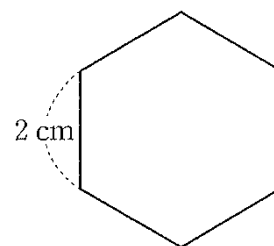
直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので $\triangle ADH \equiv \triangle ADK$

よって $DH=DK=4\text{ cm}$ これより $\triangle ABD=\frac{1}{2} \times AB \times DH=\frac{1}{2} \times 15 \times 4=30\text{ cm}^2$

【問 36】

図のような 1 辺が 2 cm の正六角形の面積を求めなさい。

(山口県 2011 年度)



解答欄

cm^2

解答

$6\sqrt{3}\text{ cm}^2$

解説

1 辺が 2 cm の正六角形は 1 辺が 2 cm の正三角形 6 つでできている。

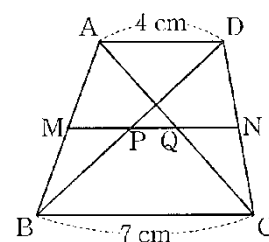
正三角形の高さは $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}\text{ cm}$

よって求める面積は $\frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}\text{ cm}^2$

【問 37】

図のように、 $AD \parallel BC$ である台形 $ABCD$ がある。辺 AB の中点 M を通り辺 BC に平行な直線と辺 CD との交点を N とし、線分 MN と線分 BD との交点を P 、線分 MN と線分 AC との交点を Q とするとき、線分 PQ の長さを求めなさい。

(山口県 2011 年度)



解答欄

cm

解答

$$\frac{3}{2} \text{ cm}$$

解説

$\triangle ABC$ において

$AD \parallel BC$ より

$$AQ:QC = AM:MB = 1:1$$

よって中点連結定理より

$$MQ = \frac{1}{2} BC = \frac{7}{2} \text{ cm}$$

同様に $\triangle BAD$ において

$$BP:PD = BM:MA = 1:1$$

$$MP = \frac{1}{2} AD = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$$

$$\text{よって } PQ = MQ - MP = \frac{7}{2} - 2 = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

【問 38】

A さんのクラスでは、日常生活や社会の中で数学を利用する活動を行い、班ごとに発表した。次の資料は、テレビに関連して数学を利用する活動を行った A さんの班のものである。A さんの班の資料を見て、下の問1～問4に答えなさい。

(山口県 2011 年度)

資料 1	資料 2	資料 3						
テレビ画面の大きさ 30V型 30インチ 1インチは約2.5cm 45V型 45インチ 〔発表内容〕 ○テレビ画面の大きさは対角線の長さで表されていること ○画面の対角線の長さと画面の面積との関係	テレビ番組の視聴率 母集団の視聴率 推定する 標本の視聴率 〔発表内容〕 ○テレビ番組の視聴率調査は標本調査で行われていること ○学校全体での、あるテレビ番組を見た生徒の総数を推定すること (注)「推定」は「推測」ということもある。	二酸化炭素の排出削減量 電気製品の使用を減らしたときの二酸化炭素排出削減量 (1時間あたり) <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">テレビ</td> <td style="padding: 2px 5px;">6 g</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">電球形蛍光灯</td> <td style="padding: 2px 5px;">2 g</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">エアコン(冷房)</td> <td style="padding: 2px 5px;">26g</td> </tr> </table> (省エネルギーセンター「家庭の省エネ大事典2010年版」により作成) 〔発表内容〕 ○電気製品の使用を減らしたときの二酸化炭素排出削減量 ○家庭でできる二酸化炭素排出削減プラン	テレビ	6 g	電球形蛍光灯	2 g	エアコン(冷房)	26g
テレビ	6 g							
電球形蛍光灯	2 g							
エアコン(冷房)	26g							

問1 資料1のように、画面が相似な長方形である 2 台のテレビについて、大きい画面の対角線の長さが、小さい

画面の対角線の長さの $\frac{3}{2}$ 倍であるとき、大きい画面の面積は小さい画面の面積の何倍か。求めなさい。

問2 資料2について、A さんの学校全体の生徒 400 人を母集団として、無作為抽出した 100 人を標本とした視聴率調査を行ったところ、ある日に放送された Y というテレビ番組を見た生徒の人数は 10 人であった。

このとき、学校全体での、Y というテレビ番組を見た生徒の総数を推定しなさい。

問3 資料3をもとに、次の にあてはまる式を a を使って表しなさい。

テレビの使用を a 時間減らしたときの二酸化炭素排出削減量と電球形蛍光灯の使用を 時間減らしたときの二酸化炭素排出削減量は同じである。

電球形蛍光灯



問4 A さんの班の発表を聞いた B さんは、資料3をもとに、二酸化炭素排出削減量の合計が 400 g となるように、テレビとエアコン (冷房) の使用を合計 20 時間減らす計画を立てた。

このとき、テレビの使用を減らす時間を x 時間、エアコンの使用を減らす時間を y 時間として、 x, y についての連立方程式をつくり、テレビとエアコンの使用を減らす時間をそれぞれ求めなさい。

解答欄

問1	倍
問2	人
問3	
問4	式 {
	答え テレビ 時間, エアコン 時間

解答

問1 $\frac{9}{4}$ 倍

問2 40 人

問3 $3a$

問4

式 $\begin{cases} 6x+26y=400 \\ x+y=20 \end{cases}$

答え テレビ 6 時間, エアコン 14 時間

解説

問2

Y というテレビ番組を見た生徒の総数をおよそ x 人とする

$$x:400=10:100$$

$$100x=4000$$

$$x=40$$

よっておよそ 40 人と推定される。

【問 39】

A さん、B さん、C さんの 3 人は、運動会の準備として、運動場に図1のような、2 つの半円と長方形を組み合わせたトラックをつくることになった。先生からは、トラックの周の長さが 200 m で、直線部分は 45 m とするように指示があった。次は、A さんたち 3 人の、トラックをつくることについての会話の一部である。これを読んで、問1～問3に答えなさい。

(徳島県 2011 年度)

A さん： 図1を見ると、トラックの左右の半円部分を合わせると円になることがわかる。だから、その円周の長さは、(ア) m になればいいね。

B さん： 半径を r m、円周率を π とすると、円周の長さは (イ) m と表される。そこで、 $\pi = 3.14$ とすれば、この円の半径は、小数第二位を四捨五入して、17.5 m になるね。

C さん： ところで、この前、陸上競技大会を見たとき、図2のように選手のスタート位置が、外側のレーンほど前になっていたんだけど、どうしてなの。

A さん： 半円部分は、外側のレーンほど大回りになって、走る距離が長くなるから、同じ距離にするために、外側のレーンほどスタート位置を前にしているんだよ。

C さん： 図3のような、周の長さが 200 m のトラックで、ゴール地点をそろえ、100 m 走をするとき、幅 1 m のレーンをひくと、2 レーンのスタート位置は、1 レーンのスタート位置より、何 m 前にすればいいの。

B さん： それぞれのレーンの内側の線で長さを考えると、2 レーンは 1 レーンより 1 m 外側にあるということだから、(ウ) m 前にするといいね。

C さん： そうなんだ。それだけスタートの位置に差がつくんだね。運動会でも、レーンのあるトラックを走ってみたいけれど、4 クラス分のレーンのあるトラックを、私たちの運動場につくることはできるの。

A さん： 運動場は、縦 80 m、横 100 m の長方形だから、幅がそれぞれ 1 m で 4 レーンまである 200 m のトラックをつくることはできるよ。ただ、町民運動会が開かれる小学校の運動場は、縦と横が 80 m の正方形だからできないだろうね。

B さん： いや、小学校の運動場でも工夫すればつくることはできるよ。

図1

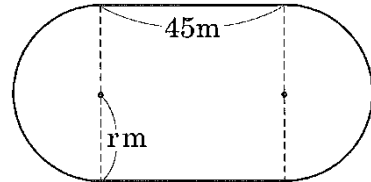


図2

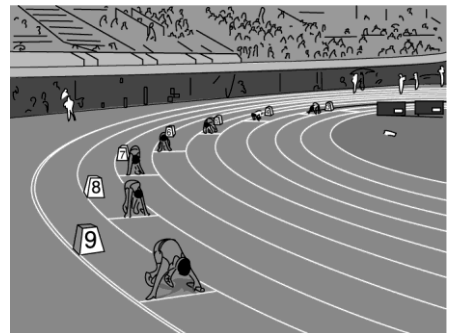
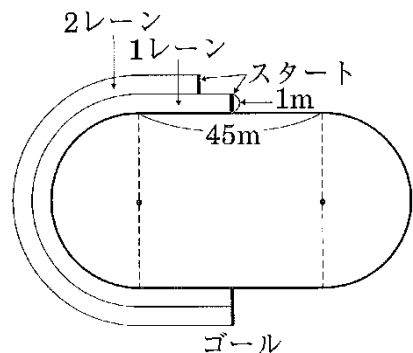


図3



説明

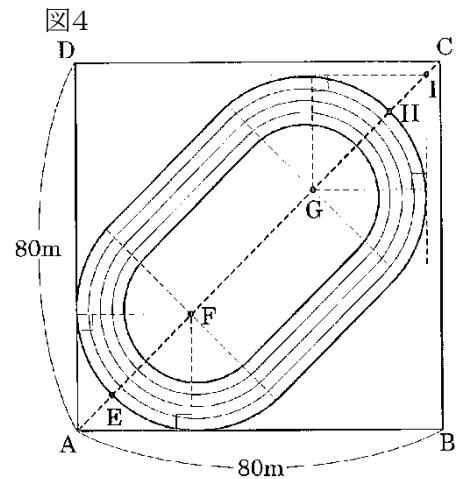
図4のように、4 レーンまであるトラックの、半円部分の中心 F, G が運動場 ABCD の対角線 AC 上にあり、F を中心とする半円部分が、辺 AB, AD にそれぞれ接するようにする。そして、F, G 以外の対角線上の点を E, H, I とする。このとき、線分 AI の長さが、対角線 AC の長さより短いことがいえればよい。

対角線 AC の長さは、正方形の 1 辺の長さの $\sqrt{2}$ 倍だから、 $\sqrt{2} = 1.4$ とすると、 $80 \times 1.4 = 112$ (m) となる。ここで、半円部分の半径 EF の長さは、17.5 m にそれぞれの幅が 1 m である 4 レーン分の長さを加えた (エ) m となるから、線分 AF の長さを計算すると (オ) m であることがわかる。

すると、

カ

だから、小学校の運動場にも、4 レーンまである 200 m のトラックをつくることはできる。



問1 会話文中の (ア) にあてはまる数を、(イ) にはあてはまる式を書きなさい。

問2 会話文中の (ウ) にあてはまる数を求めなさい。ただし、 $\pi = 3.14$ とし、小数第二位を四捨五入して、小数第一位まで求めなさい。

問3 会話文中の —— 線部について、この判断が正しい理由を、Bさんは続けて説明している。(エ)・(オ) に、それぞれあてはまる数を書き、カ には言葉や式を用いて、説明 を完成させなさい。

解答欄

問1	ア	m
	イ	m
問2	ウ	m
問3	エ	m
	オ	m
	カ	

解答

問1 ア 110 m イ $2\pi r$ m

問2 ウ 3.1 m

問3 エ 21.5 m オ 30.1 m

カ 線分 AI の長さは $30.1 \times 2 + 45 = 105.2$ m である。これは対角線 AC の長さ 112 m より短い。

解説

問2

2 レーンを x m 手前にしたとすると

$$2\pi \times (17.5 + 1) \times \frac{1}{2} + 45 - x = 100 \quad x = 3.09 \div 3.1 \text{ m}$$

問3

EF の長さは $17.5 + 1 \times 4 = 21.5$ m …エ

AF は 1 辺の長さが 21.5 m の正方形の対角線だから

$$21.5 \times \sqrt{2} = 21.5 \times 1.4 = 30.1 \text{ m} \cdots \text{オ}$$

よって AI = $2 \times 30.1 + 45 = 105.2$ m は AC = 112 m より短い。 …カ

【問 40】

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は相似で、その相似比は $2:3$ である。 $\triangle ABC$ の面積が 8 cm^2 であるとき、 $\triangle DEF$ の面積は何 cm^2 か。

(香川県 2011 年度)

解答欄

cm^2

解答

18 cm^2

解説

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比は $2:3$ より

面積比は $2^2:3^2=4:9$

よって、 $8:\triangle DEF=4:9$

$4\triangle DEF=8\times 9$

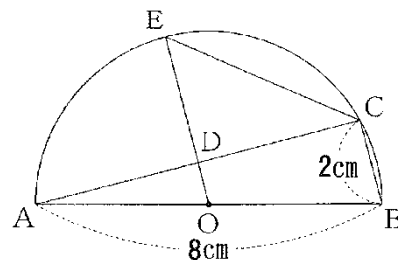
$\triangle DEF=18\text{cm}^2$

【問 41】

図のような、線分 AB を直径とする半円 O がある。 $\widehat{AB}$ 上に点 C をとり、点 C と点 A 、点 C と点 B をそれぞれ結ぶ。また、線分 AC の中点を D とする。直線 OD と $\widehat{AC}$ との交点を E とし、点 E と点 C を結ぶ。

$AB=8\text{ cm}$ 、 $BC=2\text{ cm}$ であるとき、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(香川県 2011 年度)



(1) $\widehat{AC}$ 上に点 F をとり、点 F と点 O を結ぶ。 $\angle AOF=30^\circ$ であるとき、おうぎ形 OAF の面積は何 cm^2 か。なお、円周率には π をそのまま用いよ。

(2) 線分 CE の長さは何 cm か。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm

解答

(1) $\frac{4}{3} \pi \text{ cm}^2$

(2) $2\sqrt{6} \text{ cm}$

解説

(2)

AB は直径なので $\angle ACB=90^\circ$

$\triangle ABC$ において

三平方の定理より $AC=\sqrt{8^2-2^2}=2\sqrt{15} \text{ cm}$

$AD=DC=\frac{2\sqrt{15}}{2}=\sqrt{15} \text{ cm}$, $AO=OB=\frac{8}{2}=4 \text{ cm}$

中点連結定理から $OD=\frac{1}{2} BC=\frac{1}{2} \times 2=1 \text{ cm}$

$OD \parallel BC$ 平行線の錯角より

$\angle EDC=\angle ACB=90^\circ$

$ED=4-1=3 \text{ cm}$

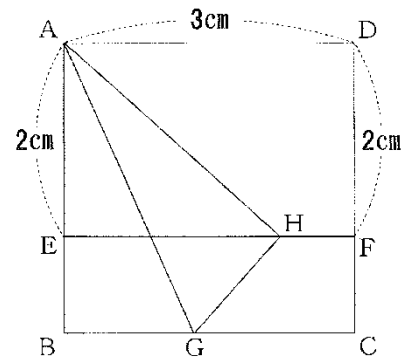
$\triangle EDC$ で三平方の定理より

$EC=\sqrt{3^2+(\sqrt{15})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6} \text{ cm}$

【問 42】

図のような、1 辺の長さが 3 cm の正方形 ABCD があり、2 点 E、F はそれぞれ辺 AB、辺 DC 上の点で、 $AE=DF=2$ cm である。また、辺 BC 上に点 G をとり、線分 EF 上に点 H をとる。点 A と点 G、点 G と点 H、点 H と点 A をそれぞれ結ぶ。 $\triangle ABG \equiv \triangle AHG$ であるとき、線分 BG の長さは何 cm か。

(香川県 2011 年度)



解答欄

cm

解答

$$\frac{3\sqrt{5}}{5} \text{ cm}$$

解説

$BG = x$ cm とおく。

$\triangle ABG \equiv \triangle AHG$ より

$AH = AB = 3$ cm

四角形 AEFD は長方形になるので $\angle AEH = 90^\circ$

$\triangle AEH$ で三平方の定理より

$$EH = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5} \text{ cm}$$

四角形 ABGH の面積に注目する。

$$\triangle ABH + \triangle HBG = 2\triangle ABG$$

$$\frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{5} + \frac{1}{2} \times x \times 1 = 2 \times \frac{1}{2} \times x \times 3$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2}x = 3x$$

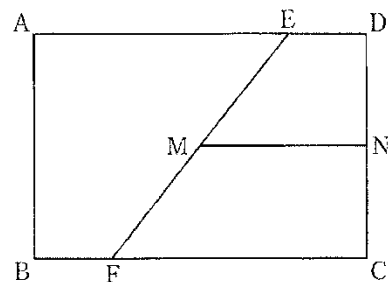
$$\frac{5}{2}x = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{3\sqrt{5}}{5} \text{ cm}$$

【問 43】

図のような, $AB=16\text{ cm}$, $AD=24\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。辺 AD , BC 上にそれぞれ点 E , F を, $DE=BF$ となるようにとり, 線分 EF の中点を M とする。また, 点 M を通り, 辺 AD に平行な直線と辺 DC との交点を N とする。四角形 $MFCN$ の面積が, 四角形 $EMND$ の面積の 2 倍になるときの線分 DE の長さを求めよ。

(愛媛県 2011 年度)



解答欄

cm

解答

4cm

解説

$DE=x\text{ m}$ とおく。

$ED \parallel MN \parallel FC$ より $DN:NC=EM:MF=1:1$

よって $NC=DN=\frac{16}{2}=8\text{ cm}$

四角形 $EFCD=16 \times 24 \times \frac{1}{2}=192\text{ cm}^2$

$\triangle EDN=\frac{1}{2} \times x \times 8=4x\text{ cm}^2$

$\triangle FCN=\frac{1}{2} \times (24-x) \times 8=96-4x\text{ cm}^2$

$\triangle EFN=\text{四角形 } EFCD-\triangle EDN-\triangle FCN=192-4x-(96-4x)=96\text{ cm}^2$

$EM=MF$ より $\triangle EMN=\frac{1}{2} \triangle EFN=\frac{1}{2} \times 96=48\text{ cm}^2$

四角形 $MFCN$ の面積が四角形 $EMND$ の面積の 2 倍より

四角形 $EMND=\frac{1}{3} \text{ 四角形 } EFCD$

よって $4x+48=\frac{1}{3} \times 96$

$x=4\text{ cm}$

【問 44】

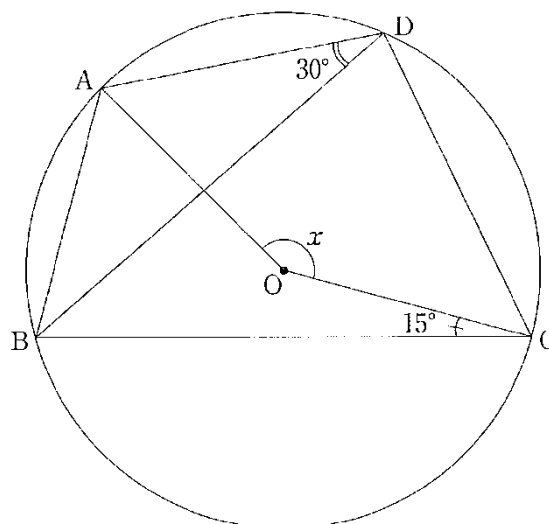
図のように半径 4 cm の円 O の周上に 4 点 A, B, C, D があり, $\angle ADB = 30^\circ$, $\angle OCB = 15^\circ$ である。

このとき, 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(佐賀県 2011 年度 前期)

(1) 円周角 $\angle ADB$ に対する弧 AB の長さを求めなさい。

(2) $\angle x$ の大きさを求めなさい。



解答欄

(1)	cm
(2)	度

解答

(1) $\frac{4}{3} \pi$ cm

(2) 150 度

解説

(1)

OB を結ぶ。

円周角の定理より

$$\angle AOB = 2 \angle ADB = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$\text{よって弧 AB} = 2\pi \times 4 \times \frac{60}{360} = \frac{4}{3} \pi \text{ cm}$$

(2)

OA = OB, $\angle AOB = 60^\circ$ より $\triangle OAB$ は正三角形。

よって $\angle ABO = 60^\circ$ OB = OC より $\angle OBC = \angle OCB = 15^\circ$

よって $\angle ABC = 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$

円周角の定理より

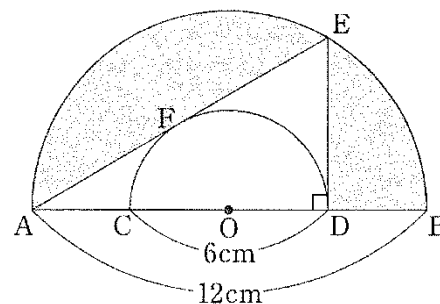
$$\angle x = 2 \angle ABC = 2 \times 75^\circ = 150^\circ$$

【問 45】

図のように、点 O を中心とし、 AB を直径とする半円（大きい半円）と、 CD を直径とする半円（小さい半円）があり、 $AB=12\text{ cm}$ 、 $CD=6\text{ cm}$ である。また、 E は大きい半円の周上の点で、弦 AE は点 F で小さい半円に接し、 $AB \perp ED$ である。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

（佐賀県 2011 年度 後期）



(1) 線分 AF の長さを求めなさい。

(2) 右の図の色をつけた部分の面積を求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm ²

解答

(1) $3\sqrt{3}\text{ cm}$

(2) $18\pi - \frac{27\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$

解説

(2)

$\triangle AOF$ と $\triangle AED$ は 2 組の角がそれぞれ等しいので相似になる。

よって $OF:ED=AF:AD$

$$3:ED=3\sqrt{3}:9$$

$$ED=\frac{3 \times 9}{3\sqrt{3}}=3\sqrt{3}\text{ cm}$$

よって求める面積は半円から $\triangle AED$ の面積をひけばよいから

$$\frac{1}{2} \times \pi \times 6^2 - \frac{1}{2} \times 9 \times 3\sqrt{3} = 18\pi - \frac{27\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$$

【問 46】

相似な 2 つの四角形 P, Q があって, P と Q の相似比は 1:2 である。P の面積が 5 cm^2 のとき, Q の面積は何 cm^2 か。

(長崎県 2011 年度)

解答欄

cm^2

解答

20cm^2

解説

P の面積:Q の面積 $=1^2:2^2$

$5:Q$ の面積 $=1:4$

Q の面積 $=5\times 4=20\text{ cm}^2$

【問 47】

相似な 2 つの四角形 P, Q があって, P と Q の相似比は 2:3 である。P の面積が 8 cm^2 のとき, Q の面積は何 cm^2 か。

(長崎県 2011 年度)

解答欄

cm^2

解答

18cm^2

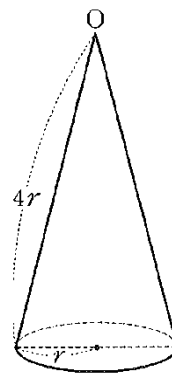
【問 48】

図1のように、 O を頂点とし、底面の半径が r 、母線の長さが $4r$ の円すいがある。このとき、次の問いに答えなさい。

(長崎県 2011 年度)

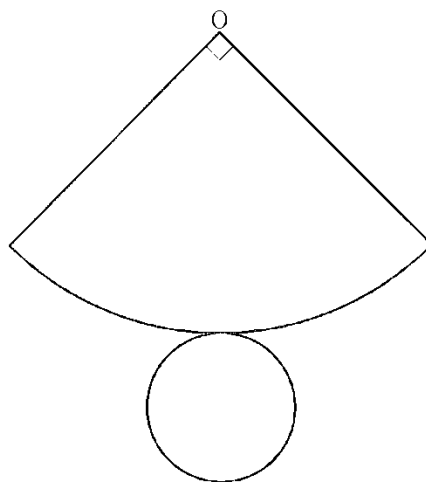
問1 底面の円周の長さを r の式で表せ。

図1



問2 図2は図1の円すいの展開図である。この展開図において、おうぎ形の中心角の大きさが 90° となることを説明せよ。

図2



問3 図3のように、図1の円すいの底面の直径を AB とする。2点 C, D は、それぞれ母線 OA, OB 上にあり、 $AC=BD=a$ である。また、線分 AC, BD の中点をそれぞれ E, F とする。この円すいの側面に、底面に平行で線分 CD を直径とする円の円周となる線をひき、この線で側面を 2 つに分ける。このうち、点 A を含む部分 (図3の  で示した部分) の面積を S とする。底面に平行で線分 EF を直径とする円の円周の長さを ℓ とするとき、 $S=a\ell$ となることを証明せよ。なお、図3の円すいの展開図のうち、側面になる部分を図4で示している。

図3

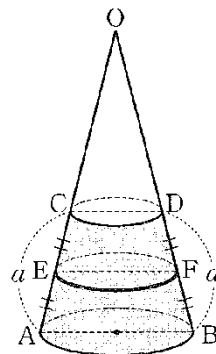
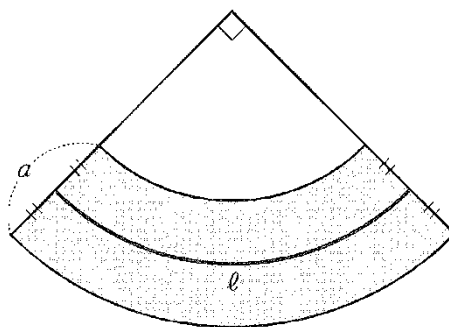


図4



解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 $2\pi r$

問2

おうぎ形の弧の長さは問1で求めた円周に等しく $2\pi r$ である。

半径 $4r$ の円の円周は $2\pi \times 4r = 8\pi r$ であるので

弧の長さは半径 $4r$ の円周の $\frac{2\pi r}{8\pi r}$

すなわち $\frac{1}{4}$ である。

弧の長さは中心角に比例するので

中心角は $360^\circ \times \frac{1}{4} = 90^\circ$ となる。

問3

半径が $4r$ 、中心角が 90° であるおうぎ形の面積は

$$\pi \times (4r)^2 \times \frac{1}{4} = 4\pi r^2$$

半径が $4r - a$ 、中心角が 90° であるおうぎ形の面積は

$$\pi \times (4r - a)^2 \times \frac{1}{4} = 4\pi r^2 - 2\pi ar + \frac{1}{4}\pi a^2$$

よって

$$S = 4\pi r^2 - \left(4\pi r^2 - 2\pi ar + \frac{1}{4}\pi a^2\right)$$

$$= 2\pi ar - \frac{1}{4}\pi a^2 \cdots \textcircled{1}$$

弧の長さが ℓ のおうぎ形の半径は

$4r - \frac{a}{2}$ であるので

$$\ell = 2\pi \times \left(4r - \frac{a}{2}\right) \times \frac{1}{4} = 2\pi r - \frac{1}{4}\pi a$$

したがって

$$a\ell = 2\pi ar - \frac{1}{4}\pi a^2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

$S = a\ell$ が成り立つ。

解説

問3

S は半径が $4r$ で中心角が 90° のおうぎ形の面積から

半径が $(4r - a)$ 、中心角が 90° のおうぎ形の面積をひいたもので

ℓ は半径 $\left(4r - \frac{a}{2}\right)$

中心角が 90° のおうぎ形の弧の長さである。

【問 49】

図1は、 $AB=2\text{ cm}$ 、 $BC=1\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ を、点 C を固定して右にたおした様子である。長方形の頂点 A 、 B 、 D はそれぞれ頂点 A' 、 B' 、 D' に移るものとする。このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2011 年度)

問1 長方形 $ABCD$ の対角線の長さを求めなさい。

図1

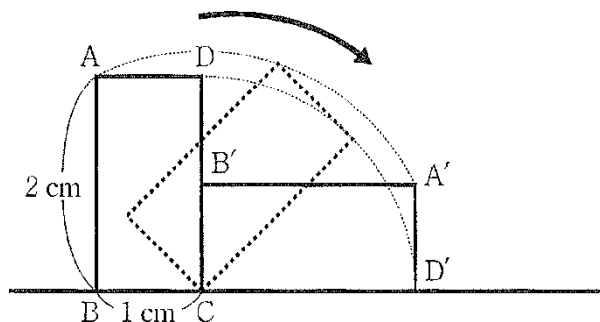
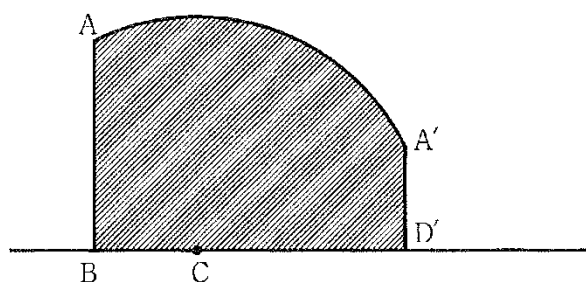


図2



問2 右の図2の斜線部分は、図1において長方形 $ABCD$ が通過した部分を表している。斜線部分の面積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

解答欄

問1	cm
問2	cm ²

解答

問1 $\sqrt{5}\text{ cm}$

問2 $\frac{5}{4}\pi + 2\text{ cm}^2$

解説

問2

求める面積は

$\triangle ABC + \triangle A'CD' + \text{おうぎ形 } ACA'$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 2 + \pi \times (\sqrt{5})^2 \times \frac{90}{360}$$

$$= 1 + 1 + \frac{5}{4}\pi = \frac{5}{4}\pi + 2\text{ cm}^2$$