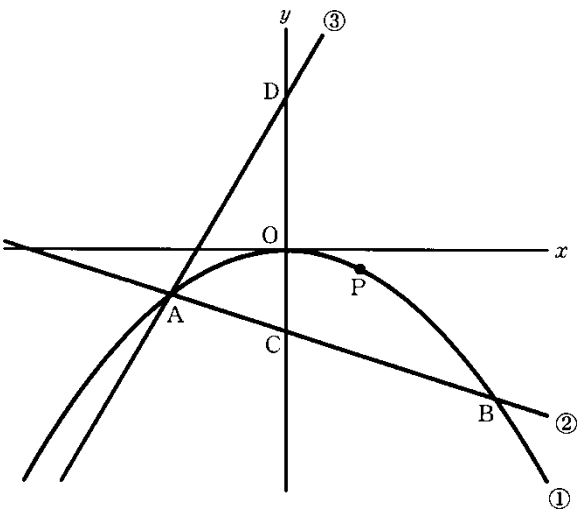


6. 二次関数と動点に関する問題

【問 1】

図で、放物線①は $y = -\frac{1}{9}x^2$ のグラフであり、点Pはこの放物線上を動いている。放物線①と直線②の交点をA, Bとし、それぞれの x 座標は $-3, 6$ である。直線③は点 A を通り、切片は4である。直線②, ③と y 軸との交点をそれぞれ C, D とする。次の(1)～(4)に答えなさい。ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とする。

(青森県 2002 年度)



- (1) 点 B の y 座標を求めなさい。
- (2) 直線③の式を求めなさい。
- (3) 線分 AB の長さを求めなさい。
- (4) $\triangle OAC$ と $\triangle OPD$ の面積比が $2:1$ のとき、点 P の座標をすべて求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	cm
(4)	

解答

(1) -4

(2) $y = \frac{5}{3}x + 4$

(3) $3\sqrt{10}$ cm

(4) $(\frac{3}{4}, -\frac{1}{16}), (-\frac{3}{4}, -\frac{1}{16})$

解説

(1)

Bは放物線 $y = -\frac{1}{9}x^2 \cdots \textcircled{1}$ 上の点だから $x=6$ を $\textcircled{1}$ に代入して $y = -\frac{1}{9} \times 6^2 = -4$

(2)

Aは放物線 $\textcircled{1}$ 上の点だから, $x=-3$ を $\textcircled{1}$ に代入して, $y = -\frac{1}{9} \times (-3)^2 = -1$

よって, 点 $A(-3, -1)$ を得る。

$\textcircled{3}$ は, 2点 $A(-3, -1)$, $D(0, 4)$ を通る直線だから, 傾きは $(y \text{ の増加量}) \div (x \text{ の増加量})$ より,

$$\{4 - (-1)\} \div \{0 - (-3)\} = 5 \div 3 = \frac{5}{3}$$

$D(0, 4)$ を通るから切片は4よって, 直線 $\textcircled{3}$ の式は $y = \frac{5}{3}x + 4$

(3)

$A(-3, -1)$, $B(6, -4)$ より

線分ABの長さは $\sqrt{\{6 - (-3)\}^2 + \{(-4) - (-1)\}^2} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{81+9} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$
cm

(4)

直線 $\textcircled{2}$ の式を求めると傾きは $3 \div 9 = \frac{1}{3}$ 直線の式を $y = \frac{1}{3}x + b$ とおくと, $B(-3, -$

$1)$ を代入して, $-1 = \frac{1}{3} \times (-3) + b$ これを解くと $b = -2$

よって, Cの座標は $(0, -2)$ である。

したがって, $\triangle OAC$ の面積は $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3\text{cm}^2$

$\triangle OAC$ と $\triangle OPD$ の面積比が $2:1$ だから, $\triangle OPD$ の面積は $3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}\text{cm}^2$ となる。

$\triangle OPD$ の面積は底辺を OD と考えると高さは点Pの x 座標の絶対値となる。

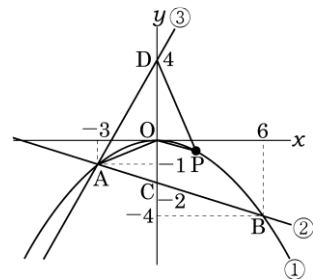
点Pの x 座標を t とおくと $\triangle OPD$ の面積が $\frac{3}{2}$ より $\frac{1}{2} \times 4 \times t = \frac{3}{2}$ これを解くと $t = \frac{3}{4}$

ところで, 点Pの x 座標は負の場合も考えられるので $t = \pm \frac{3}{4}$ となる。

Pは $\textcircled{3}$ 上の点だから, $t = \frac{3}{4}$ のとき $y = -\frac{1}{9} \times (\frac{3}{4})^2 = -\frac{1}{16}$

$t = -\frac{3}{4}$ のとき $y = -\frac{1}{9} \times (-\frac{3}{4})^2 = -\frac{1}{16}$

よって点Pの座標は $(\frac{3}{4}, -\frac{1}{16}), (-\frac{3}{4}, -\frac{1}{16})$



【問 2】

図 I の長方形 ABCD において、辺 AD の中点を E とする。点 P は E を出発して、毎秒 1 cm の速さで边上を動き、頂点 A, B を通って頂点 C に到着したところで停止する。

図 II は、P が E を出発してから x 秒後の三角形 EPC の面積を y cm² として、P が A に到着するまでの x と y の関係をグラフに表したものである。

次の(1)~(4)の問いに答えなさい。

図 I

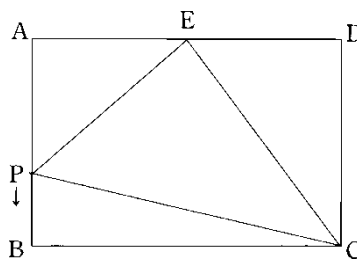
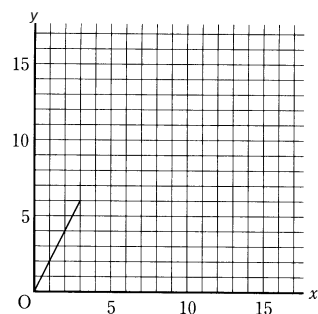


図 II



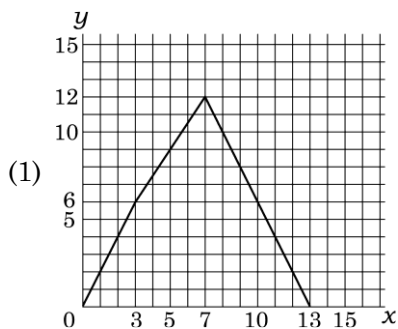
(群馬県 2002 年度)

- (1) P が A から B を通り C に到着するまでの x と y の関係を表すグラフを、解答欄の図にかきなさい。
- (2) $y=7$ となるときの x の値を、すべて求めなさい。
- (3) 三角形 EPC が二等辺三角形となるときの y の値を、すべて求めなさい。
- (4) P が AB 上にあつて、三角形 EPC の周の長さが最小となるときの x の値を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	

解答



(2) $\frac{11}{3}, \frac{19}{2}$

(3) $\frac{25}{3}, 10, 12$

(4) $\frac{13}{3}$

解説

(1)

図Ⅱのグラフより、点 P が点 A に到着したとき、 $\triangle EPC = 6 \text{ cm}^2$ AE=3 cm より、 $AB=DC=6 \times 2 \div 3 = 4 \text{ cm}$

点 E は AD の中点だから、 $AD=BC=2AE=6 \text{ cm}$

よって点 P が点 B に到着するとき($x=7$ のとき) $\triangle EPC = 12 \text{ cm}^2$

また点 P が点 C に到着するとき($x=13$ のとき), $\triangle EPC = 0 \text{ cm}^2$

点(3, 6), 点(7, 12), 点(13, 0)を直線で結ぶ。

(2)

$y=7$ となるのは(1)のグラフより $y = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$, $y = -2x + 26$ のときであるから

それぞれに $y=7$ を代入して

$$7 = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \cdots \text{①}$$

$$7 = -2x + 26 \cdots \text{②}$$

①より $x = \frac{11}{3}$

②より $x = \frac{19}{2}$

(3)

図1のとき $y = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 \text{ cm}^2$ 図2のとき $PC=EC = \sqrt{4^2+3^2} = 5$ より $y = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10 \text{ cm}^2$

また図3のとき $\triangle PQC \sim \triangle CDE$ で $QC = \frac{5}{2} \text{ cm}$ だから

$$PC = \frac{5}{3} \times QC = \frac{5}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{6} \text{ cm} \text{ よって } y = \frac{1}{2} \times \frac{25}{6} \times 4 = \frac{25}{3} \text{ cm}^2$$

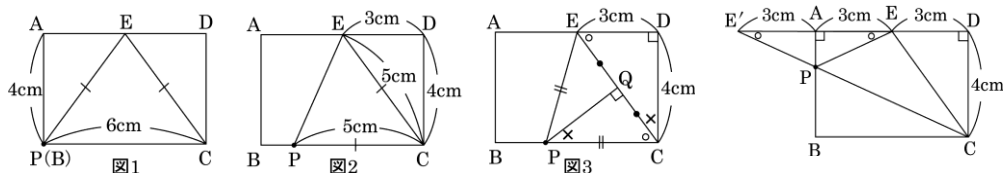
(4)

DA の延長線上に $EA=AE'$ となる点 E' をとる。

$PE=PE'$ より、 $E'PC$ が直線になるとき $\triangle EPC$ の周の長さは最小。

$\triangle APE' \sim \triangle DCE'$ より、 $AP=x \text{ cm}$ とすると、 $AP:DC=AE':DE'$

$$(x-3):4=3:9 \quad x = \frac{13}{3}$$



【問 3】

図1のように直角をはさむ2辺の長さが 図1
4cmの、合同な2つの直角二等辺三角形
 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ がある。4つの頂点B,
C, F, Eは直線 ℓ 上にあつて2つの頂点C,
Fは重なっている。この $\triangle ABC$ を頂点Cが
頂点Eに重なるまで、直線 ℓ に沿って矢印の向きに移動させる。

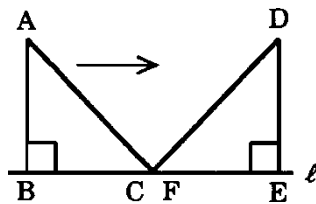


図2

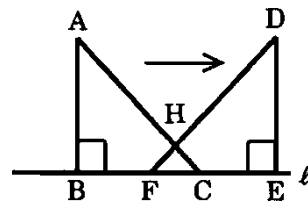


図2は、2つの三角形が一部分重なった状態を表し、辺 AC と DF の交点を H としたものである。2点 F, C の距離を x cm とし、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(新潟県 2002 年度)

(1) $x=1$ のとき、線分 FH の長さを求めなさい。

(2) $0 \leq x \leq 4$ のとき、重なっている部分の面積を y cm^2 とする。このとき、 x と y の関係を式で表し、解答用紙の

--

の中に書きなさい。また、その関数のグラフをかきなさい。

(3) $0 < x \leq 4$ のとき、2点 A, F を直線で結び、 $\triangle AFH$ をつくる。この三角形の面積が $\triangle ABC$ の面積の $\frac{3}{8}$ となる
とき、 x の値を求めなさい。

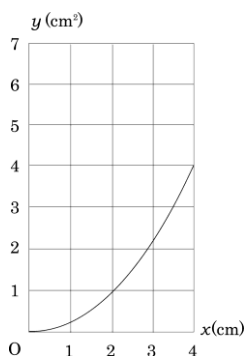
解答欄

(1)	cm																																								
(2)	式 $y(\text{cm}^2)$ <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> </table> $x(\text{cm})$	7					6					5					4					3					2					1					0	1	2	3	4
7																																									
6																																									
5																																									
4																																									
3																																									
2																																									
1																																									
0	1	2	3	4																																					
(3)	$x=$																																								

解答

(1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

(2) $y = \frac{1}{4}x^2$



(3) $x=2$

解説

(1)

$\triangle HFC$ は直角二等辺三角形である。

$x=1$ のとき、つまり $FC=1$ cm のとき

$$FH:FC=1:\sqrt{2}$$

$$FH:1=1:\sqrt{2}$$

$$\text{これより } FH = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$$

(2)

$$FC=x \text{ cm とするとき } FH = \frac{\sqrt{2}x}{2}$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}x}{2} \times \frac{\sqrt{2}x}{2} = \frac{1}{4}x^2$$

$y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフは図のようになる。

(3)

$\triangle AFH = \frac{3}{8} \triangle ABC$ のとき $\triangle ABF + \triangle HFC = \frac{8}{5} \triangle ABC$ である。

$FC=x$ cm とすると次の方程式ができる。

$$\frac{1}{2} \times (4-x) \times 4 + \frac{1}{4}x^2 = \frac{5}{8} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 4$$

式を整理すると

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

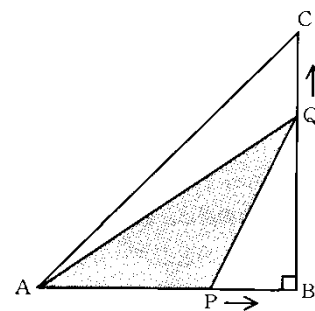
$$(x-2)(x-6) = 0$$

$0 < x \leq 4$ だから

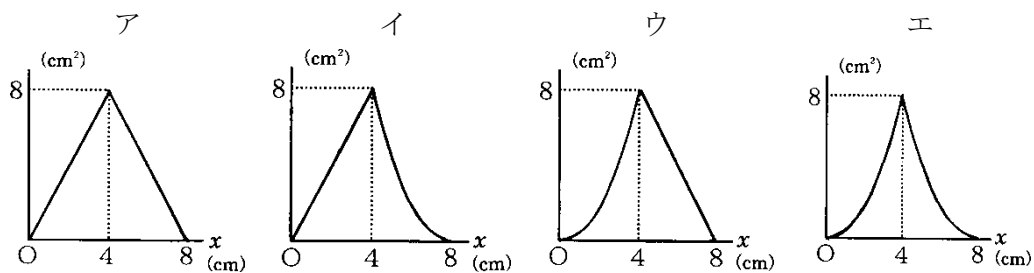
$$x=2$$

【問 4】

図のように、 $AB=BC=4\text{ cm}$ の直角二等辺三角形がある。点 P は A をスタートし、辺 AB , BC 上を、 B を通って C まで、一定の速さで動く。点 Q は、点 P と同時に B をスタートし、辺 BC 上を C まで、点 P と同じ速さで動く。このとき、点 P が動いた長さ $x\text{ cm}$ と $\triangle APQ$ の面積 $y\text{ cm}^2$ の関係を表すグラフはどれか。下のア～エから1つ選んで記号で答えなさい。ただし、曲線は放物線の一部とする。



(富山県 2002 年度)



解答欄

解答

ウ

解説

$0 \leq x \leq 4$ のとき $y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2} x^2$ グラフは放物線になる。

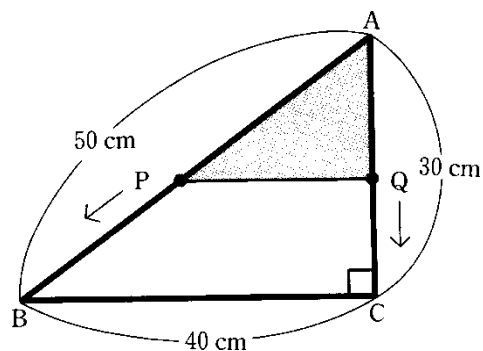
$4 \leq x \leq 8$ のとき $y = \frac{1}{2} \times (8-x) \times 4 = -2x + 16$ グラフは直線になる。

【問 5】

図のような、 $AB=50\text{ cm}$ 、 $BC=40\text{ cm}$ 、 $CA=30\text{ cm}$ の直角三角形 ABC がある。点 P 、 Q が同時に A を出発して、 P は分速 5 cm で $\triangle ABC$ の辺上を B を通って C まで動き、 Q は分速 3 cm で辺 AC 上を C まで動く。ただし、 Q は C で止まってその後は動かないものとする。 P 、 Q が A を出発して x 分後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。

次の(1)～(4)の問いに答えなさい。

(岐阜県 2002 年度)



(1) $0 \leq x \leq 10$ のとき、

(ア) PQ の長さを x を用いて表しなさい。

(イ) x と y との関係を式で表しなさい。

(2) P 、 Q が A を出発してから 14 分後の $\triangle APQ$ の面積を求めなさい。

(3) x と y との関係を表すグラフをかきなさい。 ($0 \leq x \leq 18$)

(4) $\triangle APQ$ の面積が 150 cm^2 以上であるのは、 P 、 Q が A を出発して何分後から何分後までであるかを求めなさい。

解答欄

(1)	(ア)	cm
	(イ)	$y =$
(2)	cm ²	
(3)		
(4)	分後から	分後まで

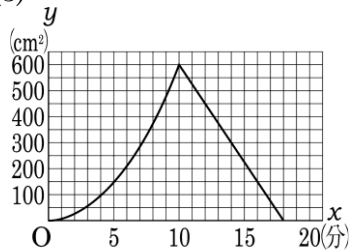
解答

(1)

(ア) $4x$ cm (イ) $y=6x^2$

(2) 300cm^2

(3)



(4) 5分後から 16 分後まで

解説

(1)

(ア)

x 分後の長さは $AP=5x$ cm, $AQ=3x$ cm

また, $\triangle APQ \sim \triangle ABC$ より3辺の比が等しいから $PQ=4x$ cm

(イ)

$\triangle APQ$ の面積を y cm^2 とするのだから

$$y = \frac{1}{2} \times AQ \times PQ = \frac{1}{2} \times 3x \times 4x = 6x^2$$

(2)

$10 < x \leq 18$ のとき, $\triangle APQ$ は図のようになる。

x 分後の $A-B-P$ の長さは $5x$ cm だから

x 分後の PC の長さは $90-5x$ cm となる。

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times AQ \times PC = \frac{1}{2} \times 30 \times (90-5x)$$

$$= 15(90-5x) = 1350-75x$$

$y=1350-75x$ に $x=14$ を代入すると

$$y = 1350-75 \times 14 = 1350-1050 = 300\text{cm}^2$$

(3)

(1), (2)より $0 \leq x \leq 10$ のとき $y=6x^2$ …①

$10 < x \leq 18$ のとき $y=1350-75x$ …②

①, ②より解答欄のグラフとなる。

(4)

グラフより $\triangle APQ$ の面積が 150 cm^2 である点は2点ある。

$y=6x^2$ に $y=150$ を代入すると $6x^2=150$ これを解いて $x=\pm 5$

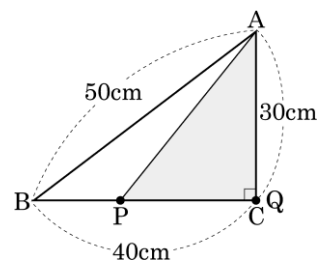
$0 \leq x \leq 10$ より

$x=5$

また $y=1350-75x$ に $y=150$ を代入すると $1350-75x=150$

これを解くと $x=16$

よって求める範囲は $5 \leq x \leq 16$

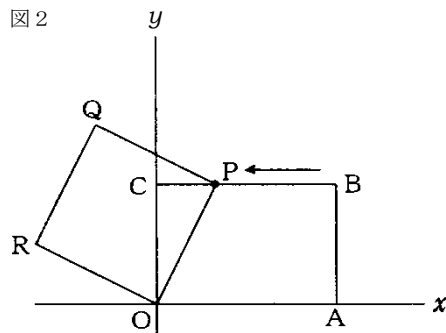
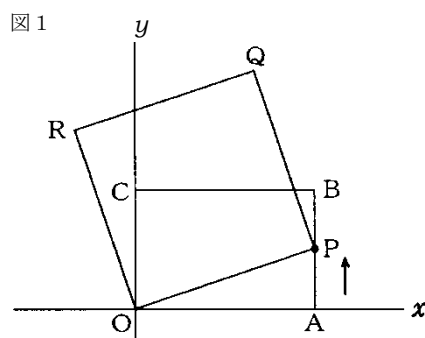


【問 6】

図1のように、点Oを原点とする座標平面上に3点A(6, 0), B(6, 4), C(0, 4)がある。いま、点Pは、Aを出発し、AB, BC上をCまで毎秒1cmの速さで動くものとする。また、 y 軸の正の方向にOPを一边とする正方形OPQRをつくる。

ただし、座標軸の単位の長さは1cmとする。このとき、後の(1)~(4)の問いに答えなさい。

(滋賀県 2002 年度)



(1) 点 P が A を動き始めてから、3秒後の点 P の座標を求めなさい。

(2) 点 P が B の位置にあるとき、2点 O, Q を通る直線の式を求めなさい。

(3) 図2のように、点 P が B から C まで動くとき、点 R の座標を (x, y) とする。 x と y の関係のグラフを図3に表しなさい。

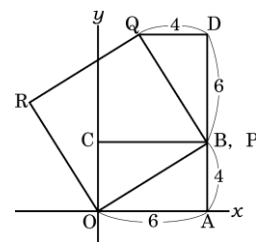
(4) 図2のように点 P が BC 上にあるとき、次の①, ②の問いに答えなさい。

① 点 P が A を動き始めてから、 t 秒後の PB の長さを t を用いて表しなさい。

② 正方形 OPQR と四角形 OABP の面積が等しくなるのは、点 P が A を動き始めてから、何秒後か。求めなさい。

解答欄

(1)	(,)		
(2)			
(3)	図3		
(4)	①	cm	② 秒後



【問 7】

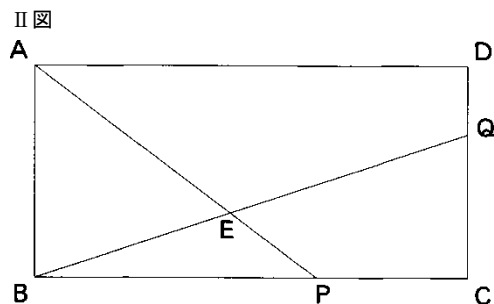
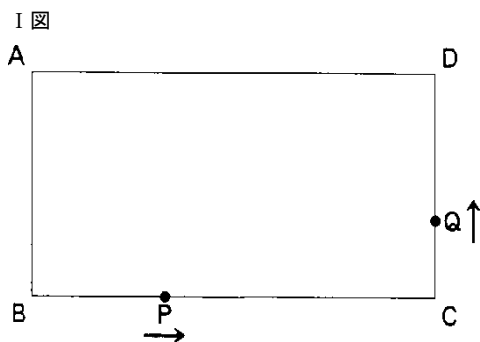
I 図のように、 $AB=3\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。点 P は、 B から出発して毎秒 1 cm の速さで、辺 BC 上を C まで進む。また、点 Q は、点 P が出発すると同時に、 C から出発して毎秒 0.5 cm の速さで、辺 CD 上を D まで進む。

このとき、次の問い(1)・(2)に答えよ。

(京都府 2002 年度)

- (1) 点 P が、 B を出発してから x 秒後の $\triangle ABP$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、 x と y の関係をグラフに表せ。

ただし、 x の変域は、 $0 \leq x \leq 6$ とする。



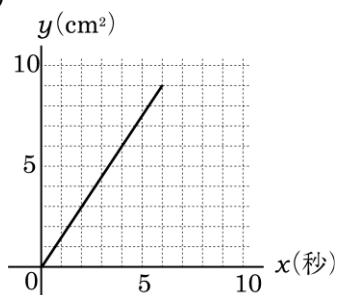
- (2) II 図のように、線分 AP 、 BQ の交点を E とするとき、点 P 、 Q が、それぞれ B 、 C を出発してから4秒後の $\triangle EBP$ の面積と長方形 $ABCD$ の面積の比を最も簡単な整数の比で答えよ。

解答欄

(1)	
(2)	:

解答

(1)



(2) 4:39

解説

(1)

x 秒後のBPの長さは x cmだから $\triangle ABP$ の面積は $\frac{1}{2} \times x \times 3 = \frac{3}{2} x \text{ cm}^2$

よって $y = \frac{3}{2} x$ ($0 \leq x \leq 6$)

$x=0$ のとき $y=0$

$x=6$ のとき $y=9$ だから

グラフは2点(0, 0), (6, 9)を結べばよい。

(2)

点 P から AD に垂線をひき BQ との交点を R とする。

$BP = 1 \times 4 = 4 \text{ cm}$

$CQ = 0.5 \times 4 = 2 \text{ cm}$ となる。

$RP \parallel QC$, $BP:BC = 2:3$

よって $RP = \frac{2}{3} QC = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3} \text{ cm}$

$AB \parallel RP$ より

$\triangle ABE \sim \triangle PRE$ だから

$AB:PR = AE:PE$

$3:\frac{4}{3} = 9:4 \cdots \textcircled{1}$

$\triangle ABP$ の面積は

$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 \text{ cm}^2$

$\textcircled{1}$ より $\triangle EBP = \frac{4}{13} \triangle ABP$

よって $\triangle EBP$ の面積は $\frac{4}{13} \times 6 = \frac{24}{13} \text{ cm}^2$

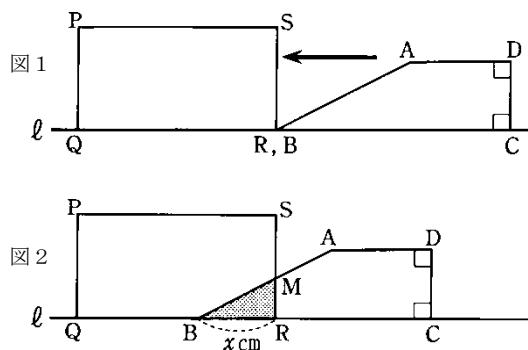
長方形 ABCD の面積は $3 \times 6 = 18 \text{ cm}^2$

よって $\triangle EBP$ の面積:長方形 ABCD の面積 $= \frac{24}{13} : 18 = 4:39$

【問 8】

図1で、四角形 ABCD は $BC=7\text{ cm}$, $CD=2\text{ cm}$, $DA=3\text{ cm}$, $\angle C=\angle D=90^\circ$ の台形であり、四角形 PQRS は $PQ=3\text{ cm}$, $PS=6\text{ cm}$ の長方形である。また、頂点 B, C, Q, R は直線 ℓ 上にあり、B と R は重なっている。いま、この台形を直線 ℓ にそって矢印の向きに、頂点 B が頂点 Q に重なるまで移動させる。図2は、この途中のようすを表している。台形 ABCD の周のうち辺 BC, CD を除いた部分と辺 SR との交点を M として、各問いに答えよ。

(奈良県 2002 年度)



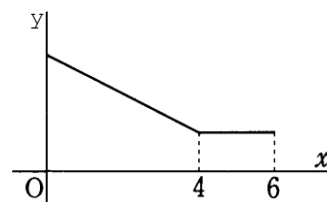
(1) 線分 BR の長さが $x\text{ cm}$ のときの、台形 ABCD と長方形 PQRS の重なった部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。

① $x=4$ のときの y の値を求めよ。

② x の変域が $0 \leq x \leq 4$ のとき、 y を x の式で表し、そのグラフをかけ。

③ x の変域が $4 \leq x \leq 6$ のとき、 y を x の式で表せ。

(2) 右のグラフは、線分 BR の長さが $x\text{ cm}$ のときの、ある線分の長さを $y\text{ cm}$ として、 x と y の関係を表したものである。ある線分とはどの線分か。次のア～オから1つ選び、その記号を書け。ただし、 $x=0$ のときは、点 M は頂点 R の位置にあるものとする。



ア BQ イ MA ウ MR エ MS オ CR

(3) 3点 S, A, C が一直線上にあるときの線分 BR の長さを求めよ。

解答欄

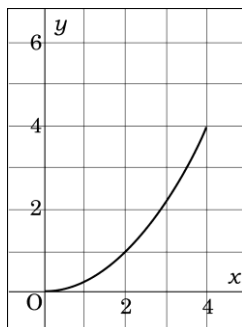
(1)	①	$y=$	
	②	式	$y=$
		グラフ	
③	$y=$		
(2)			
(3)	cm		

解答

(1)

① $y=4$

② 式 $y=\frac{1}{4}x^2$ グラフ



③ $y=2x-4$

(2) エ

(3) $\frac{5}{2}$ cm

解説

(1)

①

$x=4$ のとき、点 A は長方形 PQRS の辺 SR 上にくる。

△MBR は、BR=4 cm, MR=2 cm となるから

求める面積は $y=\frac{1}{2} \times 4 \times 2=4$

②

△MBR で、BR:MR=4:2=2:1

だから、BR= x cm としたとき MR= $\frac{1}{2}x$ cm と表されるので

$$y=\frac{1}{2} \times x \times \frac{1}{2}x=\frac{1}{4}x^2$$

グラフは図のようになる。

③

$$y=4+2 \times (x-4)=2x-4$$

(2)

線分 MS の長さは

$0 \leq x \leq 4$ のとき $3-\frac{1}{2}x$ cm で 3 cm から 1 cm まで短くなり

$4 \leq x \leq 6$ のとき 1 cm で一定である。

(3)

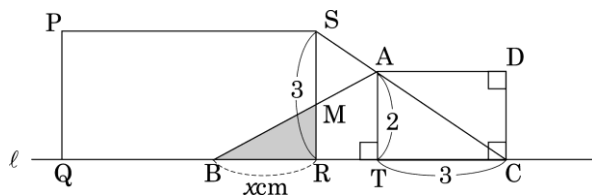
下図のように、3点 S, A, C が一直線上にあるとき点 A から直線 ℓ に垂線 AT をひく。

AT // SR だから、三角形と比の定理より

$$CR:CT=SR:AT \rightarrow CR:3=3:2 \text{ より}$$

$$CR=\frac{9}{2} \text{ cm}$$

$$BR=BC-CR=7-\frac{9}{2}=\frac{5}{2} \text{ cm}$$



【問 9】

図の①は、関数 $y=ax^2$ のグラフである。②は、①上の点A(4, 8)と y 軸上の点B(0, 4)を通る直線である。

このとき、次の各問いに答えなさい。ただし、原点Oと点(1, 0)、点(0, 1)との距離をそれぞれ1 cmとする。

(鳥取県 2002 年度)

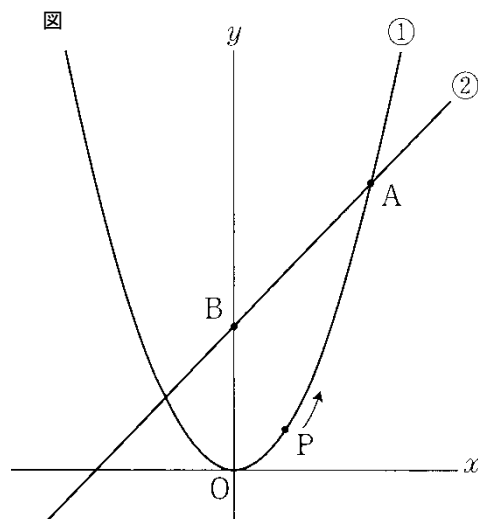
問1 a の値を求めなさい。

問2 点Pは、原点Oを出発して、①のグラフ上を矢印の方向に進むものとする。

(1) ①の関数について x の値が 0 から t まで増加するときの変化の割合を、 t を用いて表しなさい。

(2) 直線 OP が直線②と平行になるとき、点 P の x 座標を求めなさい。

問3 x 軸を軸として、 $\triangle OAB$ を1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。



解答欄

問1	$a =$	
問2	(1)	
	(2)	$x =$
問3	cm^3	

解答

問1 $a = \frac{1}{2}$

問2

(1) $\frac{1}{2}t$

(2) $x=2$

問3 $64\pi\text{ cm}^3$

解説

問1

$$y=ax^2 \text{ に } x=4, y=8 \text{ を代入して } 8=a \times 4^2 \quad 16a=8 \quad a=\frac{1}{2}$$

問2

(1)

$$y=\frac{1}{2}x^2 \text{ において, } x=0 \text{ のとき } y=0 \quad x=t \text{ のとき } y=\frac{1}{2}t^2$$

$$\text{変化の割合} = \frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})} = \frac{\frac{1}{2}t^2 - 0}{t - 0} = \frac{1}{2}t$$

(2)

$$\text{直線ABの傾きは } \frac{8-4}{4-0} = 1 \text{ だから直線OPの傾きも } 1$$

$$\text{点Pの}x\text{座標を}t\text{とすると(1)より } \frac{1}{2}t = 1 \quad t=2$$

よって x 座標は 2

問3

直線②と x 軸との交点を C とすると C(−4, 0)

また, A から x 軸に垂線 AD をひく。

求める立体の体積は

底面の半径 AD, 高さ CD の円すいの体積から

底面の半径 BO, 高さ CO の円すいと, 底面の半径 AD, 高さ OD の円すいの体積をひけば求められるので

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times 8 - \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 4 - \frac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times 4 = 64\pi\text{ cm}^3$$

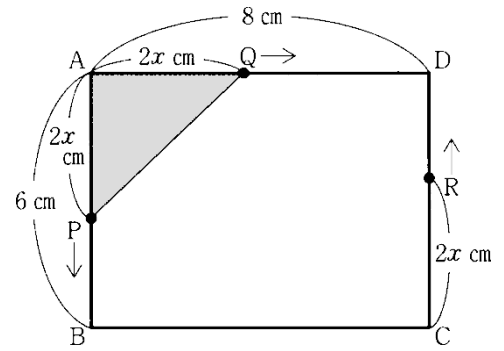
【問 10】

AB=6 cm, AD=8 cmの長方形ABCDがある。点Pは辺AB上をAからBに向かって動き、点Qは辺AD上をAからDに向かって、また点Rも辺CD上をCからDに向かって動く。3点P, Q, Rは同時に出発して、すべて毎秒2 cmの速さで動き、点PがBに達したときに同時に停止するものとする。

図1～3は、3点P, Q, Rが出発してから x 秒後のようすであり、 $AP=AQ=CR=2x$ cmである。

次の問1～問3に答えなさい。

図1



(島根県 2002 年度)

問1. 図1で、 $\triangle APQ$ の面積を y cm^2 とする。次の1～3に答えなさい。

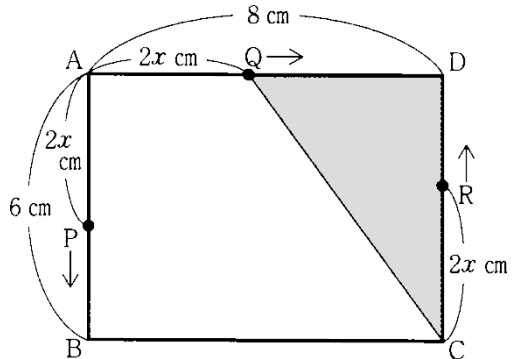
1. 3点P, Q, Rが停止するのは、出発してから何秒後か、答えなさい。
2. y を x の式で表しなさい。
3. x と y の関係をグラフに表しなさい。

問2. 図2で、 $\triangle CDQ$ の面積を y cm^2 とする。次の1～3に答えなさい。

1. 点QがAを出発して2秒後の、 y の値を求めなさい。

図2

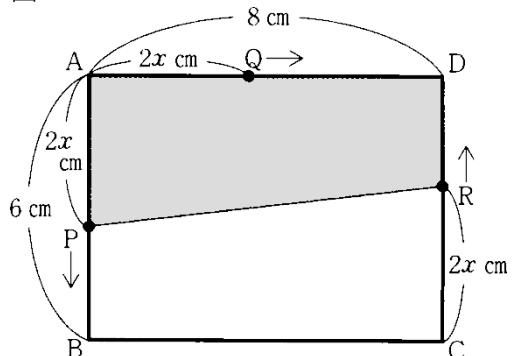
2. y は x の一次関数となる。 y を x の式で表しなさい。
3. 点A, B, C, DおよびP, Q, Rのうちの3点を頂点とする直角三角形で、面積が x の一次関数となるものを、 $\triangle CDQ$ 以外で1つ答えなさい。



問3. 図3で、台形APRDの面積を y cm^2 とするとき、 x と y はどのような関係にあるか。次のア～エから1つ選んで記号で答えなさい。

- ア y は x に比例する。
- イ y は x に反比例する。
- ウ y は x が変化しても一定である。
- エ y は x の2乗に比例する。

図3



解答欄

問1	1	秒後
	2	
	3	
問2	1	
	2	
	3	△
問3		

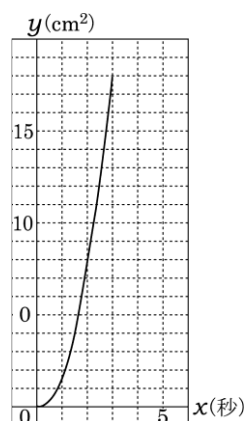
解答

問1

1 3秒後

2 $y=2x^2$

3



問2

1 12

2 $y=-6x+24$

3 $\triangle ADR$ ($\triangle BCP$, $\triangle ADP$, $\triangle BCR$, $\triangle ABQ$)

問3.

ウ

解説

問1

1

点PがBに達したときでAB=6 cm, 点Pの速さは毎秒2 cmだから, $6 \div 2 = 3$ 秒後

2

$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times AQ$ だから, $y = \frac{1}{2} \times 2x \times 2x = 2x^2$

3

x の変域が $0 \leq x \leq 3$ であることに注意してグラフをかく。

問2

1

$\triangle CDQ = \frac{1}{2} \times QD \times CD$ で, $QD = AD - AQ = 8 - 2x$ cmだから

$$y = \frac{1}{2} \times (8 - 2x) \times 6 = \frac{1}{2} \times (8 - 2 \times 2) \times 6 = 12 \text{ cm}^2$$

2

$$y = \frac{1}{2} \times (8 - 2x) \times 6 = -6x + 24$$

3

頂点として選ぶ3点のうち, 1つを動点であるP, Q, Rのいずれかにすればよい。

例として, $\triangle ADR$ のほか $\triangle BCP$, $\triangle ADP$, $\triangle BCR$, $\triangle ABQ$ が考えられる。

問3

$$\text{台形 } APRD = \frac{1}{2} \times (AP + DR) \times AD$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times (2x + 6 - 2x) \times 8 \quad y = 24$$

y は x が変化しても一定値 24 をとるからウ。

図のような、直角三角形 ABC があり、 $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 4 \text{ cm}$ ， $BC = 8 \text{ cm}$ で、点 D は、辺 BC の中点である。点 P は、線分 BD 上を点 B から点 D まで動く点である。点 P が、2点 B, D と異なる点であるとき、点 P を通り、辺 AB に平行な直線をひき、線分 AD との交点を Q とする。また、点 Q を通り、辺 BC に平行な直線をひき、辺 AB との交点を R、辺 AC との交点を S とする。

ウ $\triangle ARS$ の面積が、台形 $PCSQ$ の面積の $\frac{9}{4}$ 倍になるのは、 x の値がいくらのときか。 x の値を求める過程も、式と計算を含めて書け。

解答欄

ア	
イ	$y =$
ウ	x の値を求める過程 答 x の値

解答

ア $0 < x < 4$

イ $y = x^2$

ウ

求める過程

$$\triangle ABC = 16 \text{ cm}^2$$

$$\text{またイの結果より} \triangle ARS = x^2 \text{ cm}^2$$

$$PQ = PD = (4 - x) \text{ cm} \text{ なので}$$

$$\text{四角形 BPQR} = BP \times PQ = (4x - x^2) \text{ cm}^2 \text{ だから}$$

台形 PCSQ の面積は

$$\triangle ABC - \triangle ARS - \text{四角形 BPQR} = 16 - x^2 - (4x - x^2) = (16 - 4x) \text{ cm}^2 \text{ となる。}$$

$$\text{したがって } x^2 = \frac{9}{4} (16 - 4x)$$

$$\text{整理すると } x^2 + 9x - 36 = 0$$

$$(x - 3)(x + 12) = 0$$

$$\text{よって } x = 3 \text{ または } x = -12$$

$$0 < x < 4 \text{ だから}$$

$x = 3$ は問題にあうが $x = -12$ は問題にあわない。

答 x の値 3

解説

ア

BD = 4 cm であり、点 P は点 B, D と異なる点なので $0 < x < 4$

イ

RS // BC より、 $\triangle ARS \sim \triangle ABC$ だから

$$AR : RS = AB : BC = 4 : 8 = 1 : 2$$

また点 D は BC の中点だから、点 Q は RS の中点となり

$$RQ = BP = x \text{ cm} \text{ より } RS = 2x \text{ cm}$$

$$AR = \frac{1}{2} RS = x \text{ cm}$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times 2x \times x = x^2$$

ウ

$$\triangle ABC = 16 \text{ cm}^2$$

$$\text{また、イの結果より} \triangle ARS = x^2 \text{ cm}^2$$

$$PQ = PD = (4 - x) \text{ cm} \text{ なので}$$

$$\text{四角形 BPQR} = BP \times PQ = (4x - x^2) \text{ cm}^2 \text{ だから}$$

台形 PCSQ の面積は

$$\triangle ABC - \triangle ARS - \text{四角形 BPQR}$$

$$= 16 - x^2 - (4x - x^2)$$

$$= (16 - 4x) \text{ cm}^2 \text{ となる。}$$

$$\text{したがって } x^2 = \frac{9}{4} (16 - 4x)$$

整理すると

$$x^2 + 9x - 36 = 0$$

$$(x - 3)(x + 12) = 0$$

$$\text{よって } x = 3 \text{ または } x = -12$$

$$0 < x < 4 \text{ だから } x = 3 \text{ は問題にあうが}$$

$$x = -12 \text{ は問題にあわない。}$$

【問 12】

図1のように、点 $O(0, 0)$, $A(8, 0)$, $B(8, 3)$, $C(6, 3)$ を頂点とする台形 $OABC$ がある。点 P は辺 OC , CB 上を点 O から点 B まで動く点である。点 P から辺 OA に垂線をひき、その交点を H とし、線分 PH を1辺とする正方形 $PHQR$ を、直線 PH について点 O と反対側につくる。

このとき、次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2002 年度)

1. 直線 OC の式を求めよ。
2. 点 P の x 座標を t とするとき、台形 $OABC$ を直線 PH で分けたときの点 O をふくむ方の図形に、正方形 $PHQR$ をくっつけた図形の面積(図2の  をつけた台形の面積)を S とする。ただし、 $t=0$ のとき、 $S=0$ とする。

(1) 次のそれぞれの場合について、 S を t の式で表し、そのグラフをかけ。

ア $0 \leq t \leq 6$ のとき

イ $6 \leq t \leq 8$ のとき

(2) 面積 S が 12 となるときの t の値を求めよ。

図 1

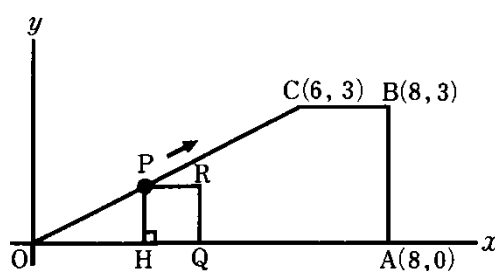
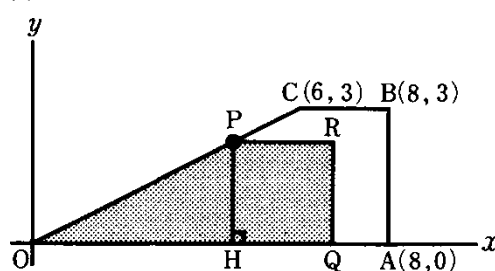


図 2



解答欄

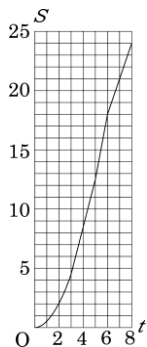
1		
2	(1)	ア $S=$ イ $S=$
	(2)	

解答

1 $y = \frac{1}{2}x$

2.

(1) ア $S = \frac{1}{2}t^2$ イ $S = 3t$



(2) $2\sqrt{6}$

解説

1

直線 OC は、原点を通る直線なので $y = ax$ とおくことができる。

点 C(6, 3) の座標を、この式に代入すると $3 = a \times 6$ より $a = \frac{1}{2}$

よって求める直線の式は $y = \frac{1}{2}x$

2

(1)

ア

点 P の x 座標が t のとき y 座標は $\frac{1}{2}t$ である。

四角形 POQR は、 $PR \parallel OQ$ の台形で $PR = PH = \frac{1}{2}t$, $OQ = t + \frac{1}{2}t = \frac{3}{2}t$

だから $S = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}t + \frac{3}{2}t \right) \times \frac{1}{2}t = \frac{1}{2}t^2$

イ

$CR = t + 3 - 6 = t - 3$

$OQ = t + 3$

$PH = 3$

だから $S = \frac{1}{2} (t - 3 + t + 3) \times 3 = 3t$

以上よりグラフをかくと解答欄のようになる。

(2)

$0 \leq t \leq 6$ のとき $0 \leq S \leq 18$

$6 \leq t \leq 8$ のとき $18 \leq S \leq 24$

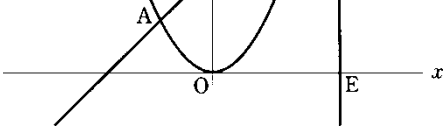
したがって $S = 12$ となるのは $0 \leq t \leq 6$ のときである。

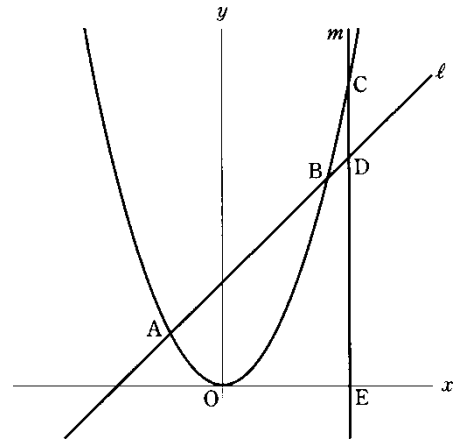
$12 = \frac{1}{2}t^2$ の解のうち変域にあてはまるものは $2\sqrt{6}$ である。

【問 13】

図は、関数 $y=x^2$ のグラフと、このグラフ上の2点 A, B を通る直線 ℓ および y 軸に平行な直線 m を示したものである。直線 m は、放物線、直線 ℓ , x 軸とそれぞれ C, D, E で交わっている。2点 A, B の x 座標はそれぞれ $-1, 2$ で、点 O は原点である。このとき、次の1~4の問いに答えなさい。

(鹿児島県 2002 年度)

- 1 関数 $y=x^2$ について、 x の値が -1 から 2 まで増加するときの変化の割合を求めよ。
- 2 直線 ℓ の式を求めよ。
- 3 3点 O, A, B を結んでできる $\triangle OAB$ の内部および周上には、 x 座標、 y 座標がともに整数である点は全部で何個あるか。
- 4 線分 CE 上を C から E に向かって動く点を P とする。いま、 C を出発した点 P が、線分 CD 上を毎秒 2 cm 、線分 DE 上を毎秒 1 cm の速さで動いたところ、5秒間で E に到達した。このとき、直線 m の式を $x=t$ とし、 t の値を求めよ。なお、 $t>2$ とし、 t についての方程式と計算過程も書くこと。ただし、座標の1目もりを 1 cm とする。
- 



解答欄

1	
2	
3	個
4	式と計算 答

解答

1 1

2 $y=x+2$

3 7個

4

式と計算

線分CD上で要する時間は $\frac{t^2-(t+2)}{2}$ 秒

線分DE上で要する時間は $\frac{t+2}{1}$ 秒だから

$$\frac{t^2-(t+2)}{2} + (t+2) = 5$$

両辺に2をかけて整理すると

$$t^2+t-8=0$$

$$\text{これを解くと } t = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{2}$$

$t > 2$ より

$$t = \frac{-1 + \sqrt{33}}{2}$$

$$\text{答 } t = \frac{-1 + \sqrt{33}}{2}$$

解説

1

$$\frac{2^2 - (-1)^2}{2 - (-1)} = 1$$

2

1より求める直線の式は $y=x+b$ とおけて $A(-1, 1)$ を通るので

これを代入すると $1 = -1 + b$ から $b=2$

よって $y=x+2$

3

図中の・点を数えて7個

4

$C(t, t^2)$ $D(t, t+2)$ より線分 CD 上で要する時間は $\frac{t^2-(t+2)}{2}$ 秒

線分DE上で要する時間は $\frac{t+2}{1}$ 秒だから

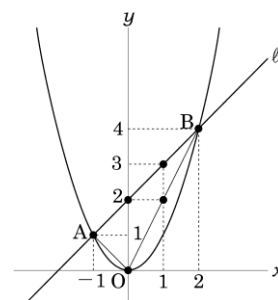
$$\frac{t^2-(t+2)}{2} + t + 2 = 5$$

両辺に2をかけて、整理すると $t^2+t-8=0$

$$\text{これを解くと } t = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{2}$$

$t > 2$ より

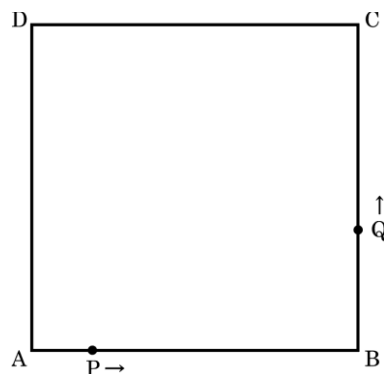
$$t = \frac{-1 + \sqrt{33}}{2}$$



【問 14】

図は1辺の長さが6 cmの正方形ABCDである。2点P, Qはそれぞれ辺上を動く点であり, 2点は同時に動き始め, Pは, Aを出発して毎秒1 cmの速さでA→B→Cの順に進みDに向かい, Qは, Bを出発して毎秒2 cmの速さでB→C→D→A→Dの順に進みCに向かう。そしてP, Qが初めて出合ったとき停止するものとする。

P, Q が出発してから x 秒後の三角形 APQ の面積を y cm² とするとき, 次の(1)~(3)の問いに答えなさい。



(群馬県 2003 年度)

(1) P, Q が出発してから停止するまでの,

① x の変域を求めなさい。

② x と y との関係を表すグラフをかきなさい。

(2) $y=9$ となるとき x の値を, すべて求めなさい。

(3) P が動き始めてから停止するまでに, 三角形 APQ が直角三角形となるときがある。これらの直角三角形のうちで, 面積が最小である直角三角形の y の値を求めなさい。

解答欄

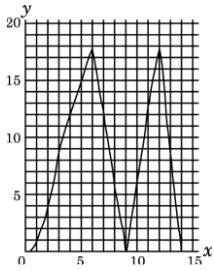
(1)	①	$\leq x \leq$
	②	
(2)		
(3)		

解答

(1)

① $0 \leq x \leq 14$

②



(2) $3, \frac{15}{2}, \frac{21}{2}, 13$

(3) 6

解説

(1)

①

12秒後にPはCを通過しQはDを通過するから

このあと x 秒後にP, Qが出会うとすると $x+2x=6$ より, $x=2$

よって2点は $12+2=14$ 秒後に出会うので $0 \leq x \leq 14$

②

PがAB上, QがBC上にあるとき $y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$ ($0 \leq x \leq 3$)

PがAB上, QがCD上にあるとき $y = \frac{1}{2} \times x \times 6 = 3x$ ($3 \leq x \leq 6$)

PがBC上にありQがDからAに進んでいるとき $AQ = 18 - 2x$ だから

$$y = \frac{1}{2} \times (18 - 2x) \times 6 = -6x + 54 \quad (6 \leq x \leq 9)$$

PがBC上にありQがAからDに進んでいるとき

$$AQ = 2x - 18 \text{ だから } y = \frac{1}{2} \times (2x - 18) \times 6 = 6x - 54 \quad (9 \leq x \leq 12)$$

P, QがCD上にあるとき $CP = x - 12$, $DQ = 2x - 24$ より

$PQ = 6 - (x - 12) - (2x - 24) = 42 - 3x$ だから

$$y = \frac{1}{2} \times (42 - 3x) \times 6 = -9x + 126 \quad (12 \leq x \leq 14)$$

(2)

$0 \leq x \leq 6$ のときグラフより $x = 3$

$$6 \leq x \leq 9 \text{ のとき } -6x + 54 = 9 \text{ より } x = \frac{15}{2}$$

$$9 \leq x \leq 12 \text{ のとき } 6x - 54 = 9 \text{ より } x = \frac{21}{2}$$

$12 \leq x \leq 14$ のときグラフより $x = 13$

(3)

$\triangle APQ$ が直角三角形になるのは右図の

$\triangle AP_1Q_1$, $\triangle AP_2Q_2$, $\triangle AP_3Q_3$, $\triangle AP_4Q_4$

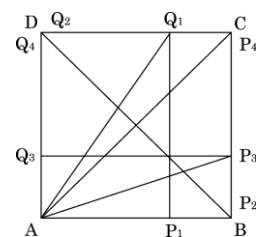
の4回で

面積が最小となるのは $\triangle AP_3Q_3$ である。

このとき $BP_3 = AQ_3$ より

$$x - 6 = 18 - 2x \text{ だから } x = 8$$

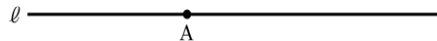
$$\text{よって } y = -6 \times 8 + 54 = 6$$



【問 15】

図のように、点 A を通る直線 ℓ がある。いま、 A を通り、左上から右下へひかれる2つの直線 m , n を考える。

m は ℓ と 45° の角度で交わり、 n は ℓ と 30° の角度で交わるとして、次の問いに答えなさい。



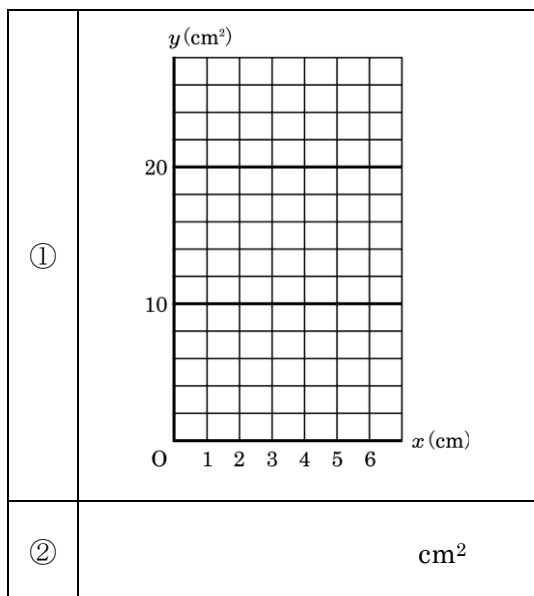
(富山県 2003 年度)

A を出発し、 ℓ 上を右へ動いていく点 P があり、 P を通り ℓ に垂直な直線と m との交点を Q とする。直線 PQ の右側に、 PQ を1辺とする正方形 $PQRS$ をつくる。

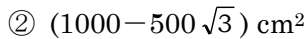
- ① $AP = x \text{ cm}$ のときの四角形 $AQRS$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。このとき、 x と y の関係をグラフに表したい。
 $x = 0$ のとき $y = 0$ として、 $0 \leq x \leq 4$ の範囲でグラフをかきなさい。

- ② 直線 n と辺 QR との交点を B とする。 $\triangle SAB$ の面積が 125 cm^2 のとき SB を1辺とする正方形の面積を求めなさい。

解答欄



①



①

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x^2 = \frac{3}{2}x^2$$

②

$$x=5\sqrt{5}$$

$$AP:PT = \sqrt{3} : 1$$

$$PT = \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

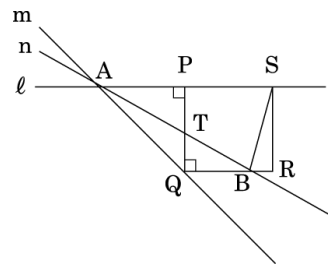
$$= 5\sqrt{5} \times (5\sqrt{5} - \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{3}}) \div \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{BR} = 5\sqrt{5} - \text{QB} = 5\sqrt{5} - (5\sqrt{15} - 5\sqrt{5}) = 10\sqrt{5} - 5\sqrt{15}$$

$$SB^2 = BR^2 + SR^2$$

$$= 500 - 500\sqrt{3} + 375 + 125$$

$$= 1000 - 500\sqrt{3}$$

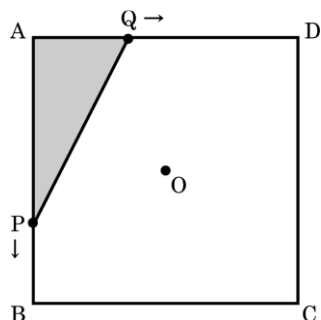


【問 16】

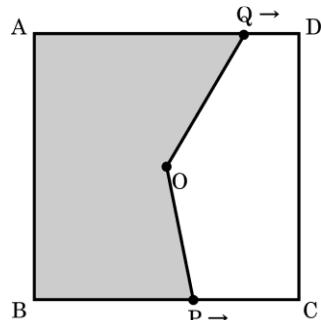
1辺の長さが2の正方形ABCDがある。2点P, Qは頂点Aから同時にスタートし, PはBを通りCへ毎秒2の速さで, QはDへ毎秒1の速さで, この正方形の边上を動く。PとQはゴムひもで結ばれていて, つねに, ぴんと張られているものとする。また, この正方形の対角線の交点Oには, くぎが出ていて, ゴムひもは越えられない。

スタートしてから x 秒後までにゴムひもの通過した部分の面積を y とするとき, 次の各問いに答えなさい。ただし, くぎとゴムひもの太さは考えないものとする。

(長野県 2003 年度)



[ゴムひもがくぎにかかっていない場合]



[ゴムひもがくぎにかかった場合]

- (1) $0 \leq x \leq 1$ のとき, y を x の式で表しなさい。
- (2) 点 P が頂点 B を通り過ぎてから, ゴムひもがくぎに触れるまでの間の y を x の式で表しなさい。ただし, 変域は書かなくてよい。
- (3) ゴムひもがくぎに触れるのは, スタートしてから何秒後か求めなさい。
- (4) $0 \leq x \leq 2$ のとき, x と y の関係をグラフに表しなさい。

解答欄

(1)	$y =$
(2)	$y =$
(3)	秒後
(4)	

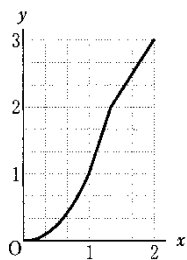
解答

(1) $y = x^2$

(2) $y = 3x - 2$

(3) $\frac{4}{3}$ 秒後

(4)



解説

(1)

$AP = 2x$, $AQ = x$ だから $y = \frac{1}{2} \times 2x \times x = x^2$

(2)

四角形 $ABPQ$ は台形になる。

$$y = \frac{(x + 2x - 2) \times 2}{2} = 3x - 2$$

(3)

線分 PQ が点 O を通るとき、正方形 $ABCD$ の面積は線分 PQ によって2等分される。

(2)で求めた式から $3x - 2 = \frac{1}{2} \times 4$ より $x = \frac{4}{3}$

(4)

$1 \leq x \leq \frac{4}{3}$ のとき(2)より $y = 3x - 2$

$\frac{4}{3} \leq x \leq 2$ のとき

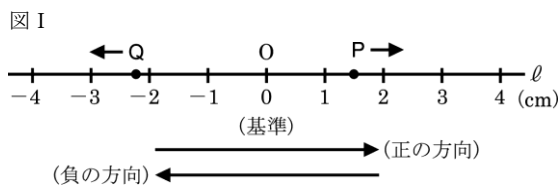
$BP = 2x - 2$

$AQ = x$,

だから $y = \frac{(2x - 2 + 1 + x + 1) \times 1}{2} = \frac{3}{2}x$

【問 17】

図 I において、 ℓ は直線であり、 O は ℓ 上の点である。P は、 O を出発し、 ℓ 上を毎秒 0.5 cm の速さで向きを変えることなく移動する点である。Q は、点 P が移動し始めてから 1 秒後に O を出発し、 ℓ 上を毎秒 $a \text{ cm}$ の速さで点 P と反対の方向に移動する点である。 O を基準とし、点 P の移動する方向を正の方向とする。 a は $0 < a < 3$ をみたす定数であるとして、次の問いに答えなさい。



(大阪府 2003 年度 後期)

- (1) 点 P が移動し始めてから x 秒後には、点 P は O から何 cm 離れた地点にありますか。 $x \geq 0$ として、 x を用いて表しなさい。
- (2) $a=2$ の場合、点 P が移動し始めてから 2 秒後の点 Q の位置は -2 cm の地点である。次の表は、 $a=2$ の場合について、点 P が移動し始めてから x 秒後の点 Q の位置が $y \text{ cm}$ の地点であるとして、 x と y との関係を示した表の一部である。(ア)～(ウ)にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

x	1	2	3	...	(イ)	...	21	...
y	0	-2	(ア)	...	-12	...	(ウ)	...

- (3) R を、点 P が移動し始めてから 3 秒後に O を出発し、 ℓ 上を毎秒 3 cm の速さで移動する点とする。点 R は最初負の方向に移動し、点 Q に追いついた後ただちに向きを変え、正の方向に移動するものとする。

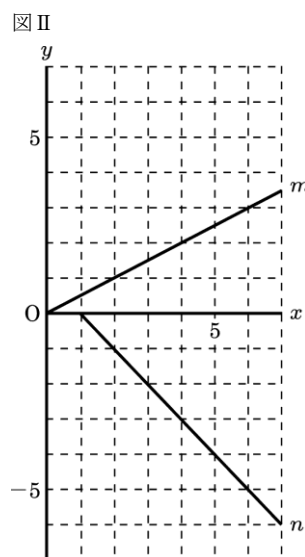
① $a=1$ の場合を考える。

図 II において、 m は、点 P が移動し始めてから x 秒後の点 P の位置が $y \text{ cm}$ の地点であるとし、 $x \geq 0$ として、 x と y との関係を表すグラフである。 n は、点 P が移動し始めてから x 秒後の点 Q の位置が $y \text{ cm}$ の地点であるとし、 $x \geq 1$ として、 x と y との関係を表すグラフである。

- ㊦ 点 P が移動し始めてから x 秒後の点 R の位置が $y \text{ cm}$ の地点であるとする。点 R が移動し始めてから点 P に追いつくまでの x と y との関係を表すグラフを解答欄の図中にかき加えなさい。

① 点 R が点 P に追いついたときの 2 点 P、Q 間の距離を求めなさい。

- ② 点 P が移動し始めてから 10 秒後に点 R は点 P に追いついた。このときの a の値を求めなさい。求め方も書くこと。



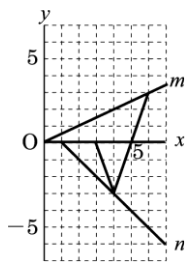
$a \equiv$

解答

(1) $0.5x$ cm

(2) ア -4 イ 7 ウ -40

(3) ① ㊦ ④ 8 cm



②

求め方

点 $(3, 0)$ を通り傾きが -3 の直線の式は $y = -3x + 9$ …①

点 P が移動し始めてから 10 秒後の点 P の位置は 5 cm の地点である。

点 $(10, 5)$ を通り傾きが 3 の直線の式は $y = 3x - 25$ …②

①, ②を連立させて解くと $x = \frac{17}{3}$, $y = -8$ だから

点 R は点 P が移動し始めてから $\frac{17}{3}$ 秒後に点 Q に追いつき

そのときの点 R (点 Q) の位置は -8 cm の地点である。

したがって $a \times (\frac{17}{3} - 1) = 8$

これを解くと $a = \frac{12}{7}$

$$a = \frac{12}{7}$$

解説

(1)

距離 = 速さ $\times$ 時間だから, $0.5 \times x$ と表すことができる。

(2)

y を x の式で表すと $y = -2(x - 1)$ となる。

(ア) $x = 3$ のとき, $y = -2(3 - 1) = -2 \times 2 = -4$

(イ) $y = -12$ のとき, $-12 = -2(x - 1)$ 両辺を -2 でわると $6 = x - 1$ これを解くと $x = 6 + 1 = 7$

(ウ) $x = 21$ のとき $y = -2(21 - 1) = -2 \times 20 = -40$

(3)

①

㊦ 毎秒 3 cm の速さで移動することに注意する。

④ ㊦ でかいたグラフから, 点 R が点 P に追いついたときの点 P , Q 間の距離は 8 cm だと読みとることができる。

②

点 $(3, 0)$ を通り, 傾きが -3 の直線の式は $y = -3x + 9$ …①

点 P が移動し始めてから 10 秒後の点 P の位置は 5 cm の地点である。

点 $(10, 5)$ を通り傾きが 3 の直線の式は, $y = 3x - 25$ …②

①, ②を連立方程式として解く。

① $y = -3x + 9$

② $\begin{array}{r} -) y = 3x - 25 \\ \hline 0 = -6x + 34 \end{array}$

$$6x = 34 \text{ より, } x = \frac{34}{6} = \frac{17}{3} \quad x = \frac{17}{3} \text{ を①に代入すると, } y = -3 \times \frac{17}{3} + 9 = -17 + 9 = -8$$

よって $x = \frac{17}{3}$, $y = -8$ ゆえに, 点 R は点 P が移動し始めてから $\frac{17}{3}$ 秒後に点 Q に追いつき

そのときの点 R (点 Q) の位置は -8 cm の地点である。

したがって次の方程式ができる。

$$a \times (\frac{17}{3} - 1) = 8 \quad a \times \frac{14}{3} = 8, \quad a = 8 \times \frac{3}{14} = \frac{12}{7}$$

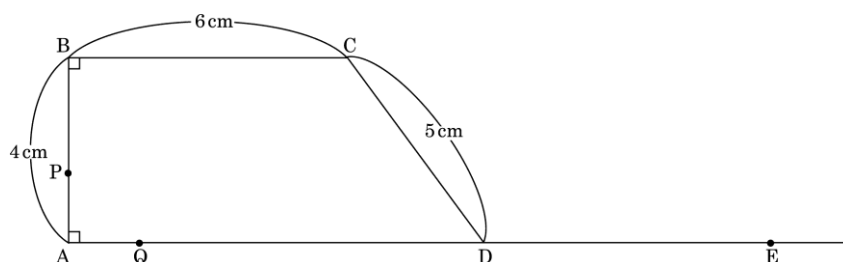
【問 18】

図のように、 $AD \parallel BC$ 、 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ 、 $AB = 4 \text{ cm}$ 、 $BC = 6 \text{ cm}$ 、 $CD = 5 \text{ cm}$ の台形 $ABCD$ がある。また、辺 AD の延長線上に点 E を $AE = 15 \text{ cm}$ となるようにとる。

2点 P 、 Q は A を同時に出発し、それぞれ毎秒 1 cm の速さで、点 P は A から B 、 C を通って D まで台形の辺上を、点 Q は A から D を通って E まで半直線 AE 上を動く。また2点 P 、 Q が A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。ただし、 $0 \leq x \leq 15$ とする。

このとき、次の問1～問4に答えなさい。

(和歌山県 2003年度)



問1 AD の長さを求めなさい。

問2 点 P が辺 AB 上にあるとき次の(ア)～(ウ)にあてはまる数または x の式を求めなさい。

点 P が辺 AB 上にあるとき、 x の変域は $0 \leq x \leq$ (ア) である。

また、 $AP =$ (イ)、 $AQ =$ (イ) だから $\triangle APQ$ の面積 y は $y = \frac{1}{2} \times AQ \times AP =$ (ウ)

問3 点 P が辺 BC 上にあるとき、次の(1)、(2)に答えなさい。

(1) x の変域を求めなさい。

(2) $\triangle APQ$ の面積 y を x の式で表しなさい。

問4 2点 P 、 Q が A を出発してから 12 秒後の $\triangle APQ$ の面積を求めなさい。

解答欄

問1	cm		
問2	(ア)	(イ)	(ウ)
問3	(1)		
	(2)		
問4	cm ²		

解答

問1 9 cm

問2 (ア) 4 (イ) x (ウ) $\frac{1}{2}x^2$

問3 (1) $4 \leq x \leq 10$ (2) $y = 2x$

問4 $\frac{72}{5} \text{ cm}^2$

解説

問1

C から AD に垂線 CF を引くと $CF = BA = 4$

$\triangle CFD$ において, 三平方の定理より

$$CF^2 + FD^2 = CD^2$$

$$4^2 + FD^2 = 5^2$$

$$FD^2 = 25 - 16 = 9$$

$$FD = 3$$

$$AD = AF + FD = 6 + 3 = 9$$

問2

(ア) $P = B$ のとき $x = 4$

(イ) よって $0 \leq x \leq 4$ $AP = AQ = \text{速さ} \times \text{時間} = 1 \times x = x$

(ウ) $y = \frac{1}{2} \times AQ \times AP = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2}x^2$

問3

(1)

$P = C$ のとき, $x = 10$

よって $4 \leq x \leq 10$

(2)

$$\triangle APQ = AQ \times \text{高さ} \times \frac{1}{2} = 2x$$

問4

$$\triangle APQ = AQ \times \text{高さ} \times \frac{1}{2}$$

$$= AQ \times \left(AB \times \frac{3}{5} \right) \times \frac{1}{2}$$

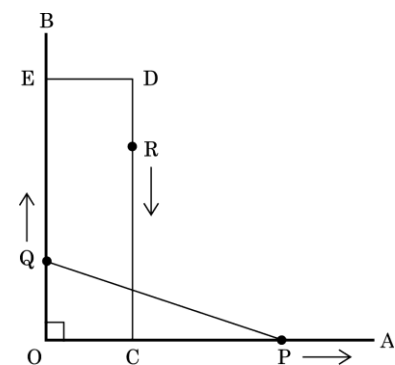
$$= 12 \times \left(4 \times \frac{3}{5} \right) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{72}{5}$$

【問 19】

図1のように半直線 OA , OB が垂直に交わっている。さらに半直線 OA , OB 上にそれぞれ点 C , 点 E をとり, 長方形 $OCDE$ をつくる。2点 P , Q は点 O を同時に出発し, 点 P は A に向かって毎秒 3 cm の速さで動き, 点 Q は B に向かって毎秒 1 cm の速さで動く。また, 点 R は2点 P , Q が点 O を出発するのと同時に D を出発して, 辺 DC 上を C まで動く。図1は3点 P , Q , R が同時に出発してから x 秒後のようすである。次の問1, 問2に答えなさい。

図1



(島根県 2003 年度)

問1. $\triangle OPQ$ について次の1, 2に答えなさい。

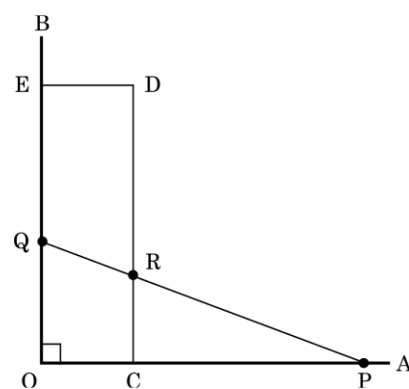
1. 2点 P , Q が点 O を同時に出発してから2秒後の $\triangle OPQ$ の面積を求めなさい。
2. 2点 P , Q が点 O を同時に出発してから x 秒後の $\triangle OPQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき, 次の(1)~(3)に答えなさい。
 - (1) y を x の式で表しなさい。
 - (2) x と y の関係をグラフに表しなさい。
 - (3) (1)の関数について, x の値が 0 から 2 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問2. $OC=3\text{ cm}$, $OE=9\text{ cm}$ で, 点 R は毎秒 1 cm の速さで動くとき, 次の1, 2に答えなさい。

1. 点 R が点 C に達するまでの, x 秒後の線分 CR の長さを求めなさい。ただし, $0 < x < 9$ とする。

2. 図2のように, 3点 P , Q , R が一直線上に並ぶのは出発してから何秒後か, 求めなさい。

図2



解答欄

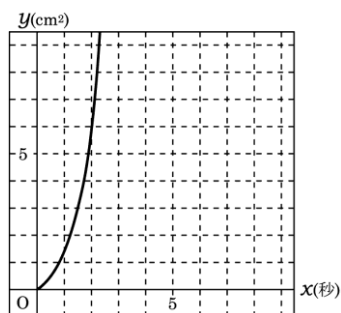
問1	1	cm^2	
	2	(1)	
		(2)	
		(3)	
問2	1	cm	
	2	秒後	

解答

問1

1 6 cm^2

2 (1) $y = \frac{3}{2}x^2$ (2) (3) 3



問2

1 $9-x \text{ cm}$

2 5 秒後

解説

問1

1

2秒後には、 $OP=6$ 、 $OQ=2$ であるから $\triangle OPQ = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6$

2

(1)

x 秒後には、 $OP=3x$ 、 $OQ=x$ であるから $\triangle OPQ = y = \frac{1}{2} \times 3x \times x = \frac{3}{2}x^2$

(3)

$y = \frac{3}{2}x^2$ において、 $x=0$ のとき $y=0$ 、 $x=2$ のとき $y = \frac{3}{2} \times 2^2 = 6$ だから

変化の割合は $\frac{6-0}{2-0} = 3$

問2

1

$CR = CD - RD = 9 - x$

2

$\triangle OPQ$ と $\triangle CPR$ において

$\angle POQ = \angle PCR$ 、 $\angle QPO = \angle RPC$

2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle OPQ \sim \triangle CPR$

$OP:CP = OQ:CR$

$3x:(3x-3) = x:(9-x)$

$x(3x-3) = 3x(9-x)$

$6x^2 - 30x = 0$

$x^2 - 5x = 0$

$x(x-5) = 0$

$x = 0, 5$

よって5秒後

【問 20】

まゆみさんは、三角定規とものさしを動かしていたときに、重なった部分の図形の面積の変化に興味をもち、次の の中のことについて調べることにした。

図1のように、平面上で、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $BC=10\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ を固定し、 $EF=FG=10\text{ cm}$ 、 $\angle EFG=90^\circ$ の直角二等辺三角形 EFG を、直線 ℓ にそって矢印($\Rightarrow$)の方向に毎秒 1 cm の速さで動かす。

点 G が点 B の位置にきたときから x 秒後の、直角二等辺三角形 EFG と長方形 $ABCD$ の重なった部分の図形の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。下の図2は、動かしている途中のようすを表しており、斜線部分が、直角二等辺三角形 EFG と長方形 $ABCD$ の重なった部分の図形を示している。

点 G が点 B から点 C まで動くときの、 x と y の関係について調べる。

図1

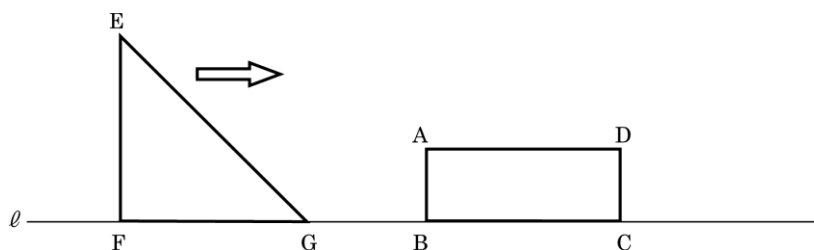
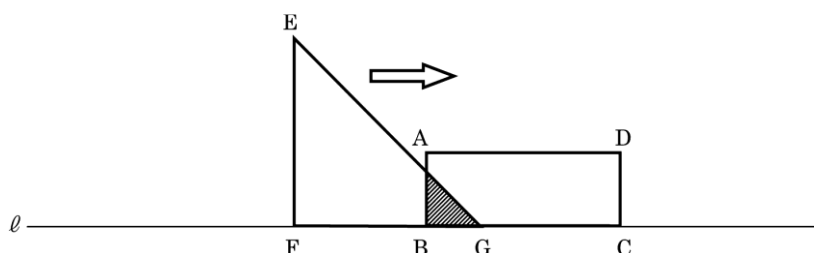


図2



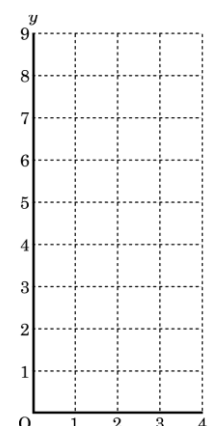
上の の中の x と y の関係について、次の(1), (3)は の中にあてはまる最も簡単な数、または式を記入し、(2)はグラフをかけ。

(福岡県 2003 年度)

(1) $x=3$ のとき、 $y=\text{$ である。

(2) x の変域が $0 \leq x \leq 4$ のとき、 x と y の関係を表すグラフを右の図にかけ。

(3) x の変域が $4 \leq x \leq 10$ のとき、 y を x の式で表すと、 $y=\text{$ ($4 \leq x \leq 10$) である。



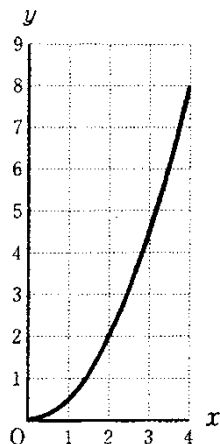
解答欄

問題文中の解答欄に解答しなさい。

解答

(1) $\frac{9}{2}$

(2)



(3) $4x-8$ または $-8+4x$

解説

(1)

ABの長さが4 cmなので、4秒後までは重なる部分のかたちは三角形である。

そのときのABとEGの交点をPとすると、また、 $\triangle PBG$ は $\triangle EFG$ と相似(平行線の同位角が等しい、1つの角が共有のため)なので $\triangle PBG$ も二等辺三角形である。

つまり、4秒後までは、 x 秒後のBGの長さは、 $BG=BP=x$ cmである。

重なった部分の面積 y は、 $y=\frac{1}{2}x^2$ よって、 $x=3$ のとき $y=\frac{1}{2}\times 3\times 3=\frac{9}{2}$

(2)

$0\leq x\leq 4$ において、 x と y の関係式は(1)の解説より、 $y=\frac{1}{2}x^2$ である。

y の変域は、 $0\leq y\leq 8$ である。

(3)

ADとEGの交点をS、ADの延長線とEFの交点をTとする。

$4\leq x\leq 10$ のときの重なった部分の面積は、 $\triangle EFG-\triangle ETS-$ 四角形TFBAである。

$\triangle ETS$ は $\triangle EFG$ と相似(平行線の同位角が等しい、1つの角が共有)のため直角二等辺三角形。

$$TE=FE-AB=10-4=6$$

$$\text{また、} FB=10-x$$

$$\triangle EFG\text{の面積は、}\frac{1}{2}\times 10\times 10=50$$

$$\triangle ETS\text{の面積は、}\frac{1}{2}\times 6\times 6=18$$

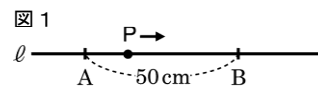
$$\text{四角形 TFBA の面積は、} 4\times (10-x)=-4x+40$$

よって、 $4\leq x\leq 10$ のときの重なった部分の面積は、

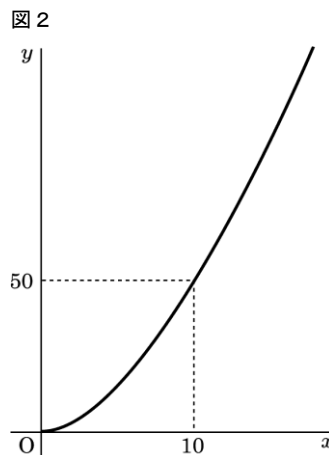
$$y=50-18-(-4x+40)=50-18-40+4x=4x-8$$

【問 21】

図1のように、直線 ℓ 上に2点 A, B があり, $AB=50$ cm である。点 P は、直線 ℓ 上を左から右へ動く点であり、点 A を出発してから 10 秒後に点 B を通過し、その後は毎秒 10 cm の速さで動く。



点 P が点 A を出発してから x 秒間に進む距離を y cm とすると, $0 \leq x \leq 10$ のとき, y は x の2乗に比例し, x と y の関係は $y=ax^2$ で表される。



また, $x \geq 10$ のときは, y は x の1次関数である。このような点 P の動きを示すグラフは図2のようになった。このとき、次の問いに答えなさい。

(長崎県 2003 年度)

問1. a の値を求めよ。

問2. $x \geq 10$ のとき, y を x の式で表せ。

問3. 点 Q は、直線 ℓ 上を左から右へ動く点であり、点 A から点 B までは毎秒 b cm の一定の速さで動き、点 B から先は毎秒 4 cm の速さで動く。点 Q は、点 P が点 A を出発してから3秒後に点 A を出発し、その1秒後に点 P に追いつき、点 B を通り過ぎた後に点 P に追いつかれた。このとき次の(1), (2)に答えよ。

(1) b の値を求めよ。

(2) 点 Q が点 P に追いつかれたのは、点 A から何 cm 進んだ位置か。

解答欄

問1	$a=$	
問2	$y=$	
問3	(1)	$b=$
	(2)	cm

解答

問1 $\frac{1}{2}$

問2 $10x-50$

問3 (1) 8 (2) 55

解説

問1

$y=ax^2$ において $50=a \times 10^2$ $100a=50$ より $a=\frac{1}{2}$

問2

$x \geq 10$ における1次関数を $y=mx+n$ とする。

点Pは点Aを出発して10秒後からは毎秒10cmの速さで動くので、 $m=10$ となり、 $y=10x+n$

また、この1次関数は $(x, y)=(10, 50)$ を通るので

$y=10x+n$ に $x=10$, $y=50$ を代入して n を求めると

$50=10 \times 10 + n$ より $n=-50$

したがって1次関数の式は $y=10x-50$

問3

(1) 点Pが出発して4秒後に点Pと点Qは同じ位置にある。

4秒後の点Pの位置は

$y=\frac{1}{2} \times 4^2=8$ より、点Aからの距離は8cmである。

点Qは点Pが出発してから3秒後に出発し、その1秒後に点Pに追いつく。

したがって、点Qは1秒間に8cm動くので、その速さは毎秒8cmとなり、 $b=8$ である。

(2)

点Qは、点Pが出発して3秒後に点Aを出発するので、グラフは $(3, 0)$ を通る。

点Qのグラフを $y=mx+n$ とすると、点Qの速さは毎秒8cmなので $y=8x+n$

これに、点 $(3, 0)$ を代入して、 $0=8 \times 3 + n$ より $n=-24$

したがって、 $y=8x-24$ となる。

点Qが点Bに達するのは $y=50$ のときだから $50=8x-24$ より $x=\frac{37}{4}$

したがって、点Qのグラフは $(\frac{37}{4}, 50)$ を通る。

その後、点Qは毎秒4cmで動くので、グラフの式は $y=4x+q$ となる。

これに、 $x=\frac{37}{4}$, $y=50$ を代入して $q=13$ より $y=4x+13$ となる。

これと点Pの式 $y=10x-50$ とを連立方程式として解くと $x=\frac{21}{2}$, $y=55$

したがって点Aからの距離は55cmとなる。

【問 22】

図1は、直角をはさむ2辺の長さがそれぞれ 4 cm の $\triangle ABC$ と、直角をはさむ2辺の長さがそれぞれ 8 cm の $\triangle DEF$ を示したものである。頂点 B, C, F, E は直線 ℓ 上にあり、頂点 C, F は重なっている。図1の状態から、 $\triangle DEF$ を固定し、 $\triangle ABC$ を直線 ℓ にそって矢印($\longrightarrow$)の方向に毎秒 1 cm の速さで頂点 C が頂点 E に重なるまで移動させる。図2はその途中のようすを表したものである。 $\triangle ABC$ を移動させ始めてから、 x 秒後の $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の重なった部分の面積を y cm^2 とする。このとき、次の1～4の問いに答えなさい。

(鹿児島県 2003 年度)

1. 頂点 B が頂点 F に重なるのは $\triangle ABC$ を移動させ始めてから何秒後か。
2. $x=2$ のときの y の値を求めよ。
3. x の変域が $0 \leq x \leq 4$ のとき、 y を x の式で表せ。また、このときの x と y の関係を表すグラフをかけ。
4. x の変域が $4 < x \leq 8$ のとき、 $y=7$ となる x の値を求めよ。なお、 x についての方程式と計算過程も書くこと。

図1

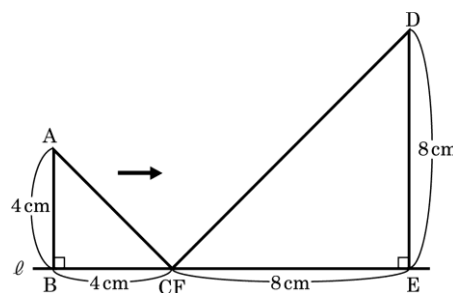
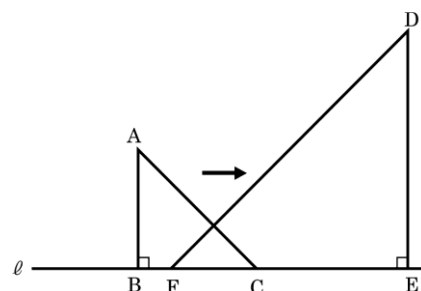


図2



解答欄

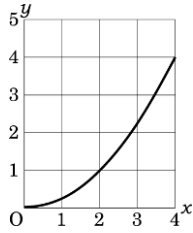
1	秒後	
2		
3	式	$y =$
4	式と計算 答	

解答

1 4 秒後

2 1

3 式 $y = \frac{1}{4}x^2$ グラフ



4.

式と計算

y は $\triangle ABC$ の面積から斜辺の長さが $8-x$ cm の直角二等辺三角形の面積を除いたものであるから

$$y = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times \left(\frac{8-x}{\sqrt{2}} \right)^2$$

$$= 8 - \frac{1}{4}(8-x)^2$$

$y=7$ であるから

$$8 - \frac{1}{4}(8-x)^2 = 7$$

$$(8-x)^2 = 4$$

$$8-x = \pm 2$$

$$x = 6, 10$$

ここで $4 < x \leq 8$ より

$$x = 6$$

答 6

解説

1

毎秒 1 cm の速さで 4 cm 移動するのにかかる時間だから 4 秒

2

y cm² は斜辺が 2 cm の直角二等辺三角形の面積だから $y = 2 \times 1 \div 2 = 1$

3

y cm² は斜辺が x cm の直角二等辺三角形の面積だから

$$y = x \times \frac{1}{2}x \div 2$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{4}x^2$$

グラフは、解答欄のグラフのようになる。

4

y cm² は $\triangle ABC$ の面積から斜辺の長さが $8-x$ cm の直角二等辺三角形の面積を除いたものだから

$$y = \frac{1}{2} \times 4^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{8-x}{\sqrt{2}} \right)^2$$

$$= 8 - \frac{1}{4}(8-x)^2$$

$$y = 7 \text{ だから } 8 - \frac{1}{4}(8-x)^2 = 7$$

$$(8-x)^2 = 4$$

$$8-x = \pm 2$$

$$x = 6, 10$$

$4 < x \leq 8$ だから

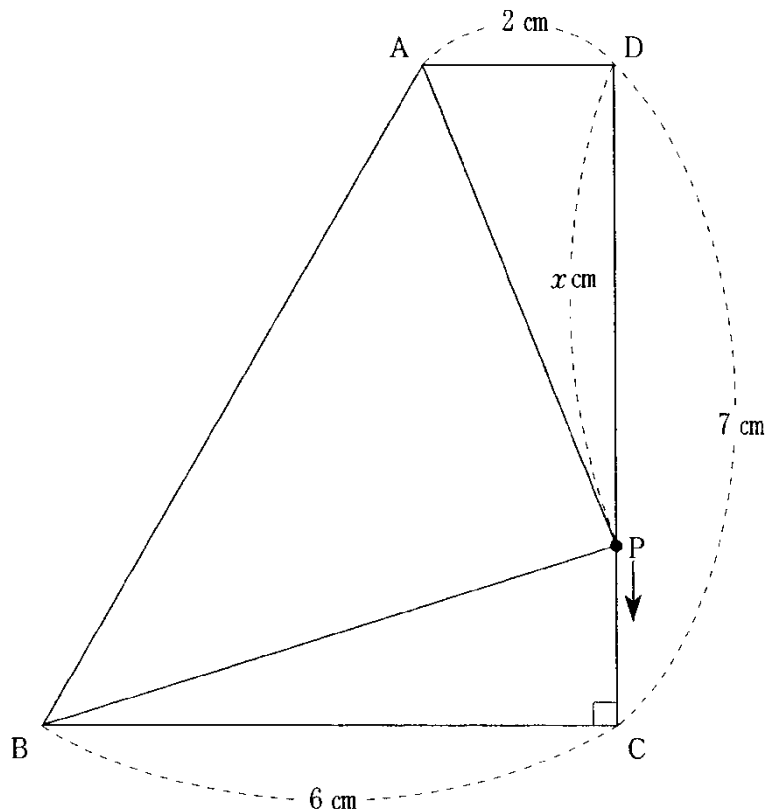
$$x = 6$$

【問 23】

下の図のように $AD \parallel BC$ である台形 $ABCD$ において、 $\angle C = 90^\circ$ 、 $AD = 2 \text{ cm}$ 、 $BC = 6 \text{ cm}$ 、 $CD = 7 \text{ cm}$ とします。このとき点 P は辺 CD 上を D から C まで動きます。また PD の長さが $x \text{ cm}$ のときの $\triangle ABP$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とします。

あとの (1) ~ (3) の問いに答えなさい。

(宮城県 2004 年度)



(1) y を x の式で表しなさい。また、 y の変域を求めなさい。

(2) 点 P が線分 AB を直径とする円周上にあるとき、 x の値をすべて求めなさい。

(3) $\triangle ABP$ の周の長さが最小となるときの、 y の値を求めなさい。

解答欄

(1)	$y =$
	y の変域
(2)	
(3)	

解答

(1) $y=2x+7$ y の変域 $7 \leq y \leq 21$

(2) 3, 4

(3) $\frac{21}{2}$

解説

(1)

台形 ADCB の面積は, $(2+6) \times 7 \times \frac{1}{2} = 28$

$$\triangle ADP = 2 \times x \times \frac{1}{2} = x$$

$$\triangle PCB = (7-x) \times 6 \times \frac{1}{2} = 21 - 3x$$

$$\triangle ABP = 28 - x - (21 - 3x) = 2x + 7$$

(2)

$$AB = \sqrt{(6-2)^2 + 7^2} = \sqrt{65}$$

$$AP = \sqrt{x^2 + 2^2} = \sqrt{x^2 + 4}$$

$$BP = \sqrt{(7-x)^2 + 6^2} = \sqrt{x^2 - 14x + 85}$$

$$AB^2 = AP^2 + BP^2 \text{ より}$$

$$65 = x^2 + 4 + x^2 - 14x + 85$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$(x-3)(x-4) = 0$$

$$x = 3, 4$$

(3)

BC の延長上に $CE=6\text{cm}$ となる点 E をとる。

$\triangle ADP \sim \triangle ECP$ で

$$DP:CP = AD:EC = 2:6 = 1:3$$

$$DP = 7 \times \frac{1}{1+3} = \frac{7}{4},$$

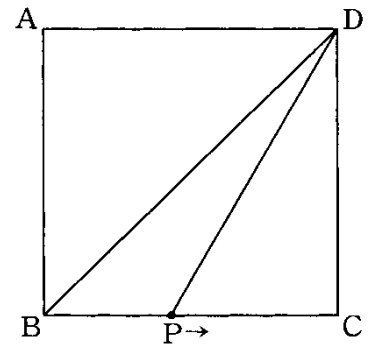
$$y = 2 \times \frac{7}{4} + 7 = \frac{21}{2}$$

【問 24】

右の図のように、1 辺が 4 cm の正方形 ABCD がある。点 P は点 B を出発し、辺 BC、CD 上を点 D まで毎秒 1 cm の速さで動く。

次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(秋田県 2004 年度)



(1) 点 P が点 B を出発してから 2 秒後の $\triangle DBP$ の面積を求めなさい。

(2) 点 P が点 B を出発してから x 秒後の $\triangle DBP$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。ただし、点 P が点 B、D にあるときは $y=0$ とする。

① $0 \leq x \leq 4$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

② $0 \leq x \leq 8$ のとき、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

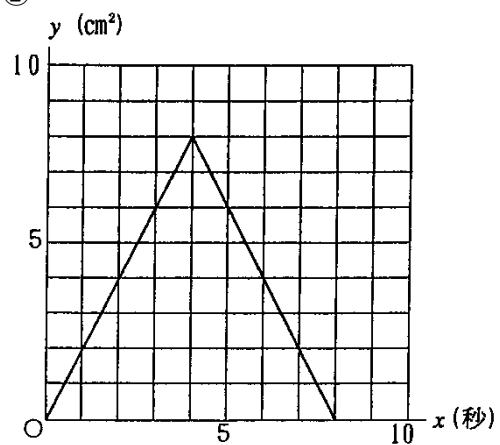
解答欄

(1)	cm ²	
(2)	①	$y =$
	②	

解答

(1) 4 cm^2

(2) ① $y=2x$ ②



解説

(2)

①

BP = $x \text{ cm}$ より $y = \frac{1}{2} \times x \times 4 = 2x$

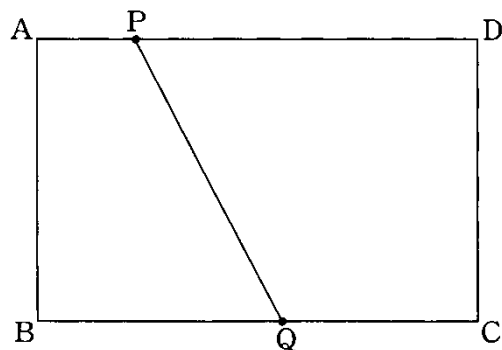
②

$0 \leq x \leq 4$ のとき $y = 2x$,

$4 \leq x \leq 8$ のとき $y = -2x + 16$

【問 25】

下の図のように、 $AB = 4\text{ cm}$ 、 $AD = 6\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。点 P は点 A を出発し、辺 AD 上を点 D まで動く。点 Q は点 C を出発し、辺 CB 上を点 B へ動きふたたび点 C にもどってくる。点 P は毎秒 1 cm の速さ、点 Q は毎秒 2 cm の速さで動く。点 P 、 Q が同時に出発してから x 秒後の四角形 $ABQP$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。ただし、 $0 \leq x \leq 6$ とし、 $x = 0$ のときの y の値は $\triangle ABC$ の面積、 $x = 3$ のときの y の値は $\triangle ABP$ の面積とする。次の (1)～(3) の問いに答えなさい。



(秋田県 2004 年度)

(1) $x = 1$ のときの y の値を求めなさい。

(2) $0 \leq x \leq 3$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

(3) y の変域が $15 \leq y \leq 24$ となるとき、 x の変域を求めなさい。

解答欄

(1)	$y =$
(2)	$y =$
(3)	$\leq x \leq$

解答

(1) $y=10$

(2) $y=-2x+12$

(3) $\frac{9}{2} \leq x \leq 6$

解説

(1)

$$y = \frac{1}{2} \times (1+4) \times 4$$

よって $y=10$

(2)

$$y = \frac{1}{2} \times \{x + (6-2x)\} \times 4$$

よって $y=-2x+12$

(3)

$3 \leq x \leq 6$ のとき $y = \frac{1}{2} \times \{x + (2x-6)\} \times 4$

よって $y=6x-12$

これに $y=15$ を代入すると $x = \frac{9}{2}$

$y=24$ を代入すると $x=6$

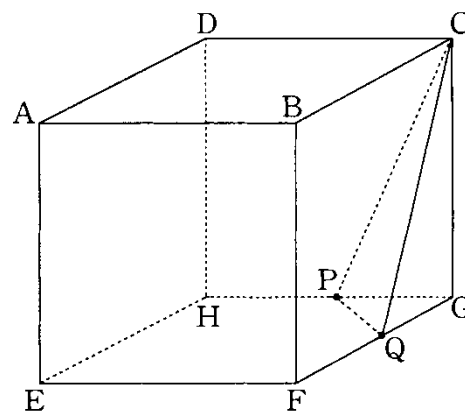
以上より

求める変域は $\frac{9}{2} \leq x \leq 6$

【問 26】

下の図のように、1 辺が 6 cm の立方体 ABCDEFGH がある。点 P は、辺 GH 上を点 G から点 H へ動きふたたび点 G にもどってくる。点 Q は、辺 GF, FE 上を点 G から点 E まで動く。点 P, Q はそれぞれ毎秒 1 cm の速さで動くものとし、点 P, Q が点 G を同時に出発してから x 秒後の三角錐 CPQG の体積を $y \text{ cm}^3$ とする。ただし、 $x = 0, x = 12$ のときは $y = 0$ とする。次の (1)～(3) の問いに答えなさい。

(秋田県 2004 年度)



(1) $0 \leq x \leq 6$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

(2) $6 \leq x \leq 12$ のとき、 y の値が立方体の体積の $\frac{1}{12}$ となる x の値を求めなさい。

(3) $0 \leq x \leq 12$ のとき、 $CP = PQ$ となる x の値をすべて求めなさい。

解答欄

(1)	$y =$
(2)	$x =$
(3)	

解答

(1) $y=x^2$

(2) $x=9$

(3) 6, 10

解説

(1)

$$y = \frac{1}{3} \times x \times x \times \frac{1}{2} \times 6$$

よって $y=x^2$

(2)

$6 \leq x \leq 12$ のとき

$PG = 12 - x$ cm となり

$$y = \frac{1}{3} \times \frac{(12-x)6}{2} \times 6 = 6(12-x)$$

立方体の体積は

$6^3=216$ より

$$6(12-x) = 216 \times \frac{1}{12}$$

$x=9$

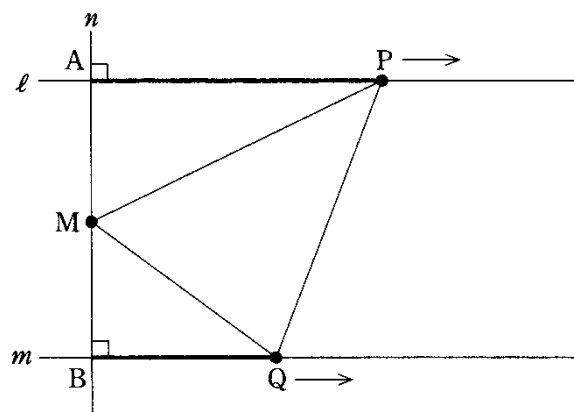
(3)

$x=6$ のとき $CP=PQ=6\sqrt{2}$ cm

$x=10$ のとき $CP=PQ=2\sqrt{10}$ cm となる。

【問 27】

下の図のように、平行な 2 直線 ℓ , m とそれらに垂直な直線 n があり、直線 ℓ と直線 n との交点を A, 直線 m と直線 n との交点を B とする。また, $AB=6\text{cm}$, 線分 AB の中点を M とする。点 P は点 A を出発し、直線 ℓ 上を秒速 3cm で右側に動き、点 Q は点 B を出発し、直線 m 上を秒速 2cm で右側に動く。2 点 P, Q は、それぞれ 2 点 A, B を同時に出発する。



このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(茨城県 2004 年度)

(1) 出発してから 3 秒後の線分 PQ の長さを求めなさい。

(2) $\triangle PMQ$ の面積が 10cm^2 になるのは、出発してから何秒後か求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	秒後

解答

(1) $3\sqrt{5}$ cm

(2) $\frac{4}{3}$ 秒後

解説

(1)

$$AP=3\times 3=9, BQ=2\times 3=6$$

$$PQ=\sqrt{(9-6)^2+6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}\text{ cm}$$

(2)

$\triangle PMQ$ の面積が x 秒後に 10cm^2 になるとする。

$$\triangle AMP=3x\times 3\times \frac{1}{2}=\frac{9}{2}x$$

$$\triangle BMQ=2x\times 3\times \frac{1}{2}=3x$$

$$\text{四角形 ABQP}=(3x+2x)\times 6\times \frac{1}{2}=15x$$

$$\triangle PMQ=\text{四角形 ABQP}-\triangle AMP-\triangle BMQ$$

$$=15x-\frac{9}{2}x-3x$$

$$=\frac{15}{2}x$$

$$\frac{15}{2}x=10$$

$$x=\frac{4}{3}\text{ 秒後}$$

【問 28】

図 5 において, ①は関数 $y=ax^2(a>0)$ のグラフであり, 点 A の座標は $(-2, -6)$ である。また, x 軸上の 2 点 B, C の座標は, それぞれ $(-1, 0)$, $(4, 0)$ であり, 点 P は, x 軸上を, 点 B から点 C まで動く点である。

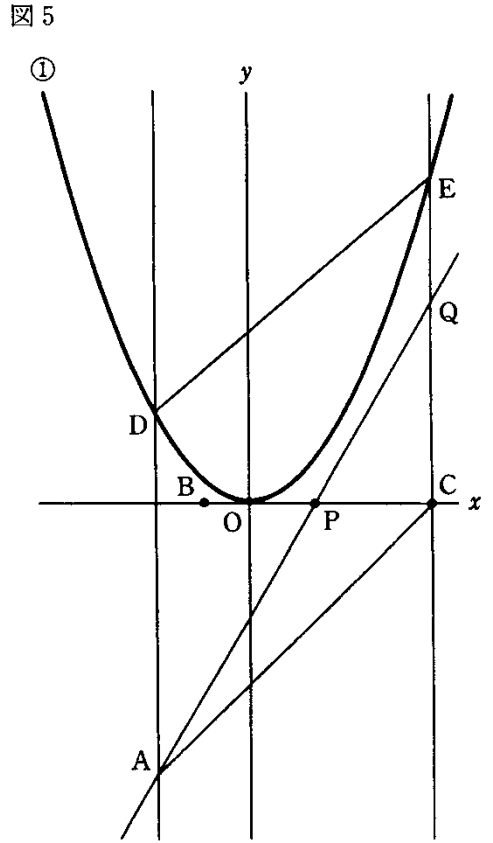
このとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(静岡県 2004 年度)

- (1) x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ であるとき、関数 $y = ax^2$ の y の変域を、 a を用いて表しなさい。

- (2) 2 点 A, P を通る直線の傾きは, 点 P が動くのにもなって変化する。傾きが最も大きくなるときの, 2 点 A, P を通る直線の式を求めなさい。

- (3) 点 A を通り y 軸に平行な直線と、放物線①との交点を D、点 C を通り y 軸に平行な直線と、放物線①との交点を E とする。また、直線 AP と直線 CE の交点を Q とする。点 Q が線分 CE 上の点で、 $CQ:QE=3:1$ であり、 $\triangle ACQ$ と四角形 AQED の面積が等しくなるときの、 a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。



解答欄

[illegible]

解答

(1)

$$0 \leq y \leq 4a$$

(2)

$$y = 6x + 6$$

(3)

(求める過程)

$$E(4, 16a), Q(4, 12a), D(-2, 4a)$$

$$\triangle ACQ = 12a \times 6 \times \frac{1}{2} = 36a$$

四角形 AQED の面積は

$$(16a - 12a + 4a + 6) \times (4 + 2) \times \frac{1}{2}$$

$$= 24a + 18$$

$$24a + 18 = 36a$$

$$12a = 18$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$\text{答 } a = \frac{3}{2}$$

解説

(1)

$$\text{最大値 } x = 2 \text{ のとき } y = a \times 2^2 = 4a$$

$$\text{最小値 } x = 0 \text{ のとき } y = 0$$

(2)

直線 AP の傾きが最も大きくなるのは点 A(-2, -6), B(-1, 0)を通るときである。

求める直線を $y = ax + b$ とおく

$$\begin{cases} -6 = -2a + b \\ 0 = -a + b \end{cases}$$

$$a = 6, b = 6$$

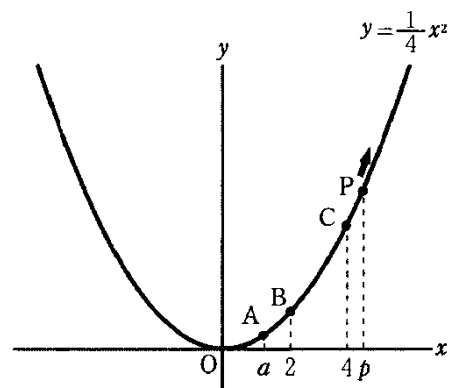
【問 29】

右の図で、3 点A, B, Cは、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあり、それらの点の x 座標は、それぞれ $a, 2, 4$ である。ただし、 $0 < a < 2$ とする。

また、点Pは、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上を点Aを出発し矢印の方向へ動く点で、その x 座標を p とする。

このとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2004 年度)



① 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ で、 $x = \frac{1}{2}$ のときの y の値を求めなさい。

② 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ について、 x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

③ 次の【条件】を満たす点Pの位置は、上の図に、ある直線をかき入れることによって定めることができる。どのような直線をかき入れるとよいか、「平行」ということばを使って説明しなさい。

【条件】

関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ について、 x の値が a から p まで増加するときの変化の割合が、②で求めた変化の割合と等しい。

解答欄

①	$y =$
②	
③	

解答

① $y = \frac{1}{16}$

② $\frac{3}{2}$

③ 例 点 A を通り, 直線 BC と平行な直線

解説

②

x の増加量は $4 - 2 = 2$

y の増加量は $\frac{1}{4} \times 4^2 - \frac{1}{4} \times 2^2 = 4 - 1 = 3$

したがって変化の割合は $\frac{3}{2}$

③

②で求めた変化の割合は直線 BC の傾きを表している。

したがって直線 AP と直線 BC が平行になるような点 P を考える。

【問 30】

右の図の①は、関数 $y = x^2$ のグラフである。②は、中心 C が点 $(0, 2)$ にある半径 2 の円である。

また、点 A は①と②の交点で、その x 座標は正の数、 y 座標は 3 である。点 B は②と y 軸の交点のうち、原点ではないほうの点である。

このとき、次の各問いに答えなさい。ただし、原点 O と点 $(1, 0)$ 、点 $(0, 1)$ との距離をそれぞれ 1 cm とする。

(鳥取県 2004 年度)

問 1 点 A の x 座標を求めなさい。

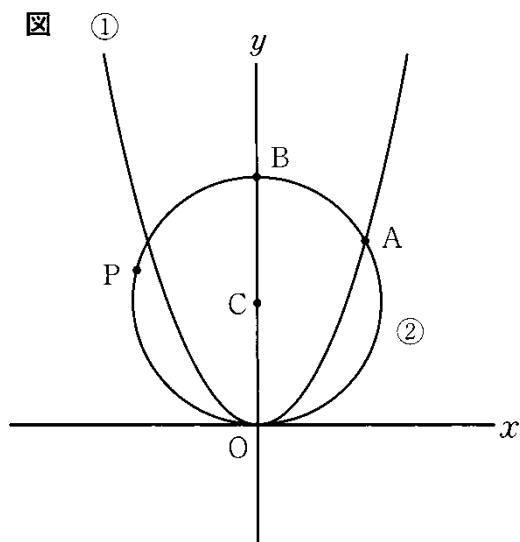
問 2 線分 AB の長さを求めなさい。

問 3 点 P は②上にあつて、 y 軸より左側の部分を動くものとする。

(1) $\angle APB$ の大きさを求めなさい。

(2) 次の ア には、あてはまる数を、イ には、あてはまるもっとも簡単な整数の比を書きなさい。

$\triangle APB$ の面積が最大となるときの、その面積は ア cm^2 で、そのとき、②の円の y 軸より左側の部分で、弧の比 $\widehat{BP} : \widehat{OP} =$ イ となる。



解答欄

問1	$x =$		
問2	$AB =$ cm		
問3	(1)	$\angle APB =$ 度	
	(2)	ア	cm^2
		イ	$\widehat{BP} : \widehat{OP} =$:

解答

問1 $x = \sqrt{3}$

問2 $AB = 2 \text{ cm}$

問3

(1) $\angle APB = 30^\circ$ 度

(2) ア $2 + \sqrt{3} \text{ cm}^2$ イ $\widehat{BP} : \widehat{OP} = 5 : 1$

解説

問1

$$x^2 = 3$$

$$x = \pm \sqrt{3}$$

$$x > 0 \text{ より}$$

$$x = \sqrt{3}$$

問2

$$A(\sqrt{3}, 3), B(0, 4) \text{ より}$$

$$AB = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (3-4)^2}$$

$$= \sqrt{3+1}$$

$$= 2 \text{ cm}$$

問3

(1)

$$\widehat{AB} \text{ の円周角より, } \angle APB = \angle AOB$$

$$BO = 4,$$

$$OA = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{12}$$

$$= 2\sqrt{3},$$

$$AB = 2$$

$$AB : BO : OA = 2 : 4 : 2\sqrt{3} = 1 : 2 : \sqrt{3} \text{ より}$$

$$\angle APB = 30^\circ$$

(2)

ア AB の垂直二等分線と円周との交点が P となるとき, $\triangle APB$ の面積は最大となる。

$$\triangle APB = 2 \times (2 + \sqrt{3}) \times \frac{1}{2} = 2 + \sqrt{3} \text{ cm}^2$$

【問 31】

図1のように、平面上の点 O で垂直に交わる2本の直線 ℓ , m と、縦 3 cm、横 7 cm の長方形 A、縦 4 cm、横 2 cm の長方形 B がある。いま、図1の状態から、A は ℓ に沿って右に、B は m に沿って上に、それぞれ毎秒 1 cm の速さで同時に動き始め、図2のような状態を経て、A、B が図3の状態になるまで移動する。

動き始めてから x 秒後に A と B が重なった部分の面積を y cm² とする。

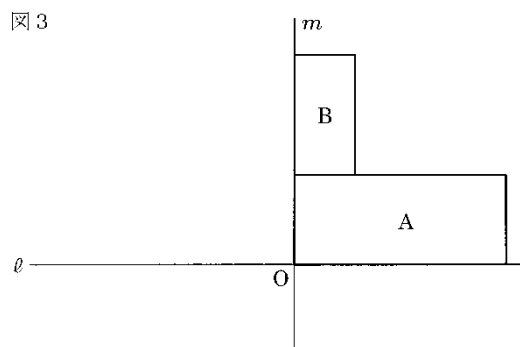
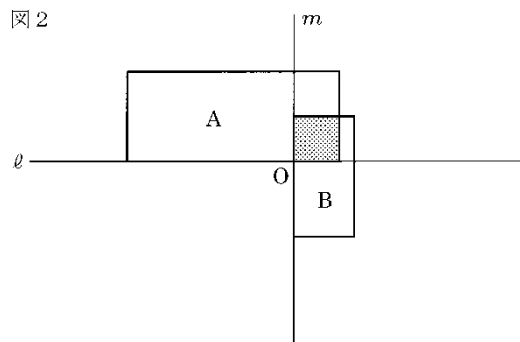
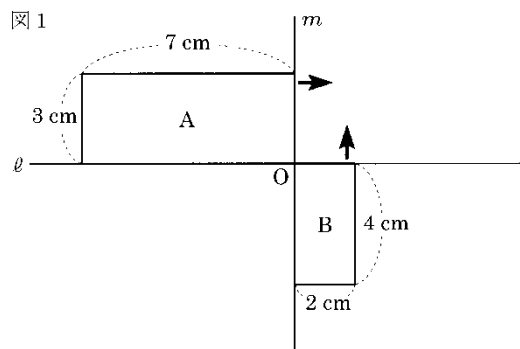
このとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(福島県 2005 年度)

(1) $0 \leq x \leq 2$ のとき y を x の式で表しなさい。

(2) 動き始めてから図3の状態になるまでの間で、 y の値が一定であるような x の変域を求めなさい。

(3) 動き始めてから図3の状態になるまでの x と y の関係を表すグラフをかきなさい。



解答欄

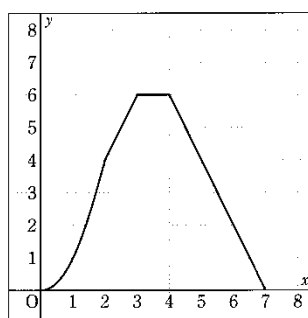
(1)	$y =$
(2)	
(3)	

解答

(1) $y=x^2$

(2) $3\leq x\leq 4$

(3)



解説

(1)

$0\leq x\leq 2$ のとき, y は正方形の面積である。

したがって $y=x^2$ である。

(2)

$3\leq x\leq 4$ のとき面積が $2\times 3=6$ の長方形である。

(3)

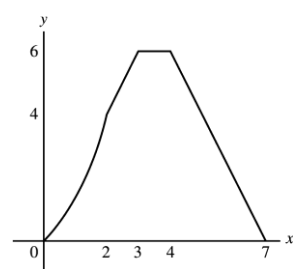
$x=4$ のとき $y=6$,

$x=5$ のとき $y=4$,

$x=6$ のとき $y=2$,

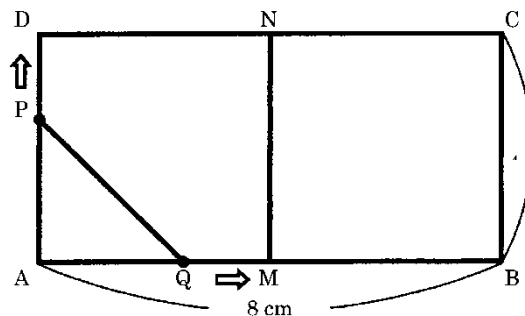
$x=7$ のとき $y=0$

よって $4\leq x\leq 7$ のとき $y=-2x+14$ である。



【問 32】

図のような、 $AB=8\text{ cm}$ 、 $BC=4\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ があり、
2点 M 、 N はそれぞれ辺 AB 、 CD の中点である。点 P は A を出発し、正方形 $ADNM$ の辺上を $A\rightarrow D\rightarrow N\rightarrow M\rightarrow A$ の順に毎秒 1 cm の速さで進み、 A に着いたら停止する。また、点 Q は点 P が出発すると同時に A を出発し、長方形 $ABCD$ の辺上を $A\rightarrow M\rightarrow B\rightarrow C\rightarrow N$ の順に毎秒 1 cm の速さで進み、 N に着いたら停止する。



このとき、次の1, 2の問いに答えなさい。

(栃木県 2005 年度)

- 3点 A , P , Q をそれぞれ直線で結び、その直線で囲まれた図形を T とする。2点 P , Q が A を出発してから x 秒後の図形 T の面積を $y\text{ cm}^2$ として、次の(1), (2), (3)の問いに答えなさい。

(1) 点 P が A を出発してから2秒後の図形 T の面積を求めなさい。

(2) 点 P が A を出発してから N に着くまでの x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

(3) 点 P が辺 MA 上にあり、図形 T の面積が 5 cm^2 になるのは、点 P が A を出発してから何秒後か。ただし、途中の計算も書くこと。

- 点 P が A を出発してから A にもどるまでの間で、3点 A , P , Q が一直線上に並ぶのは点 P が A を出発してから何秒後か。

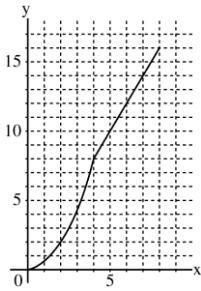
[illegible]

解答

1

(1) 2 cm^2

(2)



(3)

点Pが辺MA上にあるとき、点Qは辺CN上にあるので
図形TはAPを底辺とする高さ4cmの三角形になる。

このとき $AP = 16 - x \text{ cm}$

よって図形Tの面積 $y \text{ cm}^2$ は

$$y = \frac{1}{2} \times 4 \times (16 - x) = -2x + 32$$

したがって $-2x + 32 = 5$ より

$$-2x = -27$$

$$x = \frac{27}{2}$$

答 $\frac{27}{2}$ 秒後

2 $\frac{32}{3}$ 秒後

解説

1

(1)

点PがAを出発してから2秒後の図形Tは $AP = AQ = 2 \text{ cm}$ の直角二等辺三角形になる。

よって、求める面積は $\frac{1}{2} \times AP \times AQ = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \text{ cm}^2$

(2)

$0 \leq x \leq 4$ のとき、点Pは辺AD上、点Qは辺AM上にあるので、図形Tは直角二等辺三角形になる。

このとき、 $AP = AQ = x \text{ cm}$ だから $y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2} x^2$

$4 \leq x \leq 8$ のとき

点Pは辺DN上、点Qは辺MB上にあるので

図形TはAQを底辺とする高さ4cmの三角形になる。

このとき $AQ = x \text{ cm}$ だから $y = \frac{1}{2} \times x \times 4 = 2x$

よって図のようになる。

(3)

点Pが辺MA上にあるとき、点Qは辺CN上にあるので

図形TはAPを底辺とする高さ4cmの三角形になる。

このとき $AP = 16 - x \text{ cm}$

よって、図形Tの面積 $y \text{ cm}^2$ は

$$y = \frac{1}{2} \times 4 \times (16 - x) = -2x + 32$$

したがって、 $-2x + 32 = 5$ より $-2x = -27$ $x = \frac{27}{2}$ よって $\frac{27}{2}$ 秒後

2

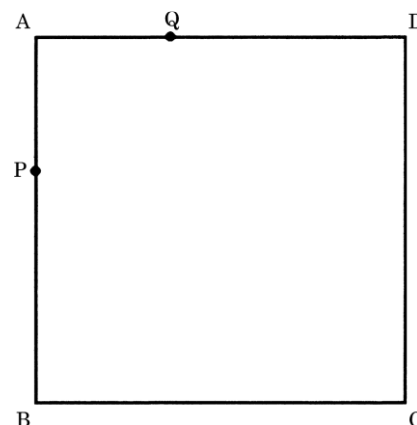
3点A, P, Qが一直線上に並ぶのは、点Pが辺NM上、点Qが辺CB上にあり

$2PM = QB$ となるときだから $2(12 - x) = x - 8$ を解いて $x = \frac{32}{3}$

【問 33】

図のように、1辺の長さが3 cmの正方形ABCDがある。点Pは頂点Aを出発し、毎秒1cmの速さで辺AB上を頂点Bの方向に移動し、頂点Bに到達したら、同じ速さで辺BA上を移動し、頂点Aまでもどる。また、点Qは点Pと同時に頂点Aを出発し、点Pと同じ速さで辺AD、DC上を通って頂点Cまで移動する。このとき、2点P、Qは途中止まることなく移動するものとする。

点P、Qが頂点Aを出発してから x 秒後の3点A、P、Qを結んでできる $\triangle APQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とすると、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。ただし、点Pが頂点Aにあるときは $y=0$ とする。



(新潟県 2005 年度)

(1) 次の①、②について、 y を x の式で表しなさい。

① $0 \leq x \leq 3$ のとき

② $3 \leq x \leq 6$ のとき

(2) $0 \leq x \leq 6$ のときの x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

(3) 点P、Qが頂点Aを出発してから6秒後までの間で、 $\triangle APQ$ の面積が 2 cm^2 以上になるのは何秒間か求めなさい。

解答欄

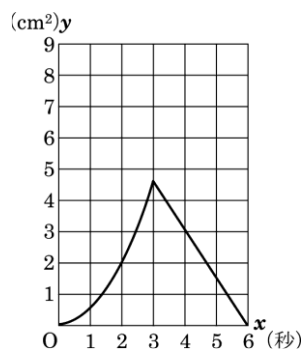
(1)	①	
	②	
(2)		
(3)	秒間	

解答

(1)

① $y = \frac{1}{2}x^2$ ② $y = -\frac{3}{2}x + 9$

(2)



(3) $\frac{8}{3}$ 秒間

解説

(1)

①

$0 \leq x \leq 3$ のとき $AP=AQ=x$ cm だから $\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times AQ$ より $y = \frac{1}{2}x^2$

②

$3 \leq x \leq 6$ のとき, 点Qは辺DC上にあり $AP=6-x$ cmだから

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times AD \text{ より } y = \frac{1}{2} \times (6-x) \times 3 = -\frac{3}{2}x + 9$$

(2)

(1)より x と y の関係を表すグラフは右のようになる。

(3)

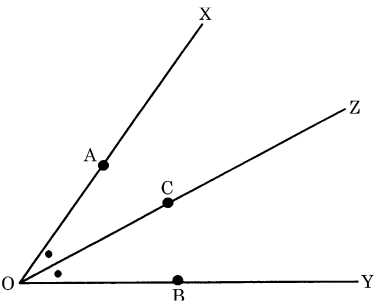
$$0 \leq x \leq 3 \text{ のとき } y = \frac{1}{2}x^2 \text{ に } y=2 \text{ を代入して } 2 = \frac{1}{2}x^2 \quad x^2=4 \quad x>0 \text{ より } x=2$$

$$3 \leq x \leq 6 \text{ のとき } y = -\frac{3}{2}x + 9 \text{ に } y=2 \text{ を代入して } 2 = -\frac{3}{2}x + 9 \quad 3x=14 \quad x=\frac{14}{3}$$

よって $\triangle APQ$ の面積が 2 cm^2 以上になるのは $\frac{14}{3} - 2 = \frac{8}{3}$ 秒間

【問 34】

図で、 $\angle XOY = 60^\circ$ ，半直線 OZ は $\angle XOY$ の二等分線である。点 A , B , C は、点 O を同時に出発して、それぞれ OX , OY , OZ 上を動く点である。



このとき、次の問いに答えなさい。

(富山県 2005 年度)

(1) 点 A , B , C がそれぞれ毎秒 1cm で動くとき、

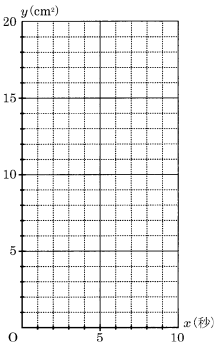
① 線分 AB と OC が垂直であることを説明しなさい。

② 点 A , O , B , C を結んで四角形をつくる。四角形 $AOBC$ の各辺の中点を結んでできる四角形は、どのような四角形になるか、下のア～エの中から最も適切なものを選び、その記号を書きなさい。

- ア 正方形 イ ひし形 ウ 長方形 エ 平行四辺形

③ x 秒後の四角形 $AOBC$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき x と y の関係をグラフにかきなさい。

(2) 点 A が毎秒 1cm , B が毎秒 2cm , C が毎秒 3cm で動いている。また、点 D は、 A , B , C と同時に O を出発し、 OY 上を、四角形 $AOBC$ の面積と $\triangle AOD$ の面積が等しくなるように、一定の速さで動いている。このとき、 D の速さは毎秒何 cm か求めなさい。



解答欄

(1)	①		
	②		
	③		
(2)	毎秒	cm	

解答

(1)

①

$\triangle AOB$ は, $OA=OB$ の二等辺三角形である。

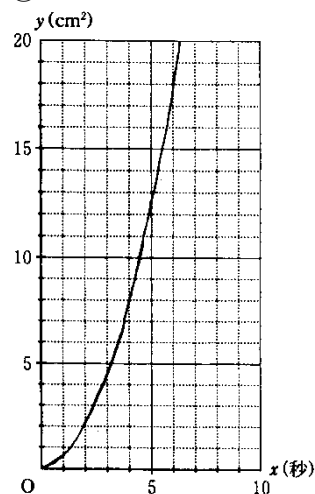
二等辺三角形の頂角の二等分線は, 底辺を垂直に2等分するから

AB と OC は垂直である。

②

ア

③



(2)

毎秒 $3\sqrt{3}$ cm

解説

(1)

①

$\triangle AOB$ は, $OA=OB$ の二等辺三角形である。

二等辺三角形の頂角の二等分線は, 底辺を垂直に2等分するから

AB と OC は垂直である。

②

右の図のように, AO , OB , BC , CA の中点をそれぞれ P , Q , R , S とする。

中点連結定理より $PS=QR=\frac{1}{2} OC$, $PS \parallel QR$

同様に中点連結定理より $PQ=SR=\frac{1}{2} AB$, $PQ \parallel SR$

ここで, $\angle XOY=60^\circ$ より $\triangle AOB$ は正三角だから $AB=OA=OB$

また①より $AB \perp OC$ だから $SR \perp PS$ 以上より四角形 $PQRS$ は正方形である。

③

四角形 $AOBC$ の面積 $= \frac{1}{2} \times OC \times AB = \frac{1}{2} x^2 y = \frac{1}{2} x^2$ ($0 \leq x$) のグラフをかけばよい。

(2)

D は, C を通り AB に平行な直線と半直線 OY との交点である。

$\triangle OAB$ は, 辺の長さの比が $1:2$ で, その間の角が 60° なので直角三角形。

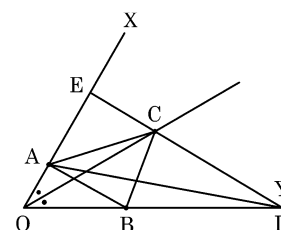
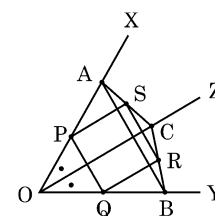
CD の延長と OX の交点を E とすると

$AB \parallel ED$ より $\angle OED=90^\circ$

$\triangle OEC$ は辺の長さの比が $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形だから

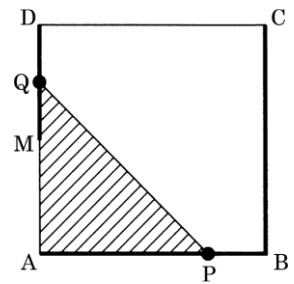
$$OE = \frac{\sqrt{3}}{2} OC = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

また $\triangle OED$ も同様な直角三角形だから $OD=2OE=3\sqrt{3}$



【問 35】

図のような、1辺が4 cmの正方形ABCDがあり、辺ADの中点をMとする。点Pは、Aを出発してA→B→C→B→Aの順にAC間を何回も往復する。また、点Qは最初Mの位置にあり、Pが出発した2秒後にMを出発してDまで動き、Dで2秒間停止したあとMに戻る。Mで2秒間停止したあと、再びMを出発し、同じ動きをくり返しながらMD上を何回も往復する。ただし、点P、Qの動く速さは毎秒1 cmとする。



(福井県 2005 年度)

点 P が A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) 点 P が A を出発してから3秒後の $\triangle APQ$ の面積を求めよ。

(2) 次の各場合について、 y を表す式をつくれ。

ア $0 \leq x \leq 2$ のとき

イ $2 \leq x \leq 4$ のとき

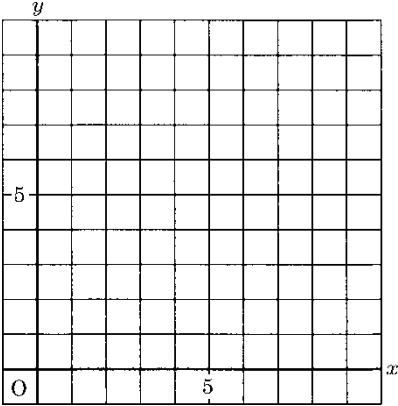
ウ $4 \leq x \leq 6$ のとき

エ $6 \leq x \leq 8$ のとき

(3) (2)で求めたア～エの各場合について、 x と y の関係をグラフに表せ。

(4) 点 P が A を出発してから 50 秒後の $\triangle APQ$ の面積を求めよ。また、求め方を説明せよ。

解答欄

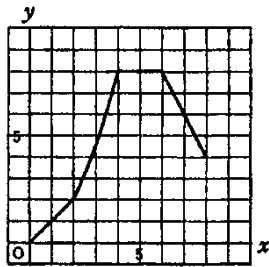
(1)	cm ²	
(2)	ア	y=
	イ	y=
	ウ	y=
	エ	y=
(3)		
(4)	△APQ の面積 cm ²	
	説明	

解答

(1) $\frac{9}{2} \text{ cm}^2$

(2) ア $y=x$ イ $y=\frac{1}{2}x^2$ ウ $y=8$ エ $y=-2x+20$

(3)



(4) 2 cm^2

説明

16秒で最初の状態にもどるので $50 \div 16 = 3 \cdots 2$ より2秒後の面積と同じ 2 cm^2 になる。

解説

(1)

3秒後のAPの長さは $1 \times 3 = 3 \text{ cm}$, AQの長さは, 点Qが2秒遅れで出発していることから, $AQ = 2 + (3 - 2) = 3 \text{ cm}$

よって求める面積は $\frac{1}{2} \times AQ \times AP = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2} \text{ cm}^2$

(2)

ア 点Pは辺AB上にあるので $AP=x$

点Qは停止しているので $AQ=2$

よって $y = \frac{1}{2} \times 2 \times x = x$

イ 点Pは辺AB上にあるので $AP=x$

点Qは辺MD上にあるので $AQ=AM+MQ=2+(x-2)=x$

よって $y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2} x^2$

ウ 点Pは辺BC上にあるのでAQを△APQの底辺とすると, 高さは4cmで一定。

点QはDで停止しているので $AQ=4$

よって $y = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

エ 点Pは辺BC上にあるのでウと同じ状況。

点QはDからMに戻ってきているので

$DQ=x-6$ $AQ=AB-DQ=4-(x-6)=-x+10$

よって $y = \frac{1}{2} \times (-x+10) \times 4 = -2x+20$

(3)

原点と(2, 2)の間と(6, 8)から(8, 4)の間は直線

(2, 2)から(4, 8)の間は放物線

(4, 8)から(6, 8)までの間はx軸に平行な直線になる。

(4)

出発後, 最初の位置にもどってくるのに点Pは $4 \times 2 \times 2 \div 1 = 16$ 秒

点Qは $2 \times 2 \div 1 + 2 \times 2 = 8$ 秒かかるので

次に最初の状態にもどるのは

16と8の最小公倍数にあたる16秒後。

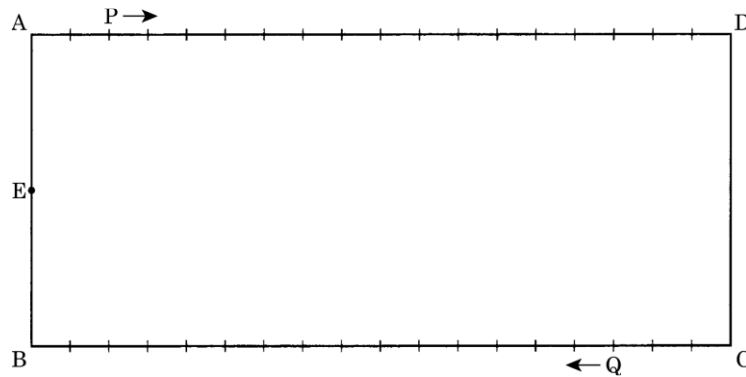
【問 36】

図のように、 $AB=8\text{cm}$ 、 $AD=18\text{cm}$ の長方形 $ABCD$ があり、点 E は辺 AB の中点である。また、2点 P 、 Q は同時に出発し、次の条件(ア)、(イ)で動く。このとき、下の各問いに答えなさい。ただし、辺 AD 、 BC 上の1目もりは 1cm とする。

(長野県 2005年度)

(ア) 点 P は、点 A を出発し、毎秒 2cm の速さで辺 AD 上を動き、点 D に到着した後は動かない。

(イ) 点 Q は、点 C を出発し、毎秒 3cm の速さで辺 CB 上を動き、点 B に到着した後は動かない。



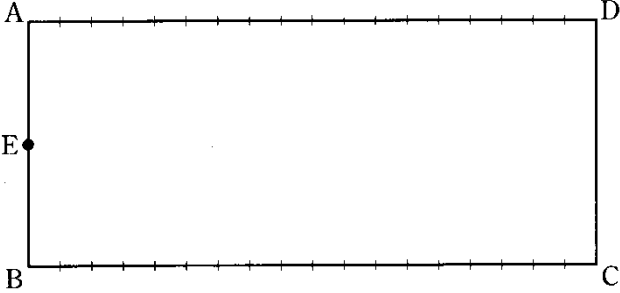
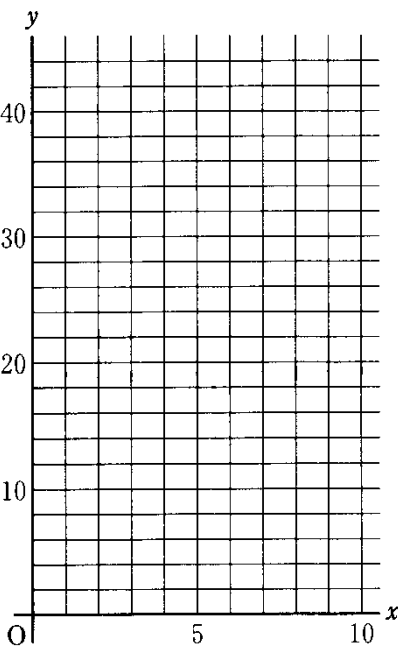
- (1) 出発してから2秒後の点 P 、 Q の位置を示し、 $\triangle PEQ$ を図にかきなさい。(P、Qの記号も書き入れなさい。) また、そのときの $\triangle PEQ$ の面積を求めなさい。

- (2) 出発してから x 秒後の $\triangle PEQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。

① $0 \leq x \leq 6$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

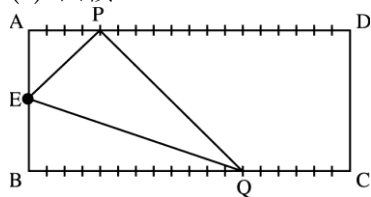
② $0 \leq x \leq 9$ のとき、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

- (3) $\triangle PEQ$ が $EP=EQ$ の二等辺三角形になるとき、その面積を求めなさい。

(1)	図 	
	面積 cm^2	
(2)	①	$y =$
	②	
(3)	cm^2	

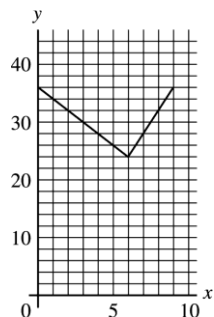
解答

(1) 面積 32 cm^2



(2) ① $y = -2x + 36$

②



(3) $\frac{144}{5}$

解説

(1)

$$\triangle PEQ = \text{台形} ABQP - \triangle AEP - \triangle EBQ = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 + \frac{1}{2} \times 12 \times 8 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 32 \text{ cm}^2$$

(2)

①

$0 \leq x \leq 6$ のとき $AP = 2x$, $BQ = 18 - 3x$ より

$$y = \frac{1}{2} \times 2x \times 8 + \frac{1}{2} \times (18 - 3x) \times 8 - \frac{1}{2} \times (18 - 3x) \times 4 = -2x + 36$$

②

$6 \leq x \leq 9$ のとき $AP = 2x$, $BQ = 0$ より

$$\triangle PEQ = \frac{1}{2} \times 4 \times 2x = 4x \quad y = 4x \text{ のグラフをかけばよい。}$$

(3)

$EP = EQ$ になるのは $0 \leq x \leq 6$ のときだから

$$\text{方程式 } 2x = 18 - 3x \text{ を解いて } x = \frac{18}{5}$$

$$\text{このとき面積は } \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{36}{5} = \frac{144}{5} \text{ cm}^2$$

【問 37】

図1のように、 $BC=8\text{cm}$ 、 $\angle C=\angle D=90^\circ$ の台形 $ABCD$ がある。
点 P は D を出発して、毎秒 1cm の速さで、台形の辺上を A 、 B を通過して
 C まで動く。点 P が D を出発してから x 秒後の $\triangle CDP$ の面積を $y\text{ cm}^2$ と
する。点 P が D を出発して5秒後に A を通過した。図2は、点 P が D を出
発してから5秒間の x と y の関係を表すグラフである。

次の問いに答えなさい。

(兵庫県 2005 年度)

(1) 辺 CD の長さを求めなさい。

(2) 点 P が辺 AB 、 BC 上を動くとき、 x と y の関係を表すグラフを
解答欄にかきなさい。

(3) $\triangle CDP$ の面積が、台形 $ABCD$ の面積の $\frac{1}{2}$ になるのは、点 P が D を出発してから何秒後か、すべて求めな
さい。

図 1

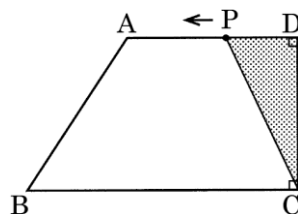
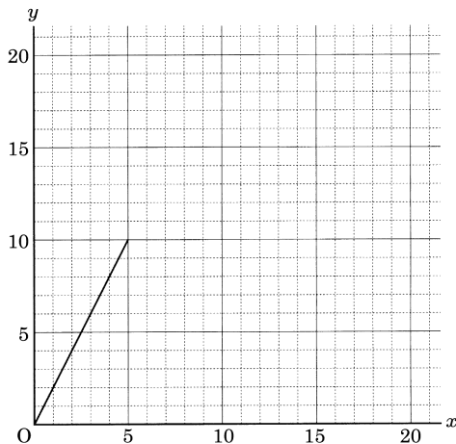


図 2



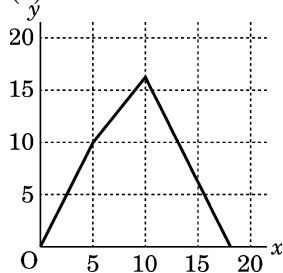
解答欄

(1)	cm
(2)	
(3)	秒後

解答

(1) 4cm

(2)



(3) $\frac{15}{2}$, $\frac{23}{2}$ 秒後

解説

(2)

点 A から辺 BC に垂線 AE をひくと, $AE=DC=4\text{cm}$, $BE=8-5=3\text{cm}$

$\triangle ABE$ に三平方の定理を用いて, $AB=\sqrt{4^2+3^2}=5\text{cm}$

点 P が辺 AB 上にあるとき, 右図のように点 Q, R をとると

$\triangle PAQ \sim \triangle PBR \sim \triangle ABE$ となるので

$PA:PQ=PB:PR=AB:AE=5:4$

$AP=x-5\text{cm}$, $PB=10-x\text{cm}$ だから

$PQ=\frac{4}{5}(x-5)\text{cm}$, $PR=\frac{4}{5}(10-x)\text{cm}$

したがって, $y=(\text{台形 } ABCD)-\triangle APD-\triangle PBC$

$$=\frac{1}{2} \times 5 \times 4 + \frac{1}{2} \times 8 \times 4 - \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{4}{5}(x-5) - \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{4}{5}(10-x) = \frac{6}{5}x + 4$$

点 P が点 B につくのは 10 秒後だから

$$x=10 \text{ のとき, } y=\frac{6}{5} \times 10 + 4 = 16$$

また, 点 P が辺 BC 上を動くとき, y の値は一定の割合で減少し

$x=18$ のとき, $y=0$ だから, 解答欄のグラフのようになる。

(3)

$$y=26 \times \frac{1}{2} = 13 \text{ となるときだから}$$

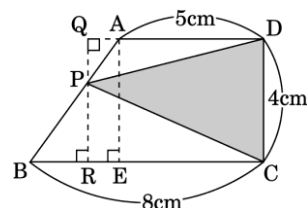
$$5 \leq x \leq 10 \text{ のとき } 13 = \frac{6}{5}x + 4 \text{ より } x = \frac{15}{2}$$

また, $10 \leq x \leq 18$ のときの直線の式を求めると

$$y = -2x + 36 \text{ だから}$$

$$13 = -2x + 36 \text{ より}$$

$$x = \frac{23}{2}$$



【問 38】

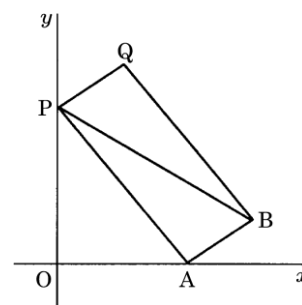
図で、点 O は原点、2点 A, B の座標は、それぞれ $(6, 0), (9, 2)$ である。また、点 P は y 軸上を動く点で、その y 座標は正の数である。線分 AB, AP を2辺とする平行四辺形 $ABQP$ をつくるとき、各問いに答えよ。

(奈良県 2005 年度)

(1) 点 P の座標が $(0, 8)$ のとき、次の①, ②の問いに答えよ。

① 線分 BP の長さを求めよ。

② 2点 B, Q を通る直線の式を求めよ。



(2) 四角形 $OABP$ の面積と平行四辺形 $ABQP$ の面積が等しくなるとき、点 P の y 座標を求めよ。

解答欄

(1)	①	
	②	
(2)		

解答

(1)

① $3\sqrt{13}$

② $y = -\frac{4}{3}x + 14$

(2) 4

解説

(1)

①

三平方の定理により $BP = \sqrt{9^2 + (8-2)^2} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$

②

AP // BQ なので2点 B, Q を通る直線の傾きは AP の傾きと等しく

その傾きは $-\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$

P, Q を通る直線の式を $y = -\frac{4}{3}x + b$ とおく。

この式に $x=9, y=2$ を代入すると $2 = -12 + b$ より $b=14$

よって求める直線の式は $y = -\frac{4}{3}x + 14$

(2)

四角形 PABQ は平行四辺形より $\triangle QPB = \triangle APB$

また, 2点 B, Q を通る直線と x 軸との交点を R とおくと

$\triangle APB = \triangle APR$ だから

四角形 OABP の面積と平行四辺形 ABQP の面積が等しくなるとき

$\triangle OAP = \triangle QPB$ より

$\triangle OPA = \triangle APR$ となり A は OR の中点である。

よって R の座標は (12, 0)。

2点 P, A を通る直線の式を $y = ax + b \cdots \textcircled{1}$

とおくと PA // QB より $a = \frac{0-2}{12-9} = -\frac{2}{3}$

よって直線 PA の式は $y = -\frac{2}{3}x + b$

これに $x=6, y=0$ を代入すると $0 = -\frac{2}{3} \times 6 + b, b=4$

よって点 P の y 座標は 4

【問 39】

$AB=AC$ である二等辺三角形 ABC の底辺 BC の中点を M とし、 $BM=CM=4\text{cm}$, $AM=2\text{cm}$ とする。点 P は線分 BM , MA 上を B から A まで動き、点 Q は辺 BC 上を C から B まで動く。2 点 P , Q はそれぞれ B , C を同時に出発して、ともに毎秒 1cm の速さで動くものとする。図1～図3は2点 P , Q が出発してから x 秒後のようすである。

次の問1～問3に答えなさい。

(島根県 2005 年度)

問1. $0 \leq x \leq 4$ のとき、点 P は線分 BM 上にある。図1のように、 $BP \perp PR$ となるよう辺 AB 上に点 R をとり、 $\triangle BPR$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。次の1～3に答えなさい。

1. 点 P が B を出発してから2秒後の y の値を求めなさい。
2. y を x の式で表しなさい。
3. x の変域を $0 \leq x \leq 4$ とするとき、 x と y の関係をグラフに表しなさい。

問2. $4 \leq x \leq 6$ のとき、点 P は線分 AM 上にある。図2で、 $\triangle ABP$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき、次の1, 2に答えなさい。

1. 線分 PM の長さを x を用いて表しなさい。
2. y を x の式で表しなさい。

問3. $4 \leq x \leq 6$ のとき、図3のように、 $BQ \perp QS$ となるよう辺 AB 上に点 S をとり、 $\triangle ABP$ の面積の2倍が $\triangle BQS$ の面積と等しくなるときの x の値を求めなさい。

図 1

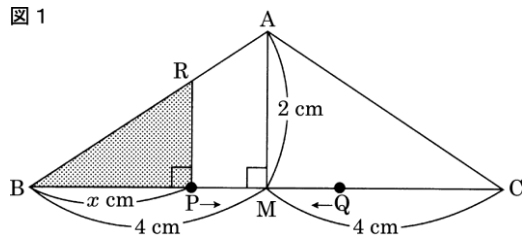


図 2

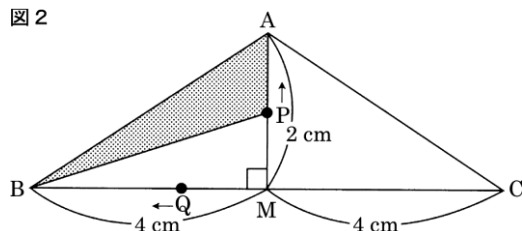
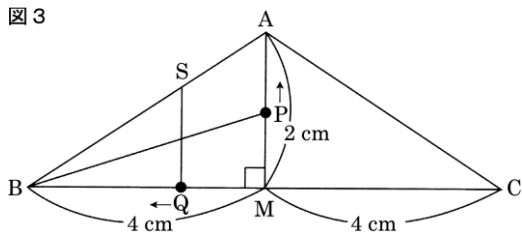
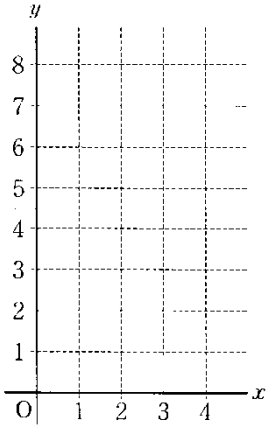


図 3



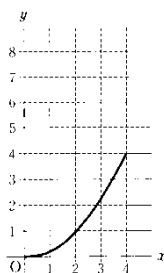
問1	1	
	2	
	3	
問2	1	cm
	2	
問3		

解答

問1 1 1

$$2 \quad y = \frac{1}{4}x^2$$

3



問2 1 $x-4$

$$2 \quad y = -2x + 12$$

問3 $4\sqrt{2}$

解説

問1

1

2秒後の x の値が $x=2$ で $\angle AMB = \angle RPB = 90^\circ$ より $\triangle AMB \sim \triangle RPB$ が言えるので
 $AM:MB = RP:PB = 1:2$

よって $RP = 2 \div 2 = 1\text{cm}$

したがって $y = PB \times RP \div 2 = 2 \times 1 \div 2 = 1$

2

$RP:PB = 1:2$ なので $RP = \frac{1}{2}x \text{ cm}$

よって $y = x \times \frac{1}{2}x \div 2 = \frac{1}{4}x^2$

3

2で求めた式より $(0, 0)$ から $(4, 4)$ までの範囲の放物線をかけばよい。

問2

1

点Pの x 秒後に進む距離は $1 \times x = x \text{ cm}$

これにはBMの長さも含まれるのでPMの長さは $x-4 \text{ cm}$

2

1より $AP = AM - PM = 2 - (x-4) = -x+6$

よって $y = (-x+6) \times 4 \div 2 = 2(-x+6) = -2x+12$

問3

点Qの x 秒後に進む距離は $1 \times x = x \text{ cm}$ なので $QC = x \text{ cm}$

よって $BQ = BC - QC = 4 \times 2 - x = 8 - x$

問1の1・2と同様に考えると $QS = \frac{1}{2}(8-x)$ となり

$\triangle BQS$ の面積は $\frac{1}{4}(8-x)^2$

したがって $\frac{1}{4}(8-x)^2 = 2(-2x+12)$

$$(8-x)^2 = 8(-2x+12)$$

$$64 - 16x + x^2 = -16x + 96$$

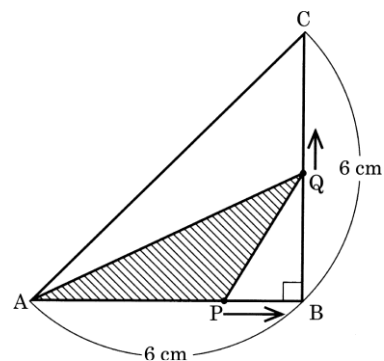
$$x^2 = 32$$

$$x = 4\sqrt{2}$$

【問 40】

図の△ABC は、 $AB=BC=6\text{ cm}$ の直角二等辺三角形である。点 P は A を出発し、毎秒 3 cm の速さで辺 AB, BC 上を C まで動き、C に到着したら停止する。また、点 Q は点 P と同時に B を出発し、毎秒 2 cm の速さで辺 BC 上を C まで動き、C に到着したら停止する。2 点 P, Q が出発してから x 秒後の△APQ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の1～4の問いに答えなさい。

(鹿児島県 2005 年度)

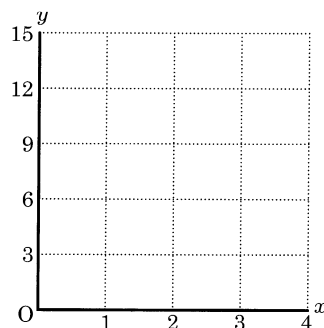


1. 2秒後の PQ の長さは何 cm か。

2. x の変域が $0 \leq x \leq 2$ のとき、 y を x の式で表せ。

3. 下の表は、 x と y の対応を表している。ア、イにあてはまる数を求めよ。また、 x の変域が $0 \leq x \leq 4$ のとき、 x と y の関係を表すグラフをかけ。

x	0	2	3	4
y	0	ア	イ	0



4. 2 点 P, Q が出発してから t 秒後に△APQ の面積が△ABC の面積の $\frac{1}{3}$ になった。このとき t の値をすべて求めよ。

解答欄

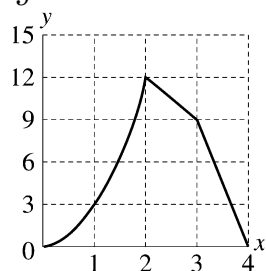
1	cm		
2	$y =$		
3	ア		イ
4	$t =$		

解答

1 4 cm

2 $y=3x^2$

3 ア 12 イ 9



4 $t = \sqrt{2}, \frac{10}{3}$

解説

1

2秒後の点Pの位置は点Bに重なるので $BQ=PQ$

よって PQ は $2 \times 2 = 4\text{cm}$

2

$0 \leq x \leq 2$ ではAを出発した点Pは辺AB上にある。

同様にBを出発した点Qは辺BCにある。

$\triangle ABC$ は直角二等辺三角形だから辺APを底辺とすると高さは辺BQとなる。

よって $y = \frac{1}{2} \times 3x \times 2x = 3x^2$

3

グラフから $x=2$ のとき $y=3x^2$ に代入して $y=12$,

$x=3$ のとき点PはBC上、点QはCの位置だから $y=3 \times 6 \times \frac{1}{2} = 9$ から $y=9$

よってア 12, イ 9

4

$\triangle ABC$ の面積は $6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 18$,

$\triangle APQ$ の面積は $\triangle ABC$ の面積の $\frac{1}{3}$ だから $18 \times \frac{1}{3} = 6$ となる。

3のグラフより $y=6$ になる $x(=t)$ の値を求めると

$y=3x^2$ に $y=6$ を代入すると、 $x > 0$ から $x = \sqrt{2}$

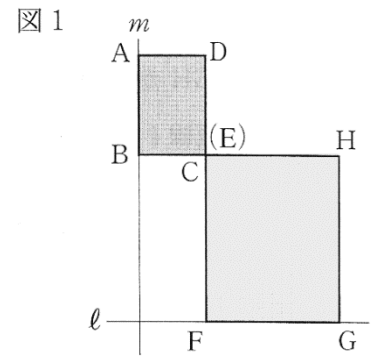
$3 \leq x \leq 4$ の変域でのグラフは $y = -9x + 36$ となる。

このグラフの式に $y=6$ を代入すると $x = \frac{10}{3}$

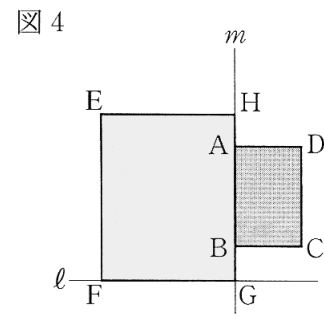
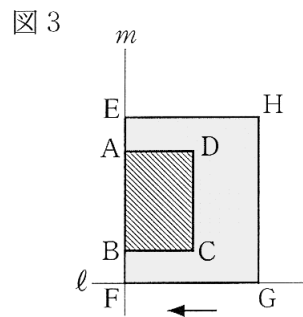
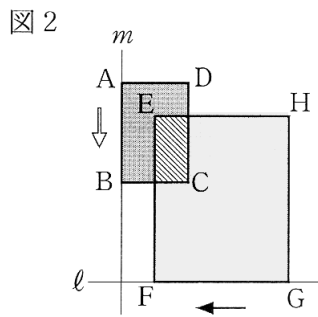
よって t の値は、 $\sqrt{2}, \frac{10}{3}$

【問 41】

図 1 は、平面上において、直線 ℓ , m は $\ell \perp m$ で、長方形 ABCD の辺 AB が m 上、長方形 EFGH の辺 FG が ℓ 上にあり、頂点 C と頂点 E が重なっていることを表している。AB=6 cm, BC=4 cm, EF=10 cm とし、2 つの長方形は、図 1 の状態から次のように同時に移動する。



長方形 ABCD は、図 2 のように、直線 m に沿って矢印(↓)の方向に毎秒 1 cm の速さで移動する。長方形 EFGH は、図 2 のように、直線 ℓ に沿って矢印(←)の方向に毎秒 0.5 cm の速さで移動する。長方形 ABCD は、図 3 のように、辺 AB と辺 EF が重なったときに停止し、長方形 EFGH は、図 4 のように、移動を始めてから 24 秒後に、辺 HG と辺 AB が重なり停止する。



2 つの長方形が移動を始めてから、 x 秒後に重なってできる四角形の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。

次の 1~3 の問いに答えなさい。

(秋田県 2006 年度)

問1 図 3 は、2 つの長方形が移動を始めてから何秒後を表しているか、求めなさい。

問2 $y \geq 8$ となる x の変域を求めなさい。

問3 3 点 A, E, G が 1 つの直線上にあるのは、2 つの長方形が移動を始めてから何秒後か、すべて求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 8 秒後

問2 $4 \leq x \leq \frac{64}{3}$

問3 $\frac{8}{3}$ 秒後, $\frac{56}{5}$ 秒後

解説

問3

x 秒後の座標は, $0 \leq x \leq 8$ のとき $A(0, 16-x)$, $G(12-0.5x, 0)$

A, E, G が一直線上に並ぶとき

$OA:OG=EF:FG$ $(16-x):(12-0.5x)=10:8$

これを解いて $x=\frac{8}{3}$ 秒後

また, $8 \leq x \leq 24$ のとき $A(0, 8)$

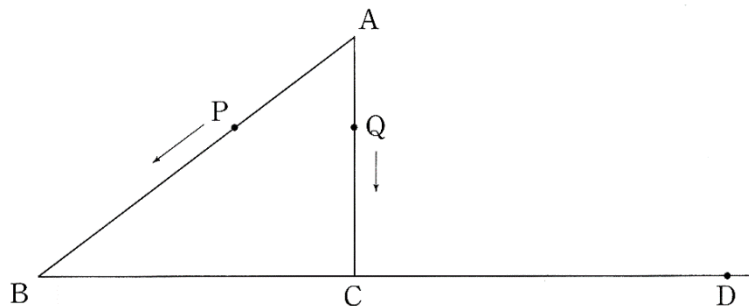
同様に $OA:OG=EF:FG$ $8:(12-0.5x)=10:8$

これを解いて $x=\frac{56}{5}$ 秒後

【問 42】

下の図は、 $AB=25\text{ cm}$ 、 $AC=15\text{ cm}$ 、 $\angle ACB=90^\circ$ である直角三角形 ABC と、辺 BC の延長上にある点 D である。2 点 P 、 Q は同時に A を出発し、 P は毎秒 5 cm の速さで辺上および BC の延長上を $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ の順に動き、 Q は毎秒 3 cm の速さで辺上および BC の延長上を $A \rightarrow C \rightarrow D$ の順に動き、同時に D に到着し、そこで停止する。 P 、 Q が出発してから x 秒後の三角形 APQ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の 1～4 の問いに答えなさい。

(群馬県 2006 年度)



問1 BC の長さを求めなさい。

問2 P 、 Q が停止するのは、出発してから何秒後か求めなさい。また、 CD の長さを求めなさい。

問3 P 、 Q が出発してから停止するまでの y を、 x の範囲を 2 通りに分けて式で表しなさい。また、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

問4 $y=100$ となる x の値をすべて求めなさい。

問1	cm
問2	秒後, cm
問3	$\leq x \leq$ のとき $y=$ $\leq x \leq$ のとき $y=$

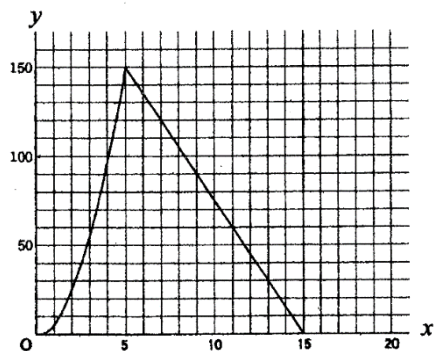
解答

問1 20cm

問2 15 秒後, 30cm

問3

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 5 \text{ のとき } y = 6x^2 \\ 5 \leq x \leq 15 \text{ のとき } y = -15x + 225 \end{cases}$$



問4 $x = \frac{5\sqrt{6}}{3}, \frac{25}{3}$

解説

問3

P は B に $\frac{25}{5} = 5$ 秒後, Q は C に $\frac{15}{3} = 5$ 秒後に同時に到着する。

$0 \leq x \leq 5$ のとき, $AP = 5x$ cm, $AQ = 3x$ cm と表せる。

このとき, $\triangle APQ$ と $\triangle ABC$ において $AP:AQ=AB:AC=5:3$,

$\angle A$ は共通なので $\triangle APQ \sim \triangle ABC$

よって $PQ = 4x$ cm, $\angle AQP = 90^\circ$

$$y = \frac{1}{2} \times 3x \times 4x = 6x^2$$

$5 \leq x \leq 15$ のとき

$$PQ = BQ - BP = (20 + 3x - 15) - (5x - 25) = 30 - 2x$$

$$y = \frac{1}{2} (30 - 2x) \times 15 = -15x + 225$$

問4

$0 \leq x \leq 5$ のとき

$$y = 6x^2 \text{ に } y = 100 \text{ を代入して } 100 = 6x^2 \quad x^2 = \frac{50}{3} \quad x = \pm \frac{5\sqrt{6}}{3} \quad 0 \leq x \leq 5 \text{ より } x = \frac{5\sqrt{6}}{3}$$

$$5 \leq x \leq 15 \text{ のとき } y = -15x + 225 \text{ に } y = 100 \text{ を代入して } 100 = -15x + 225 \quad x = \frac{\sqrt{25}}{3}$$

【問 43】

次のような図形ア、イがある。

図形アは、 $AB=4\text{ cm}$, $BC=20\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ である。

図形イは、 $\angle EFJ=90^\circ$, $EF=FJ=10\text{ cm}$ の直角二等辺三角形 EFJ と、 $IF=1\text{ cm}$, $FG=10\text{ cm}$ の長方形 $FGHI$ を組みあわせた図形 $EGHIJ$ である。

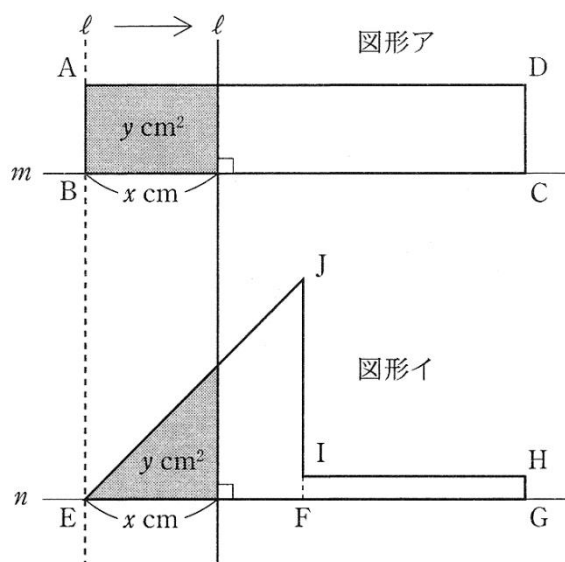
右の図のように、平行な 2 直線 m , n 上に図形ア、イをおく。直線 ℓ は辺 AB と頂点 E を通り、2 直線 m , n と垂直な位置にある。

直線 ℓ がこの位置から矢印 ($\rightarrow$) の方向へ動きながら、図のように図形ア、イを塗りつぶしていく。図形ア、イのそれぞれの場合において、直線 ℓ が動いた距離を $x\text{ cm}$, 塗りつぶされた

部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。解答用紙のグラフは図形アにおける x と y の関係を表している。

このとき、下の各問いに答えなさい。

(長野県 2006 年度)

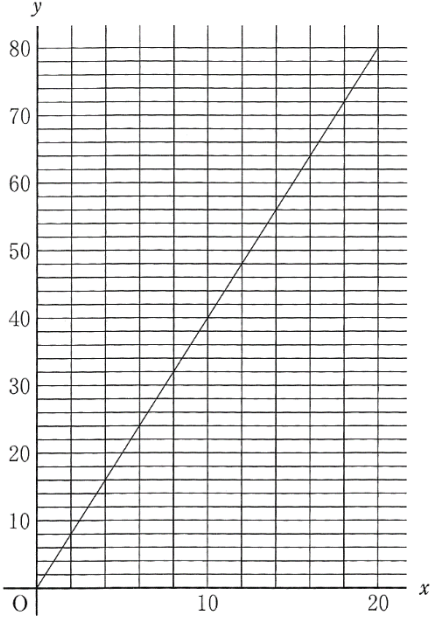


問1 図形アと図形イのそれぞれにおいて、 $x=2$ のとき、 y の値を求めなさい。

問2 図形イにおいて、 $0 \leq x \leq 10$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

問3 図形イにおいて、 $0 \leq x \leq 20$ のとき、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

問4 直線 ℓ が辺 IH と交わる範囲で、図形アと図形イの塗りつぶされた部分の面積の差が 5 cm^2 になる位置が 2 ヶ所ある。そのときの x の値を求めなさい。

問1	ア	
	イ	
問2	$y =$	
問3		
問4		

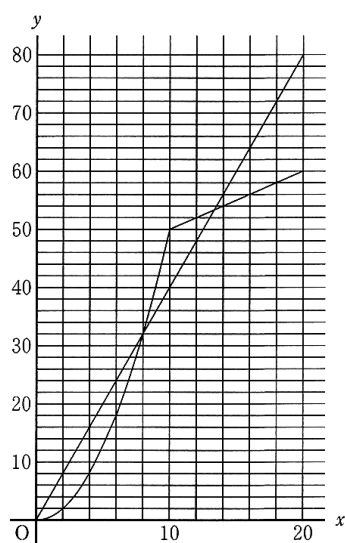
解答

問1

ア 8 イ 2

問2 $y = \frac{1}{2}x^2$

問3



問4 $\frac{35}{3}$ 15

解説

問2

$0 \leq x \leq 10$ のとき図形は 2 辺が x cm の直角二等辺三角形になるから $y = \frac{1}{2}x^2$

問3

$10 \leq x \leq 20$ のとき $y = \frac{1}{2} \times 10^2 + 1 \times (x - 10) = x + 40$

問4

グラフより $(x + 40) - 4x = 5 \cdots \textcircled{1}$ のときと $4x - (x + 40) = 5 \cdots \textcircled{2}$ のときがある。

よって

①より $-3x = -35$ $x = \frac{35}{3}$

②より $3x = 45$ $x = 15$

【問 44】

図 1 のように、図形アとイが直線 ℓ 上に並んでいる。
図形イを固定し、図形アを図 1 の状態から矢印の方向
に動かし、図 4 の状態になるまで移動させる。図 2, 図
3 は、その途中のようすを表したものである。

図形アを図 1 の状態から x cm 移動させたとき、図
形アとイが重なってできた図形の面積を y cm² とする。

次の 1～4 の問いに答えなさい。

(岐阜県 2006 年度)

問 1 $x=2$ のとき、 y の値を求めなさい。

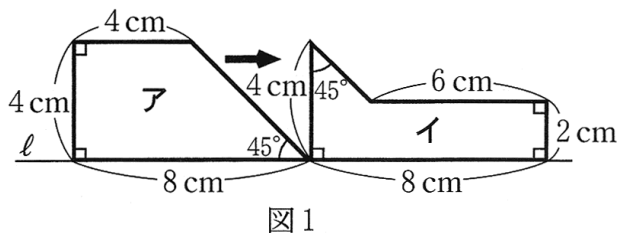


図 1

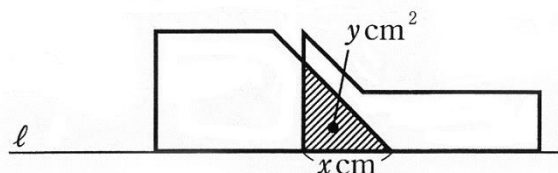


図 2

問 2 x の変域を次の (1), (2) とするとき、 x と y との関
係を式で表しなさい。

(1) $0 \leq x \leq 4$ のとき

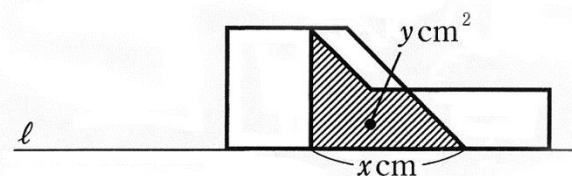


図 3

(2) $4 \leq x \leq 8$ のとき

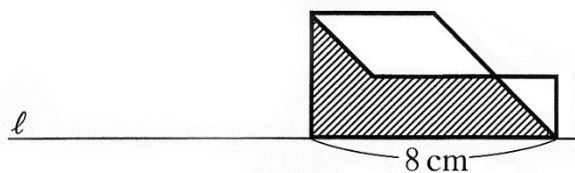
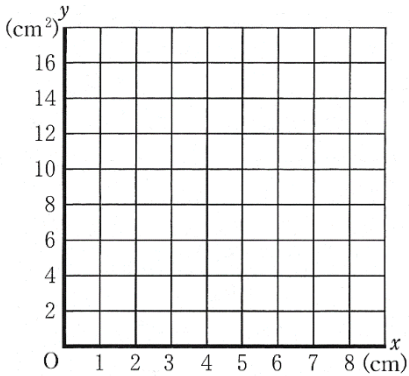


図 4

問 3 x と y との関係を表すグラフをかきなさい。($0 \leq x \leq 8$)

問 4 図形アとイが重なってできた図形の面積が、図形イの面積の半になるのは、図形アを図 1 の状態から何
cm 移動させたときかを求めなさい。

解答欄

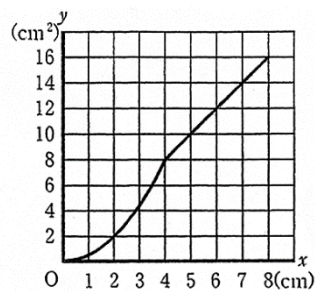
問1		
問2	(1)	$y=$
	(2)	$y=$
問3		
問4	cm	

解答

問1 2

問2 (1) $y = \frac{1}{2}x^2$ (2) $y = 2x$

問3



問4 4.5 cm

解説

問1

$x=2$ のとき、重なってできる図形は 90° , 45° の角をもつ三角形だから直角二等辺三角形

よって $y = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

問2

$0 \leq x \leq 4$ のとき重なってできる図形は直角二等辺三角形だから $y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2}x^2$

$4 \leq x \leq 8$ のとき重なってできる図形は 1 辺が 4cm の直角二等辺三角形と底辺 $x-4$ cm

高さ 2cm の平行四辺形との和になるから $y = \frac{1}{2} \times 4^2 + 2(x-4) = 2x$

問4

イの面積は $\frac{1}{2} \times 4^2 + \frac{1}{2} \times (8-4) \times 2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 18\text{cm}^2$

よって y がその半分の $\frac{18}{2} = 9\text{cm}^2$ になるときを考える。

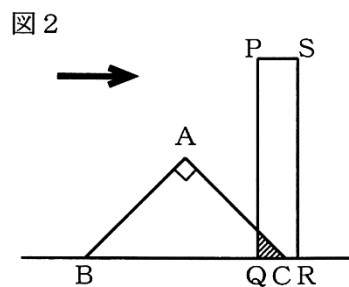
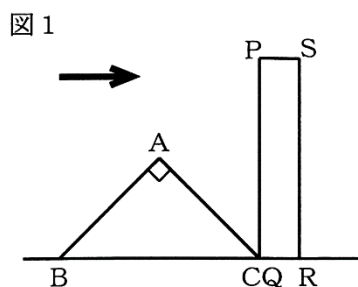
問3のグラフより $y=9$ になるのは $4 \leq x \leq 8$ のときだから

$y=2x$ に $y=9$ を代入して $9=2x$ $x=4.5\text{cm}$

【問 45】

図 1 で、 $\triangle ABC$ は $\angle BAC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形で、四角形 PQRS は長方形、 $BC = 10$ cm、 $PQ = 10$ cm、 $PS = 2$ cm である。頂点 B、C は直線 QR 上にあり、頂点 C、Q は重なっている。長方形 PQRS を固定し、図 1 の状態から $\triangle ABC$ を矢印の方向に毎秒 1 cm の速さで、頂点 A が辺 PQ 上に来るまで移動させる。移動し始めてから x 秒後の $\triangle ABC$ と長方形 PQRS の重なった部分の面積を y cm^2 とするとき、次の(1)、(2)の問いに答えよ。ただし、辺 BC は直線 QR 上を移動する。また、図 2 は $\triangle ABC$ の移動の途中の図である。

(愛知県 A 2006 年度)



- (1) $0 \leq x \leq 2$ のとき、 x, y の関係を式で表せ。
- (2) $2 \leq x \leq 5$ のとき、 x, y の関係をグラフに表せ。

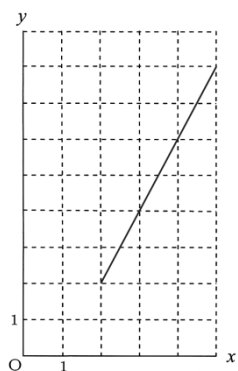
解答欄

(1)	$y =$
(2)	

解答

(1) $y = \frac{1}{2}x^2$

(2)



解説

(2)

$2 \leq x \leq 5$ のとき

SR, PQ と AC との交点をそれぞれ E, F とすると $y = \triangle CFQ - \triangle CER$

したがって $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}(x-2)^2 = 2x-2$

$x=2$ のとき $y=2 \times 2 - 2 = 2$

$x=5$ のとき $y=2 \times 5 - 2 = 8$

だから、この 2 点を線分で結ぶ。

【問 46】

図 1 のように、 $A(8, 0)$ 、 $B(8, 4)$ 、 $C(2, 4)$ 、 $D(2, 0)$ を頂点とする長方形 $ABCD$ がある。点 P は、 A から出発して毎秒 1 cm の速さで B 、 C へと辺上を移動する。このとき、線分 OP と辺 CD との交点を Q とする。後の 1～3 の問いに答えなさい。ただし、座標軸の単位は 1 cm とする。

(滋賀県 2006 年度)

問1 点 P が B の位置にあるとき、線分 QP の長さを求めなさい。

問2 点 P が A を出発してから t 秒後の点 P の座標を、次のそれぞれの場合に分けて求めなさい。

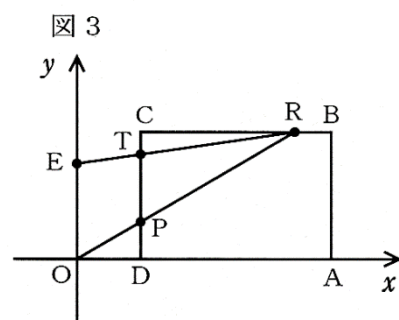
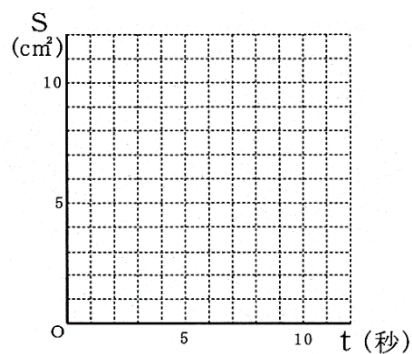
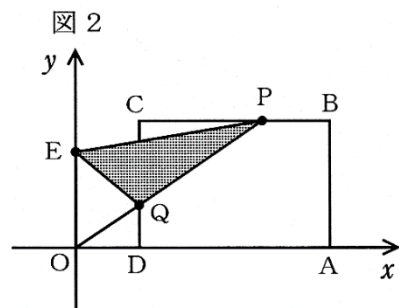
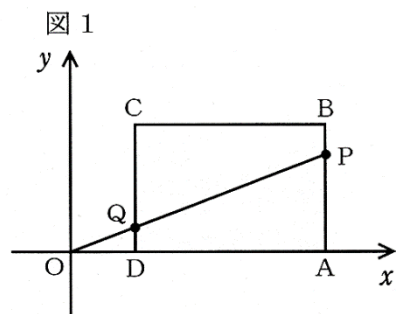
(1) 点 P が AB 上にあるとき

(2) 点 P が BC 上にあるとき

問3 図 2 のように、 y 軸上に点 $E(0, 3)$ をとる。このとき、次の (1)、(2) の問いに答えなさい。

(1) 点 P が A を出発してから t 秒後の $\triangle EQP$ の面積を $S\text{ cm}^2$ とする。 $0 \leq t \leq 10$ のときの t と S の関係をグラフに表しなさい。

(2) 図 3 のように、点 P が C を過ぎて毎秒 1 cm の速さで D に向かうとき、線分 OP の延長と長方形の辺との交点を R 、線分 ER と辺 CD との交点を T とする。このとき、 $CT=PD$ になるのは、点 P が A を出発してから何秒後か求めなさい。



解答欄

問1	cm	
問2	(1)	(,)
	(2)	(,)
問3	(1)	
	(2)	秒後

解答

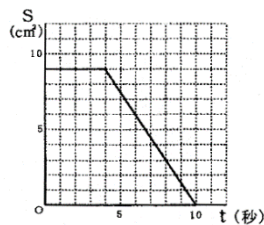
問1 $3\sqrt{5}$ cm

問2

(1) $(8, t)$ (2) $(12-t, 4)$

問3

(1) (2) $\frac{105}{8}$ 秒後



解説

問1

点 P が B の位置にあるとき, $\triangle OAP$ において $OP = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ cm

また $QD \parallel PA$ より, $OQ:QP = OD:DA = 2:(8-2) = 2:6 = 1:3$

よって $QP = \frac{3}{4} OP = \frac{3}{4} \times 4\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$ cm

問3

(1)

点 P が AB 上にあるとき $0 \leq t \leq 4$

$\triangle EQP = \triangle EPO - \triangle EQO$

よって $S = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 - \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 9$

点 P が BC 上にあるとき $4 \leq t \leq 10$

$\triangle EQP = \triangle EPO - \triangle EQO$

よって $S = \frac{1}{2} \times 3 \times (12-t) - \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = -\frac{3}{2}t + 15$

(2)

R から x 軸に垂線 RK, E から CD に垂線 EH をひく。

CR // OK より $CP:PD = CR:OD$

CR // EH より $CT:TH = CR:EH$

EH = OD より $CP:PD = CT:TH$

CT = PD = x とすると

$(4-x):x = x:(1-x)$

$(4-x)(1-x) = x^2$

これを解いて $x = \frac{4}{5}$

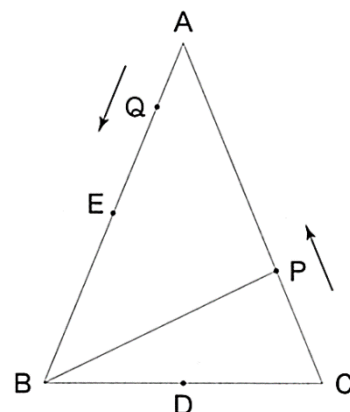
よって $14 - \frac{4}{5} = \frac{66}{5}$ 秒後

【問 47】

右の図のように、 $AB=AC=8\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ である $\triangle ABC$ があり、
 辺 BC の中点を D 、辺 AB の中点を E とする。いま、点 P は点 C を出発して、
 毎秒 1 cm の速さで辺 CA 上を点 C から点 A まで進む。また、点 Q は
 点 P が出発すると同時に点 A を出発して、毎秒 0.5 cm の速さで辺 AB 上を
 点 A から点 E まで進む。

このとき、次の問い1～3に答えよ。

(京都府 2006 年度)



問1 点 P が点 C を出発してから x 秒後の AP の長さ AP と AQ の長さの和、
 $AP+AQ$ を $y\text{ cm}$ とする。 x と y の関係を表すグラフを、答案用紙の
 図にかけ。ただし、点 Q が点 A にあるときは、 $AQ=0\text{ cm}$ 、点 P が点 A にあるときは、 $AP=0\text{ cm}$ とし、 $0 \leq x \leq 8$ とする。

問2 $\triangle PBD$ の面積と $\triangle QDC$ の面積が等しいとき、 AP の長さを求めよ。

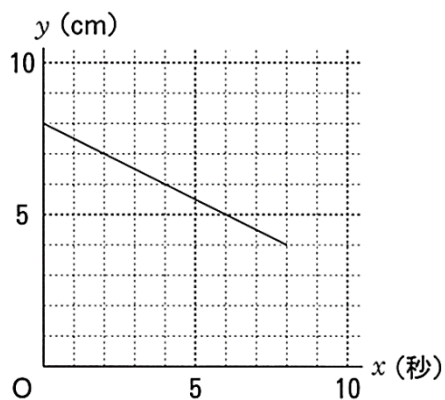
問3 点 P が点 C を出発してから x 秒後に $\triangle PBC$ が二等辺三角形となる x の値は 3 つある。そのうち 1 つは $x=8$ である。残りの 2 つの値を求めよ。ただし、 $0 \leq x \leq 8$ とする。

解答欄

問 1		
問2	$AP = \quad \quad \quad \text{cm}$	
問3	$x = \quad \quad \quad$ 秒後	$x = \quad \quad \quad$ 秒後

解答

問 1



問2 $AP = \frac{8}{3} \text{ cm}$

問3

$x = \frac{9}{2}$ 秒後 $x = 6$ 秒後

解説

問1

x 秒後は $CP = x \text{ cm}$, $AQ = 0.5x \text{ cm}$

よって $y = AP + AQ = (8 - x) + 0.5x = -0.5x + 8 (0 \leq x \leq 8)$

問2

$\triangle PBD$ と $\triangle QDC$ において $BD = CD$ だから

$\triangle PBD = \triangle QDC$ のとき $QP \parallel BC$

$\triangle ABC$ は二等辺三角形だから $AP = AQ$

よって $8 - x = 0.5x$ $x = \frac{16}{3}$

$AP = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3} \text{ cm}$

問3

あとの 2 つは, $CP = CB$ のときと $BC = BP$ のとき。

$CP = CB$ のとき, $x = 6$ 秒後

$BC = BP$ のとき $\triangle BCP \sim \triangle ABC$ になるときだから

$x : 6 = 6 : 8$

$x = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$ 秒後

【問 48】

図 1 のように $AD \parallel BC$, $\angle A = \angle B = 90^\circ$, $AB = 4 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$, $AD = 7 \text{ cm}$ の台形 $ABCD$ がある。

2 点 P, Q は, A を同時に出発し, P は半直線 AB 上を, Q は半直線 AD 上をそれぞれ矢印の向きに毎秒 1 cm の速さで動く。

次の問1～問3に答えなさい。

(和歌山県 2006 年度)

問1 3 点 P, C, Q が一直線上に並ぶのは, 2 点 P, Q が A を出発してから何秒後か, 求めなさい。

問2 2 点 P, Q が A を出発してから x 秒後に, 台形 $ABCD$ が線分 PQ で分けられる図形のうち, A をふくむ図形の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。図 2 は, x の変域が $0 \leq x \leq 7$ の範囲における x, y の関係をグラフに表したもので, $0 \leq x \leq 4$ では, $y = ax^2$ の関係が成り立ち, $4 \leq x \leq 7$ では, $y = bx + c$ の関係が成り立つ。このとき, 次の(1), (2)に答えなさい。

(1) a, b, c の値をそれぞれ求めなさい。

(2) 関数 $y = ax^2$ について, x の値が次のように増加するときの変化の割合が, もっとも大きくなるのはどれか。(ア)～(エ)の中から 1 つ選んで, その記号をかきなさい。また, その理由をかきなさい。

- (ア) 0 から 1 まで
- (イ) 1 から 2 まで
- (ウ) 2 から 3 まで
- (エ) 3 から 4 まで

問3 線分 PQ が, 2 辺 BC, CD と交わるときの交点をそれぞれ E, F とする。 $\triangle ECF$ の面積と $\triangle QDF$ の面積が等しくなるのは, 2 点 P, Q が A を出発してから何秒後か, 求めなさい。

図 1

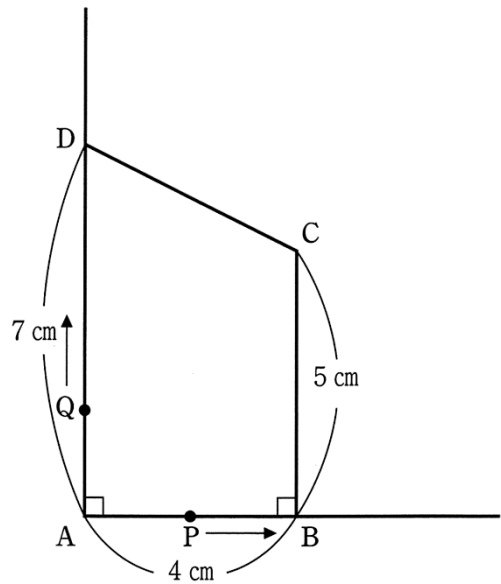
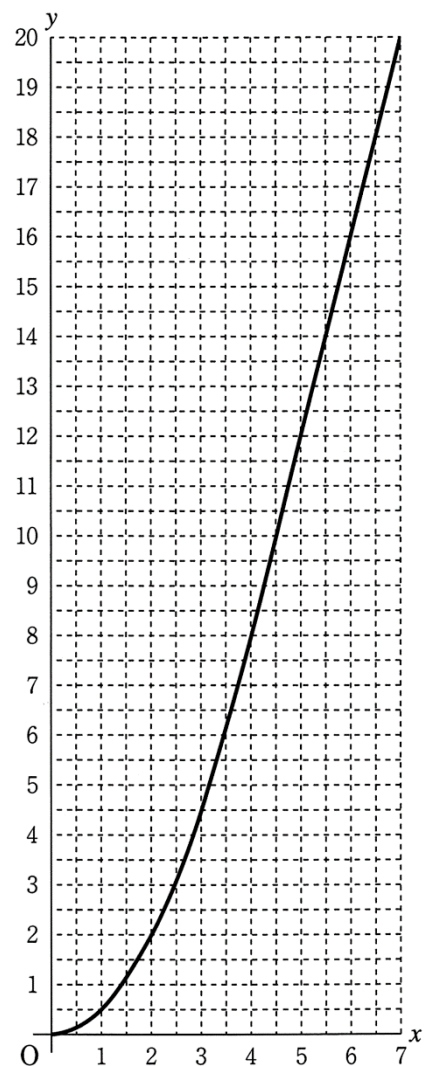


図 2



解答欄

問1	秒後		
問2		<i>a</i>	
		<i>b</i>	
		<i>c</i>	
		記号	
		理由	
問3	秒後		

解答

問1 9 秒後

問2

$$a \quad \frac{1}{2} \quad b \quad 4 \quad c \quad -8$$

記号

(エ)

理由

(ア)～(エ)のように, x の増加量が 1 のとき, y の増加量は, それぞれ

(ア) $\frac{1}{2}$ (イ) $\frac{3}{2}$ (ウ) $\frac{5}{2}$ (エ) $\frac{7}{2}$ であることがグラフから読みとれる。

よって変化の割合がもっとも大きくなるのは(エ)である。

問3 8 秒後

解説

問1

x 秒後の $AP=AQ=x$ cm と表せる。

$\triangle PAQ$ で, $BC \parallel AD$ より

$$BC:AQ=PB:PA$$

$$5:x=(x-4):x$$

$$x(x-4)=5x$$

$$x^2-9x=0$$

$$x(x-9)=0$$

$$x=0, 9$$

$$x>0 \text{ より}$$

$$x=9 \text{ 秒後}$$

問3

PQ が BC , CD と交わるのは $7<x<9$ のとき。

$\triangle ECF=\triangle QDF$ より, 両辺に $\triangle FDE$ を加えると $\triangle CED=\triangle QED$

この 2 つの三角形は CE , QD を底辺としたとき, 高さは等しい長さ AB だから

$$CE=QD$$

$$CE=5-EB=5-(x-4)=9-x \text{ cm}$$

$$QD=x-7 \text{ cm より}$$

$$9-x=x-7$$

$$2x=16$$

$$x=8 \text{ 秒後}$$

【問 49】

図 1 のように、 $AB=8\text{ cm}$ 、 $AD=4\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。点 P は、 A を出発して B まで、点 Q は、点 P と同時に A を出発して D を通って C まで、それぞれ毎秒 1 cm の速さで進む。点 P は B に到着した時点で停止し、点 Q は C に到着した時点で停止する。

また、図 2 から図 4 のように、点 Q から辺 AB に垂線 QR を引き、2 点 P 、 Q が動き始めてから x 秒後の $\triangle PQR$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。次の問 1～問 4 に答えなさい。

(島根県 2006 年度)

問 1 点 Q が停止するのは何秒後か、求めなさい。

問 2 次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) 2 点 P 、 Q が動き始めてから 2 秒後の y の値を求めなさい。

(2) 図 2 で、 $0 \leq x \leq 4$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

(3) 次の ア、イ にあてはまる数を求めなさい。

図 3 で、 $4 \leq x \leq$ ア のとき、
 $y =$ イ で一定である。

問 3 図 4 は、点 P が停止してから、点 Q が停止するまでのようすを示している。次の(1)、(2)に答えなさい。

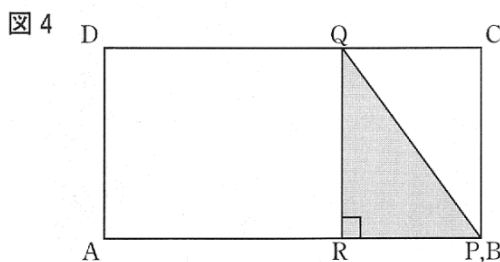
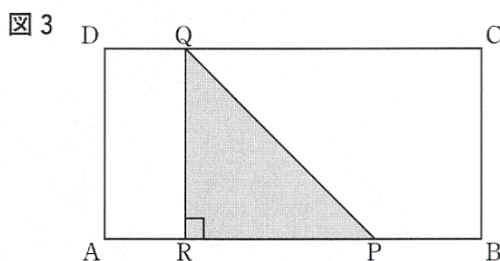
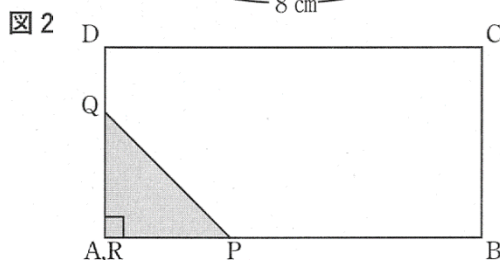
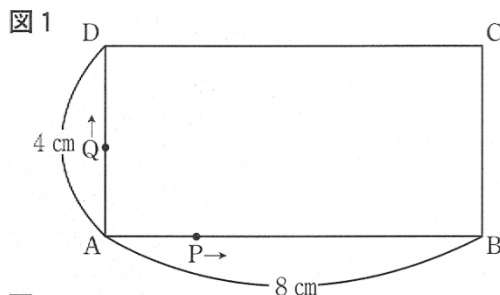
(1) 線分 DQ の長さを x の式で表しなさい。

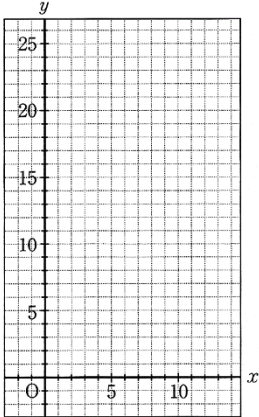
(2) y を x の式で表しなさい。

問 4 点 Q が動き始めてから停止するまでについて、次の(1)、(2)に答えなさい。

(1) x と y の関係をグラフに表しなさい。

(2) $\triangle PQR$ の面積が 5 cm^2 になるときの x の値は 2 個ある。その値を求めなさい。



問1	秒後				
問2	(1)	cm ²			
	(2)	y=			
	(3)	ア		イ	
問3	(1)	cm			
	(2)	y=			
問4	(1)				
	(2)	と			

解答

問1 12 秒後

問2

(1) 2cm^2 (2) $y = \frac{1}{2}x^2$ (3) ア 8 イ 8

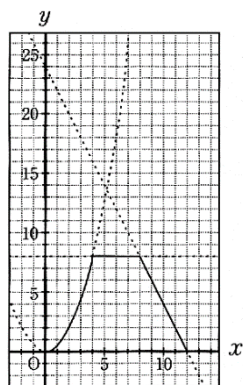
問3

(1) $x - 4\text{cm}$

(2) $y = -2x + 24$

問4

(1)



(2) $\sqrt{10}$ と $\frac{19}{2}$

解説

問2

(2)

$0 \leq x \leq 4$ のとき P は AB 上, Q は AD 上にあり R は常に A と一致する。

よって $\triangle PQR = \frac{1}{2} \times PR \times QR$ より $y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2}x^2$

(3)

$4 \leq x \leq 8$ のとき P は AB 上 Q は DC 上にある。

このとき

$QR = DA = 4\text{ cm}$

$PR = AP - DQ = x - (x - 4) = 4\text{ cm}$

よって $y = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

問3

(2)

$8 \leq x \leq 12$ のとき P は B の位置にあり Q は DC 上にある。

このとき

$QR = DA = 4\text{ cm}$

$PR = AB - AR = AB - DQ = 8 - (x - 4) = 12 - x\text{ cm}$

よって $y = \frac{1}{2} \times 4 \times (12 - x) = -2x + 24$

問4

(2)

グラフより $y = 5$ になるのは, $0 \leq x \leq 4$ のときと $8 \leq x \leq 12$ のときの 2 つある。

よって $5 = \frac{1}{2}x^2$ を解いて $x = \pm\sqrt{10}$

$0 \leq x \leq 4$ より $x = \sqrt{10}$

$5 = -2x + 24$ を解いて $x = \frac{19}{2}$

【問 50】

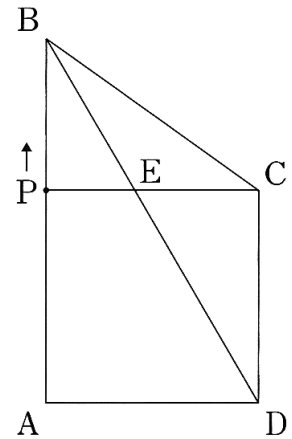
長さ 4 cm の線分 AB 上を、点 P が毎秒 1 cm の速さで点 A から点 B まで動く。右の図のように、線分 AP を 1 辺とする正方形 APCD をつくり、点 B と点 C、点 B と点 D をそれぞれ結ぶ。また、線分 BD、PC の交点を E とする。

次の問1、問2は の中にあてはまる最も簡単な数を記入し、問3は指示にしたがって答えよ。

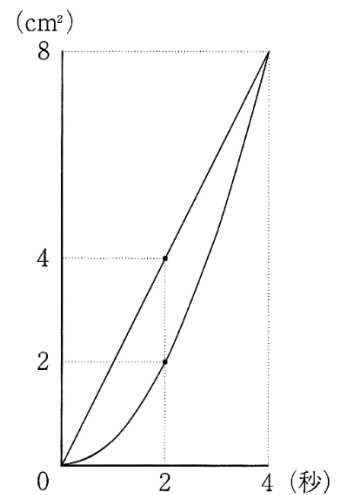
(福岡県 2006 年度)

問1 点 P が点 A を出発してから 2 秒後の正方形 APCD の周りの長さは

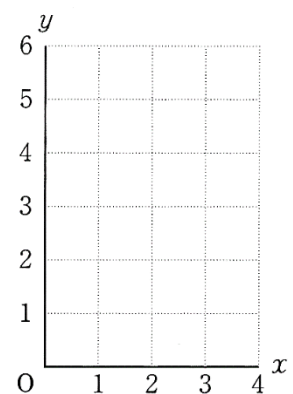
cm である。



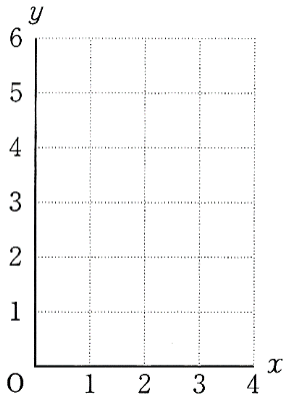
問2 右の図は、点Pが点Aを出発してから点Bに着くまでの時間と、 $\triangle BDA$ の面積および $\triangle BCD$ の面積の関係をそれぞれグラフに表したものである。点Pが点Aを出発してから2秒後の $\triangle BDA$ の面積と $\triangle BCD$ の面積の差は 2cm^2 である。 $\triangle BDA$ の面積と $\triangle BCD$ の面積の差が 1.5cm^2 になるのは、点Pが点Aを出発してから 秒後 と 秒後 である。



問3 点 P が点 A を出発してから x 秒後の線分 CE の長さを y cm とすると、 y は x の 2 乗に比例する。点 P が点 A を出発してから点 B に着くまでの x と y の関係を表すグラフを右の図にかけ。



解答欄

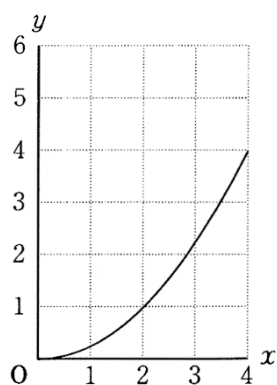
問1	cm
問2	秒後と 秒後である
問3	

解答

問1 8

問2 1, 3

問3



解説

問2

x 秒後の

$$\triangle BDA \text{ の面積 } y = \frac{1}{2} \times AD \times AB = \frac{1}{2} \times x \times 4 = 2x$$

$$\triangle BCD \text{ の面積 } y = \frac{1}{2} \times CD \times CP = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2} x^2$$

この差が 1.5 より

$$2x - \frac{1}{2} x^2 = 1.5$$

$$4x - x^2 = 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$x = 1, 3 \text{ 秒後}$$

問3

$\triangle ABD$ と $\triangle CDE$ において

$$\angle BAD = \angle DCE = 90^\circ$$

平行線の錯角より, $\angle ABD = \angle CDE$

2 組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABD \sim \triangle CDE$$

$$AB:CD = AD:CE$$

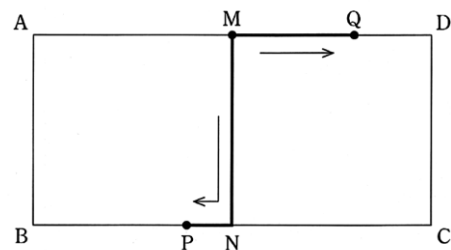
$$4:x = x:y$$

$$4y = x^2$$

$$y = \frac{1}{4} x^2$$

【問 51】

図のように、 $AB=8\text{ cm}$ 、 $BC=16\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。辺 AD の中点を M とし、点 M から辺 BC に垂線をひき、辺 BC との交点を N とする。2 点 P 、 Q は点 M を同時に出発し、点 P は線分 MN 、 NB 上を秒速 2 cm で点 B まで動き、点 Q は線分 MD 上を秒速 1 cm で点 D まで動く。



このとき、次の1、2の問いに答えなさい。

(茨城県 2007 年度)

問1. 線分 PQ の長さが $3\sqrt{5}\text{ cm}$ となるのは、出発してから何秒後か求めなさい。

問2. 点 P が線分 NB 上にあるとき、 $\triangle ABP$ の面積と $\triangle MPQ$ の面積の比が $1:2$ になるのは、出発してから何秒後か求めなさい。

解答欄

問1	秒後
問2	秒後

解答

問1 3 秒後

問2 $\frac{32}{5}$ 秒後

解説

問2

点 P が NB 上にあるとき、 $BP=16-2x\text{ cm}$ と表せる。

$\triangle ABP$ と $\triangle MPQ$ は底辺を BP 、 MQ とすると

高さが等しいので面積の比は底辺の比と等しくなる。

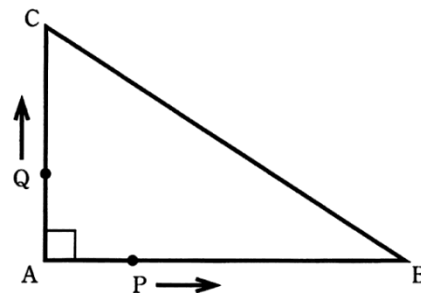
よって $(16-2x):x=1:2$,

$$2(16-2x)=x$$

$$x=\frac{32}{5}\text{ 秒後}$$

【問 52】

図のように、 $AB=6\text{cm}$ 、 $AC=4\text{cm}$ 、 $\angle CAB=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。点 P 、 Q は頂点 A を同時に出発し、 P は AB 上を、 Q は AC 上を、ともに毎秒 1cm の速さで、それぞれ矢印の向きに動き、点 P 、 Q は、それぞれ頂点 B 、 C に到着したら止まるものとする。点 P 、 Q が頂点 A を出発してから x 秒後の 3 点 A 、 P 、 Q を結んでできる $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の 1～3 の問いに答えなさい。ただし、点 P 、 Q が頂点 A にあるときは $y=0$ とする。



(新潟県 2007 年度)

問1. 3 秒後の $\triangle APQ$ の面積を答えなさい。

問2. 次の(1)、(2)について、 y を x の式で表しなさい。

(1) $0 \leq x \leq 4$ のとき

(2) $4 \leq x \leq 6$ のとき

問3. $0 \leq x \leq 6$ のとき、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

解答欄

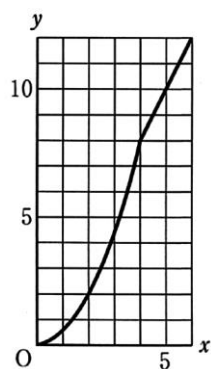
問1	cm^2	
問2	(1)	
	(2)	
問3		

解答

問1 $\frac{9}{2} \text{ cm}^2$

問2 (1) $y = \frac{1}{2}x^2$ (2) $y = 2x$

問3



解説

問2

(1)

$0 \leq x \leq 4$ のとき $AP = AQ = x \text{ cm}$

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times AQ \text{ より}$$

$$y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2}x^2$$

(2)

$4 \leq x \leq 6$ のとき $AP = x \text{ cm}$, $AQ = 4 \text{ cm}$

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times AQ \text{ より}$$

$$y = \frac{1}{2} \times x \times 4 = 2x$$

【問 53】

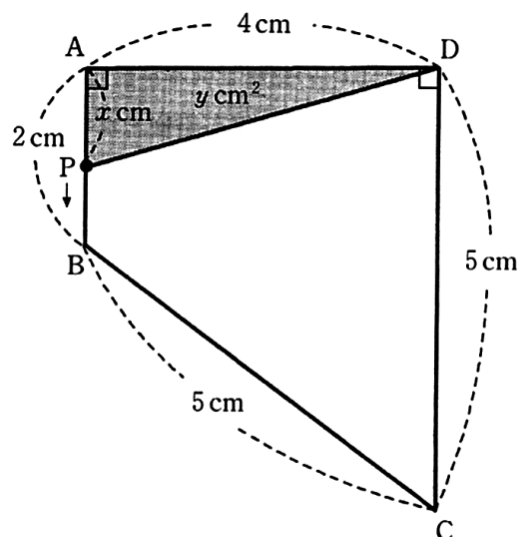
図のように、 $AB=2\text{cm}$ 、 $BC=5\text{cm}$ 、 $CD=5\text{cm}$ 、 $DA=4\text{cm}$ 、 $\angle A=\angle D=90^\circ$ の四角形 $ABCD$ がある。点 P は、四角形 $ABCD$ の辺上を点 A から B 、 C を通って D まで動く。点 P が点 A から $x\text{ cm}$ 動いたときの $\triangle APD$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の問に答えなさい。

(富山県 2007 年度)

問1. 点 P が辺 AB 上を動くとき、 y を x の式で表しなさい。

問2. 点 P が四角形 $ABCD$ の辺上を点 A から B 、 C を通って D まで動くときの、 $\triangle APD$ の面積の変化のようすを表すグラフをかきなさい。

問3. $\triangle APD$ の面積が四角形 $ABCD$ の面積の $\frac{1}{2}$ になるときの x の値をすべて求めなさい。



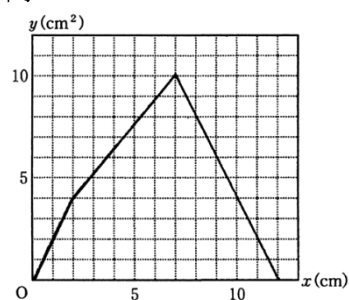
解答欄

問1	$y =$
問2	
問3	

解答

問1 $y=2x$

問2



問3 $x=\frac{9}{2}$, $x=\frac{17}{2}$

解説

問2

$2 \leq x \leq 7$ のとき

P から AD に垂線 PN

B から CD に垂線 BH をひき

その交点を K とする。

PK // CH より

PK:CH=BP:BC

PK:3=(x-2):5

$$PK = \frac{3x-6}{5}$$

$$PN = \frac{3x-6}{5} + 2 = \frac{3x+4}{5}$$

$$\text{よって, } y = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{3x+4}{5} = \frac{6}{5}x + \frac{8}{5}$$

$7 \leq x \leq 12$ のとき

PD=12-x

$$y = \frac{1}{2} \times 4 \times (12-x) = -2x+24$$

問3

$$\frac{1}{2} \text{ 四角形 ABCD} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (2+5) \times 4 = 7 \text{ より}$$

$$y=7 \text{ を } y = \frac{6}{5}x + \frac{8}{5} \text{ に代入して } 7 = \frac{6}{5}x + \frac{8}{5} \quad x = \frac{9}{2}$$

また $y=7$ を $y=-2x+24$ に代入して

$$7 = -2x+24$$

$$x = \frac{17}{2}$$

【問 54】

図 1 のような台形 $ABCD$ があり, $\angle A = \angle B = 90^\circ$, $AB = AD = 6\text{cm}$ である。点 P は辺 AB 上を動く点で, A を出発し毎秒 1 cm の速さで B まで進み, 同じ速さで A にもどってくる。点 Q は辺 AD 上を動く点で, 点 P と同時に A を出発し毎秒 1 cm の速さで D まで進み, D で止まる。下の各問いに答えなさい。

(長野県 2007 年度)

問1. 点 P が A を出発してから 4 秒後の $\triangle APQ$ の面積を求めなさい。

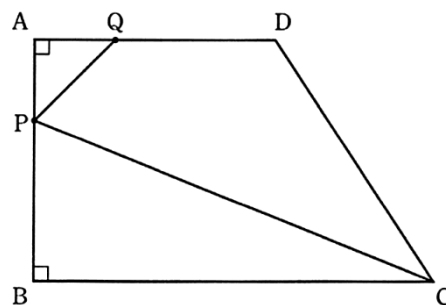


図 1

問2. 点 P が A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。

(1) $0 \leq x \leq 6$ のとき, y を x の式で表しなさい。

(2) $6 \leq x \leq 12$ のとき, y を x の式で表しなさい。

(3) $0 \leq x \leq 12$ のとき, x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

(4) 図 2 は, 点 P が A を出発してからの時間と $\triangle PBC$ の面積の関係を表したグラフである。

① BC の長さを求めなさい。

② $6 \leq x \leq 12$ のとき, $\triangle PBC$ と $\triangle APQ$ の面積が等しくなる x の値を求めなさい。

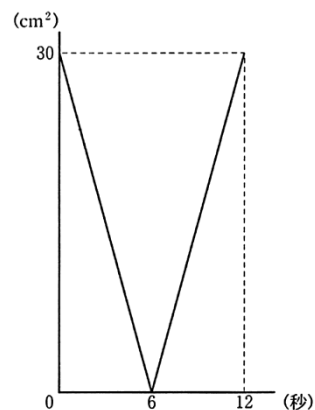
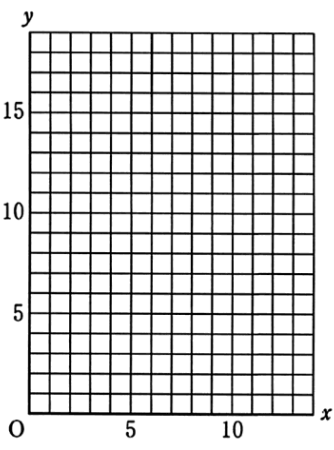


図 2

問1	cm ²		
問2	(1)	y=	
	(2)	y=	
	(3)		
	(4)	①	cm
		②	x=

解答

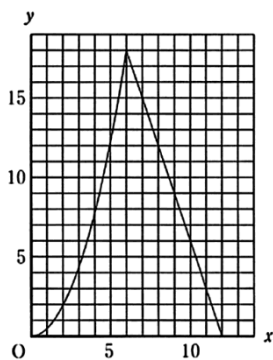
問1 8cm^2

問2

(1) $y = \frac{1}{2}x^2$

(2) $y = -3x + 36$

(3)



(4) ① 10cm ② $x = \frac{33}{4}$

解説

問2

(1)

$0 \leq x \leq 6$ のとき $AP = AQ = x \text{ cm}$

よって $y = \frac{1}{2}x^2$

(2)

$6 \leq x \leq 12$ のとき $AP = 12 - x \text{ cm}$, $AQ = AD = 6 \text{ cm}$

よって $y = \frac{1}{2} \times (12 - x) \times 6 = -3x + 36$

(4)

② $6 \leq x \leq 12$ のとき $\triangle PBC$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とすると

$y = \frac{1}{2} \times (x - 6) \times 10 = 5x - 30 \cdots \textcircled{7}$

⑦と(2)のグラフの交点が面積が等しくなることを表しているから
これを連立方程式として解き x の値を求めると

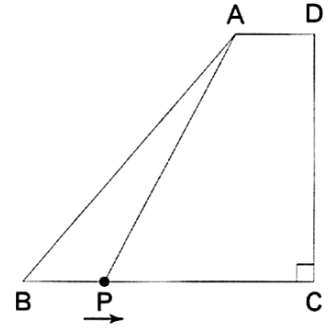
$x = \frac{33}{4}$

【問 55】

図のように、 $AD \parallel BC$ 、 $\angle BCD = 90^\circ$ 、 $AB = 5 \text{ cm}$ 、 $CD = 4 \text{ cm}$ 、 $DA = 1 \text{ cm}$ の台形 $ABCD$ がある。いま、点 P は台形 $ABCD$ の辺上を、点 B から出発して毎秒 1 cm の速さで点 C を通って点 D まで進むものとする。点 P が点 B を出発してから x 秒後の $\triangle PAB$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。

このとき、次の問い1・2に答えよ。

(京都府 2007 年度)



問1. BC の長さを求めよ。また、点 P が辺 CD 上にあるとき、 y を x の式で表せ。

問2. 点 P が点 B を出発して点 D に着くまでの x と y の関係を表すグラフを答案用紙の図にかけ。ただし、点 P が点 B にあるときは、 $y = 0$ とする。

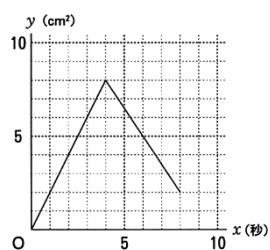
解答欄

問1	$BC =$ cm	$y =$
問2	$y \text{ (cm}^2\text{)}$ $x \text{ (秒)}$	

解答

問1 $BC=4\text{cm}$, $y=-\frac{3}{2}x+14$

問2



解説

問1

A から BC に垂線 AH をひくと $HC=AD=1$, $AH=DC=4$ となる。

$\triangle ABH$ で三平方の定理より $BH=\sqrt{5^2-4^2}=3$

よって $BC=3+1=4\text{ cm}$

また P が CD 上にあるとき $PC=x-4$, $PD=4+4-x=8-x$ と表せる。

$\triangle PAB$ = 台形 ABCD - $\triangle PBC$ - $\triangle PAD$ より

$$y = \frac{1}{2} \times (1+4) \times 4 - \frac{1}{2} \times 4 \times (x-4) - \frac{1}{2} \times 1 \times (8-x) = -\frac{3}{2}x + 14$$

【問 56】

図 1 のように、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $BC=12\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。2 点 P 、 Q はそれぞれ点 A 、 C を同時に出発し、 P は AD 上を毎秒 2 cm の速さで、 Q は CB 上を毎秒 1 cm の速さで往復するものとする。図 2 は、 P が A を出発して x 秒後の A からの距離を $y\text{ cm}$ として、 x の変域が $0 \leq x \leq 24$ の範囲における x 、 y の関係を表すグラフをかいたものである。図 3 は、図 2 に、 Q が C を出発して x 秒後の B からの距離を $y\text{ cm}$ として、 x 、 y の関係を表すグラフをかき入れたものである。 x の変域を $0 \leq x \leq 24$ として、次の問 1～問 4 に答えなさい。

(和歌山県 2007 年度)

問 1. P 、 Q が出発してから 2 秒後の線分 PQ の長さを求めなさい。

問 2. PQ が AB と重なるのは、 P 、 Q が出発してから何秒後か、求めなさい。

問 3. P 、 Q が出発してから、四角形 $ABQP$ の面積と四角形 $PQCD$ の面積の比がはじめて $5:3$ になるとき、線分 AP の長さと線分 BQ の長さの比を求め、最も簡単な整数の比で表しなさい。

問 4. 図 3 から、 $PQ \parallel AB$ (PQ と AB が重なるときを含まない。) となる回数を読みとれる。 Q の速さを変えることで、 $PQ \parallel AB$ となる回数を 3 回にしたい。 Q の速さを毎秒何 cm にすればよいか、1 つ答えなさい。

図 1

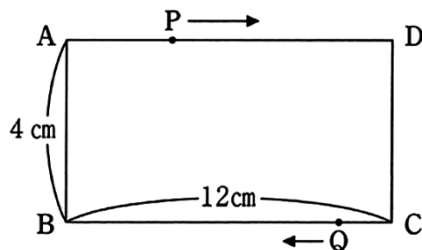


図 2

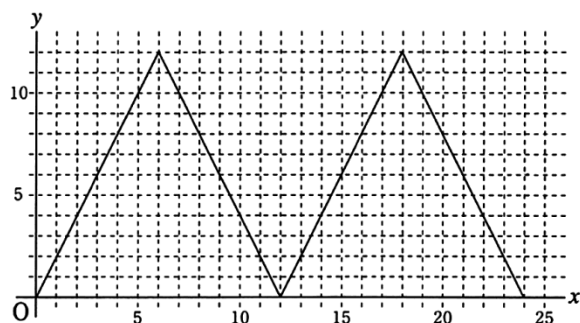
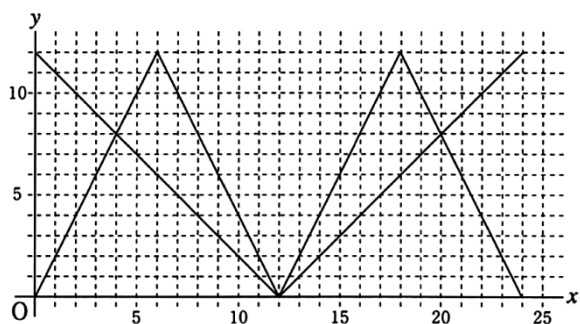


図 3



解答欄

問1	$PQ =$ cm
問2	秒後
問3	$AP:BQ =$:
問4	Q の速さを毎秒 () cm にする

解答

問1 $PQ = 2\sqrt{13}$ cm

問2 12 秒後

問3 $AP:BQ=2:3$

問4.

・Q の速さを毎秒 0.5cm にする

・Q の速さを毎秒 1.5cm にする

・Q の速さを毎秒 $\frac{4}{3}$ cm にする

解説

問1

2 秒後には、 $AP=4$, $BQ=10$ より P から BC に垂線 PH をひく。

$PH=4$, $HQ=10-4=6$ だから

$\triangle PQH$ において

三平方の定理より $PQ = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ cm

問3

四角形 ABQP: 四角形 PQCD = 5:3 より

四角形 ABQP = $\frac{5}{8}$ 四角形 ABCD = $\frac{5}{8} \times 4 \times 12 = 30$

よって $(AP+BQ) \times 4 \div 2 = 30$ より $AP+BQ=15$

$0 \leq x \leq 6$ のとき

$AP=2x$

$BQ=12-x$ と表せるから

$2x+12-x=15$

$x=3$ 秒後

よって $AP:BQ=2 \times 3:(12-3)=6:9=2:3$

問4

$AP=BQ$ となるとき

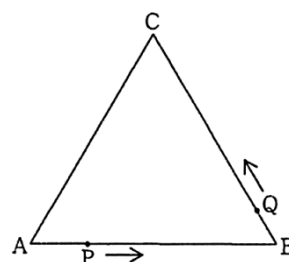
つまり $x=12$ を除いて

グラフが交わるときに PQ は AB と平行になるので

交点が 3 つになる場合を考える。

【問 57】

図において、三角形 ABC は 1 辺の長さが 12 cm の正三角形であり、2 点 P, Q は、それぞれ辺上を動く点である。点 P は、 A を出発して、 B, C を適って A まで毎秒 6 cm の速さで動く。点 Q は、点 P が A を出発するのと同時に B を出発して、 C を通って A まで毎秒 4 cm の速さで動く。2 点 P, Q が出発してから時間を x 秒とすると、次の 1～3 の問いに答えなさい。



(高知県 2007 年度)

問1. $0 < x < 2$ のとき、線分 PB の長さを、 x の式で表せ。

問2. $x=1$ のとき、三角形 ABC の面積は、三角形 PBQ の面積の何倍か。

問3. $0 < x < 6$ のとき、線分 PQ が辺 AB に平行となる x の値を求めよ。

解答欄

問1	cm
問2	倍
問3	$x =$

解答

問1 $(12-6x)$ cm

問2 6 倍

問3 $x = \frac{18}{5}$

解説

問2

$x=1$ のとき

$AP=6$

$BQ=4$

$BP=12-6=6$ より

$$\triangle PBQ = \frac{4}{12} \triangle CPB = \frac{1}{3} \times \frac{6}{12} \triangle ABC = \frac{1}{6} \triangle ABC$$

よって $\triangle ABC$ の面積は $\triangle PBQ$ の面積の6倍。

問3

$0 < x < 6$ のとき

$PQ \parallel AB$ となるのはPがBC上、QがCA上にあるときで

$3 < x < 4$ のとき

$CP=24-6x$, $CQ=4x-12$ と表せる。

$PQ \parallel AB$ のとき

$CP:CB=CQ:CA$

$$(24-6x):12=(4x-12):12$$

$$24-6x=4x-12$$

$$-10x=-36$$

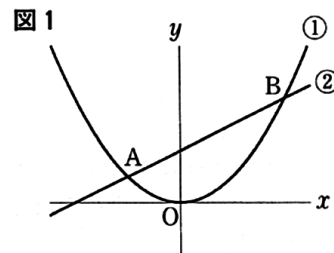
$$x = \frac{18}{5}$$

【問 58】

図 1 において、放物線①は原点を頂点とし、点 A(-2, 1)を通るグラフである。
また、点 B は放物線①上の、 x 座標が 4 となる点であり、直線②は 2 点 A, B を
通るグラフである。

このとき、次の問いに答えなさい。

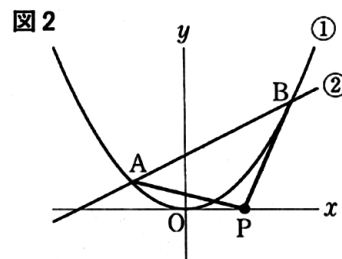
(愛媛県 2007 年度)



問1. 放物線①, 直線②の式を, それぞれ求めよ。

問2. 放物線①と直線②で囲まれた図形の周上にあつて、 x 座標, y 座標がともに整数である点の個数を求めよ。

問3. 図 2 のように x 軸上を動く点を P とし, その x 座標を t とする。 t の変域が
 $-2 \leq t \leq 4$ のとき, $\triangle ABP$ の面積を S として, S を t の式で表し, そのグ
ラフをかけ。



解答欄

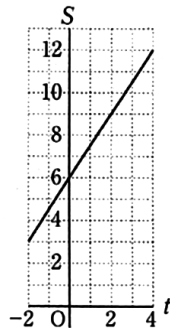
問1	放物線①	
	直 線②	
問2		
問3	式	$S =$
	S t	

解答

問1 放物線 ① $y = \frac{1}{4}x^2$ 直線 ② $y = \frac{1}{2}x + 2$

問2 6 個

問3 式 $S = \frac{3}{2}t + 6$ グラフ



解説

問1

放物線①を $y = ax^2$ とおくと $A(-2, 1)$ を通るので、座標の値を代入して $1 = a \times (-2)^2$ $a = \frac{1}{4}$

よって放物線①の式は $y = \frac{1}{4}x^2$

点 B はこの放物線上の点より $x = 4$ を代入して $y = \frac{1}{4} \times 4^2 = 4$

よって $B(4, 4)$

また、直線②を $y = mx + n$ とおくと A, B を通るので

座標の値をそれぞれ代入して A より、 $1 = -2m + n \cdots (i)$ B より $4 = 4m + n \cdots (ii)$

$(i), (ii)$ を連立方程式として解くと $m = \frac{1}{2}, n = 2$

よって直線②の式は $y = \frac{1}{2}x + 2$

問2

$-2 \leq x \leq 4$ で、放物線①上にある x, y がともに整数になる点は $(-2, 1), (0, 0), (2, 1), (4, 4)$ の 4 個

直線②上にある x, y がともに整数になる点は $(-2, 1), (0, 2), (2, 3), (4, 4)$ の 4 個

よって共通な 2 個の点を除いて $4 + 4 - 2 = 6$ 個

問3

直線②と x 軸との交点を C とする。

点 C の y 座標は 0 だから、直線②の式に代入して $0 = \frac{1}{2}x + 2$ $x = -4$

よって $C(-4, 0)$

また、 A, B から x 軸に垂線 AH, BK をひく。

$$\triangle ABP = \triangle CBK - \triangle ACP - \triangle BPK = \frac{1}{2} \times CK \times BK - \frac{1}{2} \times CP \times AH - \frac{1}{2} \times PK \times BK$$

$H(-2, 0), K(4, 0)$ より

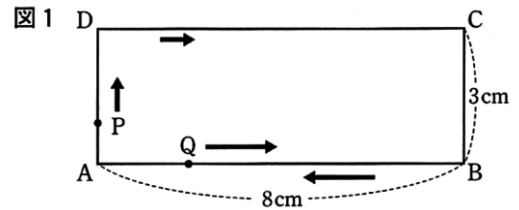
$$S = \frac{1}{2} \times (4 + 4) \times 4 - \frac{1}{2} \times (t + 4) \times 1 - \frac{1}{2} \times (4 - t) \times 4$$

$$= 16 - \frac{1}{2}t - 2 - 8 + 2t$$

$$= \frac{3}{2}t + 6$$

【問 59】

図 1 のように長方形 ABCD があり, $AB=8\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$ である。ここで, 2 点 P, Q が点 A を同時に出発し, 次の規則にしたがって動く。



規則

- ・ 点 P は点 A を出発し, 毎秒 1 cm の速さで辺 AD, DC 上を点 C まで動き, 点 C に到達したあとは動かないものとする。
- ・ 点 Q は点 A を出発し, 毎秒 2 cm の速さで辺 AB 上を点 B まで動き, 点 B に到達したあと 3 秒間だけ停止する。その後, 点 B を出発し, 毎秒 2 cm の速さで辺 AB 上を点 A まで動き, 点 A に到達したあとは動かないものとする。

2 点 P, Q が点 A を同時に出発してから x 秒後の三角形 APQ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。このとき, 次の問いに答えなさい。ただし, $x=0$ のとき $y=0$ とする。

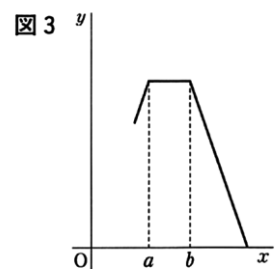
(長崎県 2007 年度)

問1. $x=2$ のとき, y の値を求めよ。

問2. 点 P が点 A から点 D まで動くときの x と y の関係を表すグラフを解答用紙の図 2 にかけ。

問3. 点 P が点 D から点 C まで動くときの x と y の関係を表すグラフは図 3 のようになり, このグラフは, x の値の範囲が $a \leq x \leq b$ のときだけ x 軸と平行になっている。このとき, a , b の値をそれぞれ求めよ。

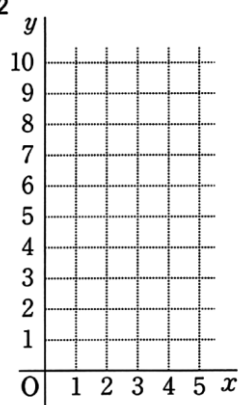
図 3



問4. 点 Q が点 B から点 A まで動くとき, y を x の式で表せ。

問5. 三角形 APQ の面積が 7 cm^2 となるときの x の値をすべて求めよ。

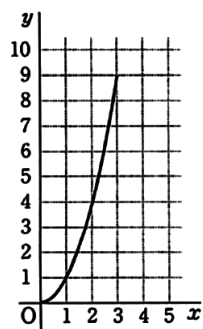
解答欄

問1	$y=$
問2	図 2 
問3	$a=$, $b=$
問4	$y=$
問5	

解答

問1 $y=4$

問2



問3 $a=4$, $b=7$

問4 $y=-3x+33$

問5 $\sqrt{7}$, $\frac{26}{3}$

解説

問4

$7 \leq x \leq 11$ のとき $AQ=8 \times 2 - 2(x-3)=22-2x$

よって $y=(22-2x) \times 3 \div 2 = -3x+33$

【問 60】

図は、点 A を通る関数 $y = ax^2 \cdots \textcircled{1}$ のグラフと、点 B を通る関数 $y = -\frac{1}{3}x^2 \cdots \textcircled{2}$ のグラフを示したものである。点 A の座標は (3, 9)、点 B の x 座標は -3、点 O は原点である。このとき、次の 1～3 の問いに答えなさい。

(鹿児島県 2007 年度)

問1. a の値を求めよ。

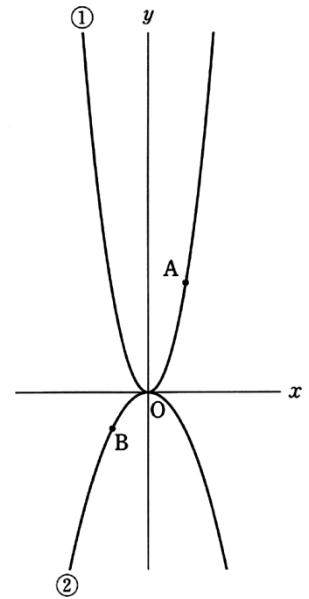
問2. 関数②について、 x の変域が $-6 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域を求めよ。

問3. 点 A を通り, 直線 OB に平行な直線を ℓ とする。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えよ。

(1) 直線 l の式を求めよ。

(2) 点 P は x 軸上を動く。P の x 座標を t とし、 $t > 3$ とする。P を通り、 y 軸に平行な直線が、関数①のグラフ、直線 ℓ 、関数②のグラフと交わる点をそれぞれ Q, R, S とする。このとき、 $QR = RS$ となるような t の値を求めよ。ただし、 t についての方程式と計算過程も書くこと。



解答欄

問1		$a =$
問2		
問3	(1)	
	(2)	方程式と計算過程 答 $t =$

解答

問1 $a=1$

問2 $-12 \leq y \leq 0$

問3

(1) $y=x+6$

(2)

方程式と計算過程

3点 Q, R, S の座標は

$Q(t, t^2), R(t, t+6), S\left(t, -\frac{1}{3}t^2\right)$ だから

$$QR=t^2-(t+6)=t^2-t-6$$

$$RS=t+6-\left(-\frac{1}{3}t^2\right)=\frac{1}{3}t^2+t+6$$

$QR=RS$ より

$$t^2-t-6=\frac{1}{3}t^2+t+6$$

$$t^2-3t-18=0$$

$$(t+3)(t-6)=0$$

$$t=-3, t=6$$

$$t > 3 \text{ より } t=6$$

答 $t=6$

解説

問2

$y=-\frac{1}{3}x^2$ において $x=-6$ のとき y は最小となり, その値は $y=-\frac{1}{3} \times (-6)^2 = -12$

$x=0$ のとき y は最大となり, その値は $y=0$

よって y の変域は $-12 \leq y \leq 0$

問3

(1)

点 B は $y=-\frac{1}{3}x^2$ 上の点で x 座標が -3 より, $x=-3$ を代入して $y=-\frac{1}{3} \times (-3)^2 = -3$, B($-3, -3$)

よって OB の傾きは $\frac{0-(-3)}{0-(-3)}=1$

平行な直線の傾きは等しいから, 直線 ℓ の傾きは 1

よって, 直線 ℓ を $y=x+b$ とおくと A (3, 9) を通るから

その座標の値を代入して

$$9=3+b$$

$$b=6$$

したがって求める直線の式は $y=x+6$

【問 61】

図のように、関数 $y=x^2$ のグラフと直線 ℓ が 2 点 A, B で交わっていて、A の x 座標は 1, B の x 座標は 3 です。

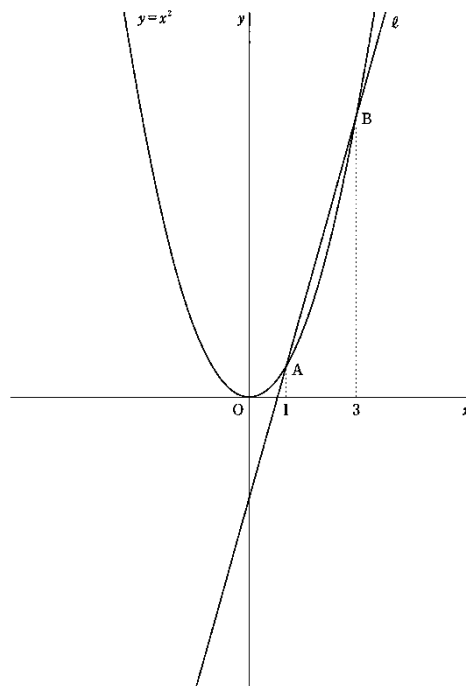
このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(岩手県 2008 年度)

問1. B の y 座標を求めなさい。

問2. 直線 ℓ の式を求めなさい。

問3. 関数 $y=x^2$ のグラフ上を動く点 P と、直線 ℓ 上を動く点 Q があります。P と Q の x 座標が等しく、 $PQ=8$ であるとき、P の x 座標を求めなさい。



解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 9

問2 $y=4x-3$

問3 $-1, 5$

解説

問3

2点 P, Q の x 座標を a とすると

点 P は $y=x^2$ 上の点より P (a, a^2)

点 Q は $y=4x-3$ 上の点より Q ($a, 4a-3$) とおける。

P が Q よりも下側にあるのは $1 < a < 3$ のときで

このとき $PQ < 8$ になるので問題に合わない。

P が Q よりも上側にあるとき

$$PQ = a^2 - (4a - 3) = a^2 - 4a + 3$$

$$PQ = 8 \text{ より}$$

$$a^2 - 4a + 3 = 8$$

$$a^2 - 4a - 5 = 0$$

$$(a+1)(a-5) = 0$$

$$a = -1, 5$$

【問 62】

図 I のような、 $AB=3\text{ cm}$ 、 $BC=4\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ があります。点 P は A を出発し、毎秒 1 cm の速さで、辺 AB 上を A から B に、辺 BC 上を B から C に、辺 CD 上を C から D に向かって動きます。点 P はそれぞれの辺上をもどることなく動き、 D に着いたときに止まります。このときの点 P と辺 AD との距離を、点 P の高さとしします。ただし、点 P が A 、 D 上にあるときは、点 P の高さを 0 cm としします。図 II は、点 P が A を出発してから D に着くまでの、時間と点 P の高さとの関係を表したグラフです。あとの問1～問3に答えなさい。

図 I

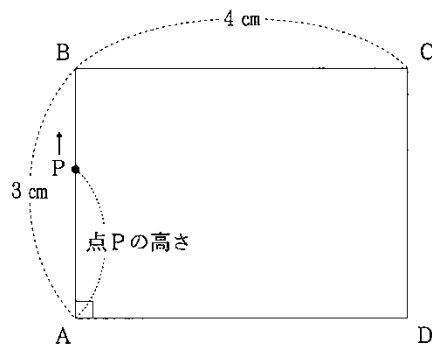
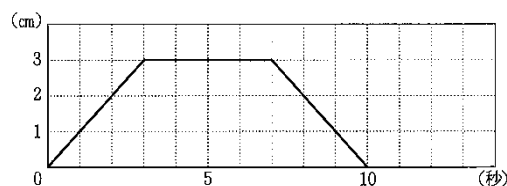


図 II



(宮城県 2008 年度)

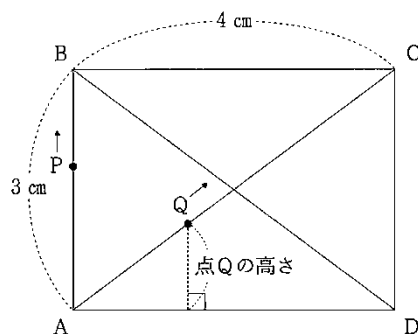
問1. 点 P が A を出発してから 8 秒後の点 P の高さは何 cm ですか。

問2. 点 P が A を出発してから x 秒後の点 P の高さを $y\text{ cm}$ としします。点 P が辺 CD 上を動くとき、 y を x の式で表しなさい。

問3. 図 III は、図 I において、対角線 AC と DB をひいたものです。点 Q は A を出発し、毎秒 1 cm の速さで、対角線 AC 上を A から C に、辺 CD 上を C から D に、対角線 DB 上を D から B に向かって動きます。点 Q はそれぞれの対角線と辺上をもどることなく動き、 B に着いたときに止まります。このときの点 Q と辺 AD との距離を、点 Q の高さとしします。ただし、点 Q が A 、 D 上にあるときは、点 Q の高さを 0 cm としします。2 つの点 P 、 Q が A を同時に出発するとき、あとの(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) 点 Q が対角線 AC 上を動くとき、点 Q の高さは 1 秒間に何 cm ずつ増えますか。

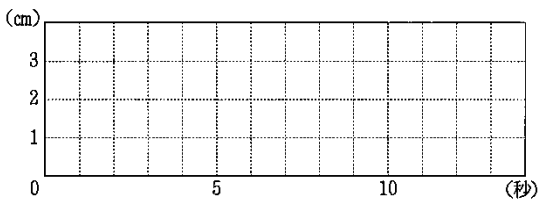
図 III



(2) 点 Q が A を出発してから B に着くまでの、時間と点 Q の高さとの関係を表すグラフを、解答用紙の図にかき入れなさい。

(3) 点 Q が対角線 DB 上を動くとき、2 つの点 P 、 Q が同時に同じ高さになるのは、2 つの点 P 、 Q が A を出発してから何秒後ですか。

解答欄

問1	cm	
問2		
問3	(1)	cm
	(2)	
	(3)	秒後

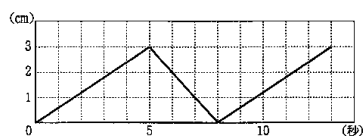
解答

問1 2cm

問2 $y = -x + 10$

問3.

(1) $\frac{3}{5}$ cm (2)



(3) $\frac{37}{4}$ 秒後

解説

問3

(2)

Q から AD に垂線 QH をひく。

x 秒後の QH (点 Q の高さ) を y cm とする。

Q が AC 上にあるとき $0 \leq x \leq 5$

このとき $QH \parallel CD$ より $QH:CD=AQ:AC$ $y:3=x:5$ $5y=3x$ $y=\frac{3}{5}x$

Q が CD 上にあるとき $5 \leq x \leq 8$

このとき, $QH=5+3-x=8-x$

Q が DB 上にあるとき $8 \leq x \leq 13$

このとき $QH \parallel BA$ より $QH:BA=DQ:DB$ $y:3=(x-5-3):5$ $5y=3(x-8)$ $y=\frac{3}{5}x - \frac{24}{5}$

(3)

P と Q 変化を表すグラフを重ねると, 点 Q が DB 上にあるとき $8 \leq x \leq 10$ で交わるのでこの間に高さが一致することがわかる。

P より $y = -x + 10$ …①,

Q より $y = \frac{3}{5}x - \frac{24}{5}$ …②

①, ②を連立方程式として解くと $x = \frac{37}{4}$, $y = \frac{3}{4}$

よって高さが一致するのは $\frac{37}{4}$ 秒後

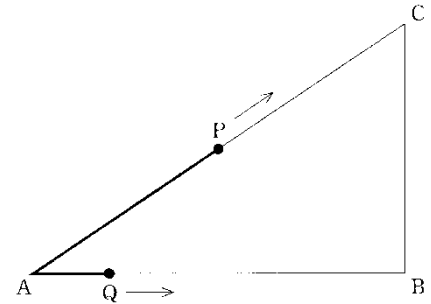
【問 63】

図のように、 $AB=8\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ 、 $\angle B=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。点 P は頂点 A を出発し、辺 AC 、 CB 、 BA 上を秒速 3 cm で動いて頂点 A まで戻る。また、点 Q は頂点 A を出発し、辺 AB 上を秒速 1 cm で頂点 B まで動く。2 点 P 、 Q は頂点 A を同時に出発する。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(茨城県 2008 年度)

問1. 2 点 P 、 Q が会えるのは、出発してから何秒後か求めなさい。



問2. 辺 AC と線分 QP が平行になるのは、出発してから何秒後か求めなさい。

解答欄

問1	秒後
問2	秒後

解答

問1 6 秒後

問2 $\frac{40}{9}$ 秒後

解説

問2

出発してから x 秒後に $AC \parallel QP$ になるとすると

そのとき点 P は BC 上にあり $BP:BC=BQ:BA$ である。

$$BP=10+6-3x=16-3x,$$

$$BQ=8-x \text{ と表せるから}$$

$$(16-3x):6=(8-x):8$$

$$6(8-x)=8(16-3x)$$

$$\text{これを解いて } x=\frac{40}{9} \text{ 秒後}$$

【問 64】

図の直方体 $ABCD-EFGH$ は、 $AB=AD=3\text{ cm}$ 、 $AE=6\text{ cm}$ である。2 点 P 、 Q は同時に H を出発し、 P は毎秒 1 cm の速さで辺上を $H \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B$ の順に動き、 Q は毎秒 1 cm の速さで辺上を $H \rightarrow G \rightarrow C \rightarrow B$ の順に動き、 P 、 Q は同時に B で停止する。 P 、 Q が出発してから x 秒後の四面体 $EHPQ$ の体積を $y\text{ cm}^3$ とするとき、次の問1～問3に答えなさい。

(群馬県 2008 年度)

問1. $0 < x \leq 3$ のとき、 y を x の式で表しなさい。また、 $x=5$ のときの y の値を求めなさい。

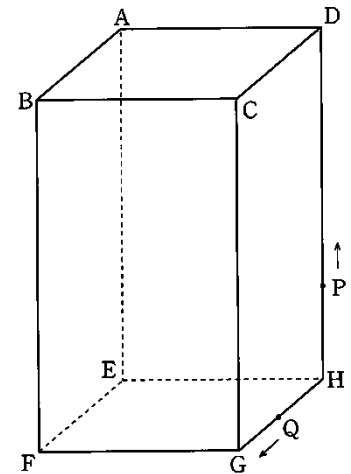
問2. P 、 Q が出発してから停止するまでの間で、 x の値が変化しても、 y の値が一定となる場合がある。

次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) y の値が一定となる x の値の範囲を求めなさい。

(2) y の値が一定となる理由を、 P 、 Q の位置に着目して説明しなさい。

問3. $x=10$ のときの y の値を求めなさい。



解答欄

問1	$0 < x \leq 3$ のとき $y =$		$x = 5$ のとき $y =$
問2	(1)	$\leq x \leq$	
	(2)	説明	
問3			

解答

問1 式 $y = \frac{1}{2}x^2$, y の値 $y = \frac{15}{2}$

問2

(1) $6 \leq x \leq 9$

(2)

$6 \leq x \leq 9$ のとき

四角形 EHPD の面積は $\frac{1}{2} \times 3 \times 6 + \frac{1}{2} \times (x-6) \times 6 = 3x - 9 \text{ cm}^2$

三角形 HDP の面積は $\frac{1}{2} \times (x-6) \times 6 = 3x - 18 \text{ cm}^2$

四面体 EHPQ の体積は $\frac{1}{3} \times (3x-9) \times 3 - \frac{1}{3} \times (3x-18) \times 3 = 9 \text{ cm}^3$

となり、一定となる。

問3 6

解説

問1

P, Q はともに毎秒 1 cm の速さで進むので x 秒後には x cm 進む。

$0 < x \leq 3$ のとき P は HD 上にあり $PH = x$ cm と表せる。

また Q は HG 上にあり $QH = x$ cm と表せる。

このとき四面体 EHPQ の体積 $y = \frac{1}{3} \times \triangle PQH \times EH = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times x \times x \times 3 = \frac{1}{2}x^2$

$3 \leq x \leq 6$ のとき P は HD 上にあり Q は GC 上にある。

このとき $y = \frac{1}{3} \times \triangle PQH \times EH = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times x \times 3 \times 3 = \frac{3}{2}x$

$x = 5$ のとき $y = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times 3 = \frac{15}{2}$

問3

$x = 10$ のとき P は AB 上, Q は CB 上にあり $BP = BQ = 2$ である。

このとき P から CD に垂線 PR をひくと

四面体 EHPQ の体積は

三角柱 BEP-CHR から

三角すい F-BPQ と H-PQC と H-PCR を除いたものである。

よって $y = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 \times 3 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 6 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \times 6 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times 6$

$= 18 - 4 - 2 - 6$

$= 6$

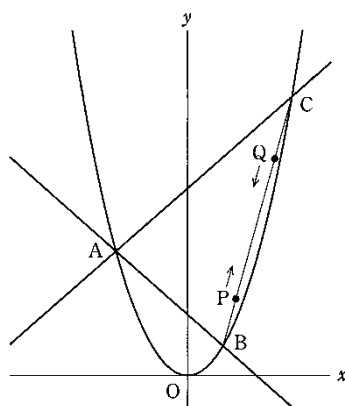
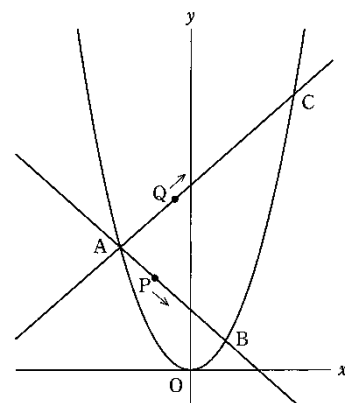
【問 65】

図で、曲線は関数 $y=x^2$ のグラフです。曲線上の点 $A(-2, 4)$ を通り、傾きが $-1, 1$ の直線と曲線との交点をそれぞれ B, C とします。点 P, Q は点 A を同時に出発して、点 P は線分 AB 上を、点 Q は線分 AC 上を、それぞれ一定の速さで進み、点 P は点 B に、点 Q は点 C に同時に到着しました。このとき、次の各問に答えなさい。

(埼玉県 2008 年度)

問1. 点 P が y 軸上にきたとき、点 Q の座標を求めなさい。

問2. 点 P, Q がそれぞれ点 B, C に同時に到着した後、点 P, Q は線分 BC 上をそれぞれの速さを変えずに進み、線分 BC 上の点 R で出会いました。このとき、 $\triangle ABR$ の面積を求めなさい。ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とします。



解答欄

問1	
問2	cm^2

解答

問1 $\left(\frac{4}{3}, \frac{22}{3} \right)$

問2 $\frac{45}{8} \text{ cm}^2$

解説

問1

直線 AB を $y = -x + m$ とおくと、点 A $(-2, 4)$ を通ることより $4 = 2 + m$ $m = 2$

よって $y = -x + 2 \cdots \textcircled{1}$

直線 AC を $y = x + n$ とおくと、同様にして $4 = -2 + n$ $n = 6$

よって $y = x + 6 \cdots \textcircled{2}$

曲線は $y = x^2 \cdots \textcircled{3}$

点 B は $\textcircled{1}$ と $\textcircled{3}$ の交点より $\textcircled{1}$ と $\textcircled{3}$ で y を消去して $x^2 = -x + 2$

これを解いて $x = -2, 1$

$x = -2$ は点 A の x 座標だから $x = 1$ $\textcircled{1}$ に代入して $y = 1$ B $(1, 1)$

点 C は $\textcircled{2}$ と $\textcircled{3}$ の交点より、同様にして求めると C $(3, 9)$

ここで $y = 4$ の直線をひき B, C から垂線 BH, CK をおろす。

$\triangle ABH$, $\triangle ACK$ は、 $AH = BH = 3$, $AB = 3\sqrt{2}$, $AK = CK = 5$, $AC = 5\sqrt{2}$ の相似な直角二等辺三角形になる。

P, Q は一定の速さで進み、それぞれ同時に B, C に到着するので

$$AP : AQ = 3 : 5$$

点 P が y 軸にくるとき P $(0, 2)$

このとき点 P, Q から $y = 4$ に垂線 PH', QK' をひくと、

$$AH' : AK' = AP : AQ$$

$$2 : AK' = 3 : 5$$

$$AK' = \frac{10}{3}$$

K' の x 座標は $\frac{10}{3} - 2 = \frac{4}{3}$ より、点 Q の x 座標は $\frac{4}{3}$

y 座標は $\textcircled{2}$ に代入して $y = \frac{4}{3} + 6 = \frac{22}{3}$ Q $\left(\frac{4}{3}, \frac{22}{3} \right)$

問2

点 R は BC を $3 : 5$ に分ける点だから $\triangle ABR = \frac{3}{8} \triangle ABC$

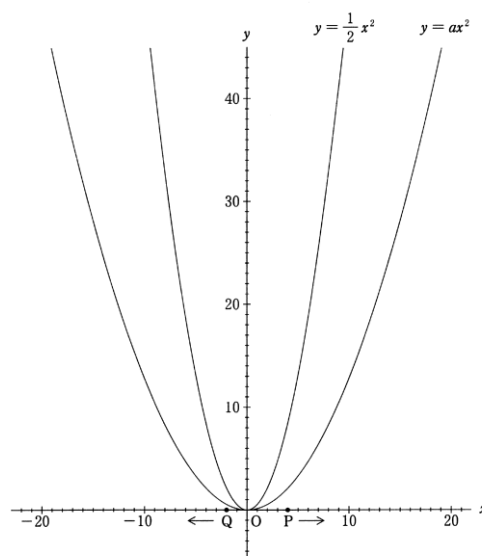
ここで $\angle BAC = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ より

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 15$$

$$\text{よって } \triangle ABR = \frac{3}{8} \times 15 = \frac{45}{8} \text{ cm}^2$$

【問 66】

図のように関数 $y=ax^2$ と関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフがあり、 x 軸上を動く 2 点 P , Q がある。点 P と点 Q は原点 O を同時に出発して、点 P は正の方向に毎秒 2 cm, 点 Q は負の方向に毎秒 1 cm の速さで動く。点 P を通り y 軸に平行な直線と $y=ax^2$ のグラフとの交点を A とし、点 Q を通り y 軸に平行な直線と $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフとの交点を B とする。点 P , Q が原点 O を出発して 2 秒後に、点 A の y 座標が 2 になった。このとき、次の問1～問3に答えなさい。ただし、原点 O から点 $(1, 0)$ までの距離及び原点 O から点 $(0, 1)$ までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

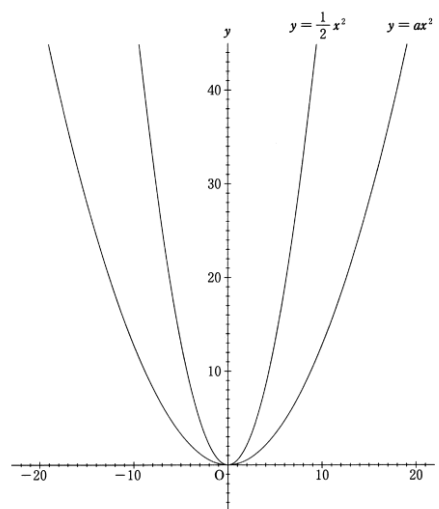


(千葉県 2008 年度)

問1. a の値を求めなさい。

問2. 点 P , Q が原点 O を出発して 4 秒後の線分 AB の長さを求めなさい。

問3. 4 点 A , B , Q , P を結んで四角形を作る。点 P , Q が原点 O を出発して 4 秒後にできる四角形を S とするとき、4 秒後よりあとにできる四角形が、四角形 S と相似になるのは、点 P , Q が原点 O を出発して何秒後か求めなさい。



解答欄

問1	$a=$
問2	cm
問3	秒後

解答

問1 $a = \frac{1}{8}$

問2 12cm

問3 9秒後

解説

問1

2秒後の $OP = 2 \times 2 = 4$ より $A(4, 2)$ より $y = ax^2$ に座標の値を代入して $2 = 16a$ $a = \frac{1}{8}$

問2

4秒後の $OP = 2 \times 4 = 8$ より A の x 座標は 8, y 座標は $\frac{1}{8} \times 8^2 = 8$ $A(8, 8)$

$OQ = 1 \times 4 = 4$ より, 点 B の x 座標は -4 , y 座標は $\frac{1}{2} \times (-4)^2 = 8$ $B(-4, 8)$

よって $AB = 8 + 4 = 12\text{cm}$

問3

4秒後の四角形 S は, 縦:横 $= 8:12 = 2:3$ の長方形である。

t 秒後の A の x 座標は $2t$, y 座標は $\frac{1}{8} \times (2t)^2 = \frac{1}{2} t^2$ $A\left(2t, \frac{1}{2} t^2\right)$

B の x 座標は $-t$, y 座標は $\frac{1}{2} \times (-t)^2 = \frac{1}{2} t^2$ $B\left(-t, \frac{1}{2} t^2\right)$

よって t 秒後の四角形 $ABQP$ は, $AB = 2t + t = 3t$, $AP = \frac{1}{2} t^2$ の長方形になる。

この長方形が S と相似より, 縦:横または, 横:縦の比が $2:3$ になる。

$AP:AB = 2:3$ のとき

$$\frac{1}{2} t^2 : 3t = 2:3$$

$$\frac{3}{2} t^2 = 6t$$

$$t^2 = 4t$$

$$t(t-4) = 0$$

$$t = 0, 4$$

$t > 4$ より, 問題に合わない。

$AB:AP = 2:3$ のとき

$$3t : \frac{1}{2} t^2 = 2:3$$

$$t^2 = 9t$$

$$t(t-9) = 0$$

$$t = 0, 9$$

$t > 4$ より

$t = 9$ 秒後

【問 67】

図 1 のように、 $AB=6\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ と、 $\angle RPQ=90^\circ$ の直角三角形 PQR がある。4 つの頂点 A, B, P, Q は直線 ℓ 上にあり、2 つの頂点 A, Q は重なっている。図 2 のように、直角三角形 PQR を、直線 ℓ に沿って、頂点 Q が頂点 B に重なるまで、矢印の向きに移動させる。2 点 A, Q の距離を $x\text{ cm}$ としたとき、長方形 $ABCD$ と直角三角形 PQR の重なっている部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。このとき、次の問 1、問 2 に答えなさい。ただし、頂点 A と頂点 Q が重なっているときは $y=0$ とする。

(新潟県 2008 年度)

図 1

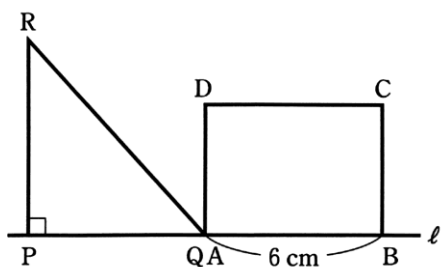
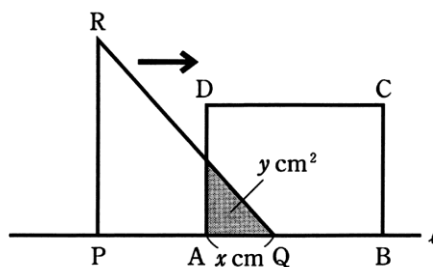


図 2

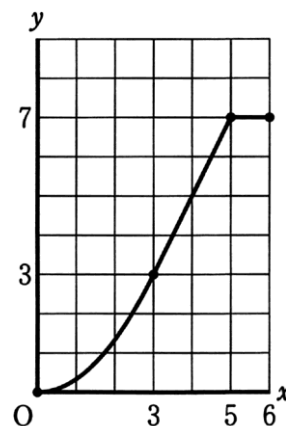


問 1. 図 1 において、 $BC=4\text{ cm}$, $PQ=6\text{ cm}$, $PR=6\text{ cm}$ とするとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

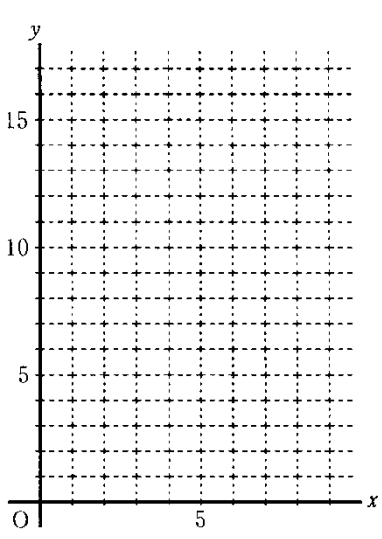
- (1) $x=2$, $x=5$ のときの y の値を、それぞれ答えなさい。
- (2) 次の①, ②について、 y を x の式で表しなさい。
 - ① $0 \leq x \leq 4$ のとき
 - ② $4 \leq x \leq 6$ のとき
- (3) $0 \leq x \leq 6$ のとき、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

問 2. 図 1 で、辺 BC , PQ , PR の長さを問 1 の場合と変えた長方形 $ABCD$ と直角三角形 PQR を、図 2 のように移動させる。グラフは、このときの x と y の関係を表したものである。このグラフは、 $0 \leq x \leq 3$ では放物線、 $3 \leq x \leq 5$ では直線、 $5 \leq x \leq 6$ では x 軸に平行な直線になっている。このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

- (1) 辺 BC の長さを求めなさい。
- (2) 直角三角形 PQR の面積を求めなさい。



解答欄

問1	(1)	$x=2$ のとき $y=$, $x=5$ のとき $y=$	
	(2)	①	$y=$
		②	$y=$
	(3)		
問2	(1)	cm	
	(2)	cm ²	

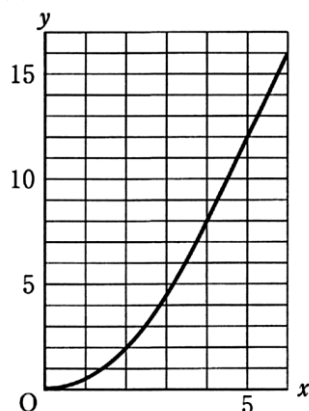
解答

問1

(1) $x=2$ のとき $y=2$, $x=5$ のとき $y=12$

(2) ① $y=\frac{1}{2}x^2$ ② $y=4x-8$

(3)



問2

(1) 2cm (2) $\frac{25}{3} \text{ cm}^2$

解説

問1

(2)

(ア) $0 \leq x \leq 4$ のとき AD と RQ は交わり, その交点を K とすると, 重なり部分は $\triangle \text{KAQ}$
 $\text{KA} \parallel \text{RP}$ より $\text{KA}:\text{RP}=\text{QA}:\text{QP}$ $\text{KA}:6=x:6$ $\text{KA}=x$

よって $y=\frac{1}{2} \times x \times x=\frac{1}{2}x^2$

(イ) $4 \leq x \leq 6$ のとき DC と RQ は交わり, その交点を T とすると, 重なり部分は, 台形 DAQT,
T から AB に垂線 TH をひくと,

台形 DAQT=長方形 DAHT+ $\triangle \text{THQ}=4(x-4)+\frac{1}{2} \times 4 \times 4=4x-8$

よって $y=4x-8$

問2

(1)

グラフより $0 \leq x \leq 3$ のとき, 重なり部分は直角三角形

$x=3$ のとき $y=\frac{1}{2} \times 3 \times \text{DA}$

$y=3$ だから $3=\frac{1}{2} \times 3 \times \text{DA}$

$\text{DA}=\text{BC}=2\text{cm}$

(2)

グラフより $3 \leq x \leq 5$ のとき y は一定の割合で増えており

$5 \leq x \leq 6$ のとき y は一定であることから

$\text{PQ}=5$ $x=3$ のとき

$\text{DA} \parallel \text{RP}$ より

$2:\text{RP}=3:5$

$\text{RP}=\frac{10}{3}$

$\triangle \text{PQR}=\frac{1}{2} \times 5 \times \frac{10}{3}$

$=\frac{25}{3} \text{ cm}^2$

【問 68】

図 5 の立体は、 $AB=AD=6\text{ cm}$ 、 $AE=10\text{ cm}$ の直方体である。
このとき、次の問いに答えなさい。

(静岡県 2008 年度)

2 点 P 、 Q はそれぞれ頂点 A 、 G を同時に出発し、点 P は毎秒 1 cm の速さで辺 AB 上を、点 Q は毎秒 2 cm の速さで辺 GH 上を、くり返し往復する。

図 6 のグラフは、点 P が頂点 A を出発してから x 秒後の、点 P と平面 $AEHD$ との距離を $y\text{ cm}$ として、点 P が AB 間を 1 往復する間の、 x と y の関係を表したものである。

- (1) 点 Q が頂点 G を出発してから x 秒後の、点 Q と平面 $AEHD$ との距離を $y\text{ cm}$ として、 x と y の関係を表すグラフを、図 6 にかきなさい。ただし、 x の変域を $0 \leq x \leq 12$ とする。

- (2) 2 点 P 、 Q がそれぞれ頂点 A 、 G を同時に出発した後、線分 PQ が平面 $AEHD$ と 5 回目に平行になるのは、2 点 P 、 Q が出発してから何秒後か、答えなさい。

図 5

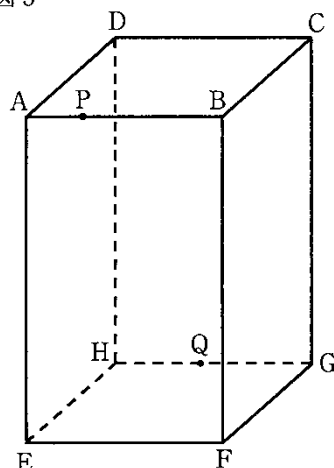
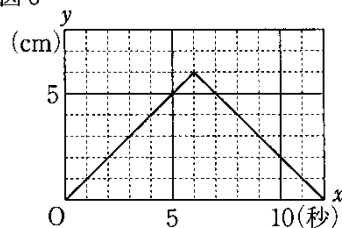


図 6

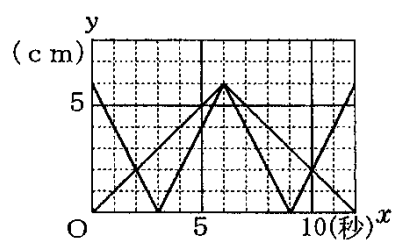


解答欄

(1)	図 6
(2)	秒後

解答

(1)



(2) 18 秒後

解説

(2)

線分 PQ が平面 $AEHD$ と平行になるのは 2 点 P, Q と平面 $AEHD$ との距離が等しくなるときである。

グラフより, 12 秒間に 3 回平行になり, それを繰り返すので

5 回目に平行になるのは $12 + 6 = 18$ 秒後

【問 69】

エスカレーターをモデルにした問題である。図 I，図 II において，四角形 ABCD は $AB=2000\text{cm}$ ， $AD=1000\text{cm}$ の長方形である。E は辺 AD の中点であり，F は辺 BC の中点である。E と F とを結ぶ。P は，A を出発し B に向かって辺 AB 上を毎秒 30 cm の速さで移動する点である。Q は，F を出発し E に向かって線分 FE 上を毎秒 30 cm の速さで移動する点である。R は，C を出発し D に向かって辺 CD 上を毎秒 40 cm の速さで移動する点である。3 点 P，Q，R は，それぞれ A，F，C を同時に出発する。3 点 P，Q，R がそれぞれ A，F，C を同時に出発してから x 秒後の 3 点 P，Q，R の位置について考える。ただし， $0 \leq x \leq 50$ とする。

次の問いに答えなさい。

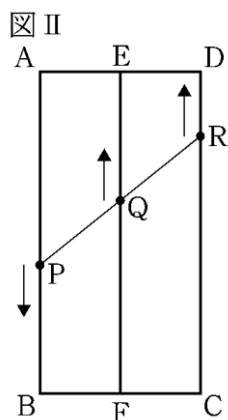
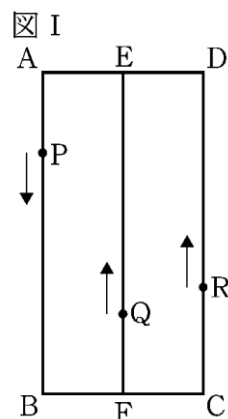
(大阪府 2008 年度 前期)

問1 図 I において，P が A を出発してから x 秒後の線分 BP の長さを $y\text{ cm}$ とする。

- (1) 次の表は， x と y との関係を示した表の一部である。表中の(ア)，(イ)にあてはまる数を書きなさい。

x	...	2	...	4	...	(イ)	...
y	...	1940	...	(ア)	...	1730	...

- (2) $0 \leq x \leq 50$ のときの x と y との関係を表すグラフを解答欄の図中にかきなさい。



問2 P と R とを結んでできる線分 PR が辺 BC と平行になるときの x の値を求めなさい。求め方も書くこと。

問3 図 II は，3 点 P，Q，R が一直線上に並んだ状態を示している。3 点 P，Q，R が一直線上に並ぶときの x の値を求めなさい。

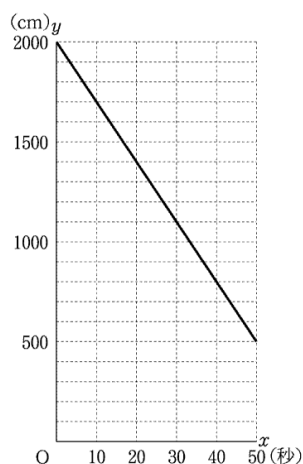
[illegible]

解答

問1

(1) (ア) 1880 (イ) 9

(2)



問2

求め方

$$BP = 2000 - 30x \text{ cm}$$

$$CR = 40x \text{ cm}$$

PR // BC となるとき BP = CR となるから

$$2000 - 30x = 40x$$

これを解くと

$$x = \frac{200}{7}$$

答 $\frac{200}{7}$

問3 40

解説

問1

(1)

P は A を出発し、毎秒 30 cm の速さで B に向かって移動する点だから

x 秒間に P が移動した距離は $30x$ cm と表せる。

$0 \leq x \leq 50$ のとき $0 \leq 30x \leq 1500$ より $AP = 30x$, $BP = y = 2000 - 30x$ と表せる。

よって $x = 4$ のとき $y = 2000 - 30 \times 4 = 1880 \cdots$ (ア)

$y = 1730$ のとき $1730 = 2000 - 30x$ $30x = 270$ $x = 9 \cdots$ (イ)

(2)

$y = 2000 - 30x$ で $x = 0$ のとき $y = 2000$

$x = 50$ のとき、 $y = 2000 - 30 \times 50 = 500$

よって $0 \leq x \leq 50$, $500 \leq y \leq 2000$ だからグラフは変域に注意してかく。

問3

x 秒後 $PB = 2000 - 3x$, $QF = 30x$, $RC = 40x$ と表せる。

3 点 P, Q, R が一直線上に並ぶとき P から CD に垂線をひき EF, DC との交点をそれぞれ K, H とする。

$\triangle PRH$ において $QK \parallel RH$ だから

$$QK : RH = PQ : PR$$

$$QK = 30x - (2000 - 30x) = 60x - 2000,$$

$$RH = 40x - (2000 - 30x) = 70x - 2000,$$

$$PQ : PR = AE : AD = 1 : 2 \text{ より}$$

$$(60x - 2000) : (70x - 2000) = 1 : 2$$

$$70x - 2000 = 2(60x - 2000)$$

$$70x - 2000 = 120x - 4000$$

$$-50x = -2000$$

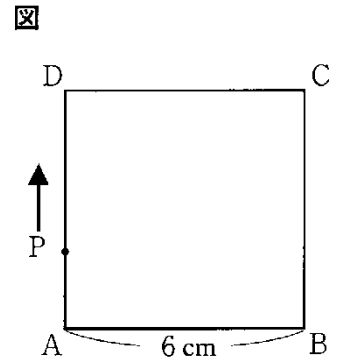
$$x = 40$$

【問 70】

図のように、1 辺 6 cm の正方形 ABCD があり、点 P が正方形の辺上を(ア), (イ)のように動くものとする。

- (ア) 点 P は、頂点 A を出発してから、頂点 D, C を通り、頂点 B ま
で移動する。

(イ) 点 P は、辺 AD 上では毎秒 3 cm, 辺 DC 上では毎秒 2 cm,
辺 CB 上では毎秒 1 cm の速さで移動する。



点 P が頂点 A を出発してから x 秒後の $\triangle APB$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき、次の各問いに答えなさい。

(鳥取県 2008 年度)

問1. x, y の関係を表すと次のようになる。次の ①～⑤ にあてはまる数または式を答えなさい。

$0 \leq x \leq 2$ のとき, $y =$ ③

$2 \leq x \leq$ ① のとき, $y =$ ④

① $\leq x \leq$ ② のとき, $y =$ ⑤

問2. $\triangle APB$ が二等辺三角形となるときの, x の値をすべて求めなさい。

問3. $y = 12$ となるときの, x の値をすべて求めなさい。

解答欄

問1	①	
	②	
	③	$y =$
	④	$y =$
	⑤	$y =$
問2	$x =$	
問3	$x =$	

解答

問1

① 5

② 11

③ $y=9x$

④ $y=18$

⑤ $y=-3x+33$

問2 $x=2, \frac{7}{2}, 5$

問3 $x=\frac{4}{3}, 7$

解説

問1

$0 \leq x \leq 2$ のとき, 点 P は AD 上にある。

$\triangle APB = \frac{1}{2} \times AP \times AB$ $AP=3x, AB=6$ より

$$y = \frac{1}{2} \times 3x \times 6 = 9x$$

$2 \leq x \leq 5$ のとき, 点 P は DC 上にある。

このとき $\triangle APB$ は底辺を AB とすると高さは 6 で一定なので $y = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$

$5 \leq x \leq 11$ のとき, 点 P は CB 上にある。

$\triangle APB = \frac{1}{2} \times BP \times AB$

$CP=x-5$ より

$$BP=6-(x-5)=11-x \quad y = \frac{1}{2} \times (11-x) \times 6 = -3x+33$$

解答

(1) $0 < x < 7$

(2) $x + 2 \text{ cm}$

(3)

求める過程

$$\triangle EBQ = \triangle EAP + \text{台形 ABQP}$$

$$\text{長方形 ABCD} = \text{台形 CDPQ} + \text{台形 ABQP}$$

$$\triangle EAP = \text{台形 CDPQ} \text{ より}$$

$$\triangle EBQ = \text{長方形 ABCD} \text{ である。}$$

(2)の結果より $BQ = EB = x + 2$ だから

$$\triangle EBQ = \frac{1}{2} (x + 2)^2 \text{ となる。}$$

$$\text{したがって } \frac{1}{2} (x + 2)^2 = 2 \times 9$$

整理すると

$$(x + 2)^2 = 36$$

$$x + 2 = \pm 6$$

よって $x = 4$ または $x = -8$

$0 < x < 7$ だから $x = 4$ は問題にあうが $x = -8$ は問題にあわない。

答 x の値 4

解説

(1)

x が最も小さいのは点 A と点 E が重なるときで $x = 0$

x が最も大きいのは、点 B と点 F が重なるときで $x = 9 - 2 = 7$

点 E と A, 点 F と B はそれぞれ異なる点なので $0 < x < 7$

(2)

$$\triangle EFG \text{ において } BQ \parallel FG \text{ より}$$

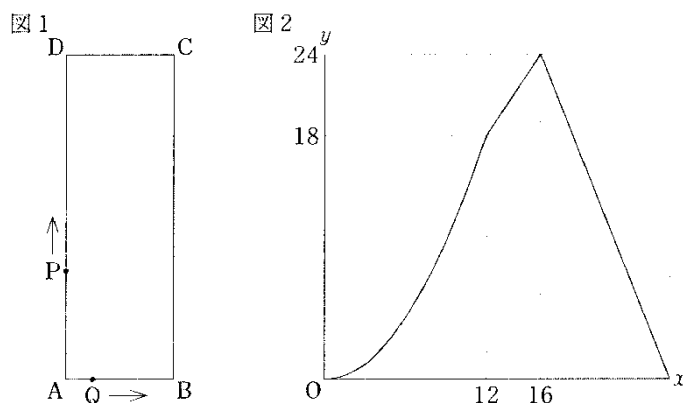
$$BQ : FG = EB : EF$$

$$BQ : 9 = (x + 2) : 9$$

$$BQ = x + 2 \text{ cm}$$

【問 72】

図 1 のように、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $AD=12\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ があり、点 P 、点 Q は頂点 A を同時に出発し、点 P は毎秒 1 cm の速さで、点 Q は毎秒 $\frac{1}{4}\text{ cm}$ の速さで、長方形 $ABCD$ の边上を動く。点 P は、頂点 A を出発して、頂点 D 、頂点 C を通り、頂点 B へ向かって動く。点 Q は、頂点 A を出発して、頂点 B を通り、頂点 C へ向かって動く。点 P 、点 Q は、辺 BC 上で重なると止まる。図 2 は、点 P 、点 Q が頂点 A を同時に出発してから x 秒後の $\triangle PAQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、点 P 、点 Q が頂点 A を同時に出発してから辺 BC 上で重なるまでの x と y の関係をグラフに表したものである。



次の問1～問3の の中にあてはまる最も簡単な数または式を記入せよ。

(福岡県 2008 年度)

問1 点 P が、頂点 A を出発してから 8 秒後の $\triangle PAQ$ の面積は cm^2 である。

問2 x の変域が $12 \leq x \leq 16$ のとき、 y を x の式で表すと、 $y =$ ($12 \leq x \leq 16$) である。

問3 点 P 、点 Q が辺 BC 上を動くとき、 $\triangle PAQ$ の面積が 18 cm^2 になるのは点 P 、点 Q が頂点 A を同時に出発してから 秒後 である。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 8

問2 $\frac{3}{2}x$ または $1.5x$

問3 $\frac{92}{5}$

解説

問3

P, Q が BC 上にあるとき $CP = x - 16\text{cm}$, $BQ = \frac{1}{4}x - 4\text{ cm}$ と表せる。

したがって $PQ = 12 - (x - 16) - \left(\frac{1}{4}x - 4\right) = 32 - \frac{5}{4}x$

$\triangle PAQ = \frac{1}{2} \times \left(32 - \frac{5}{4}x\right) \times 4 = 64 - \frac{5}{2}x\text{ cm}^2$

$\triangle PAQ = 18\text{cm}^2$ より

$64 - \frac{5}{2}x = 18$

$\frac{5}{2}x = 46$

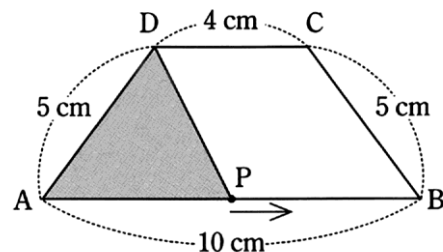
$x = \frac{92}{5}$ 秒後

【問 73】

図のように、 $AB \parallel DC$ で高さが 4 cm の台形 $ABCD$ の边上を動く点 P があり、点 A から出発し、 B 、 C を通って D まで動くものとする。また、点 P が点 A から $x \text{ cm}$ 動いたときの $\triangle APD$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。

次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(大分県 2008 年度)



(1) 点 P が辺 AB 上を動くとき、 y を x の式で表しなさい。ただし、 x の変域は書かなくてよい。

(2) 点 P が A から D まで動くときの $\triangle APD$ の面積の変化のようすをグラフに表しなさい。

(3) $\triangle APD$ の面積が、台形 $ABCD$ の面積の半分になるときの x の値をすべて求めなさい。

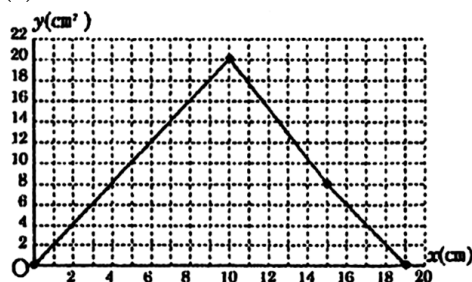
解答欄

(1)	
(2)	
(3)	$x =$

解答

(1) $y=2x$

(2)



(3) $x=7$, $\frac{25}{2}$

解説

(1)

$0 \leq x \leq 10$ のとき P は AB 上にある。

このとき $AP=x$ より $y = \frac{1}{2} \times x \times 4 = 2x$

(2)

$10 \leq x \leq 15$ のとき P は BC 上にある。

このとき C から AB に垂線 CH

P から AB に垂線 PK

P から DC の延長に垂線 PT をひく。

PK // CH より

$$BP:BC = PK:CH$$

$$(x-10):5 = PK:4$$

$$PK = \frac{4(x-10)}{5}$$

$$\triangle PAB = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{4(x-10)}{5} = 4x - 40$$

$$\text{また } PT = 4 - \frac{4(x-10)}{5} = 12 - \frac{4}{5}x$$

$$\triangle DPC = \frac{1}{2} \times 4 \times \left(12 - \frac{4}{5}x\right) = 24 - \frac{8}{5}x$$

$\triangle APD = \text{台形 } ABCD - \triangle PAB - \triangle DPC$ より

$$y = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 10 \times 4 - (4x - 40) - \left(24 - \frac{8}{5}x\right)$$

$$= -\frac{12}{5}x + 44$$

$15 \leq x \leq 19$ のとき P は CD 上にある。

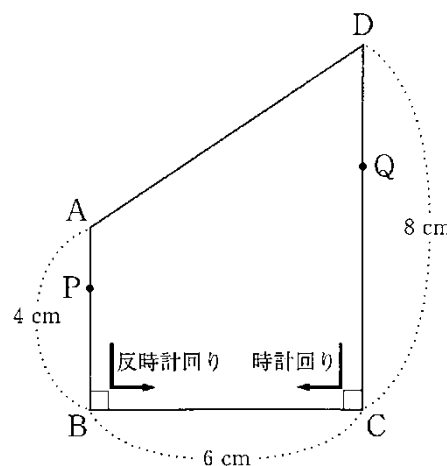
$$\text{このとき } DP = 19 - x \quad y = \frac{1}{2} \times (19 - x) \times 4 = -2x + 38$$

【問 74】

図のように、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ 、 $CD=8\text{ cm}$ 、 $\angle B=\angle C=90^\circ$ の四角形 $ABCD$ がある。点 P は A を出発して毎秒 1 cm の速さで四角形 $ABCD$ の周上を反時計回りに動く。また、点 Q は P が A を出発するのと同時に D を出発し、毎秒 2 cm の速さで四角形 $ABCD$ の周上を時計回りに動く。 P 、 Q は出会ったところで停止するものとする。このとき、次の各問いに答えなさい。

(熊本県 2008 年度)

問1 P 、 Q が停止するのは、出発してから何秒後か答えなさい。



問2 P 、 Q が、それぞれ A 、 D を出発してから x 秒後の、 $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。

(1) P が辺 AB 上を動くときの、 x と y の関係をグラフに表しなさい。

(2) P 、 Q が停止するまでに $y=6$ となる x の値が 2 つある。その 2 つの値を求めなさい。

解答欄

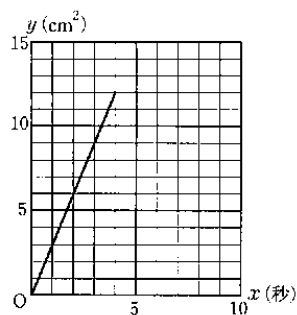
問1	秒後	
問2	(1)	
	(2)	

解答

問1 6 秒後

問2

(1)



(2) 2, 5

解説

問2

(1)

点 P が AB 上を動くとき $0 \leq x \leq 4$

このとき Q は DC 上を動く。

$$\text{よって } y = \triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times 6 = \frac{1}{2} \times x \times 6 = 3x$$

$0 \leq x \leq 4$ で $y = 3x$ のグラフをかく。

(2)

$0 \leq x \leq 4$ のとき $y = 6$ より $6 = 3x$ $x = 2$ 秒後

また $4 \leq x \leq 6$ のとき点 P, Q は BC 上にある。

よって

$$y = \frac{1}{2} \times PQ \times 4$$

$$= \frac{1}{2} (18 - 3x) \times 4$$

$$= -6x + 36$$

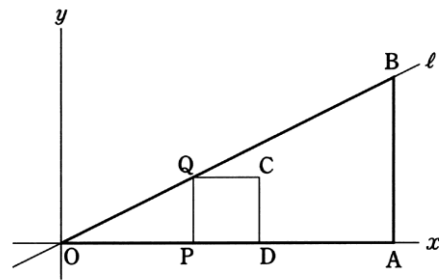
$y = 6$ より

$$6 = -6x + 36$$

$x = 5$ 秒後

【問 75】

図は、関数 $y = \frac{1}{2}x$ のグラフである直線 ℓ と、 x 軸上の点 $A(12, 0)$ から y 軸に平行な直線をひき、直線 ℓ との交点を B とし、原点 O 、点 A 、点 B を結んで $\triangle OAB$ をつくったものである。点 P は、原点 O を出発して、毎秒 1 cm の速さで辺 OA 上を点 A まで動く。点 P から y 軸に平行な直線をひき、直線 ℓ との交点を Q とし、線分 PQ を 1 辺とする正方形 $PQCD$ をつくる。ただし、点 D 、 C の x 座標は、点 P 、 Q の x 座標よりそれぞれ大きいものとする。このとき、次の問1～問4に答えなさい。なお、座標の 1 目もりは 1 cm とする。



(鹿児島県 2008 年度)

問1 直線 ℓ 上の点で、原点 O 以外の点を 1 つ選び、その座標を書け。

問2 点 P が原点 O を出発して、 t 秒後の正方形 $PQCD$ の面積を $S\text{ cm}^2$ とする。 S を t の式で表せ。また、 t の変域が $0 \leq t \leq 6$ のとき、 t と S の関係を表すグラフをかけ。ただし、 $t=0$ のとき、 $S=0$ とする。

問3 点 D が点 A に重なったとき、正方形 $PQCD$ の面積は何 cm^2 か。

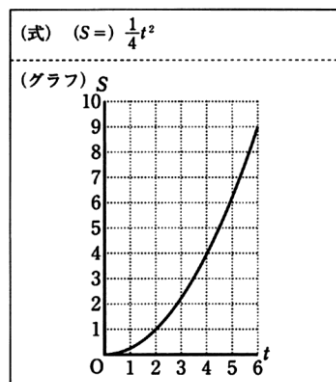
問4 点 D の x 座標が、点 A の x 座標より大きくなり、正方形 $PQCD$ と $\triangle OAB$ の重なった部分の面積が $\frac{27}{2}\text{ cm}^2$ になるのは、点 P が原点 O を出発してから何秒後か。点 P が原点 O を出発してから p 秒後のこととして、 p の値を求めよ。 p についての方程式と計算過程も書くこと。

[illegible]

解答

問1 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$

問2



問3 16cm^2

問4

方程式と計算過程

重なった部分は長方形であり

$PQ = \frac{1}{2}p$ cm, $PA = 12 - p$ cm であるから

$$\frac{1}{2}p(12 - p) = \frac{27}{2}$$

$$p^2 - 12p + 27 = 0$$

$$(p - 3)(p - 9) = 0$$

$$p = 3, p = 9$$

$$8 < p < 12 \text{ より}$$

$$p = 9$$

答 $p = 9$

解説

問2

t 秒後の $OP = 1 \times t = t$

よって点 Q の x 座標は t

点 Q は $y = \frac{1}{2}x$ 上の点より, $x = t$ を代入して, $y = \frac{1}{2}t$

よって $Q\left(t, \frac{1}{2}t\right)$

したがって $PQ = \frac{1}{2}t$

ここで四角形 $PQCD$ は正方形だからその面積 $S = PQ^2 = \left(\frac{1}{2}t\right)^2 = \frac{1}{4}t^2$

$0 \leq t \leq 6$ より変域に注意してグラフをかく。

問3

t 秒後に点 D が点 A と重なるとする。

$OP = t$, $PA = PQ = \frac{1}{2}t$ より $OA = t + \frac{1}{2}t = \frac{3}{2}t$ と表せる。

$A(12, 0)$ より, $OA = 12$ だから $\frac{3}{2}t = 12$ $t = 8$

よってそのとき $PA = \frac{1}{2} \times 8 = 4$

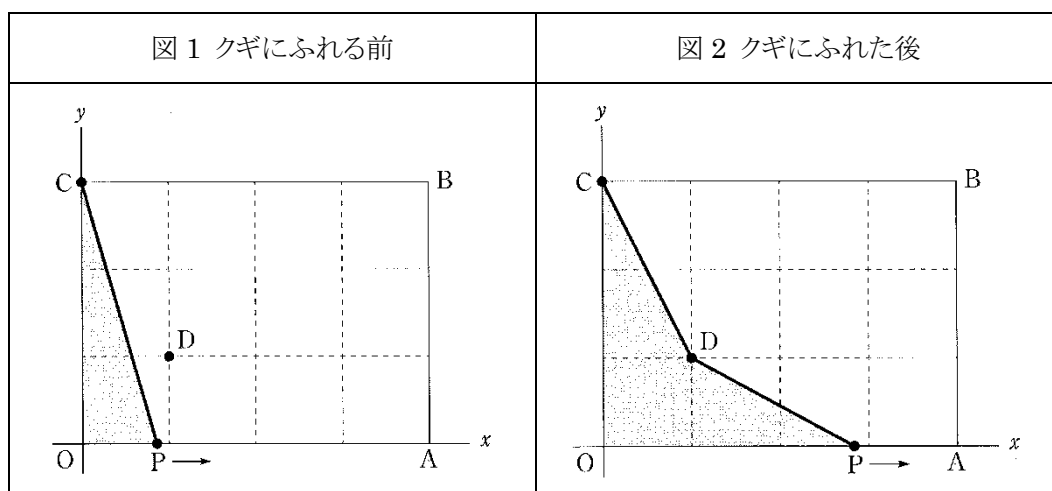
正方形 $PQCD$ の面積は $4^2 = 16 \text{ cm}^2$

【問 76】

図 1 のように、4 点 $A(4, 0)$, $B(4, 3)$, $C(0, 3)$, $D(1, 1)$ がある。点 P は原点 O を出発し、線分 OA , AB 上を秒速 1 cm で点 B まで動く。点 C と点 P はゴムひもで結ばれていて、ゴムひもは常にぴんと張られた状態になっている。また、点 D にはクギが出ていて、ゴムひもはクギにふれた後、図 2 のように、点 C と点 D , 点 D と点 P の間にぴんと張られた状態になる。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。ただし、ゴムひもやクギの太さは考えない。 O は原点、座標の目盛りの単位は cm とする。

(茨城県 2009 年度)



問1 ゴムひもが点 D のクギに初めてふれるのは、点 P が原点 O を出発してから何秒後か求めなさい。

問2 点 P が原点 O を出発してから t 秒後までに、ゴムひもが動いた跡にできる図形の面積を $S\text{ cm}^2$ とする。点 P が線分 AB 上にあるとき、 S を t の式で表しなさい。

解答欄

問1	秒後
問2	$S =$

解答

問1 $\frac{3}{2}$ 秒後

問2 $S = \frac{3}{2}t - \frac{5}{2}$

解説

問1

直線 CP を $y = mx + 3$ とおく。

D (1, 1) を通るとき $1 = m + 3$ $m = -2$

よって $y = -2x + 3$

この直線と x 軸との交点が CP が初めて点 D にふれるときの P の位置を表しているから $y = 0$ を代入して

$$0 = -2x + 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

P は毎秒 1 cm の速さで動くので $\frac{3}{2}$ 秒後。

問2

点 P が AB 上にあるとき $4 \leq t \leq 7$

このとき $AP = t - 4$ cm

$$S = \triangle CDO + \triangle DOA + \triangle DAP$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 1 + \frac{1}{2} \times 4 \times 1 + \frac{1}{2} \times (t - 4) \times 3$$

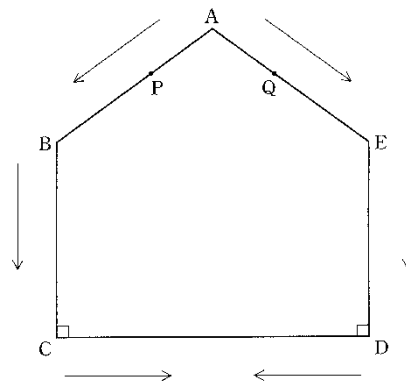
$$= \frac{3}{2} + 2 + \frac{3}{2}t - 6$$

$$= \frac{3}{2}t - \frac{5}{2}$$

【問 77】

図のような、五角形 $ABCDE$ があり、 $AB=BC=DE=EA=5\text{ cm}$ 、 $CD=8\text{ cm}$ とする。点 P 、 Q は、頂点 A を同時に出発して、それぞれ五角形の辺上を矢印の方向に、毎秒 1 cm の速さで動くものとする。点 P 、 Q が、頂点 A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の問いに答えよ。

(福井県 2009 年度)



問1 5 秒後の $\triangle APQ$ の面積を求めよ。

問2 次の各場合について y を表す式をつくれ。

(1) $0 \leq x \leq 5$ のとき

(2) $5 \leq x \leq 10$ のとき

(3) $10 \leq x \leq 14$ のとき

問3 問2で求めた(1)～(3)の各場合について、 x と y の関係をグラフに表せ。

解答欄

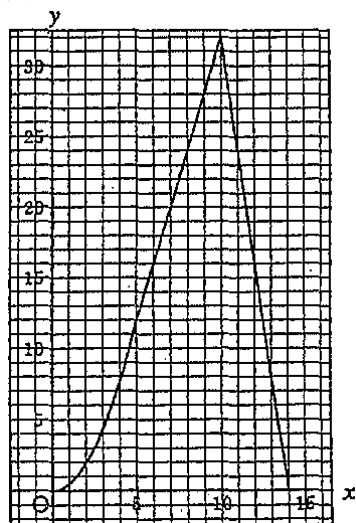
問1	cm^2	
問2	(1)	$y =$
	(2)	$y =$
	(3)	$y =$
問3		

解答

問1 12cm^2

問2 (1) $y = \frac{12}{25}x^2$ (2) $y = 4x - 8$ (3) $y = -8x + 112$

問3.



解説

問1

点 P, Q は 5 秒間に 5 cm 進むのでそれぞれ点 B, E の位置にある。

$\triangle ABE$ は $AB=AE$ の二等辺三角形だから

$\angle BAE$ の二等分線と BE との交点を H とすると

$$AH \perp BE, BH = EH = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

$\triangle ABH$ で、三平方の定理より $AH = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ cm}$

$$\text{よって } \triangle APQ = \frac{1}{2} \times BE \times AH = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12 \text{ cm}^2$$

問2

(1)

$0 \leq x \leq 5$ のとき、点 P は AB 上、点 Q は AE 上にあり $AP=AQ=x \text{ cm}$ である。

このとき $AP:AB=AE:AQ=x:5$ より $PQ \parallel BE$

AH と PQ の交点を K とすると

$$AK:AH=AP:AB,$$

$$AK:3=x:5 \quad AK = \frac{3}{5}x \text{ cm}$$

$$PQ:BE=AP:AB$$

$$PQ:8=x:5 \quad PQ = \frac{8}{5}x \text{ cm}$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times \frac{8}{5}x \times \frac{3}{5}x = \frac{12}{25}x^2$$

(2)

$5 \leq x \leq 10$ のとき、点 P は BC 上、点 Q は ED 上にあり、 $BP=EQ=x-5 \text{ cm}$, $CP=DQ=10-x \text{ cm}$ と表せる。

このとき、 $\triangle APQ = \text{五角形 } ABCDE - \triangle ABP - \triangle AEQ - \text{長方形 } PCDQ$ だから

$$y = (12 + 5 \times 8) - \frac{1}{2} \times (x-5) \times 4 - \frac{1}{2} \times (x-5) \times 4 - (10-x) \times 8 = 52 - 4x + 20 - 80 + 8x = 4x - 8$$

(3)

$10 \leq x \leq 14$ のとき点 P, Q はともに CD 上にあり

$$CP=DQ=x-10 \text{ cm}$$

$$PQ = 8 - 2 \times (x-10) = 28 - 2x \text{ と表せる。}$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times (28 - 2x) \times (3 + 5) = -8x + 112$$

【問 78】

問1 図1のように、1辺3 cm の正方形4個でできた正方形 PQRS と、正方形 PQRS から1つの正方形を切り取った図形(あ)の2つの図形を、直線 ℓ 上に置く。図2のように、直線 ℓ にそって点Rが点Aを出発して点Bに重なるまで、正方形 PQRS を矢印の方向に動かす。AR の長さを x (cm)、2つの図形の重なる部分の面積を y (cm²)とする。

(長野県 2009 年度)

図1

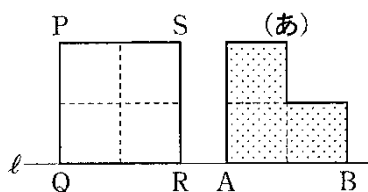
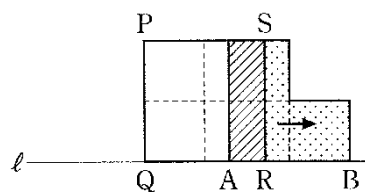
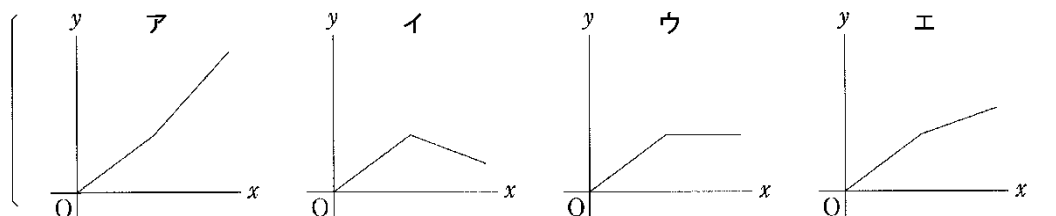


図2



(1) $x=2$ のとき、 y の値を求めなさい。

(2) x と y の関係を表すグラフを、次のア～エから1つ選び、記号を書きなさい。



問2 図1の正方形 PQRS から直角三角形を切り取った台形 TQRS が、図3のように直線 ℓ 上にある。図形カ～ケは、1辺3 cm の正方形6個でできた長方形のいくつかの部分を取り取った図形である。図形カ～ケから1つ選び、辺ABが直線 ℓ 上にくるように置き、直線 ℓ にそって点Rが点Aを出発して点Bと重なるまで、台形 TQRS を矢印の方向に動かした。

図3

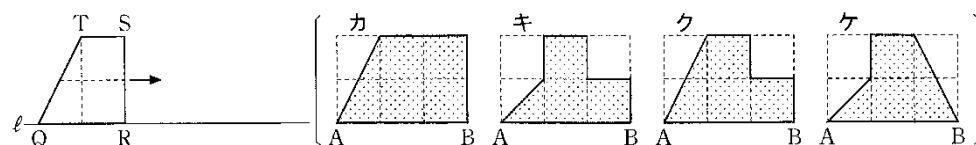
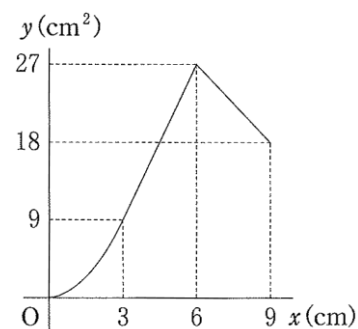


図4は、AR の長さ x (cm) と 2つの図形の重なる部分の面積 y (cm²) の関係を表したグラフである。 $0 \leq x \leq 3$ では原点を頂点とする放物線、 $3 \leq x \leq 6$ 、 $6 \leq x \leq 9$ ではそれぞれ直線となった。

図4



(1) $3 \leq x \leq 6$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

(2) 2つの図形の重なる部分の面積が 5 cm² になるときの AR の長さを求めなさい。

(3) グラフをもとに直線 ℓ 上に置いた図形を上のカ～ケから1つ選び、記号を書きなさい。

解答欄

問1	(1)	$y =$
	(2)	
問2	(1)	$y =$
	(2)	cm
	(3)	

解答

問1

(1) 12

(2) エ

問2

(1) $6x - 9$

(2) $\sqrt{5}$

(3) ク

解説

問2

(1)

$3 \leq x \leq 6$ のときグラフは直線だから $y = ax + b$ とおく。

(3, 9) を通るので $9 = 3a + b \cdots (i)$

(6, 27) を通るので $27 = 6a + b \cdots (ii)$

(i), (ii) を連立方程式として解くと

$a = 6, b = -9$

よって $y = 6x - 9$

(2)

グラフより $y = 5$ のとき $0 \leq x \leq 3$

このときの式を $y = cx^2$ とおく。

(3, 9) を通るので $9 = 9c, c = 1$

$y = x^2$ に $y = 5$ を代入して

$5 = x^2$

$x > 0$ だから

$x = \sqrt{5}$ cm

(3)

$x = 3$ のとき

カとクは $y = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$

キとケは $y = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$

よってカとクのいずれか。

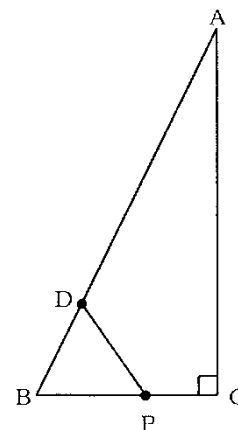
$3 \leq x \leq 6$ のときカとクは同じ。

$6 \leq x \leq 9$ のとき y の値はカは 27 のままで、クは減少するので、グラフはクを表す。

【問 79】

図で、 $\triangle ABC$ は $\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形で、 $AC=16\text{ cm}$ 、 $BC=8\text{ cm}$ である。また、 D は辺 AB 上の点で、 $AD=\frac{3}{4}AB$ である。点 P は、頂点 B から出発して、毎秒 1 cm の速さで $\triangle ABC$ の辺上を頂点 C を通って頂点 A まで移動する。点 P が頂点 B を出発してから x 秒後の $\triangle DBP$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(愛知県 2009 年度 A)



(1) x の変域が $2 \leq x \leq 14$ のとき x, y の関係をグラフに表せ。

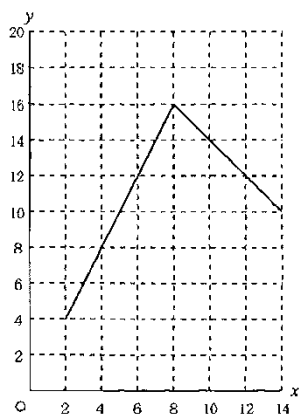
(2) $\triangle DBP$ の面積が 14 cm^2 以上となる時間は何秒間か。

解答欄

(1)	
(2)	秒間

解答

(1)



(2) 3 秒間

解説

(1)

$2 \leq x \leq 8$ のとき P は BC 上にある。

D から BC に垂線 DH をひく。

$$BD = AB - \frac{3}{4}AB = \frac{1}{4}AB \text{ だから}$$

$$BD:BA = \frac{1}{4}:1 = 1:4$$

DH // AC より

$$DH:AC = BD:BA$$

$$DH:16 = 1:4$$

$$DH = 4\text{cm}$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times BP \times DH = \frac{1}{2} \times x \times 4 = 2x$$

$8 \leq x \leq 14$ のとき P は CA 上にある。

D から AC に垂線 DK をひくと

$$DK:BC = AD:AB$$

$$DK:8 = 3:4$$

$$DK = 6\text{cm}$$

$$\text{このとき } y = \triangle ABC - \triangle ADP - \triangle BCP$$

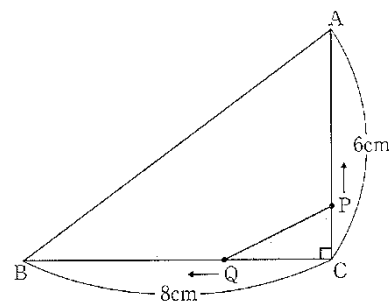
$$= \frac{1}{2} \times BC \times AC - \frac{1}{2} \times AP \times DK - \frac{1}{2} \times BC \times CP$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 16 - \frac{1}{2} \times (24 - x) \times 6 - \frac{1}{2} \times 8 \times (x - 8)$$

$$= -x + 24$$

【問 80】

図のように、 $AC=6\text{ cm}$ 、 $BC=8\text{ cm}$ 、 $\angle C=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。点 P 、 Q は、点 C を同時に出発し、点 P は毎秒 1 cm の速さで辺 CA 、 AB 上を点 A を通って点 B まで動き、点 Q は毎秒 2 cm の速さで辺 CB 上を点 B まで動く。また、 P 、 Q どちらの点も点 B に到達したあとは動かないものとする。点 P 、 Q が点 C を出発してから、 x 秒後の $\triangle CPQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。ただし、 $x=0$ のとき、 $y=0$ とする。



(愛媛県 2009 年度)

このとき、次の問いに答えなさい。

問1 辺 AB の長さを求めよ。

問2 次のそれぞれの場合について、 y を x の式で表し、そのグラフをかけ。

(1) $0 \leq x \leq 4$ のとき

(2) $4 \leq x \leq 6$ のとき

問3 $y=9$ となるときの x の値をすべて求めよ。

解答欄

問1	cm	
問2	(1)	$y=$
	(2)	$y=$
問3	$x=$	

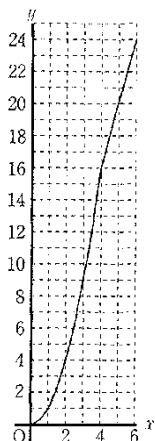
解答

問1 10cm

問2

(1) $y=x^2$

(2) $y=4x$



問3 $x=3, \frac{49}{4}$

解説

問1

三平方の定理より $AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\text{cm}$

問2

(1)

x 秒間に点 P は x cm, 点 Q は $2x$ cm 移動する。

$0 \leq x \leq 4$ のとき P は CA 上, Q は CB 上にあるから $y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$

(2)

$4 \leq x \leq 6$ のとき点 P は CA 上を移動し点 Q は点 B に停止したままとなる。

よって $y = \frac{1}{2} \times x \times 8 = 4x$

問3

$y=9$ となるのはグラフから考えて $0 \leq x \leq 4$ のとき。

また $6 \leq x \leq 16$ のとき $\triangle CPQ$ の面積は 24 から 0 まで減少していくので $y=9$ となる x が存在する。

$0 \leq x \leq 4$ のとき

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$0 \leq x \leq 4 \text{ より}$$

$$x = 3$$

$6 \leq x \leq 16$ のとき点 P は AB 上を移動し点 Q は点 B に停止したままとなる。

このとき $BP = 16 - x$ cm より

$$y = \frac{PQ}{AB} \times \triangle ABC$$

$$= \frac{16-x}{10} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8$$

$$= \frac{12(16-x)}{5}$$

よって $\frac{12(16-x)}{5} = 9$

$$x = \frac{49}{4}$$

【問 81】

図 1 のような縦 8 cm, 横 6 cm の長方形 ABCD があり, 2 点 P, Q が次の[規則]に従って長方形の辺上を進む。

規則

- 点 P は A を出発し, 辺 AB 上を B まで毎秒 1 cm の速さで進み, B に着くと停止する。
- 点 Q は B を出発し, 辺 BC, CD, DA 上を C, D を通って A まで, 毎秒 2 cm の速さで進む。

2 点 P, Q が同時に出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき, 下の問1～問3に答えなさい。ただし, $0 \leq x \leq 11$ とする。

(佐賀県 2009 年度 前期)

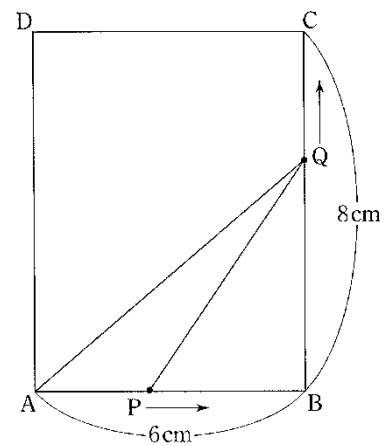
問1. 次の(1), (2)に答えなさい。

- (1) $x=1$ のときの y の値を求めなさい。
- (2) $x=4$ のときの y の値を求めなさい。

問2. 点 Q が辺 CD 上にあり, $CQ=5 \text{ cm}$ のとき, y の値を求めなさい。

問3. 点 Q が B を出発し, A に到着するまでの x, y の関係は次の [1]～[4] で表され, それをグラフに表したものが[図 2]である。
このとき, 下の(1)～(3)に答えなさい。

図 1



[1] $0 \leq x \leq 4$ のとき, x, y の関係を表す式は $y = \text{㉑}$ である。

[2] $4 \leq x \leq \text{㉒}$ のとき, x, y の関係を表す式は $y = \text{㉓}$ である。

[3] $\text{㉔} \leq x \leq 7$ のとき, y の値は一定であり, $y = \text{㉕}$ である。

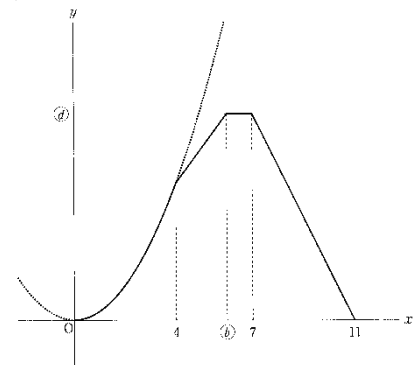
[4] $7 \leq x \leq 11$ のとき, x, y の関係を表す式は $y = \text{㉖}$ である。

(1) 上の [1]～[4] について, ㉒, ㉕ にあてはまる数を書きなさい。また, ㉑, ㉓, ㉖ にあてはまる式を x を使って表しなさい。

(2) [2] のとき, $\triangle APQ$ が直角三角形になる x の値を求めなさい。

(3) $y=9$ となる x の値をすべて求めなさい。

図 2



解答欄

問1	(1)		
	(2)		
問2			
問3	(1)	㉠	
		㉡	
		㉢	
		㉣	
		㉤	
	(2)		
	(3)		

解答

問1

(1) 1 (2) 16

問2 24

問3

(1) ㉔ x^2 ㉕ 6 ㉖ $4x$ ㉗ 24 ㉘ $-6x+66$

(2) $\frac{14}{3}$

(3) $3, \frac{19}{2}$

解説

問2

CQ=5 cm のとき Q は $8+5=13$ cm 移動しているのでかかった時間は $13 \div 2 = \frac{13}{2}$ 秒

$\frac{13}{2} > 6$ より P は点 B の位置に停止しているので $y = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

問3

(1)

$0 \leq x \leq 4$ のとき P は AB 上, Q は BC 上にあるので $y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$

$4 \leq x \leq 6$ のとき P は AB 上, Q は CD 上にあるので $y = \frac{1}{2} \times x \times 8 = 4x$

$6 \leq x \leq 7$ のとき P は B, Q は CD 上にあるので $y = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

$7 \leq x \leq 11$ のとき P は B, Q は DA 上にあるので $y = \frac{1}{2} \times 6 \times (22-2x) = -6x+66$

(2)

$4 \leq x \leq 6$ のとき

P は AB 上にあり $4 \leq AP \leq 6$

Q は CD 上にあり $0 \leq CQ \leq 4$

この間△APQ が直角三角形になるのは $\angle APQ = 90^\circ$

よって $PB = CQ$

$6-x = 2x-8$

$3x = 14$

$x = \frac{14}{3}$

(3)

問題の [図 2] より

$y=9$ となるのは $0 \leq x \leq 4$ のときと $7 \leq x \leq 11$ のとき。

$0 \leq x \leq 4$ のとき

$x^2 = 9$

$x \geq 0$ より

$x = 3$

$7 \leq x \leq 11$ のとき

$9 = -6x + 66$

$x = \frac{19}{2}$

【問 82】

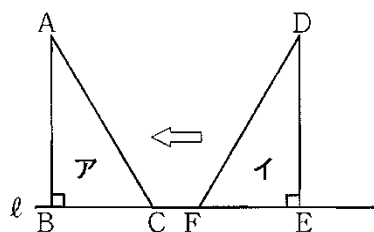
図1, 図2のア, イは, 合同な直角三角形であり, $AB=DE=8\text{ cm}$, $BC=EF=4\text{ cm}$, $\angle ABC=\angle DEF=90^\circ$ である。図1, 図2のように, B, C を直線 ℓ 上におき, アを固定し, 次の操作 1, 操作 2 を行った。

後の問1～問3に答えなさい。

(群馬県 2010 年度)

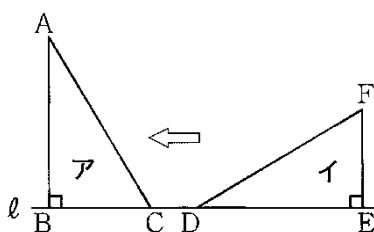
操作 1: 図1のように, E, F を ℓ 上におき, イを ℓ にそって矢印の向きに毎秒 1 cm の速さで動かし, F が B と重なったとき停止させる。

図1



操作 2: 図2のように, D, E を ℓ 上におき, イを ℓ にそって矢印の向きに毎秒 1 cm の速さで動かし, D が B と重なったとき停止させる。

図2

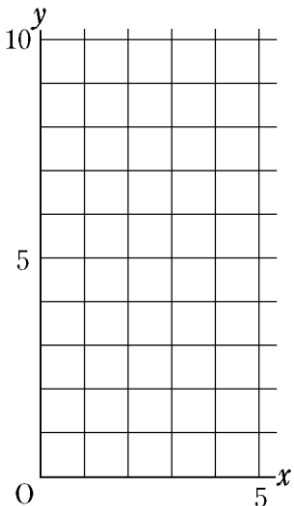


問1 操作 1 において, F が C と重なってから x 秒後のアとイの重なる部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき, F が C と重なってから停止するまでの, x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

問2 操作 2 において, D が C と重なってから x 秒後のアとイの重なる部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき, D が C と重なってから停止するまでの y を, x の式で表しなさい。

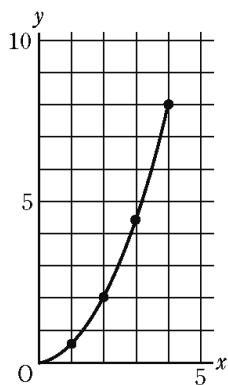
問3 次の ① ～ ③ に適する式や数値を, それぞれ入れなさい。

問1と問2における x 秒後のアとイの重なる部分の面積は, どちらも ① に比例し, x 秒後のそれぞれの重なる部分の面積の比は, 最も簡単な整数比で表すと ② : ③ となる。

問1		
問2		
問3	①	
	②	
	③	

解答

問1



問2 $y = \frac{1}{5}x^2$

問3 ① x^2 ② 5 ③ 2

解説

問1

F が C から B まで移動するとき $0 \leq x \leq 4$

AC と DF の交点を P, P から直線 ℓ にひいた垂線と直線 ℓ との交点を Q とする。

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は合同なので $\angle PFQ = \angle PCQ$ $PF = PC$ なので $FQ = CQ = \frac{x}{2} \text{ cm}$

$$PQ : AB = CQ : CB$$

$$PQ : 8 = \frac{x}{2} : 4$$

$$PQ = x \text{ cm}$$

$$\text{よって } y = \triangle PFC = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2}x^2$$

問2

D が C から B まで移動するとき $0 \leq x \leq 4$

AC と DF の交点を R とする。

$\triangle DRC$ と $\triangle ABC$ において

$\angle DCR = \angle ACB$ (共通)

$\angle CDR = \angle EDF = \angle CAB$ より

2 組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle DRC \sim \triangle ABC$

よって $DC : AC = CR : CB = DR : AB$

三平方の定理より $AC = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5} \text{ cm}$ だから

$$x : 4\sqrt{5} = CR : 4$$

$$CR = \frac{\sqrt{5}}{5}x \text{ cm}$$

$$x : 4\sqrt{5} = DR : 8$$

$$DR = \frac{2\sqrt{5}}{5}x \text{ cm}$$

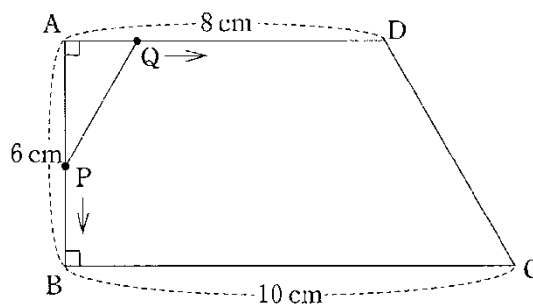
$$\angle DRC = \angle ABC = 90^\circ$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{5}x \times \frac{2\sqrt{5}}{5}x = \frac{1}{5}x^2$$

x 秒後のアとイの重なる部分はどちらも x^2 に比例し

x 秒後の面積比は $\frac{1}{2} : \frac{1}{5} = 5 : 2$ となる。

図のような $AB=6\text{ cm}$, $AD=8\text{ cm}$, $BC=10\text{ cm}$, $\angle DAB=\angle ABC=90^\circ$ の四角形 $ABCD$ があります。点 P , Q は点 A を同時に出発して、点 P は辺 AB , BC 上を点 C まで毎秒 2 cm で、点 Q は辺 AD 上を点 D まで毎秒 1 cm でそれぞれ一定の速さで動き、点 C , D に同時に到着しました。点 P , Q が点 A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の各問に答えなさい。



問1 点 P が点 A を出発してから、点 B に達するまでの y を x の式で表しなさい。また、そのときの x の変域を求めなさい。

問2 点 P が点 B を通過した後の△APQ において、 $AP=PQ$ となるとき、 x, y の値を求めます。途中の説明も書いて答えを求めなさい。

問1	$y =$
	x の変域
問2	〔説明〕
	答 $x =$, $y =$

解答

問1 $y=x^2$ x の変域 $0 \leq x \leq 3$

問2

〔説明〕

$AP=PQ$ だから, $\triangle APQ$ は二等辺三角形となる。

したがって $AQ=BP \times 2$ のときだから

$BP=2x-6$, $AQ=x$ より

$x=(2x-6) \times 2$

よって $x=4$

また $\triangle APQ$ で

$AQ=x=4$

高さ $=6$ なので

$y=4 \times 6 \div 2 = 12$

答 $x=4$, $y=12$

解説

問1

P が AB 上にあるとき $0 \leq x \leq 3$ で Q は AD 上にある。

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times AQ$$

$AP=2x$ cm

$AQ=x$ cm と表せるので

$$y = \frac{1}{2} \times 2x \times x = x^2$$

問2

$AP=PQ$ のとき $\triangle APQ$ は二等辺三角形なので $AQ=2BP$ となる。

P が BC 上にあるとき $AQ=x$ cm, $BP=2x-6$ cm と表せるので,

$$x=2(2x-6)$$

$$x=4x-12$$

$$-3x=-12$$

$$x=4$$

$$\text{また } \triangle APQ = \frac{1}{2} \times AQ \times AB$$

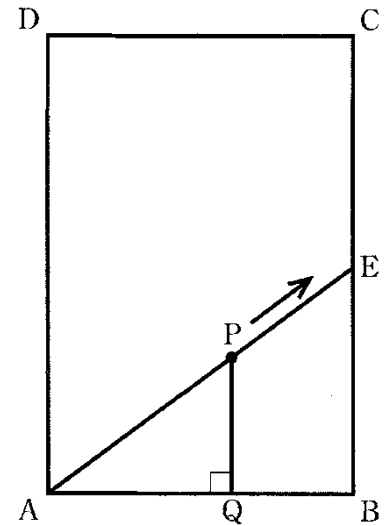
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 6$$

$$= 12 \text{ cm}^2$$

【問 84】

図のように、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ があり、辺 BC の中点を E とする。点 P は頂点 A を出発し、毎秒 1 cm の速さで線分 AE 、辺 EC 、辺 CD 上を通過して、頂点 D まで移動する。このとき、点 P は途中で止まることなく移動するものとする。点 P から辺 AB に引いた垂線と辺 AB との交点を Q とし、点 P が頂点 A を出発してから x 秒後の 3 点 A 、 P 、 Q を結んでできる $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の問1～問3に答えなさい。ただし、点 P が頂点 A 、 D にあるときは、 $y=0$ とする。

(新潟県 2010 年度)



問1 5 秒後の $\triangle APQ$ の面積を求めなさい。

問2 次の(1)～(3)について、 y を x の式で表しなさい。

(1) $0 \leq x \leq 5$ のとき

(2) $5 \leq x \leq 8$ のとき

(3) $8 \leq x \leq 12$ のとき

問3 $\triangle APQ$ の面積が 9 cm^2 となるのは、点 P が頂点 A を出発してから何秒後か、すべて求めなさい。

解答欄

問1	答 cm^2	
問2	(1)	答 $y=$
	(2)	答 $y=$
	(3)	答 $y=$
問3	[求め方]	
	答	秒後

解答

問1 6cm^2

問2

$$(1) y = \frac{6}{25}x^2$$

$$(2) y = 2x - 4$$

$$(3) y = -3x + 36$$

問3 $\frac{13}{2}$, 9 秒後

解説

問1

$\triangle ABE$ において

$$\text{三平方の定理より } AE = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$$

よって 5 秒後に点 P は点 E の位置にあるから

$$\triangle APQ = \triangle AEB = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 \text{ cm}^2$$

問2

(1)

$0 \leq x \leq 5$ のとき P は AE 上にあり, Q は AB 上にある。

このとき $AP = x \text{ cm}$

$PQ \parallel EB$ より

$$AP : AE = PQ : EB$$

$$x : 5 = PQ : 3$$

$$PQ = \frac{3}{5}x \text{ cm}$$

$$AP : AE = AQ : AB$$

$$x : 5 = AQ : 4$$

$$AQ = \frac{4}{5}x \text{ cm}$$

$$\text{よって } y = \triangle APQ = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5}x \times \frac{3}{5}x = \frac{6}{25}x^2$$

(2)

$5 \leq x \leq 8$ のとき P は EC 上にあり, Q は B と一致する。

$$\text{このとき } PE = x - 5 \text{ cm} \quad AQ = x - 5 + 3 = x - 2 \text{ cm}$$

$$y = \triangle APQ = \frac{1}{2} \times 4 \times (x - 2) = 2x - 4$$

(3)

$8 \leq x \leq 12$ のとき P は CD 上にあり, Q は BA 上にある。

$$\text{このとき } AQ = DP = 5 + 3 + 4 - x = 12 - x \text{ cm}$$

$$y = \triangle APQ = \frac{1}{2} \times (12 - x) \times 6 = -3x + 36$$

問3

$$0 \leq x \leq 5 \text{ のとき } 0 \leq y \leq 6$$

$$5 \leq x \leq 8 \text{ のとき } 6 \leq y \leq 12$$

$$8 \leq x \leq 12 \text{ のとき } 0 \leq y \leq 12$$

よって $y = 9$ となるのは $5 \leq x \leq 8$ のときと $8 \leq x \leq 12$ のときの 2 回ある。

$$5 \leq x \leq 8 \text{ のとき } 9 = 2x - 4 \quad x = \frac{13}{2} \text{ 秒後}$$

$$8 \leq x \leq 12 \text{ のとき } 9 = -3x + 36 \quad x = 9 \text{ 秒後}$$

【問 85】

1 目もりが 1 cm の方眼紙の上で、一定の条件で長方形を動かしたとき、2 つの長方形の重なった部分の面積がどのように変化するか観察する。長方形を動かし始めてから x 秒後の重なった部分の面積を $y \text{ cm}^2$ とし、後の問1、問2に答えなさい。

(滋賀県 2010 年度)

問1 図1のように、2 つの長方形を置いた状態から、長方形アは動かさないうで、長方形イを毎秒 1 cm の速さで上 (▲) の方向へ動かす。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) y の値が最も大きくなるとき、その y の値を求めなさい。

(2) $1 \leq x \leq 5$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

図1

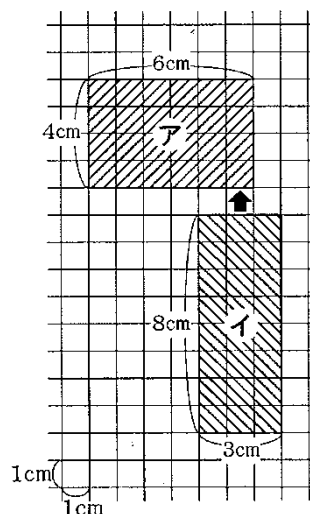
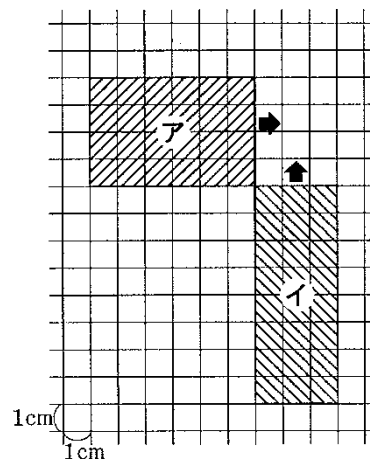


図2

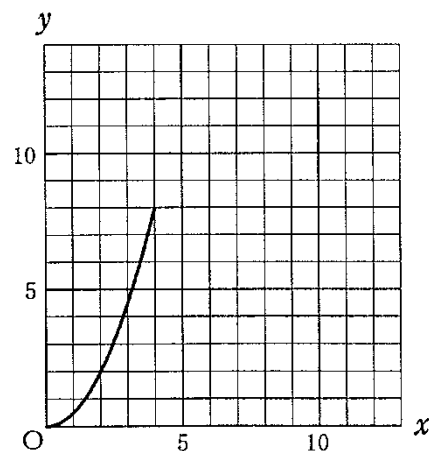


問2 次に、問1と同じ長方形を、図2のように置いた状態から、長方形アは毎秒 0.5 cm の速さで右 (▶) の方向へ、長方形イは毎秒 1 cm の速さで上 (▲) の方向へ、同時に動かす。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

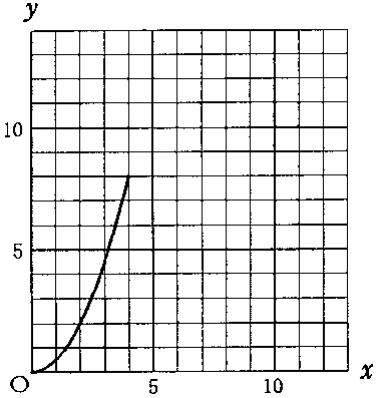
(1) y の値がはじめて 5 となるときの、 x の値を求めなさい。

(2) 図3は、 $0 \leq x \leq 4$ のときの x と y の関係を表したグラフである。 $x > 4$ において、 $y = 0$ となるまでの x と y の関係をグラフに表しなさい。

図3



解答欄

問1	(1)	$y =$
	(2)	
問2	(1)	$x =$
	(2)	

解答

問1

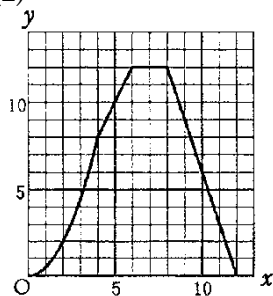
(1) $y=8$

(2) $y=2x-2$

問2

(1) $x=\sqrt{10}$

(2)



解説

問1

(1)

y の値が最も大きくなるのは、重なった部分が

縦 4 cm, 横 2 cm の長方形になるときだから $y=4 \times 2=8$

(2)

$1 \leq x \leq 5$ のとき、重なった部分の図形は

縦が $x-1$ cm, 横が 2 cm の長方形となるので

$$y=(x-1) \times 2=2x-2$$

問2

(1)

$0 \leq x \leq 4$ のとき

x 秒後の重なった部分の長方形の縦は x cm, 横は $0.5x$ cm と表せるので

その面積は $y=0.5x^2$ と表せる。

$$0.5x^2=5$$

$$x^2=10$$

$$x=\pm \sqrt{10}$$

$0 \leq x \leq 4$ より

$$x=\sqrt{10}$$

(2)

$4 \leq x \leq 6$ のとき、重なる部分は縦が 4 cm, 横が $0.5x$ cm の長方形だから $y=4 \times 0.5x=2x$

$6 \leq x \leq 8$ のとき、重なる部分は縦が 4 cm, 横が 3 cm の長方形だから $y=4 \times 3=12$

$8 \leq x \leq 12$ のとき、重なる部分は縦が $8+4-x=12-x$ cm, 横が 3 cm の長方形だから

$$y=(12-x) \times 3=36-3x$$

これをグラフに表す。

【問 86】

2つの直角二等辺三角形 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ がある。 $\triangle ABC$ の直角をはさむ2辺の長さはそれぞれ 6 cm であり、 $\triangle DEF$ の直角をはさむ2辺の長さはそれぞれ 8 cm である。辺 AB と辺 DE は同じ直線 ℓ 上にあり、図1のように、はじめは頂点 B と頂点 D が重なっている。このあと、 $\triangle DEF$ を固定し、 $\triangle ABC$ を直線 ℓ に沿って右向きに、頂点 B が頂点 E に重なるまで動かすものとする。

図1

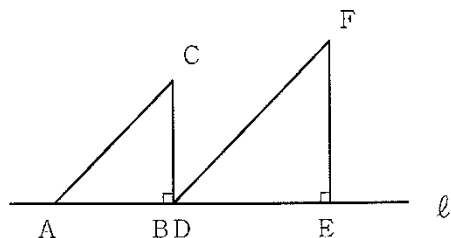
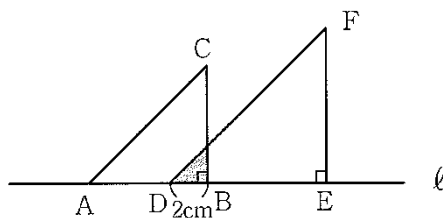


図2



このとき、次の各問いに答えなさい。

(鳥取県 2010 年度)

問1 図2は、 $\triangle ABC$ が、図1の状態から右向きに 2 cm 動いた状態である。このとき、次の(1)、(2)について答えなさい。

(1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が重なっている部分 (図2で色のついている部分) の面積を求めなさい。

(2) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ のうち、重なっていない部分 (図2で色のついていない部分) の面積の和を求めなさい。

問2 $\triangle ABC$ が図1の状態から右向きに x cm 動いたとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が重なっている部分の面積を y cm^2 とする。 x と y の関係について、次の ① ~ ④ にあてはまる数または式を答えなさい。

$$0 \leq x \leq \text{①} \text{ のとき, } y = \text{②}$$

$$\text{①} \leq x \leq \text{③} \text{ のとき, } y = \text{④}$$

問3 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ のうち、重なっていない部分の面積の和が、重なっている部分の面積の 8 倍となるときの、 DB の長さを求めなさい。

解答欄

問1	(1)	cm^2
	(2)	cm^2
問2	①	
	②	
	③	
	④	
問3	cm	

解答

問1

(1) 2cm^2

(2) 46cm^2

問2

① 6 ② $\frac{1}{2}x^2$ ③ 8 ④ 18

問3 $\sqrt{10}\text{ cm}$

解説

問2

$0 \leq x \leq 6$ のとき, $x\text{ cm}$ 動いて重なる部分は

直角をはさむ 2 辺が $x\text{ cm}$ の直角二等辺三角形になるので, 面積 $y = \frac{1}{2}x^2$

$6 \leq x \leq 8$ のとき, 重なる部分は x の値に関係なく $\triangle ABC$ の面積になるから, $y = \frac{1}{2} \times 6^2 = 18$

問3

$0 \leq x \leq 6$ のとき, 重なっていない部分の面積の和が重なっている部分の面積の 8 倍より

$$\frac{1}{2} \times 6^2 + \frac{1}{2} \times 8^2 - \frac{1}{2}x^2 \times 2 = \frac{1}{2}x^2 \times 8$$

$$5x^2 = 50$$

$$x^2 = 10$$

$0 \leq x \leq 6$ より

$$x = \sqrt{10}\text{ cm}$$

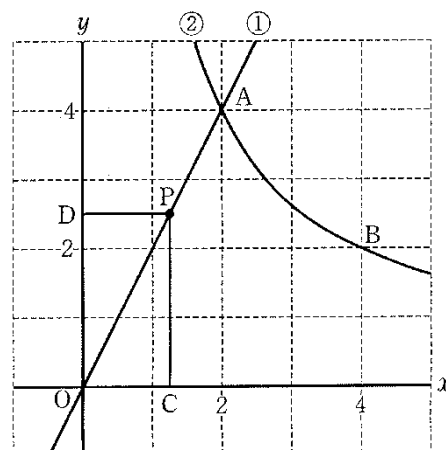
$6 \leq x \leq 8$ では, $x = 6$ のときの面積の関係になるので, 該当する x はない。

【問 87】

図において、直線①は比例の関係 $y=ax$ のグラフである。また、曲線②は、反比例の関係 $y=\frac{8}{x}$ で、 x が正の値をとるときのグラフである。①と②は点 $A(2, 4)$ で交わっており、また、②上の点 $(4, 2)$ を B とする。点 P は、原点 O を出発して直線①上を点 A まで動き、点 A からは曲線②上を点 B まで動く。点 P から x 軸、 y 軸にひいた垂線と x 軸、 y 軸との交点をそれぞれ C, D とし、点 P の x 座標を t 、長方形 $OCPD$ の面積を S とする。ただし、 $t=0$ のとき、 $S=0$ とする。

このとき、次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2010 年度)



問1 a の値を求めよ。

問2 次のそれぞれの場合について、 t と S の関係を式に表せ。また、 t と S の関係を表すグラフをかけ。

(1) $0 \leq t \leq 2$ のとき

(2) $2 \leq t \leq 4$ のとき

問3 $0 < t < 2$ のとき、直線 DP と②との交点を E とする。このとき、 $\triangle OPE$ の面積が $\frac{16}{9}$ となるような t の値を求めよ。

解答欄

問1	$a=$	
問2	(1)	
	(2)	
問3	$t=$	

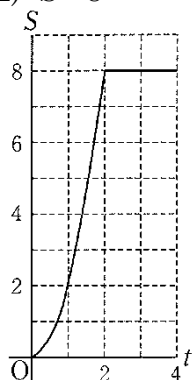
解答

問1 $a=2$

問2

(1) $S=2t^2$

(2) $S=8$



問3 $t = \frac{2\sqrt{5}}{3}$

解説

問2

(1)

$0 \leq t \leq 2$ のとき P は $y=2x$ 上の点より P $(t, 2t)$, C $(t, 0)$, D $(0, 2t)$ とおける。

よって $S=t \times 2t=2t^2$

(2)

$2 \leq t \leq 4$ のとき P は $y=\frac{8}{x}$ 上の点より, P $\left(t, \frac{8}{t}\right)$, C $(t, 0)$, D $\left(0, \frac{8}{t}\right)$ とおける。

よって $S=t \times \frac{8}{t}=8$

問3

$0 < t < 2$ のとき P $(t, 2t)$ E の y 座標は点 P の y 座標と同じなので $2t$

$y=2t$ を $y=\frac{8}{x}$ に代入して

$$2t = \frac{8}{x} \text{ より}$$

$$x = \frac{4}{t}$$

よって E $\left(\frac{4}{t}, 2t\right)$ とおく。

$$\triangle OPE = \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{t} - t\right) \times 2t = 4 - t^2$$

また $\triangle OPE = \frac{16}{9}$ より

$$4 - t^2 = \frac{16}{9}$$

$$t^2 = \frac{20}{9}$$

$0 < t < 2$ より

$$t = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

【問 88】

図1～図3のように、平面上に直角三角形 ABC と 4 点 P, Q, R, S および直線 ℓ があり、 $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = AC = 4 \text{ cm}$ で、辺 BC と 2 点 P, Q は直線 ℓ 上にある。

4 点 P, Q, R, S は、最初、図1のように、 $\angle SRQ = \angle RQP = 90^\circ$, $SR = RQ = 2 \text{ cm}$, $PQ = 8 \text{ cm}$ をみたす点で、点 Q は頂点 B と重なっており、次の規則にしたがって動く。

規 則

- 4 点 P, Q, R, S は、図1の位置から同時に動き始めて、図2のように、2 点 P, Q は直線 ℓ 上を矢印 ($\rightarrow$) の向きに 6 秒間動き、2 点 R, S は直線 ℓ に平行に矢印 ($\rightarrow$) の向きに 6 秒間動く。
- 点 P は毎秒 2 cm の速さで動き、3 点 Q, R, S は毎秒 1 cm の速さで動く。

ここで、図3のように、4 点 P, Q, R, S が動き始めてから x 秒後の、この 4 点を頂点とする四角形 $PQRS$ と直角三角形 ABC が重なった部分 (図3の斜線部分) の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。このとき、次の問いに答えなさい。

(長崎県 2010 年度)

問1 $x=1$ のとき、 y の値を求めよ。

図1

問2 点 R が辺 AB 上に到達したときの x の値を a とする。次の(1), (2)に答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) $0 \leq x \leq a$ のとき、 y を x の式で表せ。

問3 $x=4$ のときの、四角形 $PQRS$ と直角三角形 ABC が重なった部分を解答用紙の図4にかき入れ、斜線で示せ。ただし、図4の方眼の 1 目もりは 1 cm とする。

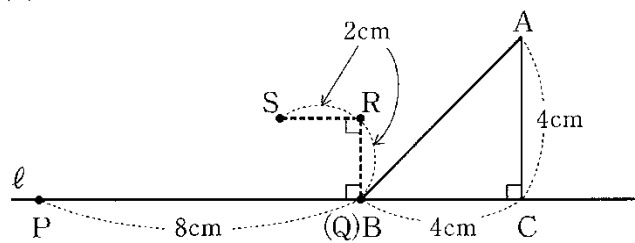


図2

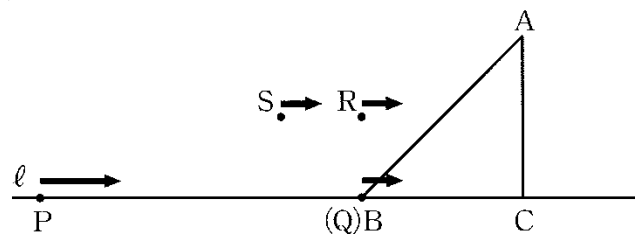


図3

問4 a を問2で求めた値とする。 $a \leq x \leq 4$ のとき、 y を x の式で表せ。

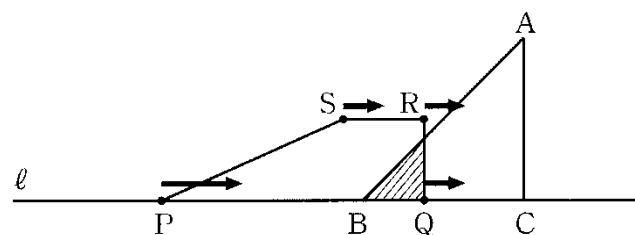
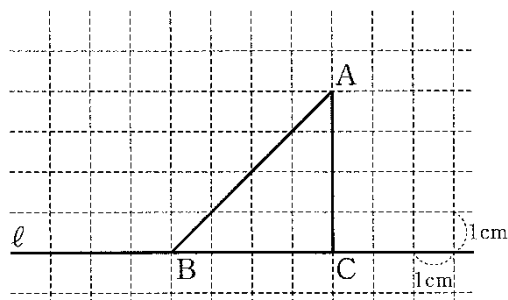


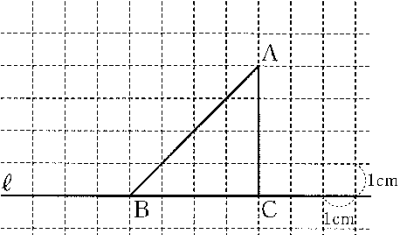
図4

問5 $4 \leq x \leq 6$ のとき、 y を x の式で表せ。

問6 $y = \frac{3}{2}$ となるときの x の値をすべて求めよ。



解答欄

問1	$y=$	
問2	(1)	$a=$
	(2)	$y=$
問3	図4 	
問4	$y=$	
問5	$y=$	
問6		

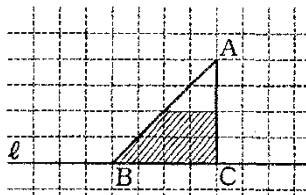
解答

問1 $y = \frac{1}{2}$

問2

(1) $a=2$ (2) $y = \frac{1}{2}x^2$

問3



問4 $y = 2x - 2$

問5 $y = -3x + 18$

問6 $\sqrt{3}, \frac{11}{2}$

解説

問5

$4 \leq x \leq 6$ のとき P は BC の間, Q は C より右, S は $\triangle ABC$ の内部, R は辺 AC より右にある。

このとき, 共通部分は, 縦が 2 cm, 横が $2 - (x - 4) = 6 - x$ cm の長方形と

底辺が $12 - 2x - (6 - x) = 6 - x$ cm, 高さが 2 cm の三角形の和になるから

$$y = 2(6 - x) + \frac{1}{2} \times (6 - x) \times 2$$

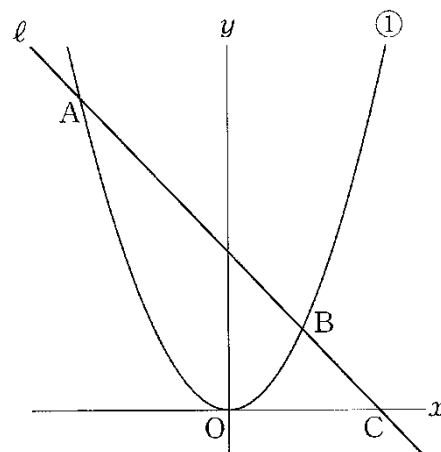
$$= -3x + 18$$

【問 89】

図は、関数 $y = \frac{1}{3}x^2 \cdots \textcircled{1}$ のグラフと、このグラフ上の 2 点 A, B を通る直線 ℓ を示したものであり、直線 ℓ と x 軸との交点を C とする。2 点 A, B の x 座標はそれぞれ $-6, 3$ で、点 O は原点である。このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(鹿児島県 2010 年度)

問1 点 A の y 座標はいくらか。



問2 直線 ℓ の傾きを求めよ。

問3 点 P は点 O を出発して、毎秒 1 cm の速さで x 軸上を点 C まで動く。P を通り y 軸に平行な直線と関数①のグラフ、直線 ℓ との交点のうち、 y 座標が小さい方の点を Q とする。ただし、P を通り y 軸に平行な直線が点 B を通るときは、B を Q とする。また、Q を通り x 軸に平行な直線と y 軸との交点を R とする。このとき、次の(1), (2)の問いに答えよ。なお、座標の 1 目もりは 1 cm とする。

(1) 点 P が点 O を出発してから t 秒後の $\triangle OCR$ の面積を $S \text{ cm}^2$ とする。 t の変域が $0 \leq t \leq 6$ のとき、 t と S の関係を表すグラフをかけ。ただし、点 P が点 O、点 C にあるときは、 $S=0$ とする。

(2) 点 Q が直線 ℓ 上にあり、 $\triangle OCR$ の面積が $\triangle CQR$ の面積より 2 cm^2 大きくなるのは、点 P が点 O を出発してから何秒後か。ただし、点 P が点 O を出発してから p 秒後のこととして、 p についての方程式と計算過程も書くこと。

秒後

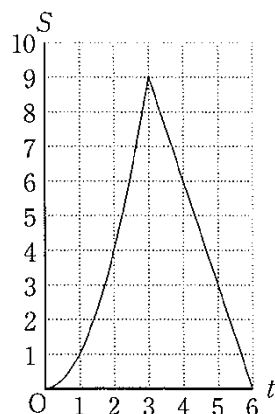
解答

問1 12

問2 -1

問3

(1)



(2)

〔式と計算〕

点 Q の座標は $(p, -p+6)$, 点 R の座標は $(0, -p+6)$ であるから

$$\triangle OCR \text{ の面積は } \frac{1}{2} \times 6 \times (-p+6) = -3p+18 \text{ cm}^2$$

$$\triangle CQR \text{ の面積は } \frac{1}{2} \times p \times (-p+6) = -\frac{1}{2}p^2+3p \text{ cm}^2$$

$$-3p+18 = -\frac{1}{2}p^2+3p+2$$

$$\frac{1}{2}p^2-6p+16=0$$

$$p^2-12p+32=0$$

$$(p-4)(p-8)=0$$

$$p=4, p=8$$

$$3 \leq p < 6 \text{ より}$$

$$p=4$$

答 4 秒後

解説

問3

(1)

直線 l は傾きが -1 で, $A(-6, 12)$ を通るので $y = -x + b$ とおいて $x = -6, y = 12$ を代入する。

$$12 = 6 + b$$

$$b = 6$$

よって直線の式は $y = -x + 6$ C の y 座標は 0 より $y = 0$ を代入して $0 = -x + 6$ $x = 6$ C $(6, 0)$

$$0 \leq t \leq 3 \text{ のとき Q は } y = \frac{1}{3}x^2 \text{ 上にあるので } Q\left(t, \frac{1}{3}t^2\right), R\left(0, \frac{1}{3}t^2\right)$$

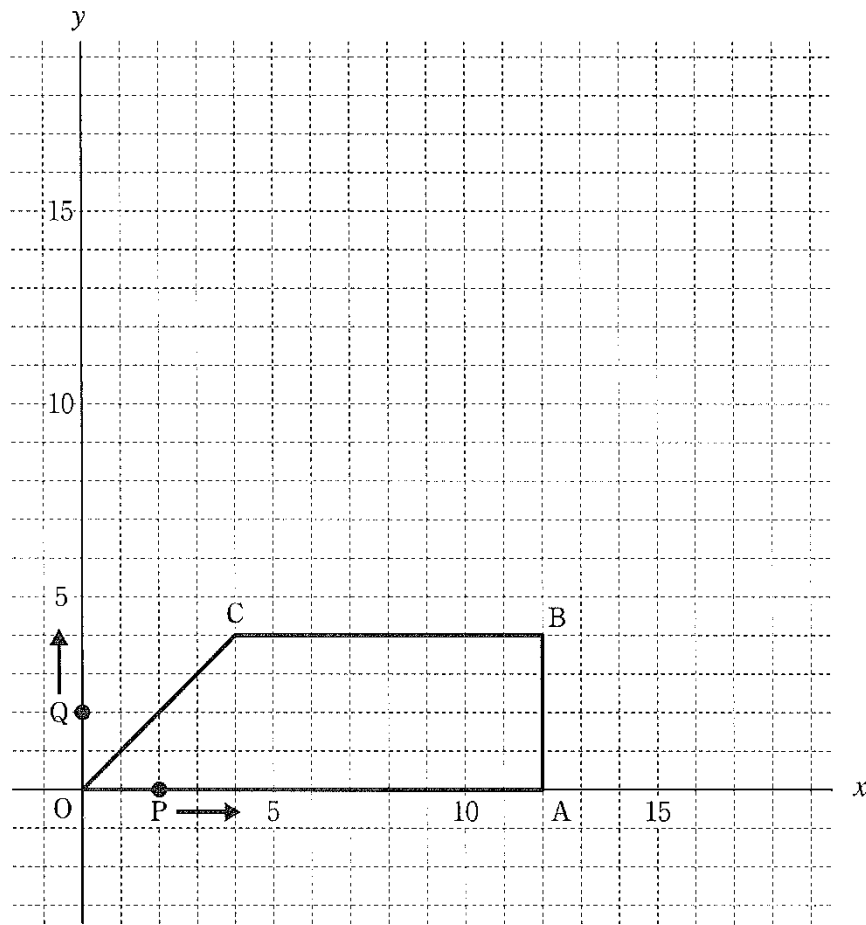
$$\text{よって } S = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3}t^2 = t^2$$

$$3 \leq t \leq 6 \text{ のとき Q は } y = -x + 6 \text{ 上にあるので } Q(t, -t+6), R(0, -t+6)$$

$$\text{よって } S = \frac{1}{2} \times 6 \times (-t+6) = -3t+18$$

【問 90】

図のように、4 点 $O(0, 0)$, $A(12, 0)$, $B(12, 4)$, $C(4, 4)$ を頂点とする台形 $OABC$ がある。2 点 P , Q は原点 O を同時に出発し、 P は x 軸上を、 Q は y 軸上をそれぞれ矢印の向きに毎秒 1 cm の速さで動く。ただし、座標の 1 目もりを 1 cm とする。



次の問1～問3に答えなさい。

(和歌山県 2011 年度)

問1 3 点 P , B , Q が一直線上に並ぶのは、2 点 P , Q が原点 O を出発してから何秒後か、求めなさい。

問2 2 点 P , Q が原点 O を出発してから x 秒後に、台形 $OABC$ を線分 PQ で分ける図形のうち、原点 O を含む図形の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。ただし、 $x=0$ のとき、 $y=0$ とする。

このとき、次の(1), (2)に答えなさい。

(1) x の変域が $0 \leq x \leq 8$ のとき、 y を x の式で表し、そのグラフをかきなさい。

(2) x の変域が $8 \leq x \leq 12$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

問3 線分 PQ が台形 $OABC$ の面積を 2 等分するのは、2 点 P , Q が原点 O を出発してから何秒後か、求めなさい。

問1	秒後	
問2		[式]
	(1)	[グラフ]
	(2)	
問3	秒後	

解答

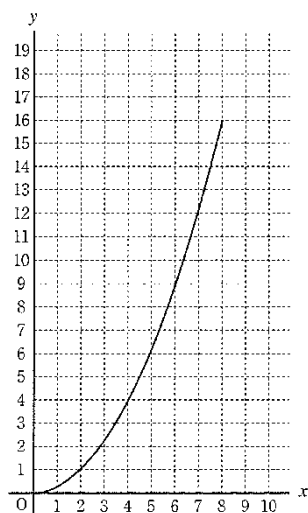
問1 16 秒後

問2

(1)

[式] $y = \frac{1}{4}x^2$

[グラフ]



(2) $y = 4x - 16$

問3 9 秒後

解説

問1

直線 PQ は傾きが -1 の直線になる。

よって点 B (12, 4) を通る傾きが -1 の直線が x 軸, y 軸と交わる点がそれぞれ P, Q となるとき P, B, Q が一直線上に並ぶときである。

$y = -x + b$ に $x = 12, y = 4$ を代入して $4 = -12 + b$ $b = 16$ $y = -x + 16$

よって Q (0, 16) だから 16 秒後。

問2

(1)

$0 \leq x \leq 8$ のとき, 直線 PQ は直線 OC と交わる。

このとき PQ と OC の交点を D とすると $\triangle OPD$ と $\triangle OQD$ は合同になる。

$OP = OQ = x$ より $y = \triangle OPD = \triangle OQD \div 2 = \frac{1}{2} \times x \times x \div 2 = \frac{1}{4}x^2$

(2)

$8 \leq x \leq 12$ のとき PQ は BC と交わる。

このとき PQ と BC の交点を E, C を通り PQ と平行な直線が x 軸と交わる点を F とする。

$OF = 8, PF = x - 8, BA = 4$ より

$y = \triangle COF + \text{平行四辺形 CFPE}$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 4 + (x - 8) \times 4$

$= 16 + 4x - 32$

$= 4x - 16$

問3

$\frac{1}{2} \times \text{台形 OABC} = \frac{1}{2} \times \left\{ \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + 4 \times (12 - 4) \right\} = \frac{1}{2} (8 + 32) = 20$

$0 \leq x \leq 8$ のとき $\frac{1}{4}x^2 = 20$

$x^2 = 80$ $x = \pm 4\sqrt{5}$ より $0 \leq x \leq 8$ にあてはまらない。

$8 \leq x \leq 12$ のとき $4x - 16 = 20$ $4x = 36$ $x = 9$

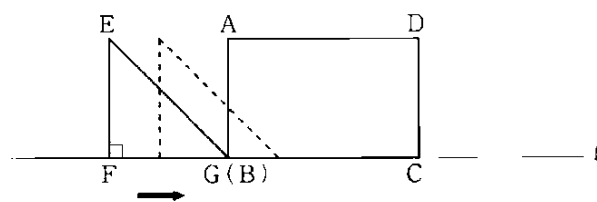
これは $8 \leq x \leq 12$ にあてはまる。

よって 9 秒後。

【問 91】

図のように、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ と、 $EF=4\text{ cm}$ 、 $\angle EFG=90^\circ$ の直角二等辺三角形 EFG がある。辺 BC と辺 FG は直線 ℓ 上にあり、2 つの頂点 B と G は重なっている。いま、この状態から、長方形 $ABCD$ を固定し、直角二等辺三角形 EFG を直線 ℓ に沿って、頂点 C を通過するように、矢印の向きに毎秒 1 cm の速さで動かす。直角二等辺三角形 EFG を動かしはじめてから x 秒後に、長方形 $ABCD$ と直角二等辺三角形 EFG が重なる部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。このとき、次の問1～問3に答えなさい。ただし、長方形 $ABCD$ と直角二等辺三角形 EFG と直線 ℓ は同じ平面上にあるものとし、 $x=0$ のとき、 $y=0$ とする。

図



(高知県 2011 年度 前期)

問1 頂点 F が辺 BC 上にあるときの、 x の変域を求めよ。

問2 $x=3$ のときの y の値を求めよ。

問3 $y=\frac{15}{2}$ となる x の値をすべて求めよ。

解答欄

問1	
問2	$y=$
問3	$x=$

解答

問1 $4 \leq x \leq 10$

問2 $y = \frac{9}{2}$

問3 $x = \sqrt{15}$, 7

解説

問2

EG と AB の交点を P とする。

$\triangle PGB$ は $\angle PBG = 90^\circ$, $\angle PGB = 45^\circ$ の直角二等辺三角形だから

$$PG = BG = 3 \times 1 = 3 \text{ cm}$$

$$y = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$$

問3

EG が AB と交わるとき

$$0 \leq x \leq 4 \text{ のとき } PB = BG = x \text{ cm と表せるので } y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2} x^2$$

$$y = \frac{15}{2} \text{ を代入して}$$

$$\frac{15}{2} = \frac{1}{2} x^2$$

$$x^2 = 15$$

$x \geq 0$ だから

$$x = \sqrt{15}$$

また $\triangle EFG$ が長方形の内部にあるとき $4 \leq x \leq 6$

$$y = \triangle EFG = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 \text{ なので } y = \frac{15}{2} \text{ となる } x \text{ はない。}$$

EG が DC と交わるとき $6 \leq x \leq 10$

EG と DC の交点を Q とすると

$$\triangle QCG \text{ において } QC = GC = x - 6 \text{ cm}$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times (x - 6)^2 = 8 - \frac{1}{2} (x - 6)^2 = -\frac{1}{2} x^2 + 6x - 10$$

$$y = \frac{15}{2} \text{ を代入して}$$

$$\frac{15}{2} = -\frac{1}{2} x^2 + 6x - 10$$

$$x^2 - 12x + 35 = 0$$

$$(x - 5)(x - 7) = 0$$

$6 \leq x \leq 10$ より

$$x = 7$$

よって $\sqrt{15}$ 秒後と 7 秒後

【問 92】

四角形 $ABCD$ と四角形 $PQRS$ がある。四角形 $ABCD$ は、 $AB=2\text{ cm}$ 、 $BC=7\text{ cm}$ 、 $DA=3\text{ cm}$ 、 $\angle ABC=\angle DAB=90^\circ$ の台形である。また、四角形 $PQRS$ は、 $PQ=3\text{ cm}$ 、 $QR=9\text{ cm}$ の長方形である。図1のように平面上において、四角形 $ABCD$ と四角形 $PQRS$ が頂点 C と頂点 Q が重なるように直線 ℓ 上に並んでいる。四角形 $PQRS$ を固定し、四角形 $ABCD$ を直線 ℓ にそって、図2のように矢印 ($\rightarrow$) の方向に毎秒 1 cm の速さで、頂点 C と頂点 R が重なるまで移動させる。その後ただちに、図3のように矢印 ($\leftarrow$) の方向に毎秒 1 cm の速さで、点 D が辺 PQ 上に来るまで移動させる。図1の四角形 $ABCD$ を矢印 ($\rightarrow$) の方向に移動させ始めてから x 秒後の四角形 $ABCD$ と四角形 $PQRS$ の重なる部分 (斜線部分) の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。

図1

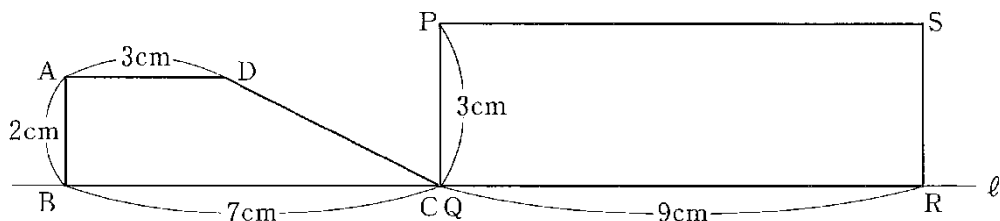


図2

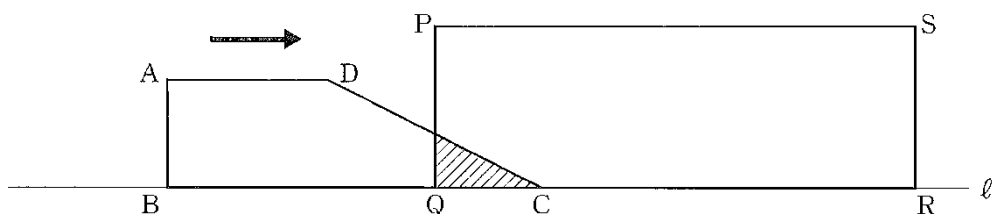
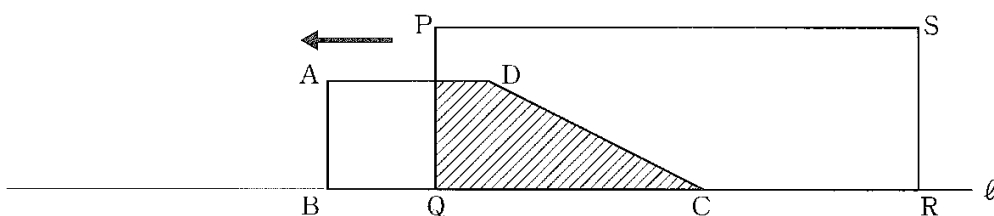


図3



このとき、あとの問1～問6に答えなさい。

(佐賀県 2011 年度 前期)

問1 頂点 C が頂点 R に重なるのは、図1の四角形 $ABCD$ を矢印 ($\rightarrow$) の方向に移動させ始めてから何秒後か、求めなさい。

問2 x の変域が $0 \leq x \leq 4$ のとき、次の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(1) 辺 CD と辺 PQ の交点を H とすると、 x 、 HQ の長さおよび面積 y の関係は次の[表]のようになった。[表]の中の a にあてはまる数を求めなさい。

[表]

x (秒)	0	1	2	3	4
HQ の長さ (cm)	0	$\frac{1}{2}$	1	a	2
面積 y (cm^2)	0	$\frac{1}{4}$	1	...	...

(2) x, y の関係を式に表しなさい。

(3) $y=3$ のときの x の値を求めなさい。

問3 x の変域が $4 \leq x \leq 7$ のとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) 点 D から辺 BC にひいた垂線と、辺 BC との交点を I とする。IQ の長さを x を使って表しなさい。

(2) x, y の関係を式に表しなさい。

問4 x の変域が $11 \leq x \leq 14$ のとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) CR の長さを x を使って表しなさい。

(2) x, y の関係を式に表しなさい。

問5 x の変域が $0 \leq x \leq 14$ のとき、 x, y の関係を表すグラフをかきなさい。

問6 面積 y が四角形 ABCD の面積の半分となるのは、図1の四角形 ABCD を矢印 (→) の方向に移動させ始めてから何秒後か。すべて求めなさい。

解答欄

問1	秒後	
問2	(1)	
	(2)	
	(3)	
問3	(1)	
	(2)	
問4	(1)	
	(2)	
問5	(cm²) 15 10 5 0 0 5 10 15 (秒)	
問6	秒後	

解答

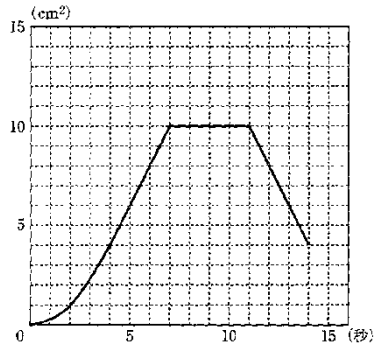
問1 9秒後

問2 (1) $\frac{3}{2}$ (2) $y = \frac{1}{4}x^2$ (3) $2\sqrt{3}$

問3 (1) $x-4$ (2) $y=2x-4$

問4 (1) $x-9$ (2) $y=-2x+32$

問5



問6 $\frac{9}{2}, \frac{27}{2}$ 秒後

解説

問2

(1)

D から BC に垂線をひき、交点を K とする。

$DK=AB=2\text{ cm}$, $CK=7-3=4\text{ cm}$

$x=3$ のとき $CQ=3\text{ cm}$

$HQ \parallel DK$ より $HQ:DK=CQ:CK$ $HQ:2=3:4$ $4HQ=2 \times 3$ $HQ=\frac{3}{2}\text{ cm}$

(2)

$HQ:DK=CQ:CK$ $HQ:2=x:4$ $HQ=\frac{x}{2}\text{ cm}$

よって $y=\frac{1}{2} \times x \times \frac{x}{2} = \frac{1}{4}x^2$

(3)

$y=\frac{1}{4}x^2$ に $y=3$ を代入して $3=\frac{1}{4}x^2$ $x^2=12$ $x>0$ より $x=2\sqrt{3}$

問3

(1)

$4 \leq x \leq 7$ のとき, PQ は AD と交わる。このとき $IQ=CQ-CI=x-4\text{ cm}$

(2)

$y=QI \times DI + \frac{1}{2} \times CI \times DI = (x-4) \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 2x-4$

問4

(1)

$11 \leq x \leq 14$ のとき, C は R まで到着し, 逆の方向へ進んでいる。 $x=QR+RC$ より, $x=9+CR$ $CR=x-9\text{ cm}$

(2)

PQ は AD と交わっているので, $y=2 \times \{9-4-(x-9)\} + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 28-2x+4 = -2x+32$

問6

四角形 ABCD の面積は, $2 \times 3 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 6+4=10\text{ cm}^2$

よって面積 y が四角形 ABCD の面積の半分の $\frac{10}{2}=5\text{ cm}^2$ になるのは, 問 5 のグラフで, $y=5$ になるとき。

1 回目は $4 \leq x \leq 7$ のとき。 $y=2x-4$ に $y=5$ を代入して $5=2x-4$ $2x=9$ $x=\frac{9}{2}$ 秒後

2 回目は $11 \leq x \leq 14$ のとき。 $y=-2x+32$ に $y=5$ を代入して $5=-2x+32$ $2x=27$ $x=\frac{27}{2}$ 秒後

【問 93】

図は、関数 $y=x^2 \cdots \textcircled{1}$ のグラフと、このグラフ上の 2 点 A, B を通る直線 l を示したものであり、直線 l は y 軸と点 C で交わっている。2 点 A, B の x 座標はそれぞれ $-3, 4$ で、点 O は原点である。

このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(鹿児島県 2011 年度)

問1 関数 $\textcircled{1}$ について、 x の変域が $0 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域を求めよ。

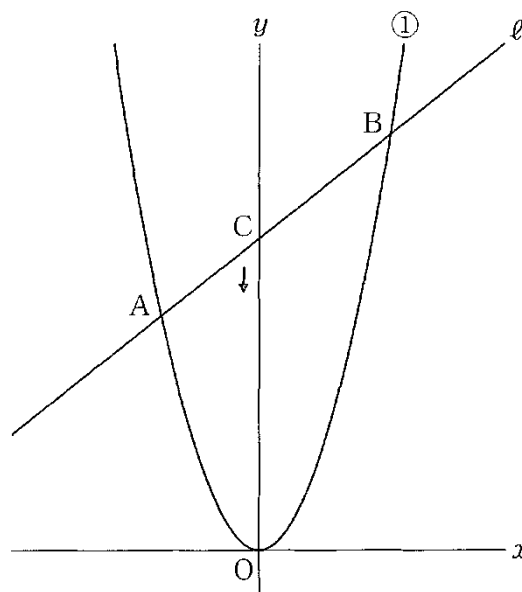
問2 点 C の座標を求めよ。

問3 点 P は、点 C を出発して、 y 軸上を矢印 ($\downarrow$) の方向に毎秒 1 cm の速さで動く。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えよ。ただし、座標の 1 目もりは 1 cm とする。

(1) 線分 BP の長さが $2\sqrt{13} \text{ cm}$ になるのは、点 P が点 C を出発してから何秒後か。ただし、点 P が点 C を出発してから t 秒後のこととして、 t についての方程式と計算過程も書くこと。

(2) 関数 $\textcircled{1}$ のグラフ上に点 Q ($1, 1$) をとるとき、BP+PQ の長さがもっとも短くなるのは、点 P が点 C を出発してから何秒後か。



解答欄

問1		
問2	C (,)	
問3	(1)	〔式と計算〕
		答 秒後
	(2)	秒後

解答

問1 $0 \leq y \leq 16$

問2 C (0, 12)

問3

(1)

〔式と計算〕

点 B を通り y 軸に平行な直線と、点 P を通り x 軸に平行な直線との交点を R とすると、 $\triangle BPR$ は $\angle BRP = 90^\circ$ の直角三角形となる。

三平方の定理より $PR^2 + RB^2 = BP^2$ であり、点 P の座標は $(0, 12 - t)$ であるから

$$PR = 4 \text{ (cm)}, RB = 16 - (12 - t) = t + 4 \text{ cm}$$

$$4^2 + (t + 4)^2 = (2\sqrt{13})^2$$

$$t^2 + 8t - 20 = 0$$

$$(t + 10)(t - 2) = 0$$

$$t = -10, t = 2$$

$$t \geq 0 \text{ より}$$

$$t = 2$$

答 2 秒後

(2) 8 秒後

解説

問2

$$y = x^2 \text{ に } x = -3 \text{ を代入して } y = (-3)^2 = 9$$

$$\text{よって A } (-3, 9) \quad x = 4 \text{ を代入して } y = 4^2 = 16$$

$$\text{よって B } (4, 16)$$

直線 AB を $y = mx + n$ とおく。

$$\text{点 A を通るので } 9 = -3m + n \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{点 B を通るので } 16 = 4m + n \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ を連立方程式として解くと } m = 1, n = 12$$

$$\text{よって直線 AB の式は } y = x + 1$$

点 C はこの直線が y 軸と交わる点だから C (0, 12)

問3

(2)

点 Q (1, 1) と y 軸について対称な点 R をとると R (-1, 1)

$BP + PQ = BP + PR$ なので、この長さがもっとも短くなる時 P は直線 BR 上の点となる。

直線 BR の式を求めると $y = 3x + 4$

$$\text{よって P } (0, 4)$$

$$\text{したがって CP} = 12 - 4 = 8 \text{ cm より}$$

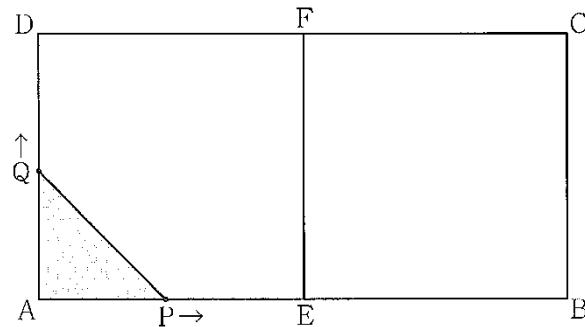
$$t = 8 \text{ 秒後}$$

【問 94】

下の図の長方形 ABCD は、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $AD=2\text{ cm}$ であり、辺 AB、CD の中点をそれぞれ E、F とし、線分 EF をひく。2 点 P、Q は、同時に A を出発し、P は毎秒 1 cm の速さで辺上を $A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow C$ の順に動き、C で停止する。Q は毎秒 1 cm の速さで辺及び線分上を $A \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow E$ の順に動き、E で停止する。P、Q が出発してから x 秒後の三角形 APQ の面積を $y\text{ cm}^2$ として、その変化の様子を調べる。

次の問1～問3に答えなさい。ただし、3 点 A、P、Q が一直線上にあるとき、 $y=0$ とする。

(群馬県 2012 年度)



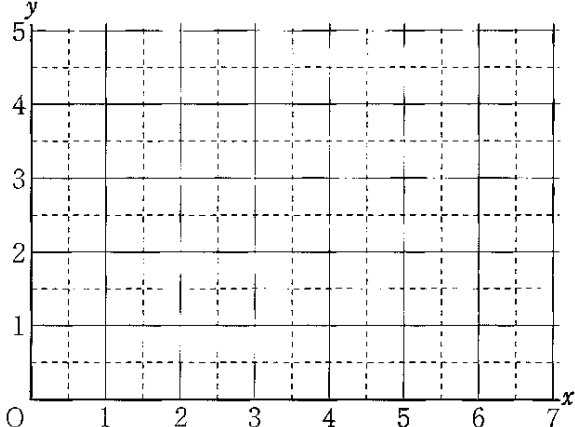
問1 $x=3$ 、 $x=\frac{9}{2}$ のとき、 y の値をそれぞれ求めなさい。

問2 $4 \leq x \leq 6$ のとき、

(1) $y=0$ となる x の値を求めなさい。

(2) x の範囲を 2 通りに分けて、 y を x の式で表しなさい。

問3 P、Q が出発してから停止するまでの、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

問1	答 $\left\{ \begin{array}{l} x=3 \text{ のとき, } y= \\ x=\frac{9}{2} \text{ のとき, } y= \end{array} \right.$	
問2	(1)	
	(2)	答 $\left\{ \begin{array}{l} \leq x \leq \quad \text{ のとき, } y= \\ \leq x \leq \quad \text{ のとき, } y= \end{array} \right.$
問3		

解答

問1

$x=3$ のとき $y=3$

$x=\frac{9}{2}$ のとき $y=\frac{5}{2}$

問2

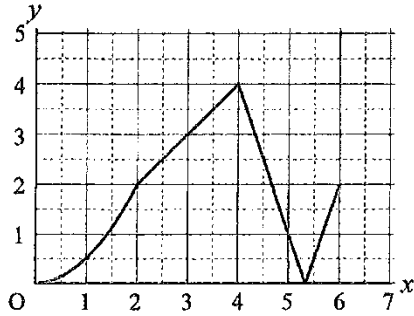
(1) $\frac{16}{3}$

(2)

$4 \leq x \leq \frac{16}{3}$ のとき $y = -3x + 16$

$\frac{16}{3} \leq x \leq 6$ のとき $y = 3x - 16$

問3



解説

問2

(1)

$4 \leq x \leq 6$ のとき P は BC 上, Q は FE 上を動いている。

$y=0$ となるのは, $\triangle APQ$ の頂点が一直線に重なったとき。

このとき, $PB=x-4$ cm, $QE=6-x$ cm

$\triangle ABP$ において $EQ \parallel BP$ より $AQ:QP=AE:EB=1:1$

中点連結定理より $PB=2QE$ $x-4=2(6-x)$ $x-4=12-2x$ $3x=16$ $x=\frac{16}{3}$

(2)

$4 \leq x \leq \frac{16}{3}$ のとき

$y = \triangle APQ = \text{長方形 } ABCD - \triangle ABP - \triangle QAD - \triangle QCD - \triangle BPC$

$$= 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 4 \times (x-4) - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 4 \times (x-4) - \frac{1}{2} \times (6-x) \times 2$$

$$= 8 - (2x-8) - 2 - (2x-8) - (6-x)$$

$$= -3x + 16$$

$\frac{16}{3} \leq x \leq 6$ のとき

$y = \triangle APQ = \triangle ABQ - \triangle APB - \triangle PBQ$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times (x-4) - \frac{1}{2} \times 4 \times (6-x) - \frac{1}{2} \times (x-4) \times 2$$

$$= 2x - 8 - (12 - 2x) - (x - 4)$$

$$= 3x - 16$$

問3

$0 \leq x \leq 2$ のとき P は AE 上, Q は AD 上にある。

$$y = \triangle APQ = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2} x^2$$

$2 \leq x \leq 4$ のとき P は EB 上, Q は DF 上にある。

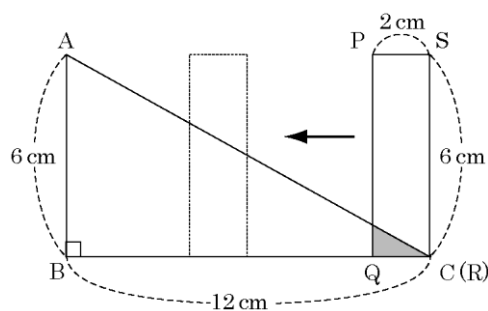
$$y = \triangle APQ = \frac{1}{2} \times x \times 2 = x$$

【問 95】

AB=6 cm, BC=12 cm, $\angle B=90^\circ$ の直角三角形 ABC と, PQ=SR=6 cm, PS=QR=2 cm の長方形 PQRS があり, 右の図のように, 点 Q は辺 BC 上にあって, 点 R と点 C が重なっています。

長方形 PQRS がこの状態から出発して, 毎秒 1 cm の速さで, 辺 PQ が辺 AB と重なるまで矢印の方向に平行移動します。ただし, 辺 QR は辺 BC 上を動くものとします。

出発してから x 秒後の, 直角三角形 ABC と長方形 PQRS の重なった部分の面積 y を x の式で表しなさい。また, x の変域を求めなさい。



(埼玉県 2012 年度)

解答欄

$y =$
x の変域

解答

$$y = x + 1$$

$$x \text{ の変域 } 0 \leq x \leq 10$$

解説

AC と PQ, SR との交点をそれぞれ T, U とする。

$\triangle ABC \sim \triangle URC \sim \triangle TQC$ で

$$AB:BC = TQ:QC = UR:RC = 6:12 = 1:2$$

$$RC = x \text{ cm より } UR = \frac{x}{2} \text{ cm, } QC = x + 2 \text{ cm, } TQ = \frac{x+2}{2} \text{ cm と表せる。}$$

$$\text{重なった部分の台形 } TQRU \text{ の面積 } y = \frac{1}{2} \times \left(\frac{x}{2} + \frac{x+2}{2} \right) \times 2 = x + 1$$

長方形 PQRS は PQ が AB に重なるまで移動するので $0 \leq x \leq 10$

【問 96】

下の図1のように、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $AD=5\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。2 つの頂点 B 、 C は直線 ℓ 上にある。また、直線 ℓ と交わる直線 m があり、頂点 C は、2 直線 ℓ 、 m の交点と重なっている。図2のように、この長方形 $ABCD$ を図1の状態から、直線 ℓ に沿って、頂点 B が直線 m 上に到達するまで、矢印の向きに移動させる。

長方形 $ABCD$ を、点 D が直線 m 上に到達するまでは毎秒 1 cm の速さで移動させ、その後、点 B が直線 m 上に到達するまでは毎秒 $a\text{ cm}$ の速さで移動させた。このとき、点 D が直線 m 上に到達したのは、移動を始めてから 2 秒後であり、点 B が直線 m 上に到達したのは、移動を始めてから 8 秒後であった。移動を始めてから x 秒後の、長方形 $ABCD$ のうち直線 m より右側にある部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の問1～問4に答えなさい。ただし、点 C が直線 m 上にあるときは、 $y=0$ とする。

(新潟県 2012 年度)

図1

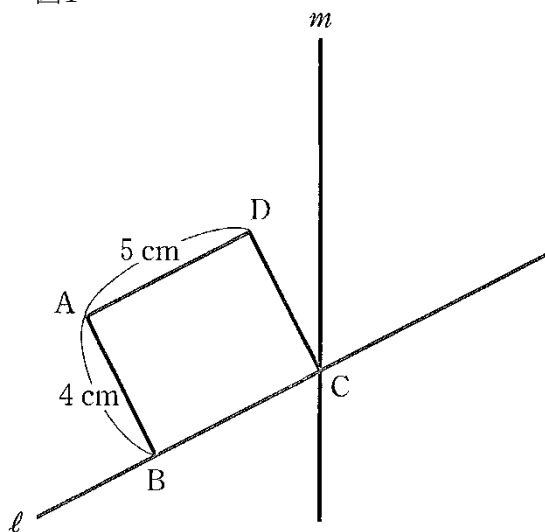
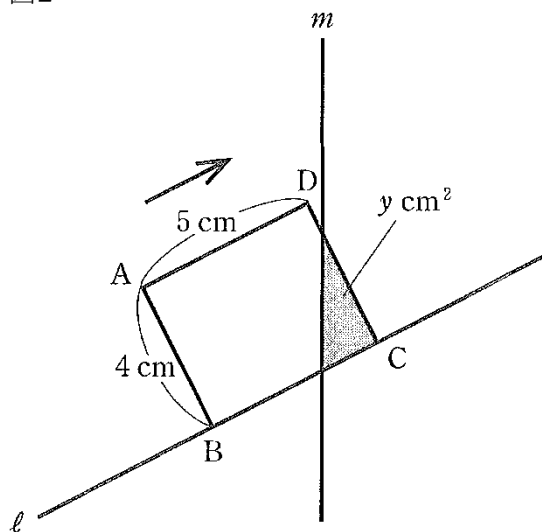


図2



問1 $x=2$ のときの y の値を答えなさい。

問2 a の値を答えなさい。

問3 次の(1)、(2)について、 y を x の式で表しなさい。

(1) $0 \leq x \leq 2$ のとき

(2) $2 \leq x \leq 8$ のとき

問4 $0 \leq x \leq 8$ のとき、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

解答欄

問1	$y =$	
問2	$a =$	
問3	(1)	
	(2)	
問4		

解答

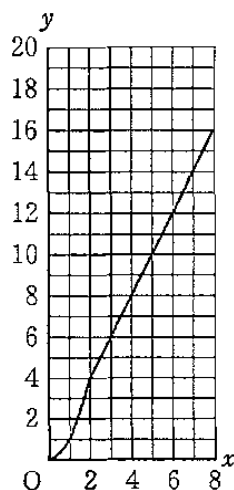
問1 $y=4$

問2 $a=\frac{1}{2}$

問3

(1) $y=x^2$ (2) $y=2x$

問4



解説

問2

(1)

Dが直線 m に到達したのが2秒後で、このとき $1 \times 2 = 2$ cm 移動している。

その後、Bが m に到着するまで、 $8-2=6$ 秒間で、 $5-2=3$ cm 進んでいるから、

その速さは $a = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ cm/秒

問3

(1)

直線 l と m の交点を O とする。

$0 \leq x \leq 2$ のとき、辺 CD と直線 m の交点を P とすると、求める面積は、 $\triangle PCO$ の面積になる。

$\triangle PCO$ はスタートしてから2秒後の $\triangle DCO$ と相似なので

$CO:PC=2:4=1:2$

x 秒後 $CO=x$ cm, $PC=2x$ cm より

$$y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$$

(2)

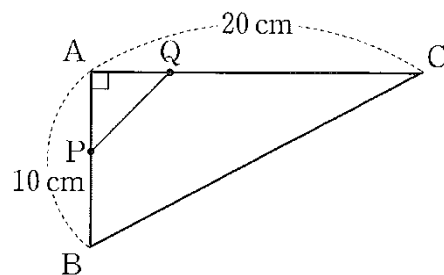
$2 \leq x \leq 8$ のとき、辺 AD と直線 m との交点を Q とすると、求める面積は、四角形 QOCD の面積となる。

このとき $QD = \frac{1}{2}(x-2)$ cm, $OC = \frac{1}{2}(x-2)+2$ と表せる。

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times (QD + OC) \times CD = \frac{1}{2} \times \left\{ \frac{1}{2}(x-2) + \frac{1}{2}(x-2) + 2 \right\} \times 4 = 2x$$

【問 97】

図のように、 $\angle A=90^\circ$ 、 $AB=10\text{ cm}$ 、 $AC=20\text{ cm}$ の直角三角形ABCがある。2点P、Qは、それぞれ辺AB、AC上を次のように動くものとする。



- ・点Pは、Aを出発し、毎秒2 cmの速さでBに向かって動き、Bに到着するとすぐに折り返し、毎秒2 cmの速さでAに向かって動いて、Aで止まる。
- ・点Qは、点Pと同時にAを出発し、毎秒2 cmの速さでCに向かって動いて、Cで止まる。

次の問1～問3に答えなさい。

(山口県 2012 年度)

問1 点PがAを出発してから3秒後の線分PQの長さを求めなさい。

問2 点PがAを出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。 x の変域が $0 < x < 5$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

問3 点PがBで折り返したあと、 $\triangle PBQ$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の $\frac{1}{2}$ となるのは、点PがAを出発してから何秒後か。求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	$y =$ (0 < x < 5)
問3	秒後

解答

問1 $6\sqrt{2}$ cm

問2 $y=2x^2$ ($0<x<5$)

問3 $\frac{5+5\sqrt{5}}{2}$ 秒後

解説

問3

点 P が B で折り返した後の x の範囲は $5<x\leq 10$

このとき $\triangle PBQ = \frac{1}{2} \times (2x-10) \times 2x = x(2x-10)$

この面積が $\triangle ABC$ の面積の $\frac{1}{2}$ より $x(2x-10) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 20$

整理して $x^2 - 5x - 25 = 0$

解の公式に代入して $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times (-25)}}{2 \times 1} = \frac{5 \pm 5\sqrt{5}}{2}$

$5 < x \leq 10$ より

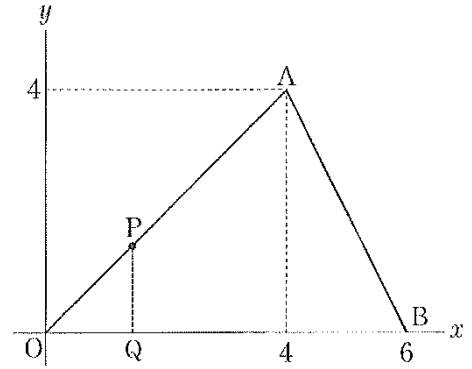
$x = \frac{5+5\sqrt{5}}{2}$ 秒後

【問 98】

図のように、3 点 $O(0, 0)$, $A(4, 4)$, $B(6, 0)$ を頂点とする $\triangle OAB$ がある。点 P は、原点 O を出発して辺 OA 上を点 A まで動き、点 A から辺 AB 上を点 B まで動く。点 P から x 軸にひいた垂線と x 軸との交点を Q とし、点 P の x 座標を t , $\triangle OPQ$ の面積を S とする。ただし、 $t = 0, 6$ のとき、 $S = 0$ とする。

このとき、次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2012 年度)



問1 直線 AB の式を求めよ。

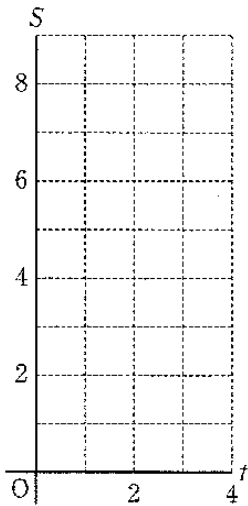
問2 $0 \leq t \leq 4$ のとき、

(1) S を t の式で表し、そのグラフをかけ。

(2) (1)の関数について、 t の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

問3 点 P が辺 AB の中点にきたときの S の値を求めよ。

問4 $4 \leq t \leq 6$ のとき、 $S = 6$ となるような t の値を求めよ。

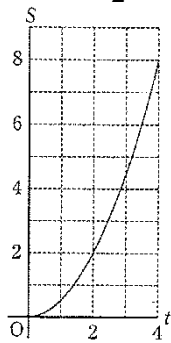
問1			
問2	(1)	式	$S=$
			
	(2)		
問3	$S=$		
問4	$t=$		

解答

問1 $y = -2x + 12$

問2

(1) 式 $S = \frac{1}{2} t^2$



(2) 2

問3 $S = 5$

問4 $t = 3 + \sqrt{3}$

解説

問2

(1)

$0 \leq t \leq 4$ のとき、直線 OA の式は $y = x$

P の x 座標が t のとき P (t , t), Q (t , 0) と表せる。

$$S = \triangle OPQ = \frac{1}{2} OQ \times PQ = \frac{1}{2} \times t \times t = \frac{1}{2} t^2$$

(2)

$$t=1 \text{ のとき } S = \frac{1}{2} \times 1^2 = \frac{1}{2}$$

$$t=3 \text{ のとき } S = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2}$$

$$t \text{ の増加量} = 3 - 1 = 2$$

$$S \text{ の増加量} = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\text{よって、変化の割合} = \frac{4}{2} = 2$$

問3

A (4, 4) と B (6, 0) の中点 P の座標は P (5, 2) で、Q の座標は Q (5, 0)

$$\text{よって } S = \triangle OPQ = \frac{1}{2} OQ \times PQ = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$$

問4

$4 \leq t \leq 6$ のとき P (t , $-2t + 12$), Q (t , 0)

$$S = \frac{1}{2} \times t \times (-2t + 12) = -t^2 + 6t$$

$S = 6$ より

$$-t^2 + 6t = 6$$

$$t^2 - 6t = -6$$

$$(t-3)^2 = -6 + 9$$

$$(t-3)^2 = 3$$

$$t-3 = \pm \sqrt{3}$$

$$t = 3 \pm \sqrt{3}$$

$4 \leq t \leq 6$ より

$$t = 3 + \sqrt{3}$$

【問 99】

図は、関数 $y=ax^2\cdots①$ のグラフと、このグラフ上の 2 点 A, B を通る直線 ℓ を示したものであり、点 A の座標は $(-4, 16)$ 、点 B の x 座標は 3 で、点 O は原点である。このとき、次の問1～問3に答えなさい。なお、座標の 1 目もりは 1 cm とする。

(鹿児島県 2012 年度)

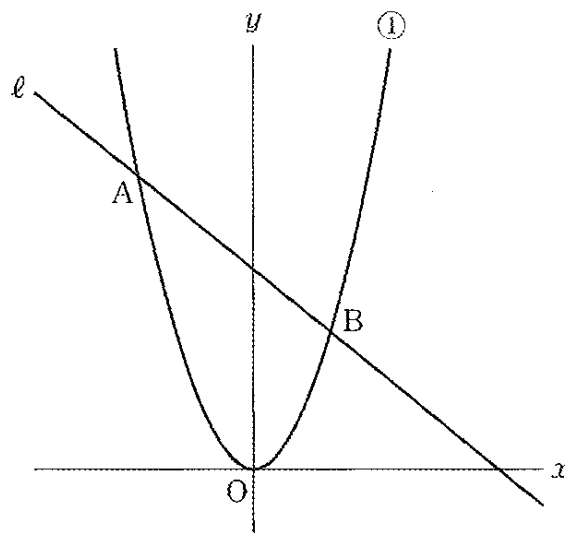
問1 a の値を求めよ。

問2 直線 ℓ の傾きを求めよ。

問3 点 P が関数①のグラフ上を点 A から点 B まで動く。点 P を通り x 軸に平行な直線と直線 ℓ との交点を Q とする。また、点 P, 点 Q から x 軸にひいた垂線と x 軸との交点をそれぞれ R, S とする。線分 PQ と線分 PR の長さの和が 14 cm になるとき、次の(1), (2)の問いに答えよ。

(1) 点 P の座標を求めよ。

(2) 点 P を通る右上がりの直線を m とする。線分 QS を延長した直線と直線 m との交点を T とする。台形 PRST の面積が 65 cm^2 であるとき、直線 m の式を求めよ。



解答欄

問1	$a =$	
問2		
問3	(1)	P (,)
	(2)	

解答

問1 $a=1$

問2 -1

問3

$$(1) P(-2, 4) \quad (2) y = \frac{1}{2}x + 5$$

解説

問3

(1)

P の x 座標を t とおく。

P は $y=x^2$ 上の点より y 座標は t^2 とおける。

$$PQ + PR = 14 \text{ より } PQ + t^2 = 14 \quad PQ = 14 - t^2$$

$$\text{よって } Q \text{ の } x \text{ 座標は } t + (14 - t^2) = -t^2 + t + 14,$$

y 座標は P と同じで t^2

$$\text{直線 AB の式を求めると } y = -x + 12$$

Q は直線 AB 上の点であるから

$$t^2 = -(-t^2 + t + 14) + 12$$

これを解いて $t = -2$

よって P $(-2, 4)$

(2)

$$P(-2, 4), Q(8, 4), R(-2, 0), S(8, 0)$$

台形 PRST の面積が 65 cm^2 より

$$\triangle PRS + \triangle PTS = 65$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 4 + \frac{1}{2} \times TS \times 10 = 65$$

$$20 + 5TS = 65$$

$$TS = 9$$

よって T $(8, 9)$

直線 m を $y = cx + d$ とおくと

$$T \text{ を通るので } 9 = 8c + d \cdots \textcircled{1}$$

$$P \text{ を通るので } 4 = -2c + d \cdots \textcircled{2}$$

①, ②を連立方程式として解くと

$$c = \frac{1}{2}, d = 5$$

$$\text{よって求める式は } y = \frac{1}{2}x + 5$$

【問 100】

図1のような、厚紙 P と長方形の封筒 S がある。
この封筒 S の中に厚紙 P を折らずに全部入れて、
図2のように、厚紙 P を $AB \perp CD$ となるように、矢
印(←)の方向に引き出す。このとき、頂点 A と
辺 CD との距離を厚紙 P を引き出した長さとし、厚
紙 P を引き出した長さが $x \text{ cm}$ のときに封筒 S か
ら出ている厚紙 P の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。

図1

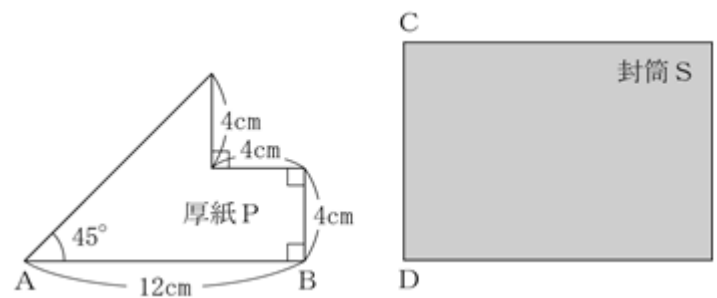
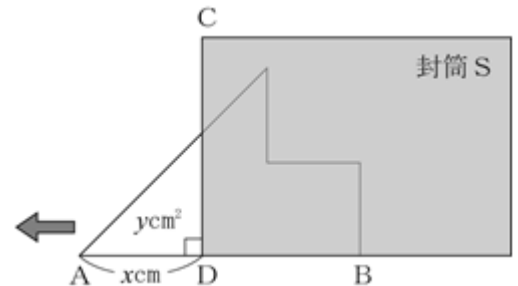


図2



次の問1～問4に答えなさい。

(岐阜県 2013 年度)

問1 表中のア～ウにあてはまる数を求めなさい。

$x \text{ (cm)}$	0	2	4	6	8	10	12
$y \text{ (cm}^2\text{)}$	0	2	ア	18	イ	ウ	48

問2 x の変域を次の(1), (2)とすると、 x と y との関係を式で表しなさい。

(1) $0 \leq x \leq 8$ のとき

(2) $8 \leq x \leq 12$ のとき

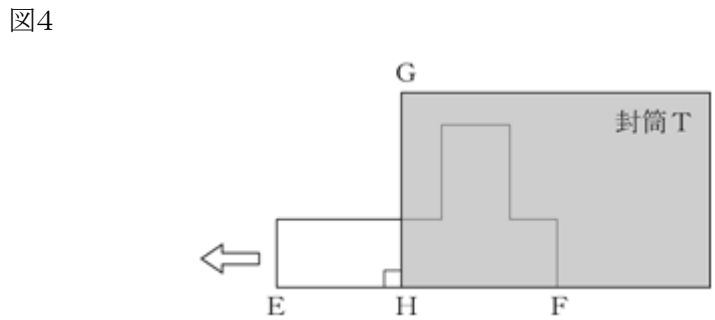
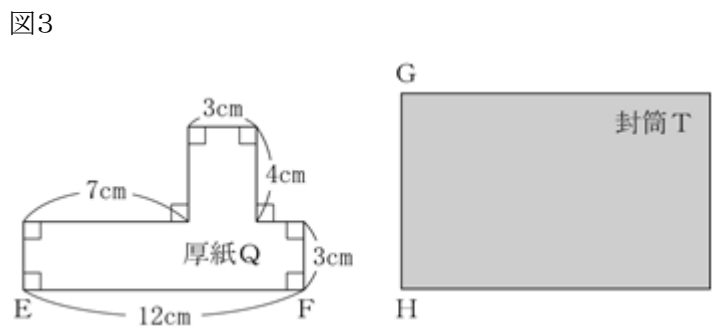
問3 x と y との関係を表すグラフをかきなさい。($0 \leq x \leq 12$)

問4 図3のような、厚紙 **Q** と長方形の封筒 **T** を
用意する。

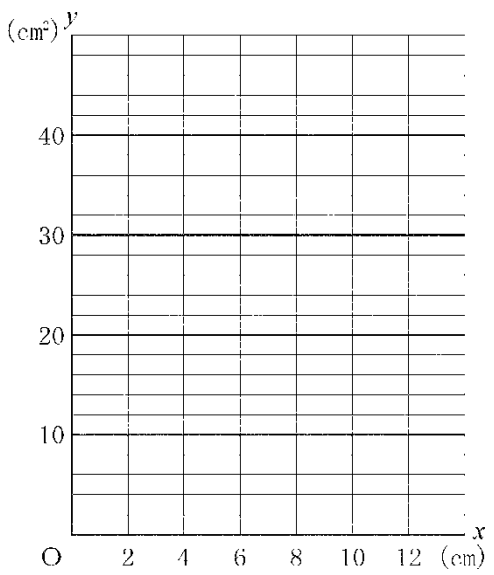
この封筒 **T** の中に厚紙 **Q** を折らずに全部
入れて、図4のように、厚紙 **Q** を $EF \perp GH$
となるように、矢印($\leftarrow$)の方向に引き出
す。このとき、頂点 **E** と辺 **GH** との距離を
厚紙 **Q** を引き出した長さとする。

厚紙 **P** を引き出した長さで厚紙 **Q** を引き出
した長さが等しいとき、封筒 **S** から出ている
厚紙 **P** の面積と封筒 **T** から出ている厚紙
Q の面積が等しくなる場合がある。

そのときの引き出した長さは何 **cm** である
かをすべて求めなさい。ただし、引き出し
た長さは **0 cm** より長く **12 cm** より短いもの
とする。



解答欄

問1	ア	
	イ	
	ウ	
問2	(1)	$y=$
	(2)	$y=$
問3		
問4		

解答

問1

ア 8

イ 32

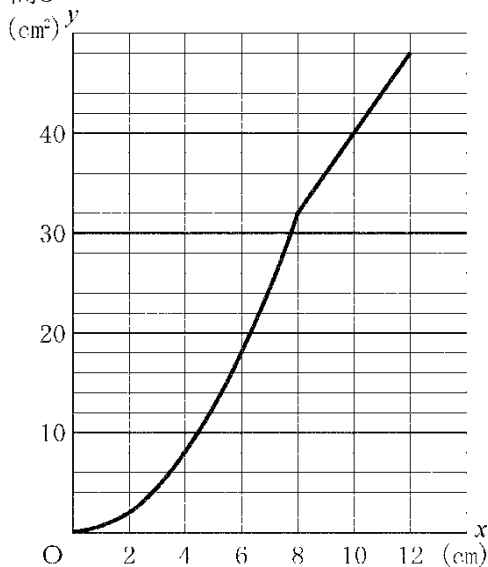
ウ 40

問2

(1) $y = \frac{1}{2}x^2$

(2) $y = 4x$

問3



問4 6 cm, $\frac{28}{3}$ cm

解説

問1

$x=4$ のとき $y = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

$x=8$ のとき $y = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$

$x=10$ のとき $y = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 + 4 \times (10 - 8) = 32 + 8 = 40$

問2

(1)

$0 \leq x \leq 8$ のとき、出ている面積は等しい辺が x cm の直角二等辺三角形になるから $y = \frac{1}{2}x^2$

(2)

$8 \leq x \leq 12$ のとき、出ている面積は等しい辺が 8 cm の直角二等辺三角形と

縦が 4 cm、横が $(x-8)$ cm の長方形の和になるから $y = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 + 4(x-8) = 4x$

問3

$0 \leq x \leq 8$ のとき $y = \frac{1}{2}x^2$ の放物線のグラフ

$8 \leq x \leq 12$ のとき $y = 4x$ の直線のグラフをかく。

問4

$EH = x$ cm のときの厚紙 Q の出ている面積を y cm² とする。 $0 \leq x \leq 7$ のとき、 $y = 3 \times x = 3x$

$7 \leq x \leq 10$ のとき $y = 3 \times 7 + 7 \times (x-7) = 7x - 28$ $10 \leq x \leq 12$ のとき、 $y = 3 \times 7 + 7 \times 3 + 3 \times (x-10)$

$= 3x + 12$ このグラフを問3のグラフにかき加えると $0 < x < 12$ では、 $0 \leq x \leq 7$ のときと $8 \leq x \leq 10$ のときに交わる。

よって $0 \leq x \leq 7$ のとき $\frac{1}{2}x^2 = 3x$ $0 < x < 12$ より $x = 6$ cm

$8 \leq x \leq 10$ のとき $4x = 7x - 28$ $x = \frac{28}{3}$ cm

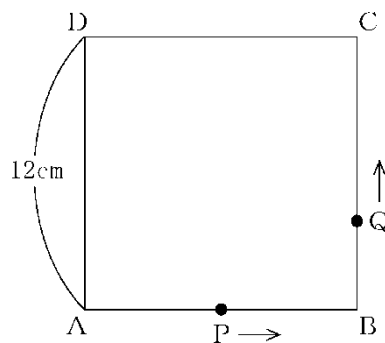
【問 101】

図のように、1 辺が 12 cm の正方形 ABCD がある。2 点 P, Q は、それぞれ点 A, B を同時に出発し、P は毎秒 3 cm の速さで、辺 AB, BC, CD 上を D まで動き、Q は毎秒 2 cm の速さで、辺 BC, CD 上を D まで動く。

次の問1～問3に答えなさい。

(和歌山県 2013 年度)

問1 P, Q が出発してから 2 秒後の線分 PQ の長さを求めなさい。



問2 P, Q が出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。

このとき、次の(1), (2)に答えなさい。

(1) x の変域が $0 \leq x \leq 4$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

(2) x の変域が $4 \leq x \leq 6$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

問3 $\triangle APQ$ が PQ を底辺とする二等辺三角形になるのは、P, Q が出発してから何秒後か、求めなさい。

解答欄

問1	cm	
問2	(1)	
	(2)	
問3	秒後	

解答

問1 $2\sqrt{13}$ cm

問2

(1) $y=3x^2$

(2) $y=-6x+72$

問3 $\frac{36}{5}$ 秒後

解説

問1

P, Q が出発してから 2 秒後の $AP=3\times 2=6\text{cm}$, $BP=12-6=6\text{cm}$, $BQ=2\times 2=4\text{cm}$

このとき $\triangle PBQ$ は $\angle PBQ=90^\circ$ の直角三角形だから

$$PQ=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}\text{ cm}$$

問2

(1)

$0\leq x\leq 4$ のとき, 点 P は AB 上, 点 Q は BC 上にあり $AP=3x\text{ cm}$, $BQ=2x\text{ cm}$ と表せる。

よって $\triangle APQ$ の面積 $y=\frac{1}{2}\times 3x\times 2x=3x^2$

(2)

$4\leq x\leq 6$ のとき, 点 P は BC 上, 点 Q は BC 上にあり $BP=3x-12\text{cm}$, $BQ=2x\text{ cm}$ と表せる。

よって $\triangle APQ$ の面積 $y=\frac{1}{2}\times \{2x-(3x-12)\}\times 12=-6x+72$

問3

$\triangle APQ$ が PQ が底辺の二等辺三角形であるとき $AP=AQ$

よって $6\leq x\leq 8$

このとき $\triangle ABP\equiv \triangle ADQ$ だから

$$BP=DQ \quad BP=3x-12\text{cm}, \quad DQ=24-2x\text{ cm}$$

よって

$$3x-12=24-2x$$

$$5x=36$$

$$x=\frac{36}{5}\text{ 秒後}$$

【問 102】

図1のように、平面上で、 $PQ=6\text{ cm}$ の長方形 PQRS を固定し、1 辺の長さが 6 cm の正三角形 ABC を、直線 ℓ にそって矢印($\Rightarrow$)の方向に一定の速さで動かす。

図1

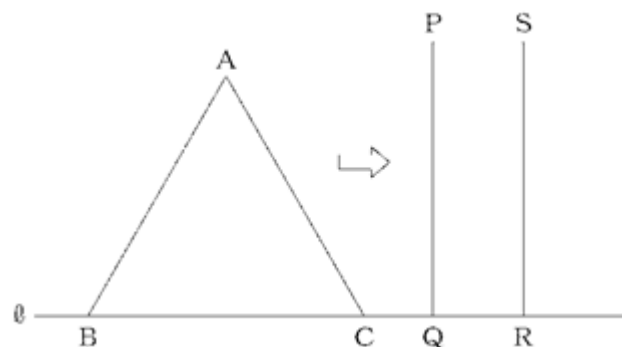
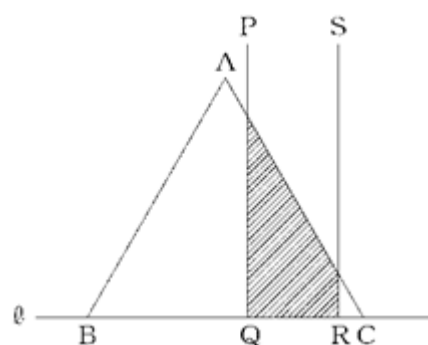


図2は、 $\triangle ABC$ を動かしている途中のようすを表しており、斜線部分は、 $\triangle ABC$ と長方形 PQRS の重なった部分の図形を表している。

点 C が点 Q の位置にきたときから 4 秒後には、点 C は点 R の位置にある。このときの $\triangle ABC$ と長方形 PQRS の重なった部分の図形の面積は $2\sqrt{3}\text{ cm}^2$ である。

図2



次の問1～問3の の中にあてはまる最も簡単な数または式を記入せよ。

ただし、根号を使う場合は $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい整数にすること。

(福岡県 2013 年度 追加問題)

問1 辺 QR の長さは cm である。

問2 点 C が点 Q の位置にきたときから x 秒後の $\triangle ABC$ と長方形 PQRS の重なった部分の図形の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。 x の変域が $0 \leq x \leq 4$ のとき、 y を x の式で表すと、 $y = \text{}$ ($0 \leq x \leq 4$) である。

問3 $\triangle ABC$ と長方形 PQRS の重なった部分の図形の面積が、 $\triangle ABC$ の面積の半分になるのは、点 C が点 Q の位置にきたときから、 秒後 と 秒後 である。

解答欄

問1	cm
問2	$y = \text{}$
問3	秒後, 秒後

解答

問1 2cm

問2 $y = \frac{\sqrt{3}}{8}x^2$

問3 $8 + \sqrt{2}$ 秒後, $8 - \sqrt{2}$ 秒後

解説

問1

点 C が点 R の位置にあるとき, AC と PQ の交点を D とすると

$\triangle DQR$ は $\angle DQR = 90^\circ$, $\angle DRQ = 60^\circ$ の直角三角形より

$QR = t$ cm とすると $DQ = \sqrt{3} t$ cm と表せる。

$\triangle DQR$ の面積が $2\sqrt{3}$ cm² より

$$\frac{1}{2} \times t \times \sqrt{3} t = 2\sqrt{3}$$

$$t^2 = 4$$

$t > 0$ より

$$t = 2 \text{ cm}$$

問2

4 秒間に 2 cm 動いているので, その速さは $2 \div 4 = \frac{1}{2}$ より, 秒速 0.5 cm。

$0 \leq x \leq 4$ のとき, C は QR 上にあり, AC と PQ の交点を E とすると, 重なる部分は直角三角形 ECQ となる。

$$QC = \frac{1}{2}x \text{ cm}, EQ = \sqrt{3} \times \frac{1}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{2}x \text{ cm}$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}x \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{8}x^2$$

問3

$\triangle ABC$ と長方形 PQRS の重なった部分の面積が $\triangle ABC$ の半分になるのは

点 A が長方形 PQRS の内部にあるときで $6 < x < 10$ のとき。

AC と SR の交点を F, PQ と AB の交点を G とする。

$$CR = \frac{1}{2}x - 2 \text{ cm}, FR = \sqrt{3} \left(\frac{1}{2}x - 2 \right) \text{ cm}, BQ = 6 - \frac{1}{2}x \text{ cm}, GQ = \sqrt{3} \left(6 - \frac{1}{2}x \right) \text{ cm}$$

重なった部分の面積が $\triangle ABC$ の面積の半分より

$\triangle ABC$ の内部で重なっていない部分の面積の和が $\triangle ABC$ の面積の半分である。

$$\text{よって } \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}x - 2 \right) \times \sqrt{3} \left(\frac{1}{2}x - 2 \right) + \frac{1}{2} \times \left(6 - \frac{1}{2}x \right) \times \sqrt{3} \left(6 - \frac{1}{2}x \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x - 2 \right)^2 + \left(6 - \frac{1}{2}x \right)^2$$

$$= 9 \frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 + 36 - 6x + \frac{1}{4}x^2$$

$$= 9$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 8x + 31 = 0$$

$$x^2 - 16x + 62 = 0$$

$$x = \frac{-(-16) \pm \sqrt{16^2 - 4 \times 1 \times 62}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{16 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$= 8 \pm \sqrt{2} \text{ 秒後}$$

【問 103】

図1のように、1 辺が 8 cm の正方形 ABCD と四角形 PQRS があ 図1
る。正方形 ABCD の辺 BC と四角形 PQRS の辺 QR は直線 l 上に
あって、頂点 B と頂点 R は直線 l 上の同じ位置にある。いま、四角形
PQRS を直線 l にそって矢印の方向に移動する。

図2のように、四角形 PQRS を x cm 移動したとき、2 つの図形が
重なっている部分の面積を y cm² とする。

四角形 PQRS が、あとの【条件1】～【条件3】をみたすとき、それぞ
れの問いに答えなさい。

(山形県 2014 年度)

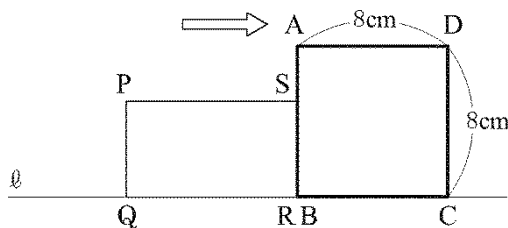
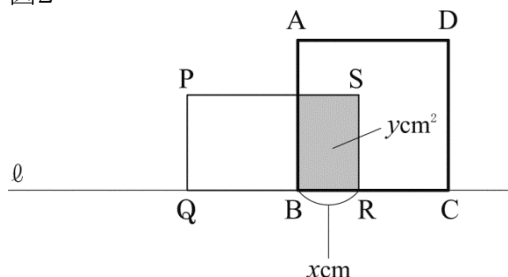


図2



【条件1】

四角形 PQRS は、図3のように、PQ=6 cm, QR=12 cm の長方形である。

問1 このとき、頂点 R が頂点 C と同じ位置にくるまで移動したときの x と y の関係をグラフに表したところ、図4の
ようになった。あとの問いに答えなさい。

図3

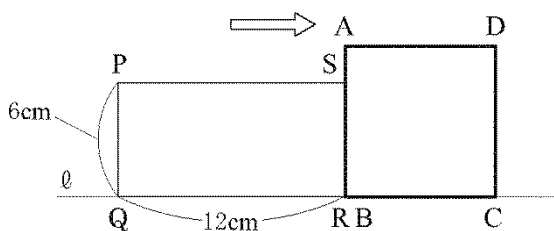
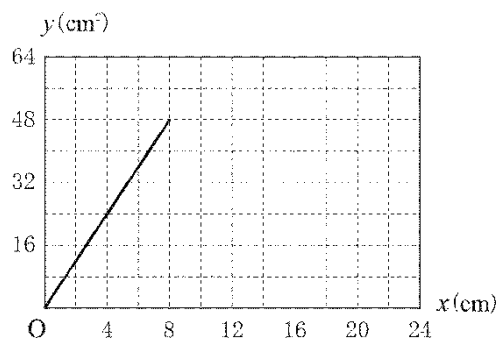


図4



(1) $x=3$ のときの y の値を求めなさい。

(2) 下の表は、頂点 Q が頂点 C と同じ位置にくるまで移動したときの x と y の関係を式に表したもので

ある。【ア】 ～ 【ウ】 にあてはまる数または式を、それぞれ書きなさい。また、このときの x と y の関
係を表すグラフを、図4にかき加えなさい。

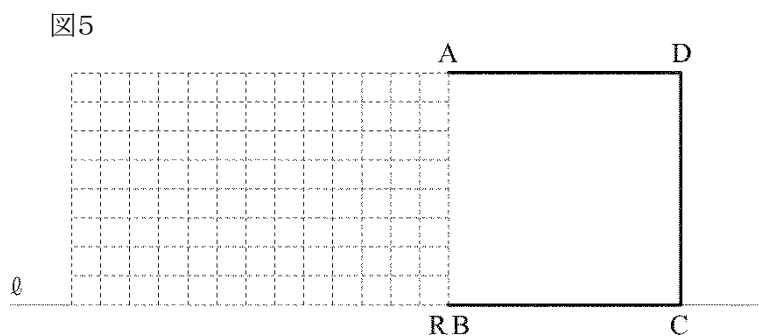
表

x の変域	式
$0 \leq x \leq 8$	$y =$ イ
$8 \leq x \leq$ ア	$y = 48$
ア $\leq x \leq 20$	$y =$ ウ

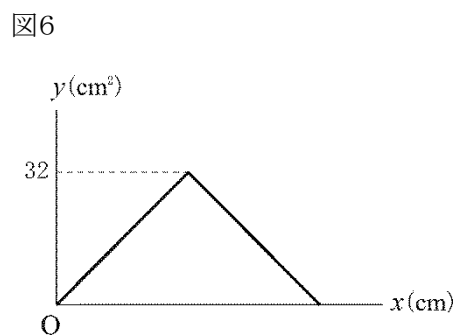
【条件2】

四角形 PQRS は、ある長方形で、頂点 Q が頂点 C と同じ位置にくるまで移動したときの x と y の関係を表すグラフの形が、図6のようになる。

問2 このとき、図5に、 $x=0$ のときの長方形 PQRS を実線でかきなさい。ただし、図5の方眼の1目もりは1cmとし、頂点 R については、かき入れてある。

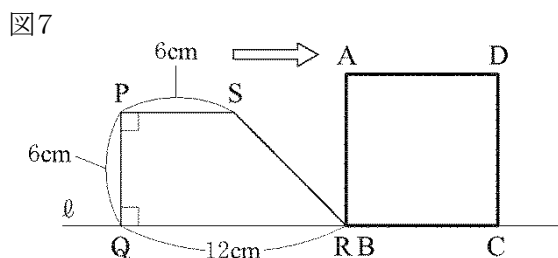


注: 直線 l の一部と辺 AB は、破線にかき直してある。

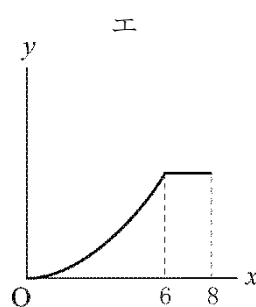
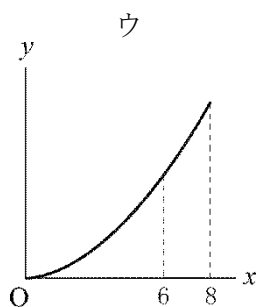
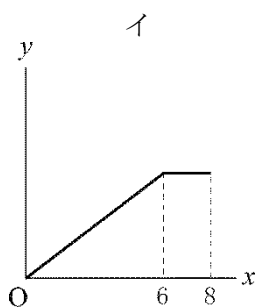
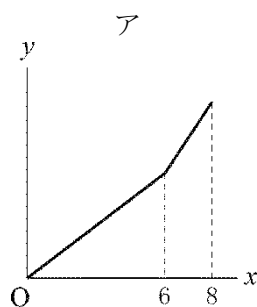


【条件3】

四角形 PQRS は、図7のように、 $\angle P = \angle Q = 90^\circ$, $PQ = PS = 6$ cm, $QR = 12$ cm の台形である。



問3 このとき、 x と y の関係を表す最も適切なグラフの形を、あとのア～エから1つ選び、記号で答えなさい。ただし、 x の変域は $0 \leq x \leq 8$ とする。



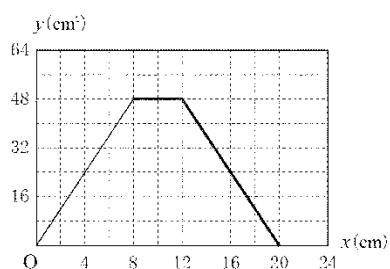
問1	(1)				
	(2)	ア		イ	
		ウ			
問2					
問3					

解答

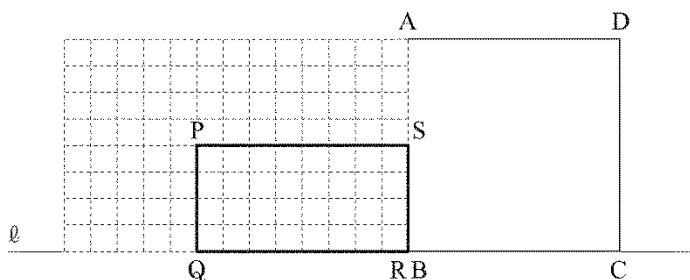
問1

(1) 18

(2) ア 12 イ $6x$ ウ $-6x+120$



問2



問3 ウ

解説

問1

(1)

グラフより $y=ax$ において $x=8$, $y=48$ を代入すると $48=8a$ $a=6$

よって $y=6x$ $x=3$ を代入して $y=6 \times 3=18$

(2)

$0 \leq x \leq 8$ のとき $y=6x$

$8 \leq x \leq 12$ のとき、重なりは縦 6 cm, 横 8 cm の長方形だから $y=6 \times 8$ $y=48$

$12 \leq x \leq 20$ のとき、重なりは縦 6 cm, 横 $20-x$ cm の長方形だから $y=6 \times (20-x)$

$y=-6x+120$ x の変域に注意してグラフをかく。

問2

グラフより、長方形 PQRS と正方形 ABCD の重なる部分の面積が一定な部分がないので

長方形 PQRS の $QR=BC=8$ cm $x=8$ のとき $y=32$ だから、 $PQ \times 8=32$ $PQ=4$ cm

問3

$0 \leq x \leq 6$ のとき、重なる部分は等しい辺が x cm の直角二等辺三角形になるから $y=\frac{1}{2} \times x \times x$ $y=\frac{1}{2} x^2$

$6 \leq x \leq 8$ のとき、重なる部分は等しい辺が 6 cm の直角二等辺三角形と

縦 6 cm, 横 $x-6$ cm の長方形の和になるから

$$y=\frac{1}{2} \times 6 \times 6 + 6 \times (x-6)$$

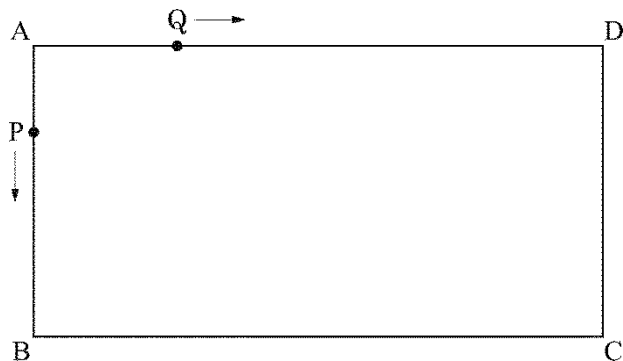
$$y=6x-18$$

よってグラフはウ

【問 104】

下の図のように、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $AD=8\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。2 点 P 、 Q は点 A を同時に出発する。点 P は辺 AB 、 BC 、 CD 上を秒速 1 cm で点 D まで動き、停止する。点 Q は辺 AD 上を秒速 2 cm で点 D まで動き、停止する。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。



(茨城県 2014 年度)

問1 2 点 P 、 Q が点 A を出発してから、3 秒後の線分 PQ の長さを求めなさい。

問2 $\triangle APQ$ の面積が長方形 $ABCD$ の面積の $\frac{1}{4}$ になるのは、2 点 P 、 Q が点 A を出発してから、何秒後と何秒後か求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	秒後 と 秒後

解答

問1 $3\sqrt{5}$ cm

問2 $2\sqrt{2}$ 秒後と 14 秒後

解説

問1

点 P, Q が点 A を出発してからの時間を x 秒とすると

$0 \leq x \leq 4$ のとき P は AB 上にあり Q は AD 上にある。

$x=3$ のとき $AP=1 \times 3=3$ cm, $AQ=2 \times 3=6$ cm

$\triangle APQ$ において三平方の定理より

$$PQ = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

問2

点 P, Q が点 A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を y cm² とする。

長方形 ABCD の面積の $\frac{1}{4}$ は $\frac{1}{4} \times 4 \times 8 = 8$ cm²

$0 \leq x \leq 4$ のとき P は AB 上にあり $AP=x$ cm, Q は AD 上にあり $AQ=2x$ cm

$$\text{このとき } y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$$

$\triangle APQ=8$ より

$$8 = x^2$$

$0 \leq x \leq 4$ より

$x = 2\sqrt{2}$ 秒後

$4 \leq x \leq 12$ のとき点 P は BC 上にあり, 点 Q は点 D で停止している。

$$y = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16 \text{cm}^2$$

よって $\triangle APQ$ は 8 cm² にならない。

$12 \leq x \leq 16$ のとき点 P は CD 上にあり, 点 Q は点 D で停止している。

$PQ=16-x$ cm だから

$$y = \frac{1}{2} \times 8 \times (16-x) = 64 - 4x$$

$\triangle APQ=8$ より

$$8 = 64 - 4x$$

$x=14$ 秒後

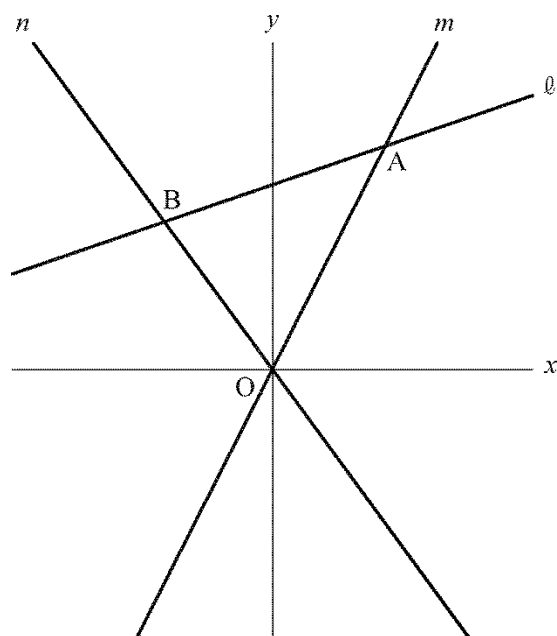
よって $2\sqrt{2}$ 秒後と 14 秒後

【問 105】

下の図で、直線 l は関数 $y = \frac{1}{3}x + 5$ のグラフ、直線 m は関数 $y = 2x$ のグラフ、直線 n は関数 $y = -\frac{4}{3}x$ のグラフである。直線 l と直線 m は点 A で、直線 l と直線 n は点 B でそれぞれ交わっている。

このとき、次の問1～問3に答えなさい。ただし、原点 O から点 $(1, 0)$ までの距離及び原点 O から点 $(0, 1)$ までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

(千葉県 2014 年度 前期)



問1 点 A の座標を求めなさい。

問2 $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

問3 $\triangle OAB$ を、原点 O を回転の中心として時計の針の回転と反対の向きに、辺 OB が初めて y 軸に重なるまで回転移動した。点 A が移った点を A' とするとき、点 A' の座標を求めなさい。

解答欄

問1	(,)
問2	cm^2
問3	(,)

解答

問1 (3, 6)

問2 15cm^2

問3 (-6, -3)

解説

問1

点 A は $y = \frac{1}{3}x + 5 \cdots \textcircled{1}$ と $y = 2x \cdots \textcircled{2}$ との交点より

①, ②を連立方程式として解くと

$$x = 3, y = 6$$

A(3, 6)

問2

点 B は, $y = \frac{1}{3}x + 5 \cdots \textcircled{1}$ と $y = -\frac{4}{3}x \cdots \textcircled{3}$ との交点より

①, ③を連立方程式として解くと

$$x = -3, y = 4$$

B(-3, 4)

直線 ℓ と y 軸との交点を C とすると C(0, 5)

$$\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 3 + \frac{1}{2} \times 5 \times 3$$

$$= 15\text{cm}^2$$

問3

点 B が移動して y 軸と重なる点を B' とする。

$$\text{三平方の定理より } OB' = OB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

よって B'(0, -5)

A' から y 軸に垂線をひき交点を H とすると

$$\triangle OA'B' = \triangle OAB \text{ より}$$

$$\frac{1}{2} \times 5 \times A'H = 15$$

$$A'H = 6$$

$$OA' = OA = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5} \text{ cm より}$$

$\triangle OA'H$ において

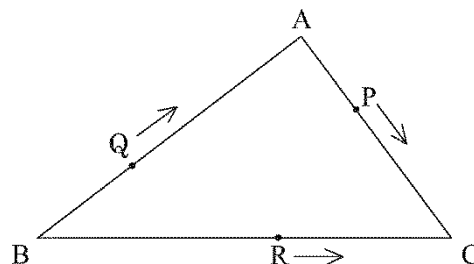
$$OH = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - 6^2} = 3$$

よって A'(-6, -3)

【問 106】

$AB=16\text{ cm}$, $BC=20\text{ cm}$, $CA=12\text{ cm}$ の $\triangle ABC$ がある。

右の図のように、点 P は A を出発し辺 AC 上を A から C まで動き、点 Q , R は B を出発し、点 Q は辺 BA 上を B から A まで、点 R は辺 BC 上を B から C まで動く。



点 P と点 R は C に、点 Q は A に重なるとそれぞれ止まるものとする。

次の問1は の中であてはまる最も簡単な数または式を記入し、問2は指示にしたがって答えよ。

(福岡県 2014 年度)

問1 点 Q , R が B を同時に出発し、点 Q は毎秒 2 cm 、点 R は毎秒 4 cm の速さで動く。点 Q が B を出発してから x 秒後の $\triangle QBR$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。点 Q が B を出発してから A に重なるまでの y を x の式で表すと、

$0 \leq x \leq$ のとき、 $y =$,

$\leq x \leq$ のとき、 $y =$ である。

問2 点 P が A を出発するのと同時に点 Q は B を出発し、点 P は毎秒 1.5 cm 、点 Q は毎秒 2 cm の速さで動く。 $\triangle PQC$ の面積が 24 cm^2 になるのは、点 P が A を出発してから何秒後かを、方程式をつくって求めよ。
解答は、解く手順にしたがって の中にかき、答の の中には、あてはまる最も簡単な数を記入せよ。

〔解答〕

答 $\triangle PQC$ の面積が 24 cm^2 になるのは、点 P が A を出発してから 秒後 である。

解答欄

問1	$0 \leq x \leq$ のとき, $y =$
	$\leq x \leq$ のとき, $y =$
問2	〔解答〕
	答 $\triangle PQC$ の面積が 24 cm^2 になるのは, 点 P が A を出発してから 秒後 である。

解答

問1

$$0 \leq x \leq 5 \text{ のとき } y = \frac{12}{5}x^2$$

$$5 \leq x \leq 8 \text{ のとき } y = 12x$$

問2

〔解答〕

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ だから } \angle BAC = 90^\circ$$

点 P が A を出発してから x 秒後に $\triangle PQC$ の面積が 24 cm^2 になるとする。

このとき

$$AQ = 16 - 2x, \quad CP = 12 - 1.5x$$

よって

$$\frac{1}{2}(12 - 1.5x)(16 - 2x) = 24$$

これを解いて

$$x = 4, \quad x = 12$$

点 P が C に重なるのは A を出発してから 8 秒後

点 Q が A に重なるのは B を出発してから 8 秒後なので

$$0 \leq x \leq 8$$

よって $x = 12$ は問題にあわない。

$x = 4$ は問題にあう。

答 $\triangle PQC$ の面積が 24 cm^2 になるのは

点 P が A を出発してから 4 秒後 である。

解説

問1

$$\triangle ABC \text{ において } 12^2 + 16^2 = 20^2 \text{ より}$$

$$\text{三平方の定理の逆より } \angle BAC = 90^\circ$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96 \text{ cm}^2$$

$BQ = 2x \text{ cm}$, $BR = 4x \text{ cm}$ と表せる。

点 Q は BA 上を移動するのに $16 \div 2 = 8$ 秒かかり $20 \div 4 = 5$ より 5 秒後に点 R は点 C で止まる。

よって $0 \leq x \leq 5$ のとき

$$\triangle QBR = \frac{4x}{20} \triangle QBC = \frac{4x}{20} \times \frac{2x}{16} \triangle ABC = \frac{4x}{20} \times \frac{2x}{16} \times 96 = \frac{12}{5}x^2$$

$$\text{よって } y = \frac{12}{5}x^2$$

$$5 \leq x \leq 8 \text{ のとき } \triangle QBR = \frac{2x}{16} \triangle ABC = \frac{2x}{16} \times 96 = 12x$$

$$\text{よって } y = 12x$$

問2

$$\triangle PQC = \frac{1}{2} \times PC \times AQ = \frac{1}{2} \times (12 - 1.5x) \times (16 - 2x)$$

$$\text{この面積が } 24 \text{ cm}^2 \text{ より } \frac{1}{2}(12 - 1.5x)(16 - 2x) = 24$$

整理して

$$3x^2 - 48x + 144 = 0$$

$$x^2 - 16x + 48 = 0$$

$$(x - 4)(x - 12) = 0$$

$$x = 4, 12$$

$$16 \div 2 = 8$$

$$12 \div 1.5 = 8 \text{ より}$$

$$0 \leq x \leq 8$$

よって 4 秒後

【問 107】

右の図は、 $AB=3\text{ cm}$ 、 $AD=4\text{ cm}$ 、 $AE=14\text{ cm}$ の直方体 $ABCD-EFGH$ である。点 P は F を出発し、毎秒 2 cm の速さで辺 FB 上を B まで動き、 B に到着したら停止する。また、点 Q は F を出発し、毎秒 1 cm の速さで辺 FG 、 GH 上を H まで動き、 H に到着したら停止する。2 点 P 、 Q が F を同時に出発してから x 秒後の三角すい $P-EFQ$ の体積を $y\text{ cm}^3$ とする。

このとき、次の問1～問4に答えなさい。

(鹿児島県 2014 年度)

問1 点 P が F を出発して B に到着するのは何秒後か。

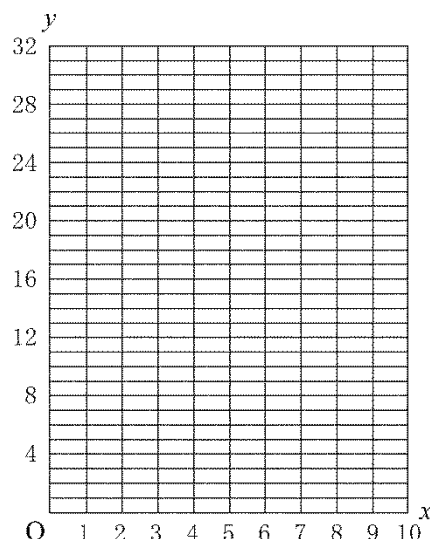
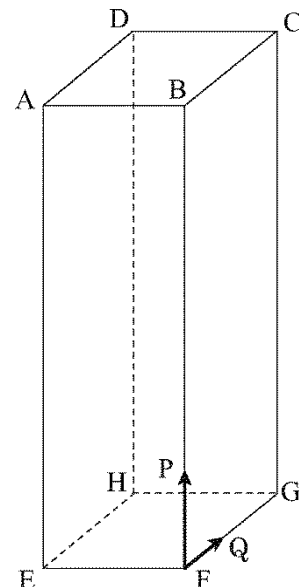
問2 x と y の関係について、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(1) 点 Q が辺 FG 上にあるとき、 y を x の式で表せ。

(2) 点 Q が F を出発して H に到着するまでの x と y の関係を表すグラフをかけ。

問3 $AP+PG$ の長さが最も短くなるときの y の値を求めよ。

問4 三角すい $P-ABD$ の体積が、三角すい $P-EFQ$ の体積と等しくなるのは、2 点 P 、 Q が F を同時に出発してから何秒後か。ただし、2 点 P 、 Q が F を同時に出発してから x 秒後のこととして、 x についての方程式と計算過程も書くこと。



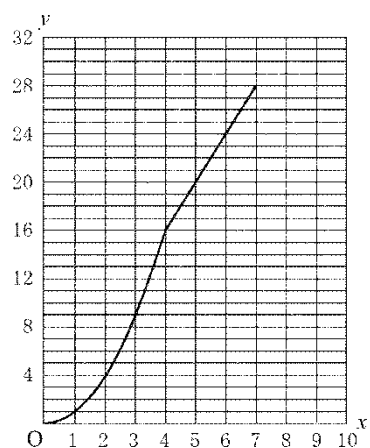
[illegible]

解答

問1 7 秒後

問2

(1) $y=x^2$ (2)



問3 $y=16$

問4

〔式と計算〕

三角すい P-ABD の体積は

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times (14 - 2x) = 28 - 4x \text{ cm}^3$$

三角すい P-EFQ の体積 y は

$$0 \leq x \leq 4 \text{ のとき } y = x^2 \text{ cm}^3$$

$$4 \leq x \leq 7 \text{ のとき } y = 4x \text{ cm}^3 \text{ であるから}$$

(ア) $0 \leq x \leq 4$ のとき

$$x^2 = 28 - 4x$$

$$x^2 + 4x - 28 = 0$$

解の公式より

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{128}}{2} = -2 \pm 4\sqrt{2}$$

$$0 \leq x \leq 4 \text{ より}$$

$$x = -2 + 4\sqrt{2}$$

(イ) $4 \leq x \leq 7$ のとき

$$4x = 28 - 4x$$

$$8x = 28$$

$$x = \frac{7}{2}$$

$4 \leq x \leq 7$ より不適

答 $-2 + 4\sqrt{2}$ 秒後

解説

問1 $14 \div 2 = 7$ 秒後

問2

(1)

点 Q が FG 上にあるとき $0 \leq x \leq 4$

$$y = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3 \times x \times 2x = x^2$$

(2)

点 Q が GH 上にあるとき $4 \leq x \leq 7$

$$y = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 2x = 4x$$

(1)のグラフと合わせてかく。

問3

AP+PG が最も短くなるのは

長方形 AEFB と長方形 BFGC が BF でつながった側面の展開図において
AG と BF の交点が P となるとき。

PF:AE=GF:GE より

$$2x:14=4:7$$

$$x=4$$

$$\text{よって } y=4^2=16$$

問4

三角すい P-ABD の体積は

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times (14-2x)$$

$$=28-4x \text{ cm}^3$$

$0 \leq x \leq 4$ のとき

$$28-4x=x^2$$

これを解いて

$$x=-2 \pm 4\sqrt{2}$$

$0 \leq x \leq 4$ より

$$x=-2+4\sqrt{2}$$

$4 \leq x \leq 7$ のとき

$$28-4x=4x \quad x=\frac{7}{2}$$

$4 \leq x \leq 7$ より問題に合わない。

よって $-2+4\sqrt{2}$ 秒後

【問 108】

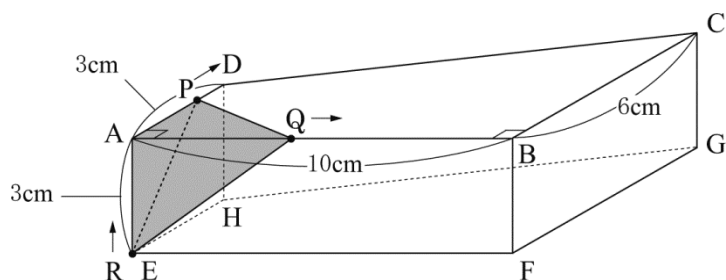
点を動かしたときにできる図形の体積や面積について、それぞれの問いに答えなさい。

(山形県 2015 年度)

【図形の体積について】

図1の四角柱 $ABCD-EFGH$ において、底面の四角形 $ABCD$ は、 $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$ の台形であり、 $DA = 3\text{ cm}$ 、 $AB = 10\text{ cm}$ 、 $BC = 6\text{ cm}$ である。また、 $AE = 3\text{ cm}$ であり、すべての側面は長方形である。点 P は、 A を出発し、毎秒 1 cm の速さで、辺 AD 上を動き、 D に到着したところで停止する。点 Q は、点 P と同時に A を出発し、毎秒 2 cm の速さで、辺 AB 、 BC の順に辺上を動き、 C に到着したところで停止する。点 R は、最初 E の位置にあり、点 Q が B に到着すると同時に、 E を出発し、毎秒 1 cm の速さで、辺 EA 上を動き、 A に到着したところで停止する。点 P が、 A を出発してから x 秒後の三角すい $APRQ$ の体積を $y\text{ cm}^3$ とする。

図1



問1 点 P 、 Q 、 R が、すべて停止するまでの x と y の関係を表にかきだしたところ、表1のようになった。次の問いに答えなさい。

表1

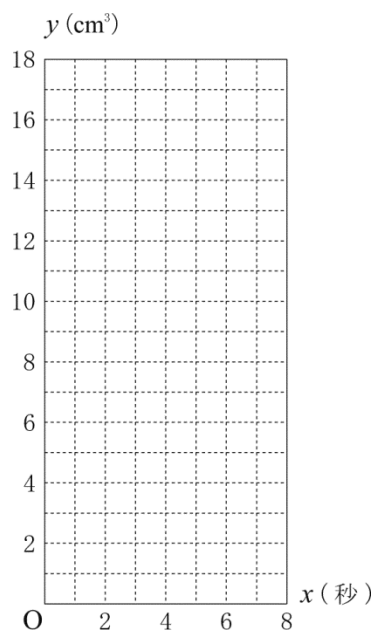
x	0	...	3	...	8
y	0	...	9	...	0

- (2) 表2は、点 P 、 Q 、 R が、すべて停止するまでの x と y の関係を式に表したものである。 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ にあてはまる数または式を、それぞれ書きなさい。また、このときの x と y の関係を表すグラフを、図2にかきなさい。

表2

x の変域	式
$0 \leq x \leq 3$	$y = \boxed{\text{イ}}$
$3 \leq x \leq \boxed{\text{ア}}$	$y = \boxed{\text{ウ}}$
$\boxed{\text{ア}} \leq x \leq 8$	$y = -5x + 40$

図2



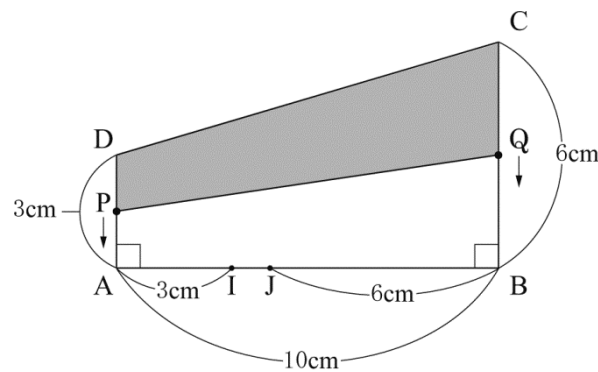
【図形の面積について】

図3において、四角形 $ABCD$ は、図1の四角柱 $ABCD-EFGH$ の底面である。点 I, J は辺 AB 上にあって、 $AI=3\text{ cm}$ 、 $JB=6\text{ cm}$ である。

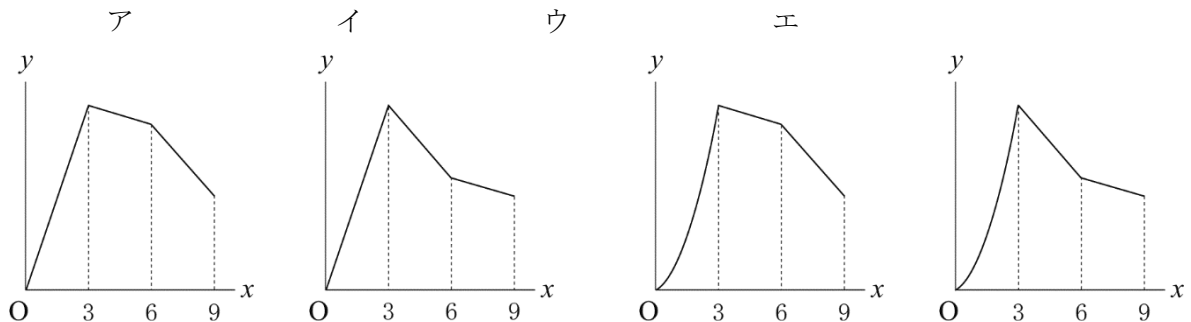
点 P は、 D を出発し、毎秒 1 cm の速さで、線分 DA 上を動き、 A に到着したところで 3 秒間停止する。その後、毎秒 1 cm の速さで、線分 AI 上を動き、 I に到着したところで停止する。点 Q は、点 P と同時に C を出発し、毎秒 2 cm の速さで、線分 CB, BJ の順に線分上を動き、 J に到着したところで停止する。

点 P が、 D を出発してから x 秒後の四角形 $PQCD$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。

図3



問2 このとき、 x と y の関係を表す最も適切なグラフの形を、次のア～エから 1 つ選び、記号で答えなさい。ただし、 x の変域は $0 \leq x \leq 9$ とする。



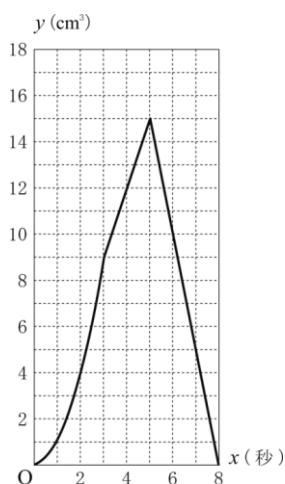
問1	(1)						
	(2)	ア		イ		ウ	
		y (cm³) x (秒)					
問2							

解答

問1

(1) 4

(2) ア 5 イ x^2 ウ $3x$



問2 イ

解説

問1

(1)

$x=2$ のとき P は AD 上にあり $AP=2$ cm, Q は AB 上にあり, $AQ=2 \times 2=4$ cm, R は点 E にあり $AR=3$ cm

よって三角すい APRQ の体積は $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \times 3=4\text{cm}^3$ となり $y=4$

(2)

点 P は, $0 \leq x \leq 3$ のとき AD 上を移動し, $3 \leq x$ のとき点 D にある。

点 Q は $0 \leq x \leq 5$ のとき AB 上にあり

$5 \leq x \leq 8$ のとき BC 上, $8 \leq x$ のとき点 C にある。

点 R は $0 \leq x \leq 5$ のとき点 E にあり

$5 \leq x \leq 8$ のとき EA 上にある。

よって $0 \leq x \leq 3$ のとき $AP=x$ cm, $AQ=2x$ cm, $AR=3$ cm だから

三角すい APRQ の体積は $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times x \times 2x \times 3=x^2$ となり式は $y=x^2$

$3 \leq x \leq 5$ のとき $AP=3$ cm, $AQ=2x$ cm, $AR=3$ cm だから

三角すい APRQ の体積は $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 2x \times 3=3x$ となり式は $y=3x$

$5 \leq x \leq 8$ のとき $AP=3$ cm

Q は BC 上にあるので Q から AD にひいた垂線の長さは 10 cm, $AR=3-(x-5)=8-x$ cm

よって三角すい APRQ の体積は $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 10 \times (8-x)=40-5x$ となり式は $y=-5x+40$

問2

$0 \leq x \leq 3$ のとき P は DA 上にあり $DP=x$ cm, Q は CB 上にあり $CQ=2x$ cm

四角形 PQCD の面積は $\frac{1}{2} (x+2x) \times 10=15x$

よって $y=15x$ $3 \leq x \leq 6$ のとき P は A, Q は BJ 上にある。

このとき四角形 PQCD の面積は, 台形 ABCD から $\triangle CBQ$ の面積をひいたもの。

$QB=2x-6$ cm だから $\frac{1}{2} (3+6) \times 10 - \frac{1}{2} \times (2x-6) \times 6=45-6x+18=-6x+63$

よって $y=-6x+63$ $6 \leq x \leq 9$ のとき P は AI 上, Q は点 J にある。

このとき四角形 PQCD の面積は台形 ABCD から $\triangle DAP$ と $\triangle CBQ$ の面積をひいたもの。

$AP=x-3-3=x-6$ cm だから

$\frac{1}{2} \times (3+6) \times 10 - \frac{1}{2} \times (x-6) \times 3 - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = -\frac{3}{2}x + 36$ $y = -\frac{3}{2}x + 36$

これより, グラフはイ。

【問 109】

図1のような、 $AB=9\text{ cm}$ 、 $AD=8\text{ cm}$ 、 $AE=12\text{ cm}$ の直方体 $ABCD-EFGH$ がある。点 P は A を出発し、長方形 $ABFE$ の辺上を毎秒 3 cm の速さで $A \rightarrow B \rightarrow F \rightarrow E$ の順に進み、 E で停止する。点 Q は点 P が出発すると同時に A を出発し、長方形 $ADHE$ の辺上を毎秒 2 cm の速さで $A \rightarrow D \rightarrow H$ の順に進み、 H で停止する。点 P が A を出発してから x 秒後の三角錐 $AEPQ$ の体積を $y\text{ cm}^3$ とする。ただし、点 P が A または E にあるときは $y=0$ とする。

図2は点 P が A を出発してから 4 秒後までの x と y の関係を表したグラフである。

図1

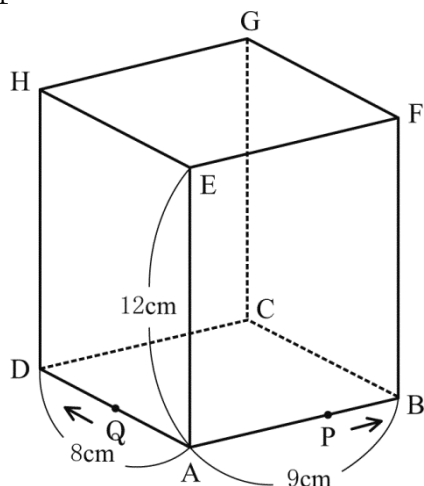
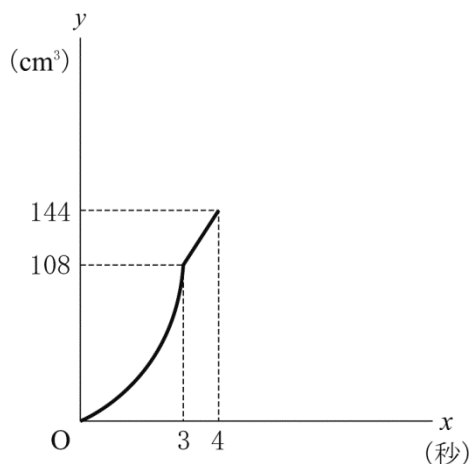


図2



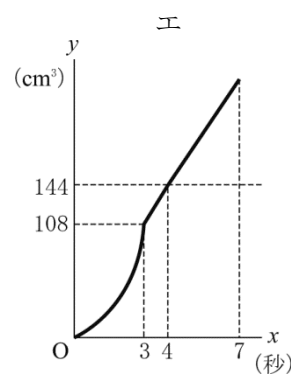
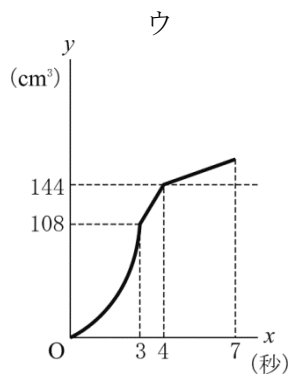
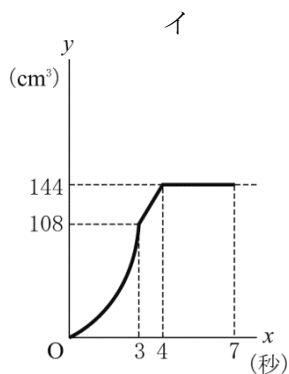
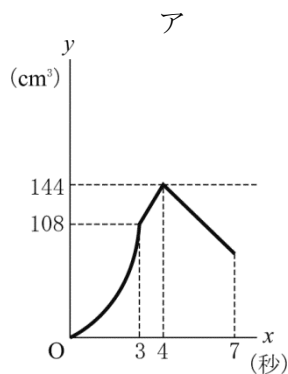
このとき、次の問1、問2、問3、問4に答えなさい。

(栃木県 2015 年度)

問1 点 P が A を出発してから 2 秒後の三角錐 $AEPQ$ の体積を求めなさい。

問2 点 P が A を出発して 3 秒後から 4 秒後までの x と y の関係を式で表しなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

問3 点 P が A を出発してから 7 秒後までの x と y の関係を表すグラフとして適するものを、ア、イ、ウ、エのうちから 1 つ選んで記号で答えなさい。



問4 三角錐 $AEPQ$ の体積が直方体 $ABCD-EFGH$ の体積の $\frac{1}{32}$ になるのは、点 P が A を出発してから何秒後か。すべて求めなさい。

解答欄

問1	cm^3	
問2		
問3		
問4		

解答

問1 48cm^3

問2

点 P が A を出発して 3 秒後から 4 秒後までのグラフの傾きは

$$\frac{144-108}{4-3}=36$$

であるから x と y の関係の式は $y=36x+b$ と表すことができる。

グラフは点 (3, 108)を通るから

$$108=36\times 3+b$$

よって $b=0$

したがって求める式は $y=36x$

答え $y=36x$

問3 イ

問4 $\frac{3}{2}$ 秒後, $\frac{151}{16}$ 秒後

解説

問1

$x=2$ のとき $AP=3\times 2=6\text{cm}$ $AQ=2\times 2=4\text{cm}$

三角錐 AEPQ の体積は $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 6\times 4\times 12=48\text{cm}^3$

問2

$3\leq x\leq 4$ のときグラフは(3, 108), (4, 144)を通る直線だから傾きは $\frac{144-108}{4-3}=36$

求める式を $y=36x+b$ とし $x=3$, $y=108$ を代入して $108=36\times 3+b$ $b=0$

よって $y=36x$

問3

$4\leq x\leq 7$ のとき P は BF 上, Q は DH 上を移動する。

このとき三角錐 AEPQ において

P から AE にひいた垂線の長さは 9cm, Q から AE にひいた垂線の長さは 8 cm と一定である。

よってその体積は $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 12\times 9\times 8=144\text{cm}^3$ より

グラフは $y=144$ となる。

よってイ

問4

直方体 ABCD-EFGH の体積の $\frac{1}{32}$ は, $8\times 9\times 12\times\frac{1}{32}=27\text{cm}^3$

$7\leq x\leq 10$ のとき P は FE 上, Q は DH 上にある。

このとき $y=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 12\times 8\times(30-3x)=-48x+480$

$x=10$ のとき P は点 E と一致し Q は点 H と一致する。

よって $y=27$ になるのは $0\leq x\leq 3$ のときと $7\leq x\leq 10$ のとき。

$0\leq x\leq 3$ のとき

$$y=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 3x\times 2x\times 12=12x^2$$

$27=12x^2$ より

$$x^2=\frac{9}{4}$$

$$x>0 \text{ より } x=\frac{3}{2}$$

また $7\leq x\leq 10$ のとき

$$27=-48x+480 \quad 48x=453 \quad x=\frac{151}{16}$$

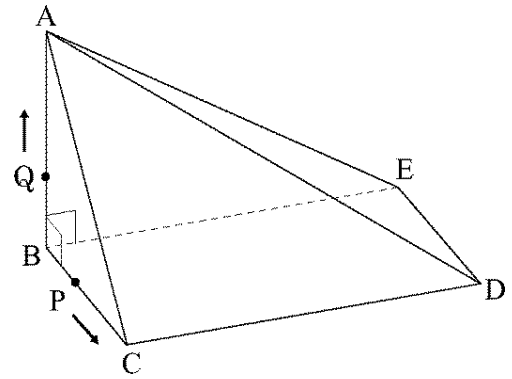
よって $\frac{3}{2}$ 秒後と $\frac{151}{16}$ 秒後

【問 110】

右の図の四角すい $ABCDE$ は、底面 $BCDE$ が長方形で、 $AB=4\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$, $CD=6\text{ cm}$, $\angle ABC=\angle ABE=90^\circ$ である。

2 点 P , Q は同時に B を出発し、 P は毎秒 1 cm の速さで辺上を $B\rightarrow C\rightarrow D$ の順に動き、 D で停止する。 Q は毎秒 1 cm の速さで辺上を $B\rightarrow A\rightarrow C$ の順に動き、 C で停止する。次の問1, 問2に答えなさい。

(群馬県 2015 年度)



問1 P , Q は同時に停止する。なぜそう言えるのか、理由を書きなさい。

問2 P , Q が出発してから x 秒後の四面体 $BEPQ$ の体積を $y\text{ cm}^3$ とし、 P , Q が出発してから停止するまでの、 y の変化の様子について調べたい。次の(1)~(3)の問いに答えなさい。

(1) P , Q の位置に着目して、次のⅠ~Ⅲの 3 つの場合に分けて考えた。 ア , イ に適する記号をそれぞれ入れなさい。

Ⅰ P が辺 BC 上にあり、 Q が辺 BA 上にあるとき

Ⅱ P が辺 ア 上にあり、 Q が辺 イ 上にあるとき

Ⅲ P が辺 CD 上にあり、 Q が辺 AC 上にあるとき

(2) (1)のⅠのとき、 y を x の式で表しなさい。

(3) P , Q が出発してから停止するまでの、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

問1	[理由]		
問2	(1)	ア	
		イ	
	(2)		
	(3)		

解答

問1

〔理由〕

Pの動く距離は $3+6=9$ cm である。

また△ABCにおいて三平方の定理より

$$AC^2=AB^2+BC^2=4^2+3^2=25$$

$AC>0$ より $AC=5$ cm である。

よって Qの動く距離は、 $4+5=9$ cm となる。

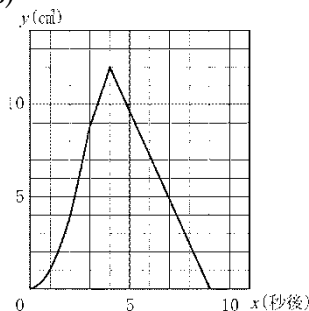
したがって P, Q は同時に出発し、ともに毎秒 1 cm の速さで同じ距離を動くから。

問2

(1) ア CD イ BA

(2) $y=x^2$

(3)



解説

問1

Pが動く距離は $BC+CD=3+6=9$ cm

Pは毎秒 1 cm の速さで進むので P が停止するのはスタートしてから $9\div 1=9$ 秒後

△ABCにおいて $\angle ABC=90^\circ$ より、三平方の定理から $AC=\sqrt{3^2+4^2}=5$ cm

よって Qが動く距離は、 $BA+AC=4+5=9$ cm

Qも毎秒 1 cm の速さで進むので Q が停止するのはスタートしてから $9\div 1=9$ 秒後

したがって同時にスタートした P と Q は 9 秒後に同時に停止する。

問2

(1)

Iで、 $0\leq x\leq 3$ のとき P は BC 上、Q は BA 上にある。

IIで、 $3\leq x\leq 4$ のとき P は CD 上、Q は BA 上にある。

IIIで、 $4\leq x\leq 9$ のとき P は CD 上、Q は AC 上にある。

(2)

$0\leq x\leq 3$ のとき、四面体 BEPQ は底面を△QBP、高さを辺 BE とする三角すいになる。

よって四面体 BEPQ の体積 $y=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times BP\times BQ\times BE=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times x\times x\times 6=x^2$

したがって $y=x^2$

(3)

(2)より $0\leq x\leq 3$ で $y=x^2$ のグラフをかく。

次に $3\leq x\leq 4$ のとき四面体 BEPQ は底面を△BPE、高さを BQ とする三角すいになる。

よって $y=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times BE\times BC\times BQ=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 6\times 3\times x=3x$

したがって $3\leq x\leq 4$ で $y=3x$ のグラフをかく。

さらに $4\leq x\leq 9$ のとき Q から BC に垂線をひき交点を H とする。

四面体 BEPQ は底面を△PBE、高さを QH とする三角すいになる。

△CABにおいて $QH\parallel AB$ だから $QH:AB=CQ:CA$ $QH:4=(9-x):5$ $QH=\frac{4(9-x)}{5}$ cm

よって $y=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times BE\times BC\times QH=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 6\times 3\times \frac{4(9-x)}{5}=-\frac{12}{5}x+\frac{108}{5}$

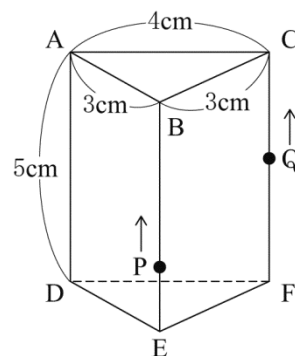
したがって $4\leq x\leq 9$ のとき $y=-\frac{12}{5}x+\frac{108}{5}$ のグラフをかく。

【問 111】

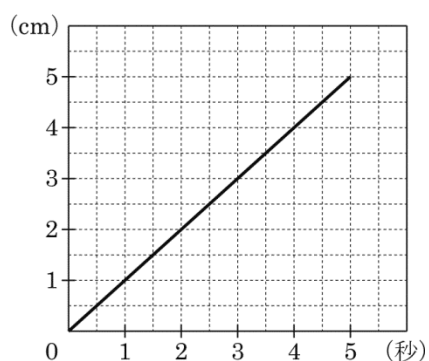
右の図のように、 $AB=BC=3\text{ cm}$ 、 $AC=4\text{ cm}$ 、 $AD=5\text{ cm}$ の三角柱がある。点 P は、 E を出発して辺 BE 上を毎秒 1 cm の速さで動き、 B で停止する。点 Q は、 F を出発して辺 CF 上を毎秒 2 cm の速さで動き、 C で折り返して F にもどったところで停止する。

2 点 P 、 Q が同時に出発し、出発してから時間を x 秒 ($0 \leq x \leq 5$) とする。このとき、次の問いに答えよ。

(福井県 2015 年度)



問1 下の図は点 P が出発してから時間と、点 P と底面 DEF との距離の関係を表すグラフである。この図に、点 Q が出発してから時間と、点 Q と底面 DEF との距離の関係を表すグラフをかき入れよ。



問2 点 P と底面 DEF との距離と、点 Q と底面 DEF との距離の差が 2 cm となる x の値をすべて求めよ。

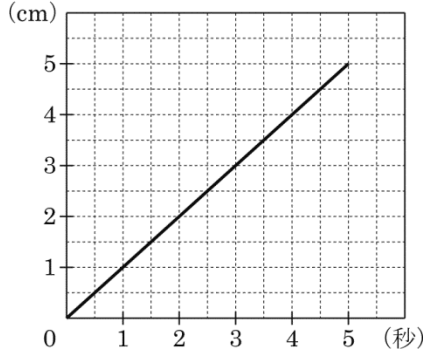
問3 2 点 P 、 Q 間の距離の 2 乗を PQ^2 と表すとき、次の各場合について、 PQ^2 を x を用いて表せ。

(1) $0 \leq x \leq \frac{5}{2}$ のとき

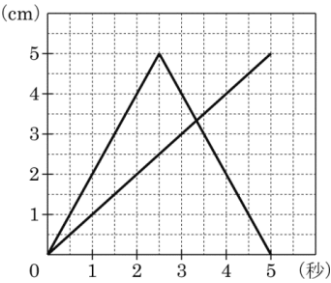
(2) $\frac{5}{2} \leq x \leq 5$ のとき

問4 $\angle DPQ=90^\circ$ となる x の値をすべて求めよ。

解答欄

問1		
問2	$x=$	
問3	(1)	$PQ^2=$
	(2)	$PQ^2=$
問4	$x=$	

解答
問1



問2 $x=2, \frac{8}{3}, 4$

問3 (1) $PQ^2=x^2+9$ (2) $PQ^2=9x^2-60x+109$

問4 $x=1, \frac{5+\sqrt{22}}{3}$

解説

問1

$0 \leq x \leq \frac{5}{2}$ のとき、点 Q は CF 上を F から C に移動する。

このとき、点 Q と底面 DEF との距離は $2x$ cm と表せる。

$\frac{5}{2} \leq x \leq 5$ のとき、点 Q は CF 上を C から F に移動する。

このとき点 Q と底面 DEF との距離は $10 - 2x$ cm と表せる。

よって $(0, 0)$ から $\left(\frac{5}{2}, 5\right)$ まで直線で結び $\left(\frac{5}{2}, 5\right)$ から $(5, 0)$ まで直線で結ぶ。

問2

点 P と点 Q の差が 2cm となるのはグラフより 3 か所ある。

$0 \leq x \leq \frac{5}{2}$ のとき $2x - x = 2 \quad x = 2$

$\frac{5}{2} \leq x \leq 5$ で Q が P の上部にあるとき $10 - 2x - x = 2 \quad x = \frac{8}{3}$

P が Q の上部にあるとき $x - (10 - 2x) = 2 \quad x = 4$

よってまとめると $x = 2, \frac{8}{3}, 4$

問3

(1)

P から CF に垂線をひき交点を H とする。

$0 \leq x \leq \frac{5}{2}$ のとき $\triangle PQH$ において

三平方の定理より $PQ^2 = PH^2 + QH^2 = 3^2 + (2x - x)^2 = x^2 + 9$

(2)

$\frac{5}{2} \leq x \leq 5$ のとき Q が P の上部にあるとき $PQ^2 = PH^2 + QH^2 = 3^2 + (10 - 2x - x)^2 = 9x^2 - 60x + 109$

P が Q の上部にあるとき $PQ^2 = PH^2 + QH^2 = 3^2 + (x - 10 + 2x)^2 = 9x^2 - 60x + 109$

よって $PQ^2 = 9x^2 - 60x + 109$

問4

$0 \leq x \leq \frac{5}{2}$ のとき三平方の定理より $DP^2 = 3^2 + x^2 = 9 + x^2 \quad DQ^2 = 4^2 + (2x)^2 = 16 + 4x^2$

$\angle DPQ = 90^\circ$ より $DQ^2 = DP^2 + PQ^2$ だから、 $16 + 4x^2 = 9 + x^2 + x^2 + 9 \quad 2x^2 = 2 \quad x^2 = 1 \quad x = \pm 1$

$0 \leq x \leq \frac{5}{2}$ より $x = 1$

$\frac{5}{2} \leq x \leq 5$ のとき $DP^2 = 9 + x^2 \quad DQ^2 = 4^2 + (10 - 2x)^2 = 4x^2 - 40x + 116$

$\angle DPQ = 90^\circ$ より $DQ^2 = DP^2 + PQ^2$ だから

$4x^2 - 40x + 116 = 9 + x^2 + 9x^2 - 60x + 109$

$6x^2 - 20x + 2 = 0$

$3x^2 - 10x + 1 = 0$

解の公式を利用して

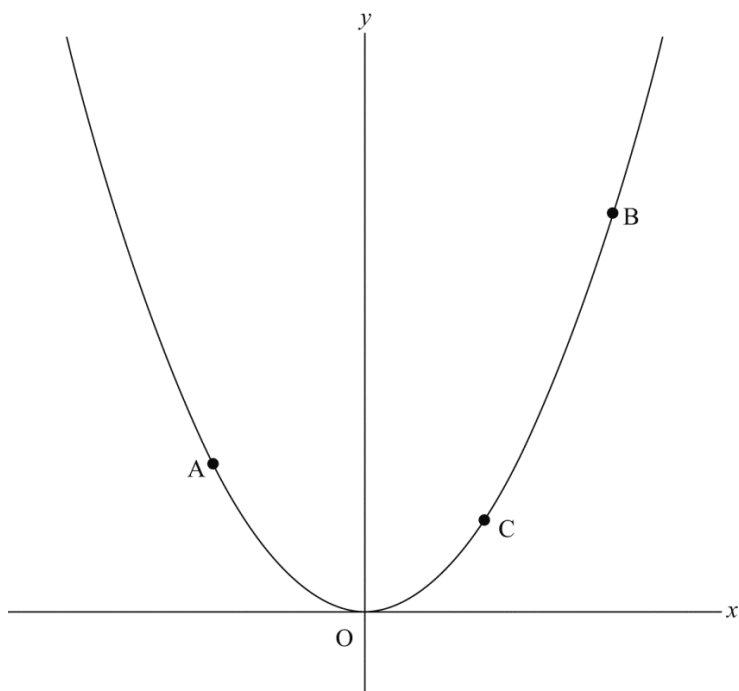
$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3} \\ &= \frac{10 \pm \sqrt{88}}{6} = \frac{10 \pm 2\sqrt{22}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{22}}{3} \end{aligned}$$

$\frac{5}{2} \leq x \leq 5$ より $x = \frac{5 + \sqrt{22}}{3}$

よって $x = 1, \frac{5 + \sqrt{22}}{3}$

【問 112】

下の図のように、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 2 点 $A(-4, 4)$, $B(6, 9)$ があります。また、このグラフ上を $x > 0$ の範囲で動く点 C があります。



これについて、次の問1・問2に答えなさい。

(広島県 2015 年度)

問1 この関数について、 x の変域が $-4 \leq x \leq 6$ のとき、 y の変域を求めなさい。

問2 $AB \parallel OC$ となるときの、点 C の x 座標を求めなさい。

解答欄

問1	$\leq y \leq$
問2	

解答

問1 $0 \leq y \leq 9$

問2 2

解説

問1

$y = \frac{1}{4}x^2$ において $-4 \leq x \leq 6$ のとき y の値は

$x=0$ のとき $y=0$ で最小となり

$x=6$ のとき $y=9$ で最大となる。

よって y の変域は $0 \leq y \leq 9$

問2

直線 AB の傾きを求める。

A(-4, 4), B(6, 9) より $\frac{9-4}{6-(-4)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

AB // OC より, 直線 OC は $y = \frac{1}{2}x$

C の x 座標を t とすると, C の y 座標は, $\frac{1}{2}t$ であり $\frac{1}{4}t^2$ である。

よって $\frac{1}{2}t = \frac{1}{4}t^2$

$$t^2 - 2t = 0$$

$$t(t-2) = 0$$

$$t = 0, 2$$

$t > 0$ だから

$$t = 2$$

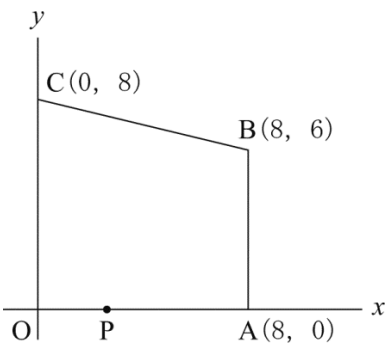
【問 113】

右の図のように、4 点 $O(0, 0)$, $A(8, 0)$, $B(8, 6)$, $C(0, 8)$ を頂点とする台形 $OABC$ があり、点 P は、3 辺 OA , AB , BC 上を動く。

次の問1～問3に答えなさい。

(山口県 2015 年度)

問1 点 P の座標が $(3, 0)$ のとき、2 点 B , P を通る直線の傾きを求めなさい。



問2 点 P が辺 AB 上にあり、 $\triangle OPC$ が $OP=CP$ の二等辺三角形となるとき、線分 OP の長さを求めなさい。

問3 3 辺 OA , AB , BC 上を動く点 P について、 $\triangle OPC$ の面積が、台形 $OABC$ の面積の $\frac{1}{2}$ となる点 P の座標は 2 つある。この 2 つの点 P の座標を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	$P\left(\quad, \quad \right), P\left(\quad, \quad \right)$

解答

問1 $\frac{6}{5}$

問2 $4\sqrt{5}$

問3 $P(7, 0), P\left(7, \frac{25}{4}\right)$

解説

問1

$B(3, 0), P(8, 6)$ のとき、直線 BP の傾きは $\frac{6-0}{8-3} = \frac{6}{5}$

問2

点 P が辺 AB 上にあり△OPC が OP=CP の二等辺三角形のとき

点 P から辺 OC に垂線をひき、交点を H とすると

$OH=CH=8\div 2=4$

よって $H(0, 4) \quad P(8, 4)$

三平方の定理より $OP=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$

問3

台形 OABC の面積は $\frac{1}{2} \times (6+8) \times 8=56$ より

その面積の $\frac{1}{2}$ は $\frac{56}{2}=28$

点 P の x 座標を t とする。

$\triangle OPC=\frac{1}{2} \times t \times 8=4t$

$\triangle OPC=28$ より

$4t=28$

$t=7$

$t=7$ となるのは点 P が辺 OA 上にあるときと

点 P が辺 BC 上にあるときの 2 つある。

点 P が OA 上にあるとき、 $P(7, 0)$

点 P が辺 BC 上にあるとき、直線 BC の式を求めると $y=-\frac{1}{4}x+8$ より

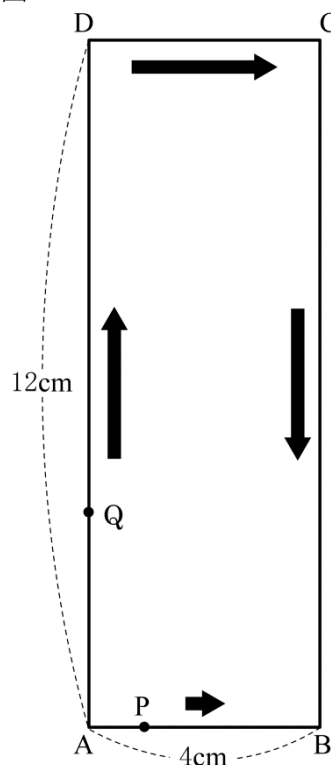
点 P の y 座標は $y=-\frac{1}{4} \times 7+8=\frac{25}{4}$

よって $P\left(7, \frac{25}{4}\right)$

【問 114】

図のように、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $AD=12\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。点 P は毎秒 1 cm の速さで辺 AB 上を A から B まで動き、 B に到達したあとは動かないものとする。また、点 Q は点 P と同時に A を出発し、毎秒 4 cm の速さで辺上を A から D 、 C の順に通って B まで動き、 B に到達したあとは動かないものとする。2 点 P 、 Q が A を同時に出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。このとき、次の問いに答えなさい。

図



(長崎県 2015 年度)

問1 $x=2$ のとき、線分 AQ の長さは何 cm か。

問2 $x=5$ のとき、 y の値を求めよ。

問3 次の(1)、(2)の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{オ}}$ にあてはまる数または式を答えよ。

(1) 点 Q が A から D まで動くのは、

$\boxed{\text{ア}} \leq x \leq \boxed{\text{イ}}$ のときである。

このとき、 y を x の式で表すと、 $y = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) 点 Q が D から C まで動くのは、

$\boxed{\text{イ}} \leq x \leq \boxed{\text{エ}}$ のときである。

このとき、 y を x の式で表すと、 $y = \boxed{\text{オ}}$ である。

問4 $\triangle APQ$ の面積が 6 cm^2 となるときの x の値をすべて求めよ。

解答欄

問1	cm		
問2	y=		
問3	(1)	(ア)	
		(イ)	
		(ウ)	
	(2)	(エ)	
		(オ)	
問4			

解答

問1 8cm

問2 $y=16$

問3

(1)

(ア) 0 (イ) 3 (ウ) $2x^2$

(2)

(エ) 4 (オ) $6x$

問4 $\sqrt{3}$, $\frac{25}{4}$

解説

問1

$x=2$ のとき, $AQ=4 \times 2=8\text{cm}$

問2

$x=5$ のとき, 点 P は B の位置にあり $AP=4\text{cm}$

点 Q は辺 CB 上にあり $BQ=28-4 \times 5=8\text{cm}$

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times QB = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16\text{cm}^2$$

よって $y=16$

問3

(1)

$12 \div 4=3$ より, 点 Q は A から D まで 3 秒かけて移動する。

よって点 Q が A から D まで動くのは $0 \leq x \leq 3$ のとき。

このとき点 P は辺 AB 上を移動し $AP=x\text{ cm}$ である。

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times AQ = \frac{1}{2} \times x \times 4x = 2x^2$$

よって $y=2x^2$

(2)

点 Q が D から C まで, $4 \div 4=1$ 秒かけて移動する。

よって点 Q が D から C まで動くとき $3 \leq x \leq 4$ である。

このとき点 P は辺 AB 上を移動し $AP=x\text{ cm}$ である。

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times AD$$

$$= \frac{1}{2} \times x \times 12 = 6x$$

よって $y=6x$

問4

$0 \leq x \leq 3$ のとき $y=2x^2$

$\triangle APQ$ が 6 cm^2 より $6=2x^2$ $x^2=3$ $x=\pm\sqrt{3}$ $0 \leq x \leq 3$ より $x=\sqrt{3}$

$3 \leq x \leq 4$ のとき $y=6x$

$\triangle APQ$ が 6 cm^2 より $6=6x$ $x=1$ $3 \leq x \leq 4$ より問題に合わない。

次に点 Q が C から B まで移動するとき $4 \leq x \leq 7$

このとき $AP=AB=4\text{cm}$ $QB=28-4x\text{ cm}$

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times QB = \frac{1}{2} \times 4 \times (28-4x) = 56-8x \quad y = -8x+56$$

$\triangle APQ$ が 6 cm^2 となるのは

$$6 = -8x + 56$$

$$8x = 50 \quad x = \frac{25}{4}$$

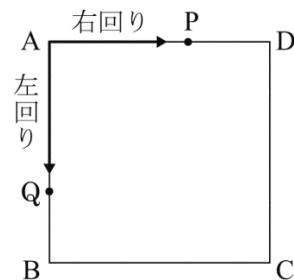
$4 \leq x \leq 7$ より

$$x = \frac{25}{4}$$

よって問題に合うのは $x = \sqrt{3}$, $\frac{25}{4}$

【問 115】

右の図は、1 辺の長さが 6 cm の正方形 ABCD である。点 P は A を出発し、正方形の边上を毎秒 a cm の速さで右回りに移動する。点 Q は点 P と同時に A を出発し、正方形の边上を毎秒 1 cm の速さで左回りに移動する。2 点 P, Q は出会うまで移動し、出会ったところで停止する。このとき、次の問1～問3に答えなさい。



(鹿児島県 2015 年度)

問1 6 秒後に点 P と点 Q が出会った。このとき、 a の値を求めよ。

問2 $0 < a < 1$ のとき、4 秒後の線分 PQ の長さが 5 cm となった。このとき、 a の値を求めよ。

問3 $a = 2$ のとき、2 点 P, Q が A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を y cm² とする。2 点 P, Q が A の位置にあるときと出会ったときは、 $y = 0$ とする。次の(1)～(3)の問いに答えよ。

(1) $x = 5$ のとき、 y の値を求めよ。

(2) 下の表は、2 点 P, Q が A を出発してから出会うまでの x と y の関係を式に表したものである。

a ～ c にそれぞれあてはまる数または式を書け。

x の変域	式
$0 \leq x \leq 3$	$y = \text{b}$
$3 \leq x \leq \text{a}$	$y = 3x$
$\text{a} \leq x \leq 8$	$y = \text{c}$

(3) 点 P が A から C まで移動するとき、 $\triangle APQ$ の面積と $\triangle BCQ$ の面積の比が 8:3 となるのは、2 点 P, Q が A を出発してから何秒後か。ただし、 x についての方程式と計算過程も書くこと。

解答欄

問1	$a=$		
問2	$a=$		
問3	(1)	$y=$	
	(2)	a	
		b	
		c	
	(3)	〔式と計算〕	
		答	秒後

解答

問1 $a=3$

問2 $a=\frac{3}{4}$

問3

(1) $y=15$

(2) a 6 b x^2 c $-9x+72$

(3)

〔式と計算〕

点 P が A から C まで移動するとき, $0 \leq x \leq 6$

$\triangle BCQ$ の面積は $\frac{1}{2} \times 6 \times (6-x) = 18 - 3x \text{ cm}^2$ であるから

(ア)

$0 \leq x \leq 3$ のとき

$$x^2 : (18 - 3x) = 8 : 3$$

$$3x^2 = 144 - 24x$$

$$x^2 + 8x - 48 = 0$$

$$(x+12)(x-4) = 0$$

$$x = -12, 4$$

$0 \leq x \leq 3$ より不適

(イ)

$3 \leq x \leq 6$ のとき

$$3x : (18 - 3x) = 8 : 3$$

$$9x = 144 - 24x$$

$$33x = 144$$

$$x = \frac{48}{11}$$

$3 \leq x \leq 6$ より適している。

答 $\frac{48}{11}$ 秒後

解説

問1

6秒間に点P, 点Qが進んだ道のりの和が正方形の周の長さの24cmになるから

$$6a + 6 = 24$$

$$6a = 18$$

$$a = 3$$

問2

$0 < a < 1$ のとき4秒後点PはAD上, 点Qは頂点B上にある。

$\triangle APQ$ において三平方の定理より

$$(4a)^2 + 4^2 = 5^2$$

$$16a^2 = 9$$

$$a^2 = \frac{9}{16}$$

$a > 0$ より,

$$a = \frac{3}{4}$$

問3

(1)

$x = 5$ のとき, 点Pは $2 \times 5 = 10$ cm 進むので, DC 上の $DP = 4$ cm の位置にある。

点Qは5cm進むのでAB上の $AQ = 5$ cm の位置にある。

$$\text{このとき } y = \frac{1}{2} \times AQ \times AD = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$$

(2)

点PがAD上の $AP = 2x$ cm の位置にあり

点QがAB上の $AQ = x$ cm の位置にあるとき, $0 \leq x \leq 3$ となる。

$$\text{このとき } y = \triangle APQ = \frac{1}{2} \times 2x \times x = x^2$$

点PがDC上の $DP = 2x - 6$ cm の位置にあり

点QがAB上の $AQ = x$ cm の位置にあるとき $3 \leq x \leq 6$ となる。

$$\text{このとき } y = \triangle APQ = \frac{1}{2} \times x \times 6 = 3x$$

点PがCB上の $CP = 2x - 12$ cm の位置にあり

点QがBC上の $BQ = x - 6$ cm の位置にあるとき $6 \leq x \leq 8$ となる。

$$\text{このとき } y = \triangle APQ = \frac{1}{2} \times \{6 - (x - 6) - (2x - 12)\} \times 6 = -9x + 72$$

(3)

点PがAからCまで移動するときなので $0 \leq x \leq 6$ のときを考える。

点QはAからBまで移動する。

$$\text{このとき } \triangle BCQ = \frac{1}{2} \times 6 \times (6 - x) = 18 - 3x \text{ cm}^2$$

$0 \leq x \leq 3$ のとき

$$x^2 : (18 - 3x) = 8 : 3$$

$$3x^2 = 8(18 - 3x)$$

これを解いて $x = -12, 4$

$0 \leq x \leq 3$ より問題に合わない。

$3 \leq x \leq 6$ のとき

$$3x : (18 - 3x) = 8 : 3$$

$$9x = 8(18 - 3x)$$

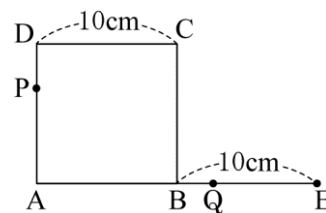
$$\text{これを解いて } x = \frac{48}{11}$$

$3 \leq x \leq 6$ より問題に合う。

よって $\frac{48}{11}$ 秒後。

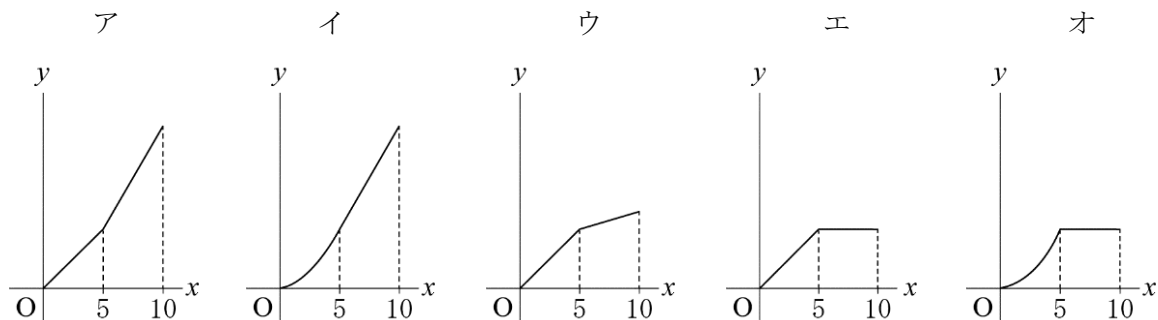
【問 116】

右の図のように、1 辺が 10 cm の正方形 ABCD があります。頂点 B から辺 AB を 10cm 延長したところに点 E をとり、辺 AD, 線分 AE 上にそれぞれ点 P, Q を、 $2AP=AQ$ となるようにとります。



AP の長さを x cm とし、正方形 ABCD と直角三角形 APQ が重なってできる部分の面積を y cm² とします。このときの x と y の関係を表したグラフとして最も適当なものを、次のア～オから選びなさい。ただし、点 O は原点とします。

(北海道 2016 年度)



解答欄

解答

イ

解説

$0 < x \leq 5$ のとき、点 Q は線分 AB 上にあるので $y = \frac{1}{2}x \times 2x = x^2$

$5 < x \leq 10$ のとき PQ と CB の交点を R とすると

$\triangle PAQ \sim \triangle RBQ$ より

$x:RB=2x:(2x-10)$

$RB=x-5$, $BQ=2x-10$ なので

$y = x^2 - \frac{1}{2} \times (x-5) \times (2x-10) = 10x - 25$

よって求めるグラフはイ

【問 117】

図1の正方形 ABCD は、1 辺の長さが 6 cm である。点 P、Q は、同時にそれぞれ点 A、B を出発し、点 P は正方形の辺上を点 B を通って点 C に向かって毎秒 p cm、点 Q は正方形の辺上を点 C、D の順に通って点 A まで毎秒 1 cm の速さで動くものとする。点 P、Q が出発してから、 x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を y cm^2 とする。また、図2は、点 Q が点 A まで動いたとき、 x と y の関係を表したグラフの一部である。次の問1～問3に答えなさい。

(青森県 2016 年度)

図1

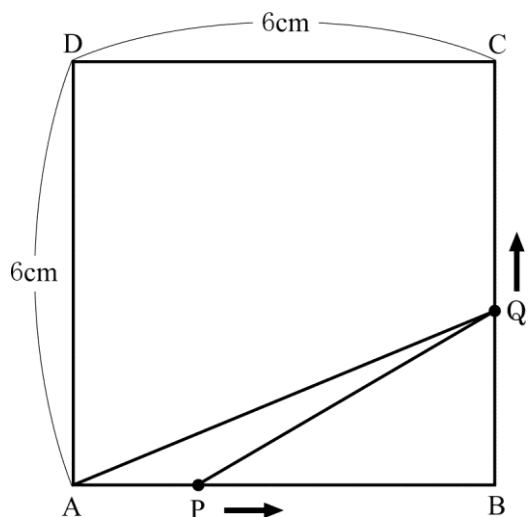
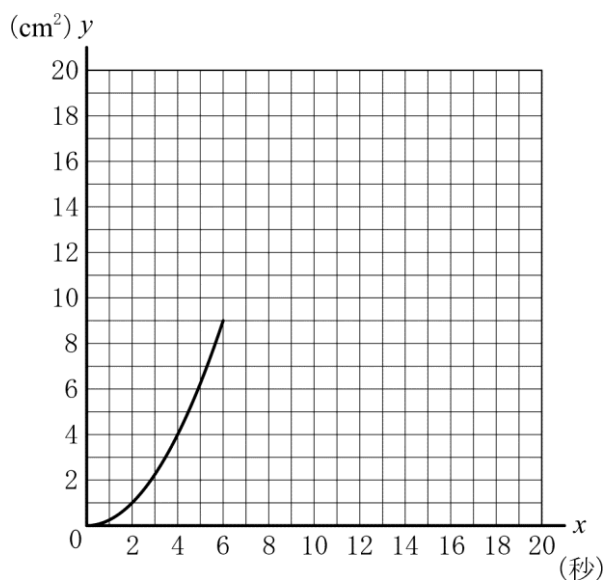


図2



問1 $0 \leq x \leq 6$ のとき、次の(1)、(2)に答えなさい。

(1) 図2は、関数 $y = ax^2$ のグラフである。このとき、 a の値を求めなさい。

(2) p の値を求めなさい。

問2 $6 \leq x \leq 12$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

問3 点 Q が点 A まで動くとき、 x と y の関係を表すグラフを図2にかき加えなさい。

解答欄

問1

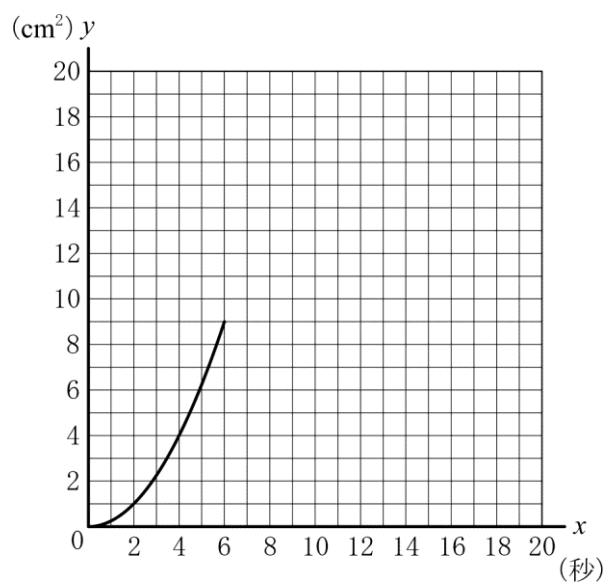
(1)

$a =$

(2)

$p \equiv$

問2



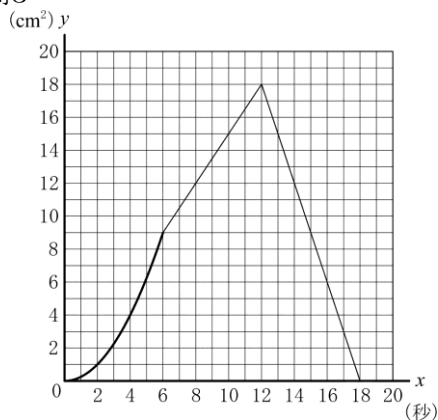
解答

問1

$$(1) a = \frac{1}{4} \quad (2) p = \frac{1}{2}$$

$$\text{問2 } y = \frac{3}{2}x$$

問3



解説

問1

(1)

図2より $x=6$ のとき $y=9$ であるから

これらを $y=ax^2$ に代入して $9=a \times 6^2$ より $a = \frac{1}{4}$

(2)

$0 \leq x \leq 6$ のとき、点 P は辺 AB 上、点 Q は辺 BC 上にある。

AP = px cm, BQ = x cm より $y = \frac{1}{2}px^2$ となる。

$$\text{アより } \frac{1}{2}p = \frac{1}{4}$$

$$p = \frac{1}{2}$$

問2

$6 \leq x \leq 12$ のとき、点 P は辺 AB 上、点 Q は辺 CD 上にある。

$\triangle APQ$ は底辺 AP = $\frac{1}{2}x$ cm, 高さ 6 cm の三角形となるから

$$y = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}x \times 6 \text{ より } y = \frac{3}{2}x$$

問3

$12 \leq x \leq 18$ のとき、点 P は辺 BC 上、点 Q は辺 DA 上にある。

$\triangle APQ$ は底辺 AQ = $6 - (x - 12) = 18 - x$ cm, 高さ 6 cm の三角形となるから

$$y = \frac{1}{2} \times (18 - x) \times 6 \text{ より } y = -3x + 54 \text{ である。}$$

問2より $6 \leq x \leq 12$ のとき $y = \frac{3}{2}x$ の直線を

$12 \leq x \leq 18$ のとき $y = -3x + 54$ の直線を

図2にかき加えればよい。

【問 118】

下の図1のように、 $AB=7\text{ cm}$ 、 $AD=3\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ と、 $EF=FG=6\text{ cm}$ の直角二等辺三角形 EFG がある。2 つの辺 BC 、 EF は直線 ℓ 上にあり、点 C と点 E は重なっている。図1の状態から、長方形 $ABCD$ を、直線 ℓ に沿って矢印 (→) の方向に移動させ、点 C が点 F と重なったとき移動をやめる。

図2は、長方形 $ABCD$ を途中まで移動させた様子を表したものである。

2 点 C 、 E の間の距離を $x\text{ cm}$ 、長方形 $ABCD$ と直角二等辺三角形 EFG の重なる部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の問1、問2に答えなさい。

ただし、点 C と点 E が重なっているときは、 $x=0$ 、 $y=0$ とする。

(千葉県 2016 年度 後期)

図1

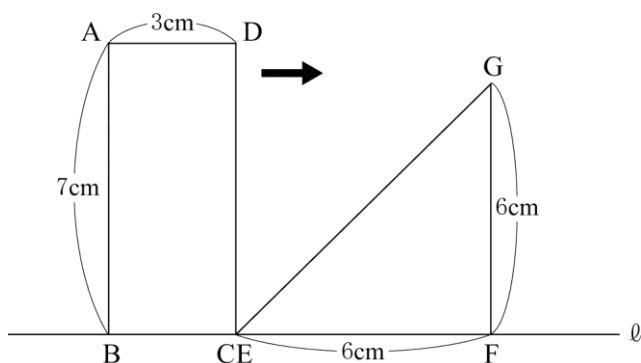
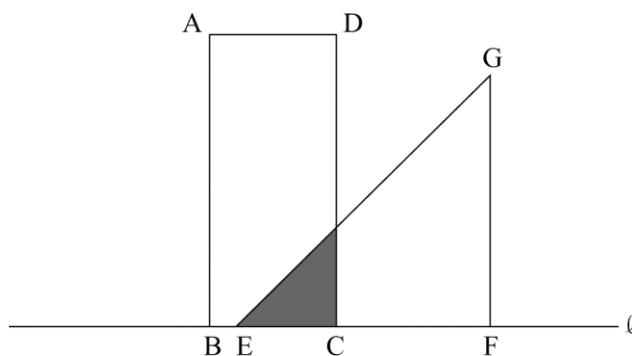


図2



問1 $0 \leq x \leq 3$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

問2 y の最大値を M とする。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) M の値を求めなさい。

(2) $y = \frac{M}{2}$ となる x の値を求めなさい。

解答欄

問1	$y =$			
問2	(1)	$M =$	(2)	$x =$

解答

問1 $y = \frac{1}{2}x^2$

問2

(1) $M = \frac{27}{2}$ (2) $x = \frac{15}{4}$

解説

問1

$0 \leq x \leq 3$ のとき y は図2のような直角二等辺三角形の面積であるから $y = \frac{1}{2}x^2$ となる。

問2

(1)

$0 \leq x \leq 3$ のとき問1より y は $x=3$ で最大値

$$y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2} \text{ をとる。}$$

$3 \leq x \leq 6$ のとき y は右の図のような台形の面積で

$CI = CE = x$, $BE = BH = x - 3$ であるから

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}(x-3)^2 = 3x - \frac{9}{2}$$

これは $x=6$ で最大値 $y = 3 \times 6 - \frac{9}{2} = \frac{27}{2}$ をとる。

よって $M = \frac{27}{2}$ である。

(2)

$$\frac{M}{2} = \frac{27}{4}$$

$0 \leq x \leq 3$ のとき

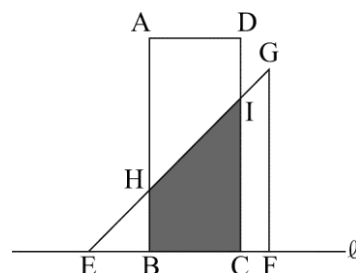
$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{27}{4} \text{ より } x = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

$2 < \sqrt{6} < 3$ で $3 < \frac{3\sqrt{6}}{2} < \frac{9}{2}$ であるから $0 \leq x \leq 3$ を満たさない。

$3 \leq x \leq 6$ のとき

$$3x - \frac{9}{2} = \frac{27}{4} \text{ より } x = \frac{15}{4}$$

これは $3 \leq x \leq 6$ を満たすから $x = \frac{15}{4}$ である。



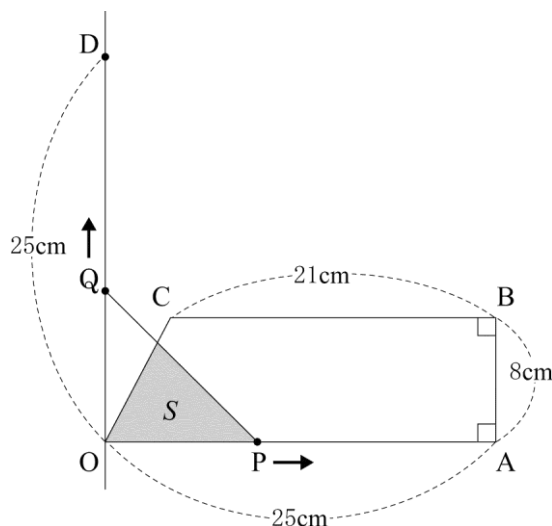
【問 119】

右の図のような、 $OA \parallel CB$ である台形 $OABC$ があり、 $OA=25$ cm, $AB=8$ cm, $BC=21$ cm, $\angle OAB = \angle ABC = 90^\circ$ である。

点 O を通り、線分 OA に垂直な直線をひく。この直線上に、直線 OA について 2 点 B, C と同じ側に $OD=25$ cm となる点 D をとる。

点 P は、点 O を出発して、毎秒 1 cm の速さで、線分 OA 上を点 A まで動く点である。点 Q は、点 O を点 P と同時に出発して、 $OQ = OP$ となるように、線分 OD 上を動く点である。

2 点 P, Q が点 O を出発してから x 秒後に、台形 $OABC$ を線分 PQ が分けてできる図形のうち、点 O を含む図形を S とするとき、次の(1)～(3)の問いに答えよ。



(香川県 2016 年度)

- (1) 点 P が点 O を出発してから 25 秒後にできる図形 S の面積は何 cm^2 か。
- (2) $0 \leq x \leq 12$, $12 \leq x \leq 25$ のそれぞれの場合について、図形 S の面積は何 cm^2 か。それぞれ x を使った式で表せ。
- (3) 点 P が点 O を出発してから点 A まで動く途中の 14 秒間で、図形 S の面積が 6 倍になるのは、点 P が点 O を出発してから何秒後から何秒後までの 14 秒間か。 t 秒後からの 14 秒間として、 t の値を求めよ。 t の値を求める過程も、式と計算を含めて書け。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	$0 \leq x \leq 12$ のとき cm^2
	$12 \leq x \leq 25$ のとき cm^2
(3)	[t の値を求める過程] 答 t の値

解答

(1) 152cm^2

(2)

$0 \leq x \leq 12$ のとき $\frac{x^2}{3} \text{cm}^2$

$12 \leq x \leq 25$ のとき $8x - 48 \text{cm}^2$

(3)

[t の値を求める過程]

点 P が点 O から点 A まで動く 25 秒間の途中の 14 秒間を考えるから
 t の値のとりうる範囲は $0 \leq t \leq 11$ である。

よって t 秒後の図形 S の面積は(2)の結果より

$\frac{t^2}{3} \text{cm}^2$ である。

また t 秒後からさらに 14 秒後は $t+14$ 秒後で $t+14 \geq 14$ である。

よって $t+14$ 秒後の図形 S の面積は

(2)の結果より $8(t+14) - 48 = 8t + 64 \text{cm}^2$ である。

したがって $6 \times \frac{t^2}{3} = 8t + 64$ となる。

整理すると $t^2 - 4t - 32 = 0$ $(t-8)(t+4) = 0$

よって $t=8$ または $t=-4$

$0 \leq t \leq 11$ だから $t=8$ は問題にあうが

$t=-4$ は問題にあわない。

答 t の値 8

解説

(1)

線分 PQ が台形 OABC の辺と交わる点を R とする。

$x=25$ のとき、線分 PQ は線分 AD に重なり、図形 S は台形 OARC となる。

$RB=AB=8 \text{cm}$ より $CR=21-8=13 \text{cm}$

よって求める面積は $\frac{1}{2} \times (13+25) \times 8 = 152 \text{cm}^2$

(2)

辺 BC の延長と線分 OD との交点を E とすると $EC=25-21=4 \text{cm}$

$x=12$ のとき $OQ=12 \text{cm}$ だから $EQ=12-8=4 \text{cm}$

よって $EQ=EC$ となるから、線分 PQ は点 C を通る。

点 R から線分 OA に垂線 RH をひく。

$x=0$ のとき $RH=0 \text{cm}$, $x=12$ のとき $RH=CH=8 \text{cm}$ となるから

$0 \leq x \leq 12$ のとき $RH = \frac{8}{12}x = \frac{2}{3}x \text{cm}$

よって、 $0 \leq x \leq 12$ のときの図形 S の面積は $\triangle ROP = \frac{1}{2} \times x \times \frac{2}{3}x = \frac{x^2}{3} \text{cm}^2$

$12 \leq x \leq 25$ のとき、図形 S は台形 OPRC となり $OP=x \text{cm}$, $CR=x-8-4=x-12 \text{cm}$

よって図形 S の面積は $\frac{1}{2} \times (x+x-12) \times 8 = 8x - 48 \text{cm}^2$

(3)

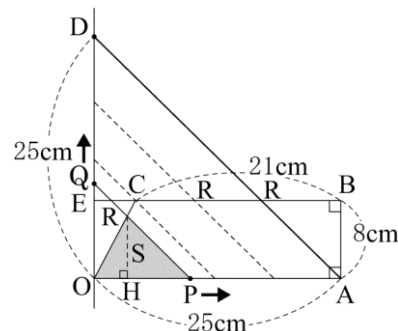
点 P が点 O から点 A まで動く 25 秒間の中の 14 秒間であるから t のとりうる範囲は $0 \leq t \leq 11$

(2)より、図形 S の面積は

t 秒後に $\frac{t^2}{3} \text{cm}^2 \dots \textcircled{1}$

$(t+14)$ 秒後に $8(t+14) - 48 = 8t + 64 \text{cm}^2 \dots \textcircled{2}$

①の 6 倍が②になることから 2 次方程式をつくって解けばよい。



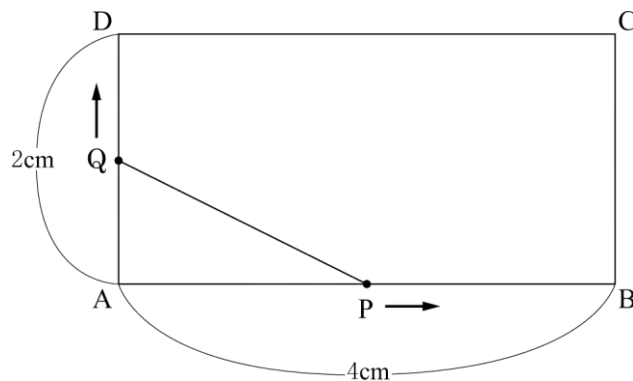
【問 120】

下の図のような $AB=4\text{ cm}$, $AD=2\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ と、辺上を動く点 P , Q がある。点 P , Q は、 A を同時に出発して、それぞれ次のように動く。

【点 P 】 A を出発して毎秒 2 cm の速さで辺 AB 上を B に向かって進み、 B に到着すると、毎秒 2 cm の速さで辺 BA 上を A に向かって進み、 A を出発してから 4 秒後に、 A に戻り停止する。

【点 Q 】 A を出発して毎秒 1 cm の速さで辺 AD 上を D に向かって進み、 D に到着すると、毎秒 2 cm の速さで辺 DC 上を C に向かって進み、 A を出発してから 4 秒後に、 C で停止する。

点 P , Q が A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。ただし、 $x=0, 4$ のとき、 $y=0$ とする。
このとき、次の問いに答えなさい。



(愛媛県 2016 年度)

問1 $x=1$ のときと $x=3$ のときの y の値を、それぞれ求めよ。

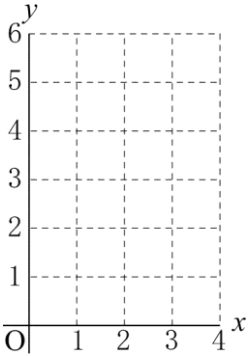
問2 次のそれぞれの場合について、 y を x の式で表し、そのグラフをかけ。

(1) $0 \leq x \leq 2$ のとき

(2) $2 \leq x \leq 4$ のとき

問3 $0 < x < 4$ で、 $\triangle APQ$ が $QA=QP$ の二等辺三角形になるとき、 x の値を求めよ。

解答欄

問1	$x=1$ のとき	$y=$
	$x=3$ のとき	$y=$
問2	(1)	$y=$
	(2)	$y=$
		
問3	$x=$	

解答

問1

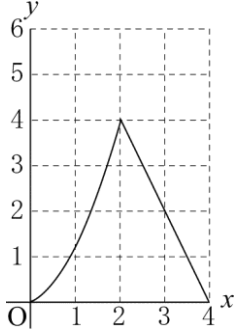
$x=1$ のとき $y=1$

$x=3$ のとき $y=2$

問2

(1) $y=x^2$

(2) $y=-2x+8$



問3 $x=\frac{8}{3}$

解説

問1

$x=1$ のとき $AP=2$ cm, $AQ=1$ cm $\triangle APQ=\frac{1}{2} \times AP \times AQ$ より, $y=\frac{1}{2} \times 2 \times 1=1$

$x=3$ のとき $AP=2$ cm 点 Q は辺 DC 上にあるから, $\triangle APQ=\frac{1}{2} \times AP \times AD$ より, $y=\frac{1}{2} \times 2 \times 2=2$

問2

(1)

$0 \leq x \leq 2$ のとき

点 P は B に向かっていて $AP=2x$ cm

点 Q は辺 AD 上にあり $AD=x$ cm

$\triangle APQ=\frac{1}{2} \times AP \times AD$ より $y=\frac{1}{2} \times 2x \times x=x^2$

(2)

$2 \leq x \leq 4$ のとき

点 P は A に向かっていて $AP=4 \times 2 - 2x = 8 - 2x$ cm

点 Q は辺 DC 上にあるから $\triangle APQ=\frac{1}{2} \times AP \times AD$ より $y=\frac{1}{2} \times (8-2x) \times 2=-2x+8$

問3

$0 < x \leq 2$ のとき $\triangle APQ$ は $\angle A=90^\circ$ の直角三角形で QP はその斜辺だからつねに $QA < QP$

$2 \leq x < 4$ のとき点 Q は辺 DC 上にあるから $QA=QP$ となるのは $AP=2DQ$ の場合。

$AP=(8-2x)$ cm,

$DQ=2(x-2)=2x-4$ cm より

$8-2x=2(2x-4)$

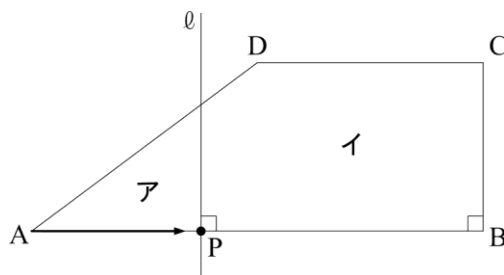
$8-2x=4x-8$

$-6x=-16$

$x=\frac{8}{3}$

【問 121】

右の図は、台形 $ABCD$ で $AB=8\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$, $CD=4\text{ cm}$, $AB\perp BC$, $AB\parallel DC$ である。点 P は A を出発し、毎秒 1 cm の速さで辺 AB 上を B まで動き、 B に到着したら停止する。点 P を通り、辺 AB に垂直な直線を ℓ とする。直線 ℓ が台形 $ABCD$ を 2 つの部分に分けると、 A を含む側をア、 B を含む側をイとする。このとき、次の問1～問3に答えなさい。



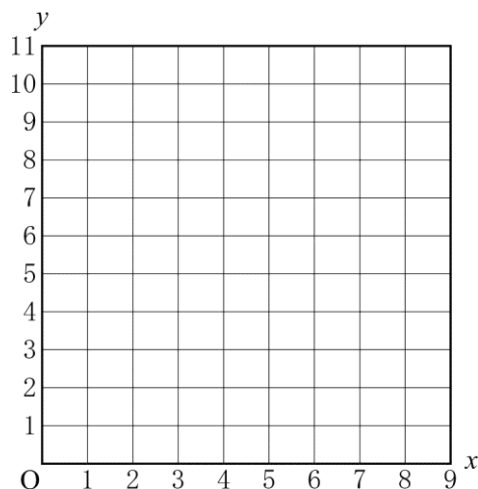
(鹿児島県 2016 年度)

問1 点 P が A を出発してから 4 秒後のアの面積は何 cm^2 か。

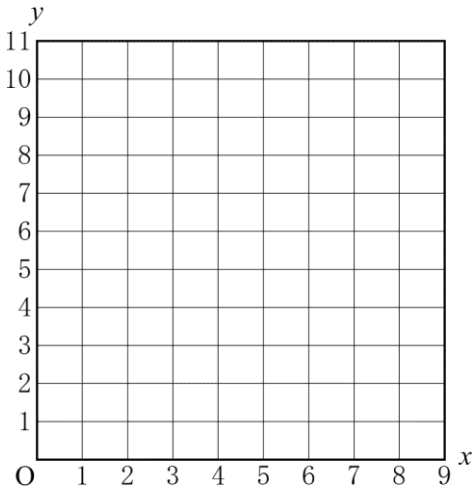
問2 アとイの面積が等しくなるのは、点 P が A を出発してから何秒後か。

問3 点 P が A を出発してから経過した時間を x 秒とすると、次の(1), (2)の問いに答えよ。

- (1) アとイの面積のうち、小さい方を $y\text{ cm}^2$ とする。このとき、 x と y の関係を表すグラフをかけ。ただし、アとイの面積が等しくなるときは、その面積を $y\text{ cm}^2$ とし、点 P が A または B にあり、台形 $ABCD$ を 2 つの部分に分けられないときは $y=0$ とする。



- (2) アとイの面積のうち、大きい方が小さい方の 5 倍になるときの x の値をすべて求めよ。ただし、 x についての方程式と計算過程も書くこと。

問1	cm ²	
問2	秒後	
問3	(1)	
	(2)	[式と計算] 答 $x=$

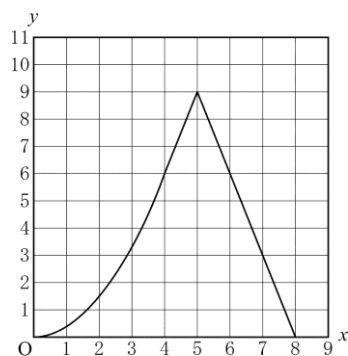
解答

問1 6cm^2

問2 5 秒後

問3

(1)



(2)

〔式と計算〕

小さい方と大きい方の面積の比が $1:5$ となることから

小さい方の面積は台形 ABCD の面積の $\frac{1}{6}$ になる。

台形 ABCD の面積は 18 cm^2 であるから

$$\frac{1}{6} \times 18 = 3\text{ cm}^2$$

(1)のグラフより, $y=3$ となる x の値は

$0 \leq x \leq 4$ に 1 つ

$5 \leq x \leq 8$ に 1 つあることがわかる。

$0 \leq x \leq 4$ のとき

アの面積が小さいので

$$\frac{1}{2} \times x \times \frac{3}{4}x = 3$$

$$x^2 = 8 \text{ より } x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$0 \leq x \leq 4 \text{ より } x = 2\sqrt{2}$$

$5 \leq x \leq 8$ のとき

イの面積が小さいので

$$(8-x) \times 3 = 3$$

$$x = 7$$

これは $5 \leq x \leq 8$ を満たす。

答 $x = 2\sqrt{2}, 7$

解説

問1

4 秒後に $AP=4\text{ cm}$ すなわち直線 ℓ は点 D を通る。

よってアの面積は $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6\text{ cm}^2$

問2

台形 ABCD の面積は $6+4 \times 3 = 18\text{ cm}^2$ この半分は 9 cm^2

よって問1より $6+3\text{ cm}^2$ になればよく $AP=5\text{ cm}$, 5 秒後である。

問3

(1)

ア, イの面積が等しくなるのは 5 秒後なので

$$0 \leq x \leq 4 \text{ のとき } y = \frac{1}{2} \times x \times \frac{3}{4}x = \frac{3}{8}x^2$$

$$4 \leq x \leq 5 \text{ のとき } y = 6 + (x-4) \times 3 = 3x-6$$

$$5 < x \leq 8 \text{ のとき } y = (8-x) \times 3 = 24-3x$$

これをグラフにすると解答例のようになる。

(2)

小さい方の面積は全体 18 cm^2 の $\frac{1}{6}$ になるので 3 cm^2 のときの x の値を求めればよい。

$0 \leq x \leq 4$ のとき

$$\frac{3}{8}x^2 = 3 \text{ より}$$

$$x^2 = 8$$

$$x > 0 \text{ より}$$

$$x = 2\sqrt{2}$$

$5 < x \leq 8$ のとき

$$24 - 3x = 3 \text{ より}$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

【問 122】

図1のように、直角をはさむ2辺の長さが10 cmである直角二等辺三角形ABCと、1辺の長さが10 cmである正方形DEFGが直線 ℓ 上にある。図2のように、正方形は固定し、 $\triangle ABC$ を直線 ℓ にそって矢印の方向に秒速1 cmで移動させる。点Cが点Eの位置にきたときから x 秒後の2つの図形が重なってできる部分の面積を y cm²とするとき、次の問1、問2に答えなさい。

(青森県 2017 年度)

図1

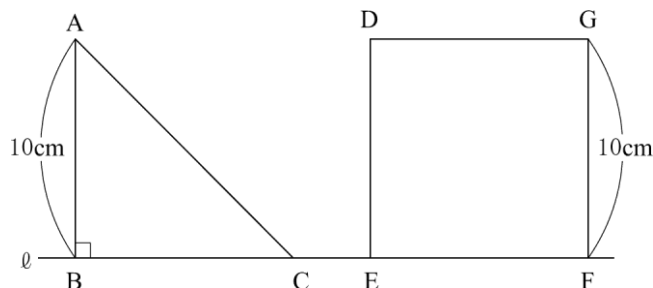
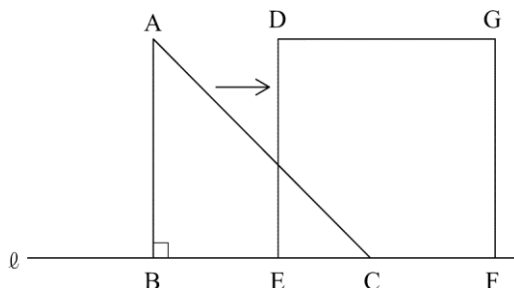


図2



問1 点Cが点Fまで動くとき、次の(1)～(3)に答えなさい。

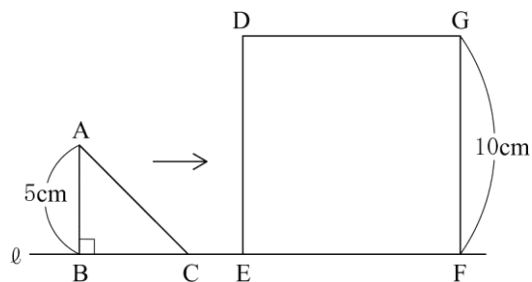
(1) x の変域を求めなさい。

(2) y を x の式で表しなさい。

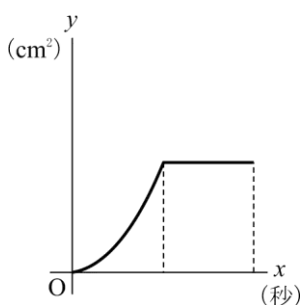
(3) 重なる部分の面積が $\triangle ABC$ の面積の半分になるときの x の値を求めなさい。

問2 図3は、図1の $\triangle ABC$ の直角をはさむ2辺の長さをそれぞれ5 cmに変えたものを表している。点Cが点Eの位置にきたときから点Fまで動くとき、 x と y の関係を表したグラフとして適切なものを、次の①～④の中から1つ選び、その番号を書きなさい。

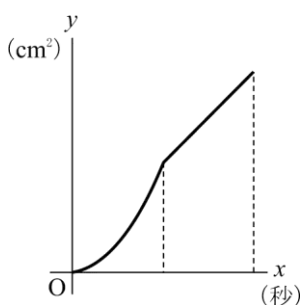
図3



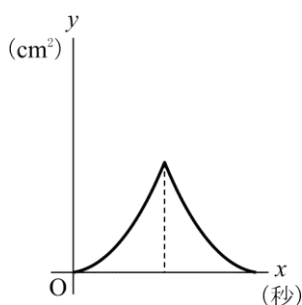
①



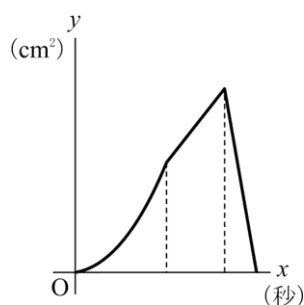
②



③



④



解答欄

問1	(1)	
	(2)	
	(3)	$x=$
問2		

解答

問1

$$(1) \ 0 \leq x \leq 10 \quad (2) \ y = \frac{1}{2}x^2 \quad (3) \ x = 5\sqrt{2}$$

問2 ①

解説

問1

(1)

EF=10cm より, 点 C が点 F の位置にくるのは, 点 C が点 E の位置にきたときから 10 秒後である。
よって, x の変域は, $0 \leq x \leq 10$

(2)

辺 AC と辺 DE の交点を H とすると△HEC は直角二等辺三角形になるから HE=EC= x cm

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2}x^2$$

(3)

△ABC の面積は $\frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50 \text{ cm}^2$ だから, その半分は $50 \div 2 = 25 \text{ cm}^2$

$$y = \frac{1}{2}x^2 \text{ に } y = 25 \text{ を代入して}$$

$$25 = \frac{1}{2}x^2$$

$$x^2 = 50$$

$x > 0$ だから

$$x = 5\sqrt{2}$$

問2

$0 \leq x \leq 5$ のとき問1(2)と同様に考えて $y = \frac{1}{2}x^2$ となる。

$5 \leq x \leq 10$ のとき△ABC 全体が正方形 DEFG と重なるから
2 つの図形が重なってできる部分の面積は△ABC の面積と等しい。

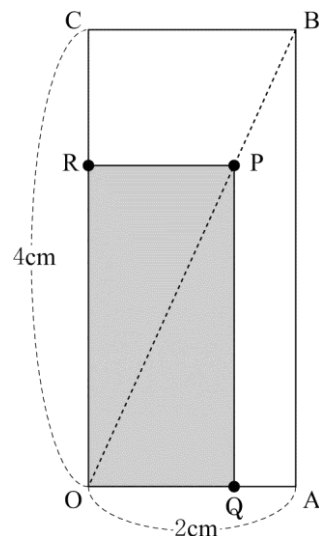
$$\text{よって } \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2} \text{ cm}^2 \text{ より } y = \frac{25}{2} \text{ となる。}$$

したがって点 C が点 E の位置にきたときから点 F まで動くとき
 x と y の関係を表したグラフとして適切なものは①である。

【問 123】

右の図1のような長方形 $OABC$ があり、縦、横の長さはそれぞれ 4 cm 、 2 cm です。対角線 OB 、辺 OA 、辺 OC 上にそれぞれ動く点 P 、 Q 、 R があり、四角形 $OQPR$ は長方形です。

図1



OP の長さが $x\text{ cm}$ のとき、長方形 $OQPR$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とします。

ただし、点 P が点 O の位置にあるとき、 x, y の値はともに 0 とします。

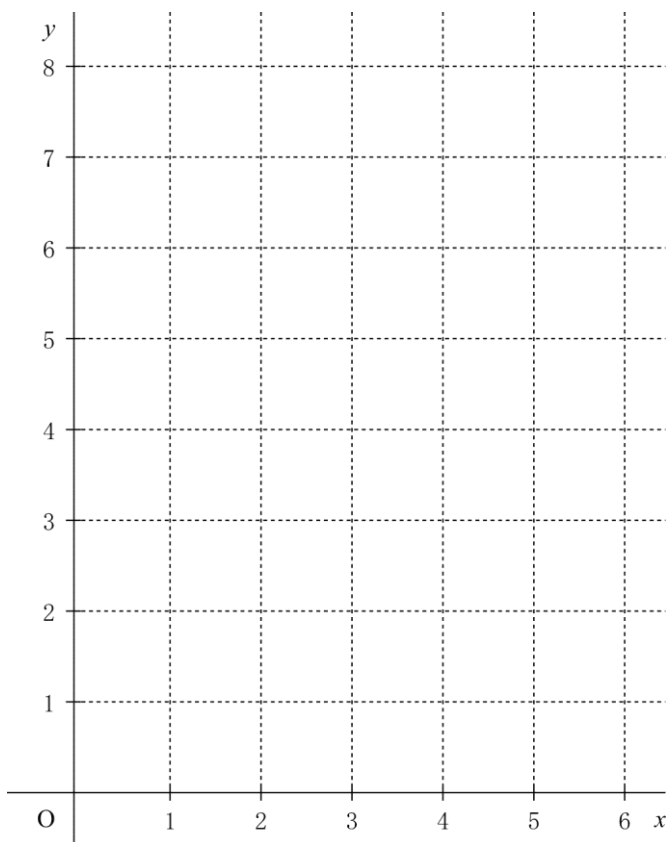
このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(岩手県 2017 年度)

問1 y の最大値を求めなさい。また、そのときの x の値を求めなさい。

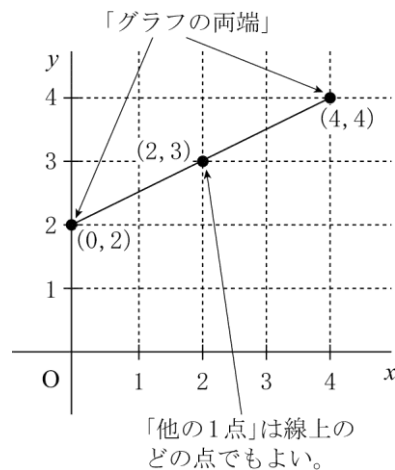
問2 y を x の式で表しなさい。また、長方形 $OQPR$ の面積の変化のようすを表すグラフを、図2にかき入れなさい。そのとき、(例) のように「グラフの両端」と「他の1点」を●印でかき、座標も表しなさい。ただし、●印をかく際、 x 座標、 y 座標のいずれかが整数でない点は、定規やコンパスを用いて作図によって求め、使った線は消さないでおくこと。

図2

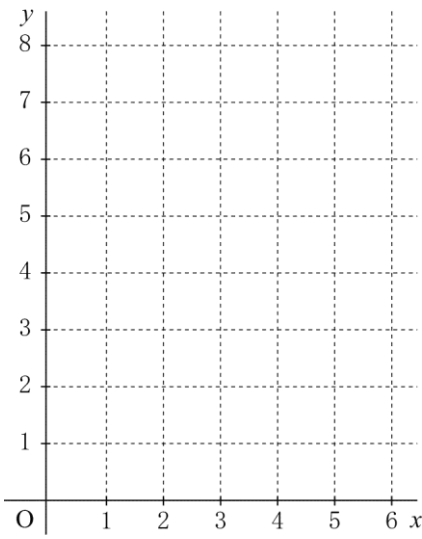


例 x の変域が $0 \leq x \leq 4$ で、

$$\text{式 } y = \frac{1}{2}x + 2 \text{ の場合}$$



解答欄

問1	y の最大値	
	そのときの x の値	
問2	式	
		

解答

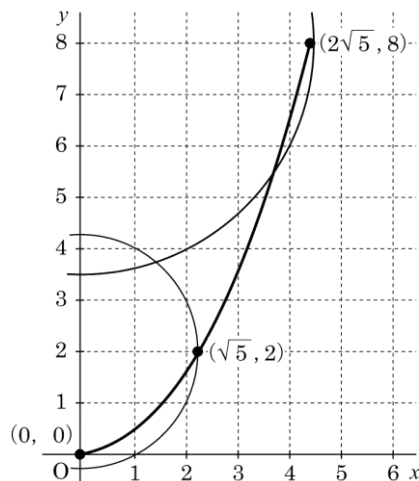
問1

y の最大値 8

そのときの x の値 $2\sqrt{5}$

問2

$$\text{式 } y = \frac{2}{5}x^2$$



解説

問1

y の値が最大となるのは、点 P が点 B 上にあるときである。

$$\text{よって } y = 4 \times 2 = 8$$

$\triangle OAB$ において、三平方の定理より

$$OB^2 = OA^2 + AB^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \quad OB > 0 \text{ より } OB = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

y の値が最大となるときの x の値は $OP = OB = 2\sqrt{5} \text{ cm}$ より、 $x = 2\sqrt{5}$

問2

$PQ \parallel BA$ より $\triangle OPQ \sim \triangle OBA$

相似比は $OP : OB = x : 2\sqrt{5}$ だから

$$\text{面積の比は } x^2 : (2\sqrt{5})^2 = x^2 : 20$$

$$\triangle OPQ = y \div 2 = \frac{y}{2} \text{ cm}^2$$

$$\triangle OBA = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4 \text{ cm}^2$$

$$\text{よって } \frac{y}{2} : 4 = x^2 : 20 \quad 10y = 4x^2 \quad y = \frac{2}{5}x^2$$

グラフの両端の点の座標は $(0, 0)$, $(2\sqrt{5}, 8)$ となり、点 $(0, 0)$ は、そのまま●印をかく。

点 $(2\sqrt{5}, 8)$ の $2\sqrt{5}$ は $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$ $20 = 4^2 + 2^2$ であることから

三平方の定理より、直角をはさむ2辺の長さが4, 2のときの斜辺の長さを表していることがわかるから、点 $(0, 8)$ を中心とし、点 $(4, 6)$ を通る円を $x > 0$ の範囲でかく。

この円と直線 $y = 8$ との交点 (●印でかく) の x 座標が $2\sqrt{5}$ である。

他の1点をとるとき y 座標が奇数である点はとりにくいので

y 座標が偶数である点のうち、とりやすいもの (作図しやすいもの) をさがす。

たとえば y 座標が2のとき $2 = \frac{2}{5}x^2$ $x^2 = 5$ より x 座標は $\sqrt{5}$ となる。

$\sqrt{5}$ は、 $5 = 2^2 + 1^2$ であることから、点 $(2\sqrt{5}, 8)$ と同様に作図によって求めることができる。

三平方の定理より直角をはさむ2辺の長さが2, 1のときの斜辺の長さを表していることがわかるから点 $(0, 2)$ を中心とし点 $(2, 3)$ を通る円を $x > 0$ の範囲でかく。

この円と直線 $y = 2$ との交点 (●印でかく) の x 座標が $\sqrt{5}$ である。

【問 124】

平面上において、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ 、 $FG=GE=4\text{ cm}$ の直角二等辺三角形 EFG がある。図1～図3のように、長方形 $ABCD$ の辺 BC と、直角二等辺三角形 EFG の辺 FG は直線 ℓ 上にある。図1は頂点 C 、 F が重なっていることを表しており、図3は頂点 B 、 F が重なっていることを表している。直角二等辺三角形 EFG は固定されており、長方形 $ABCD$ は《ルール》にしたがって移動する。

《ルール》

長方形 $ABCD$ は、図1の状態から動き始め、図2、図3のように直線 ℓ に沿って矢印 ($\rightarrow$) の方向に毎秒 1 cm の速さで移動する。

図1

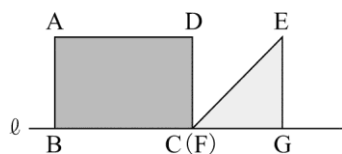


図2

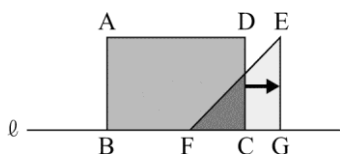
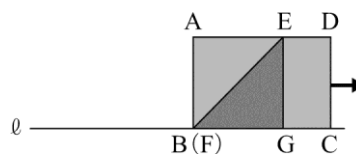


図3



長方形 $ABCD$ が移動を始めてから x 秒後に長方形 $ABCD$ と直角二等辺三角形 EFG が重なってできる部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。ただし、図1のときは $y=0$ とする。次の問1～問3に答えなさい。

(秋田県 2017 年度)

問1 $x=2$ のとき、

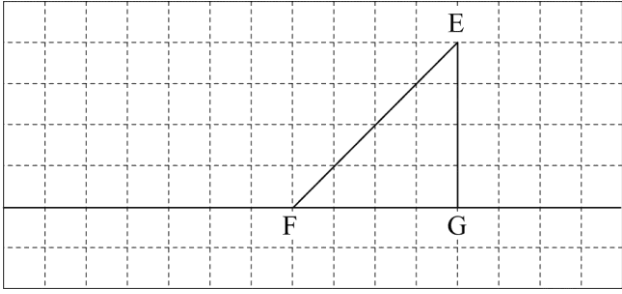
(1) 長方形 $ABCD$ を解答欄にしたがってかきなさい。ただし、長方形 $ABCD$ の内側をぬりつぶさなくてもよい。

(2) y の値を求めなさい。

問2 図1から図3の状態になるまでの間で、 y の値が一定であるときの x の変域を求めなさい。

問3 図1から図3の状態になるまでの間で、 $y=\frac{9}{8}$ のときの x の値を求めなさい。

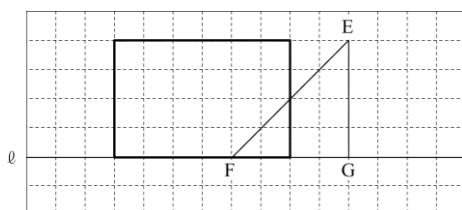
解答欄

問1	(1)	
	(2)	$y =$
問2	$\leq x \leq$	
問3	$x =$	

解答

問1

(1)



(2) $y = 2$

問2 $4 \leq x \leq 6$

問3 $x = \frac{3}{2}$

解説

問1

(1)

長方形 ABCD は毎秒 1 cm の速さで右へ移動するから

$x = 2$ のとき図1の状態から、解答用紙で右へ 2 ます分移動した位置にある。

(2)

(1)から重なっている部分は底辺 2 cm, 高さ 2 cm の三角形なので

$$y = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

問2

y の値が一定になるのは長方形 ABCD と $\triangle EFG$ が完全に重なっているときだから
辺 CD と辺 GE が重なったときから点 B と点 F が重なる(図3の状態)までである。

よって $4 \leq x \leq 6$

問3

図1から辺 CD と辺 GE が重なるときまでの間の x と y の関係を式に表すと

$$y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2} x^2$$

$$\text{よって, } \frac{9}{8} = \frac{1}{2} x^2$$

$$x^2 = \frac{9}{4}$$

$$0 < x < 4 \text{ より } x = \frac{3}{2}$$

【問 125】

図1のように、1 辺の長さが 15 cm の正方形 ABCD と、縦の長さが 4 cm、横の長さが 6 cm の長方形 PQRS があり、 $AB \parallel PQ$ である。辺 AB, CD 上に、それぞれ点 E, F をとり、線分 EF をひく。このとき、頂点 S が線分 EF 上にあるように長方形 PQRS を平行移動する。

図2のように、辺 AB, SR 間の距離が x cm のとき、正方形 ABCD と長方形 PQRS が重なっている部分の面積を y cm² とする。このとき、それぞれの問いに答えなさい。

(山形県 2017 年度)

図1

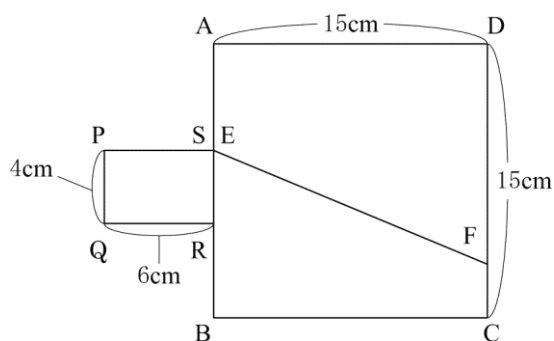
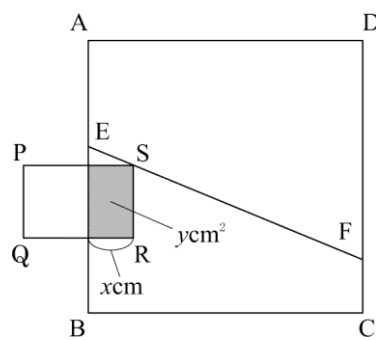


図2



問1 $AE=8$ cm, $CF=2$ cm のとき、 x と y の関係を表にかきだしたところ、表1のようになった。次の問いに答えなさい。

表1

x	0	...	6	...	15
y	0	...	24	...	12

(1) $x=3$ のときの y の値を求めなさい。

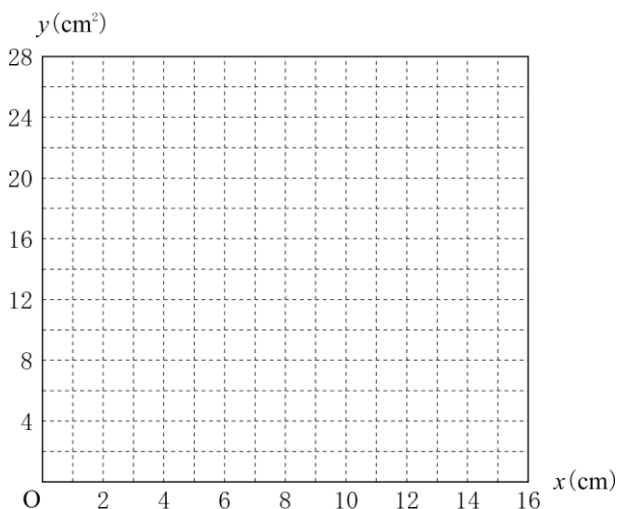
(2) 表2は、頂点 S が点 E から点 F まで移動したときの x と y の関係を式に表したものである。

～ にあてはまる数または式を、それぞれ書きなさい。また、このときの x と y の関係を表すグラフを、図3にかきなさい。

表2

x の変域	式
$0 \leq x \leq 6$	$y =$ イ
$6 \leq x \leq$ ア	$y = 24$
ア $\leq x \leq 15$	$y =$ ウ

図3



問2 図4において、頂点 S が点 E と同じ位置にあり、 $AE=15\text{ cm}$ である。 $CF=a\text{ cm}$ となるように、辺 CD 上に点 F をとり、頂点 S が線分 EF 上にあるように長方形 $PQRS$ を平行移動したとき、 x と y の関係をグラフに表したところ、図5のようになった。

図4

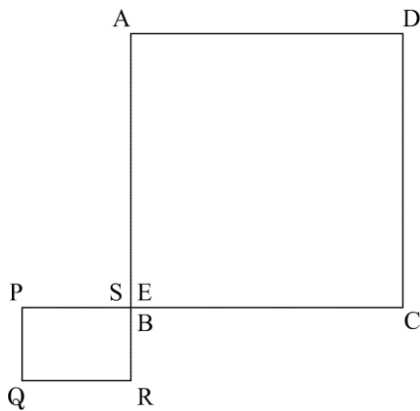
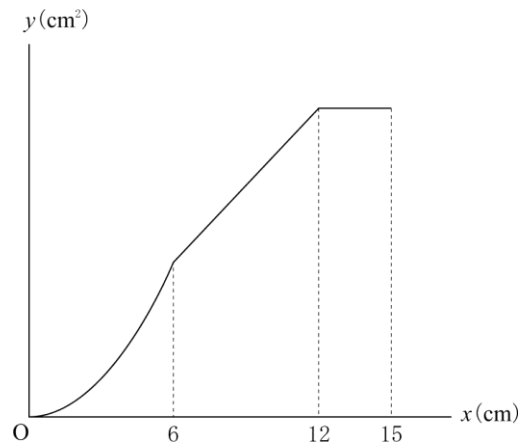


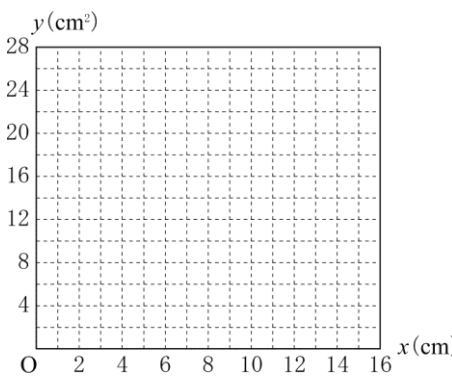
図5



次は、図5のグラフから求められることを表したものである。 にあてはまる数、 にあてはまる式を、それぞれ書きなさい。

- ・ a の値は である。
- ・ $0 \leq x \leq 6$ のときの x と y の関係を表す式は、 $y =$ である。

解答欄

問1	(1)				
	(2)	ア		イ	
		ウ			
					
問2	エ				
	オ				

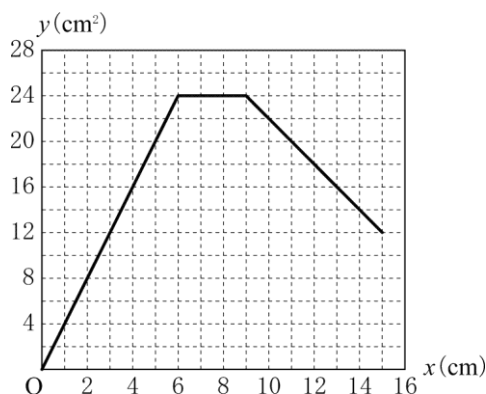
解答

問1

(1) 12

(2)

ア 9 イ $4x$ ウ $-2x+42$



問2

エ 5 オ $\frac{1}{3}x^2$

解説

問1

(1)

$x=3$ のとき y は縦 4 cm, 横 3 m の長方形の面積になるから $y=3 \times 4=12$

(2)

辺 BC を点 C の方へ, 線分 EF を点 F の方へそれぞれのばしたときの交点を G とする。

このとき $\triangle GFC \sim \triangle GEB$ となるから

$$GC:GB=2:7 \quad GC:(GC+15)=2:7 \quad 7GC=2GC+30 \quad GC=6\text{cm}$$

表2から y の値が一定になっているときを考える。

一定になるのは四角形 ABCD と長方形 PQRS が完全に重なっているときである。よって辺 AB と辺 PQ が重なったとき (右の図A) で $x=6$

また辺 BC と辺 QR が重なったとき (右の図B) である。

このとき $\triangle GSR \sim \triangle GEB$ だから

$$SR:EB=(15+6-x):(15+6) \quad 4:7=(21-x):21$$

$$84=147-7x \quad x=9 \quad (\dots \text{ア})$$

$0 \leq x \leq 6$ のとき, 全部重なっていないので $y=4 \times x=4x \quad (\dots \text{イ})$

$9 \leq x \leq 15$ のとき, 図Cのようになり

正方形 ABCD と長方形 PQRS の重なっている長方形の縦の長さを t cm とする

$$\text{と, } 7:t=21:(21-x) \quad t=7-\frac{1}{3}x \text{ cm}$$

$$\text{よって } y=\left(7-\frac{1}{3}x\right) \times 6=42-2x \quad (\dots \text{ウ})$$

グラフは, 表2にまとめた結果をもとに作成する。

問2

図5において $12 \leq x \leq 15$ の範囲のとき y の値が一定になっているので

$x=12$ のときに正方形 ABCD と長方形 PQRS が完全に重なったことがわかる。

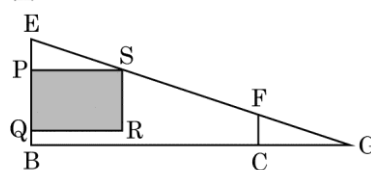
このとき $\triangle BRS \sim \triangle BCF$ となり $BR:BC=SR:FC \quad 12:15=4:a \quad a=5 \quad (\dots \text{エ})$

$0 \leq x \leq 6$ の範囲のときも同様に考えて辺 BC と辺 SR の交点を T とすると

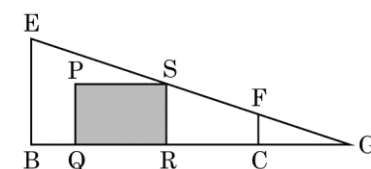
$$BT:15=ST:5 \quad x:15=ST:5 \quad ST=\frac{x}{3}$$

$$\text{よって } y=\frac{x}{3} \times x=\frac{1}{3}x^2 \quad (\dots \text{オ})$$

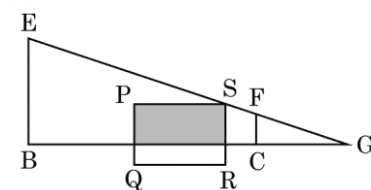
図A



図B



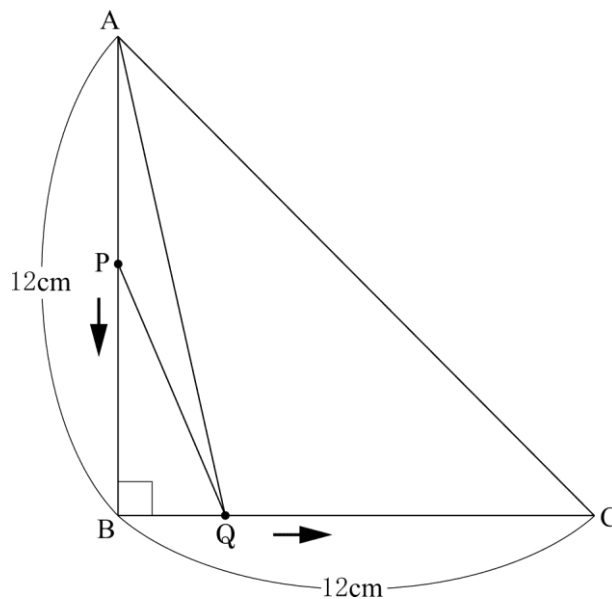
図C



【問 126】

右の図のように、 $AB=BC=12\text{ cm}$ 、 $\angle ABC=90^\circ$ の直角二等辺三角形 ABC がある。点 P は頂点 A を出発し、毎秒 2 cm の速さで辺 AB 、辺 BC 上を通過して、頂点 C に向かって移動する。また、点 Q は、点 P と同時に頂点 B を出発し、毎秒 1 cm の速さで辺 BC 上を通り、頂点 C に向かって移動する。このとき、点 P 、 Q は途中で止まることなく移動し、点 P が点 Q に追いついたところで止まるものとする。

点 P 、 Q がそれぞれ頂点 A 、 B を出発してから、 x 秒後の3点 A 、 P 、 Q を結んでできる $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の問1～問3に答えなさい。ただし、点 P 、 Q がそれぞれ頂点 A 、 B にあるときと、点 P が点 Q に追いついたときは、 $y=0$ とする。



(新潟県 2017 年度)

問1 3秒後の $\triangle APQ$ の面積を答えなさい。

問2 次の(1)、(2)について、 y を x の式で表しなさい。

(1) $0 \leq x \leq 6$ のとき

(2) $6 \leq x \leq 12$ のとき

問3 $\triangle APQ$ の面積が 16 cm^2 となるのは、何秒後か、すべて求めなさい。

解答欄

問1	cm²	
問2	(1)	
	(2)	
問3	[求め方] 答	

解答

問1 9 cm^2

問2

$$(1) y=x^2 \quad (2) y=-6x+72$$

問3

〔求め方〕

$0 \leq x \leq 6$ のとき

$x^2=16$ を満たす x の値は

$$x=4$$

$6 \leq x \leq 12$ のとき

$-6x+72=16$ を満たす x の値は

$$x=\frac{28}{3}$$

答 4 秒後と $\frac{28}{3}$ 秒後

解説

問1

3 秒後の点 P, Q の位置を求める。

点 P は頂点 A を出発し毎秒 2 cm の速さで動いているので

点 P は頂点 A から $2 \times 3 = 6\text{ cm}$ の位置にあり, $AP = 6\text{ cm}$

また, 点 Q は頂点 B を出発し毎秒 1 cm の速さで動いているので

点 Q は頂点 B から $1 \times 3 = 3\text{ cm}$ の位置にあり $BQ = 3\text{ cm}$

$$\text{よって } \triangle APQ = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9\text{ cm}^2$$

問2

(1)

点 P は $x=0$ のとき頂点 A にあり $x=6$ のとき頂点 B にあるので

$0 \leq x \leq 6$ のとき AP の長さは $2x\text{ cm}$ と表すことができる。

また, 点 Q は $x=0$ のとき頂点 B にあり $x=6$ のとき頂点 B から $1 \times 6 = 6\text{ cm}$ の位置にあるので

$0 \leq x \leq 6$ のとき BQ の長さは $x\text{ cm}$ と表すことができる。

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times 2x \times x = x^2$$

(2)

点 P, 点 Q とともに, $6 \leq x \leq 12$ のとき辺 BC 上にある。

$BP = 2x - 12\text{ cm}$, $BQ = x\text{ cm}$ だから

$$QP = x - (2x - 12) = -x + 12\text{ (cm)}$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times (-x + 12) \times 12 = -6x + 72$$

問3

$0 \leq x \leq 6$ のときと $6 \leq x \leq 12$ のときに分けて考える。

① $0 \leq x \leq 6$ のとき

$$16 = x^2$$

$0 \leq x \leq 6$ だから $x = 4$

② $6 \leq x \leq 12$ のとき

$$16 = -6x + 72$$

$$x = \frac{28}{3}$$

よって 4 秒後と $\frac{28}{3}$ 秒後

【問 127】

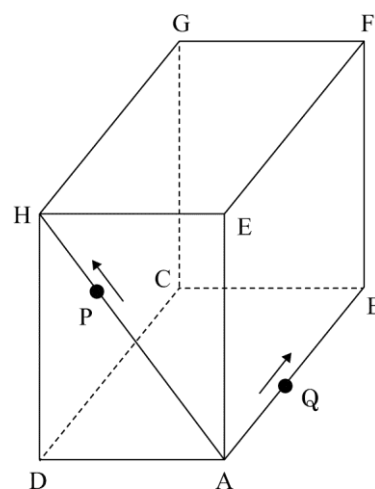
右の図のように、 $AB=5\text{ cm}$, $AD=3\text{ cm}$, $AE=4\text{ cm}$ の直方体がある。

点 P は、頂点 A を出発して、対角線 AH , 辺 HG , GF , FE , EA 上を $A \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow A$ の順に毎秒 2 cm の速さで動き、頂点 A に達したところで停止する。

点 Q は、頂点 A を出発して、辺 AB , BC 上を $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B$ の順に毎秒 1 cm の速さで動き、点 P が停止すると同時に停止する。2 点 P , Q が同時に頂点 A を出発し、出発してから x 秒後の三角錐 $PDAQ$ の体積を $y\text{ cm}^3$ とする。ただし、 $x=0$ のとき、 $y=0$ とする。

このとき、次の問いに答えよ。

(福井県 2017 年度)



問1 点 P が対角線 AH 上にあるとき、

(1) x の変域を求めよ。

(2) $x=2$ のときの y の値を求めよ。

(3) y を x の式で表せ。

問2 点 P が辺 HG 上にあるとき、 x の変域を求めよ。また、そのときの y を x の式で表せ。

問3 $5 \leq x \leq 9$ のとき、 x の値に関係なく、 y の値は一定になることを言葉や数、式などを使って説明せよ。

〔説明〕

問4 三角錐 $PDAQ$ の体積が 4 cm^3 となるのは何秒後か、すべて求めよ。

解答欄

問1	(1)	x の変域	
	(2)	$y=$	
	(3)	$y=$	
問2	x の変域		$y=$
問3	〔説明〕		
問4	秒後		

解答

問1

(1) x の変域 $0 \leq x \leq \frac{5}{2}$ (2) $y = \frac{16}{5}$ (3) $y = \frac{4}{5}x^2$

問2

x の変域 $\frac{5}{2} \leq x \leq 5$ $y = 2x$

問3

〔説明〕

三角錐 $PDAQ$ の底面を $\triangle DAQ$ とみると

点 P は辺 GF , 辺 FE 上を動くので三角錐の高さは 4 cm で一定である。

また点 Q は辺 BC 上を動くので

底面の面積は $\frac{1}{2} \times 3 \times 5 = \frac{15}{2} \text{ cm}^2$ で一定である。

したがって y は $\frac{1}{3} \times \frac{15}{2} \times 4 = 10 \text{ cm}^3$ で一定である。

問4 $\sqrt{5}$, $\frac{51}{5}$ 秒後

解説

問1

(1)

点 P が頂点 A 上にあるとき $x=0$

$\triangle ADH$ において

三平方の定理より

$$AH^2 = AD^2 + DH^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$AH > 0$ より

$$AH = 5 \text{ cm}$$

点 P が頂点 H 上にあるとき $x = 5 \div 2 = \frac{5}{2}$

よって x の変域は $0 \leq x \leq \frac{5}{2}$

(2)

$x=2$ のとき $AP=2 \times 2=4\text{cm}$ である。

また点 Q は辺 AB 上にあり $AQ=1 \times 2=2\text{cm}$ である。

三角錐 PDAQ の底面を $\triangle PDA$, 高さを AQ として体積を求める。

$$\triangle PDA = \frac{4}{5} \triangle HDA = \frac{4}{5} \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \right) = \frac{4}{5} \times 6 = \frac{24}{5} \text{ cm}^2 \text{ だから}$$

$$y = \frac{1}{3} \times \frac{24}{5} \times 2 = \frac{16}{5}$$

(3)

$0 \leq x \leq \frac{5}{2}$ のとき点 Q は辺 AB 上にあり, $AQ=1 \times x=x \text{ cm}$ である。

(2)と同様に三角錐 PDAQ の底面を $\triangle PDA$, 高さを AQ とする。

$$\triangle PDA = \frac{2x}{5} \triangle HDA = \frac{2x}{5} \times 6 = \frac{12x}{5} \text{ cm}^2$$

$$\text{だから } y = \frac{1}{3} \times \frac{12x}{5} \times x = \frac{4}{5} x^2$$

問2

問1(1)より点 P が頂点 H 上にあるとき $x = \frac{5}{2}$

また点 P が頂点 G 上にあるとき $x = (5+5) \div 2 = 5$ だから x の変域は $\frac{5}{2} \leq x \leq 5$

よって $\frac{5}{2} \leq x \leq 5$ のとき点 Q は辺 AB 上にあり $AQ=1 \times x=x \text{ cm}$ だから

三角錐 PDAQ の底面を $\triangle DAQ$ とすると高さは 4 cm で一定となる。

$$\text{よって } y = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times x \right) \times 4 = 2x$$

問3

$5 \leq x \leq 9$ のとき点 P は辺 GF, FE 上にあり点 Q は辺 BC 上にある。

三角錐 PDAQ の底面を $\triangle DAQ$ とすると $\triangle DAQ$ の面積は $\frac{1}{2} \times 3 \times 5 = \frac{15}{2} \text{ cm}^2$ で一定となる。

また高さは 4 cm で一定となるから $y = \frac{1}{3} \times \frac{15}{2} \times 4 = 10$ より

$5 \leq x \leq 9$ のとき x の値に関係なく y の値は 10 で一定になる。

問4

点 P が頂点 A に達したとき $x = (5 + 5 + 3 + 5 + 4) \div 2 = 11$

よって $9 \leq x \leq 11$ のとき点 P は辺 EA 上にあり点 Q は辺 CB 上にある。

三角錐 PDAQ の底面を $\triangle DAQ$ とすると $\triangle DAQ$ の面積は $\frac{15}{2} \text{ cm}^2$ で一定となる。

高さは AP となり

$AP = AH + HG + GF + FE + EA$ 点 P が x 秒間に動く長さ

$= 5 + 5 + 3 + 5 + 4 - 2 \times x = 22 - 2x \text{ cm}$ より

$$y = \frac{1}{3} \times \frac{15}{2} \times (22 - 2x) = 55 - 5x$$

$0 \leq x \leq \frac{5}{2}$ のとき $y = \frac{4}{5}x^2$ だから $y = 4$ を代入して

$$4 = \frac{4}{5}x^2 \quad x^2 = 5 \quad x = \sqrt{5} \text{ は } 0 \leq x \leq \frac{5}{2} \text{ を満たし問題にあっている。}$$

$\frac{5}{2} \leq x \leq 5$ のとき $y = 2x$ だから $y = 4$ を代入して

$$4 = 2x \quad x = 2 \text{ は } \frac{5}{2} \leq x \leq 5 \text{ を満たさず問題にあわない。}$$

$5 \leq x \leq 9$ のとき $y = 10$ だから $y = 4$ となる x の値は存在しない。

$9 \leq x \leq 11$ のとき $y = 55 - 5x$ だから $y = 4$ を代入して

$$4 = 55 - 5x \quad 5x = 51 \quad x = \frac{51}{5} \text{ は } 9 \leq x \leq 11 \text{ を満たし問題にあっている。}$$

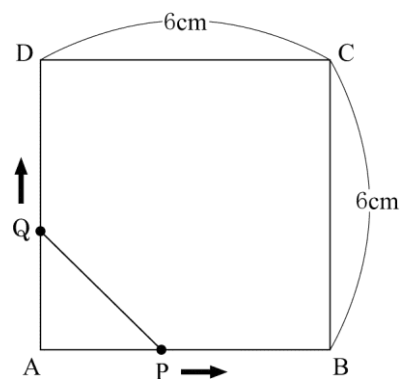
したがって三角錐 PDAQ の体積が 4 cm^3 となるのは

$\sqrt{5}$ 秒後, $\frac{51}{5}$ 秒後である。

【問 128】

図の正方形 ABCD は、1 辺の長さが 6 cm である。点 P, Q は、同時に点 A を出発し、点 P は正方形の辺上を点 B, C の順に通って点 D まで毎秒 1cm の速さで進んで止まる。点 Q は正方形の辺上を点 D まで毎秒 1 cm の速さで進んで止まる。点 P, Q が出発してから、 x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を y cm^2 とする。点 P が AB 上にあるとき、 x と y の関係は $y = \frac{1}{2}x^2$ という式で表される。次の(1)～(3) に答えなさい。

(青森県 2018 年度)



- (1) 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、 x の値が 2 から 6 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

- (2) $x = 14$ のときの y の値を求めなさい。

- (3) $\triangle APQ$ の面積が 16 になるときの x の値をすべて求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	$y =$
(3)	$x =$

解答

(1) 4

(2) $y=12$

(3) $x=4\sqrt{2}, \frac{38}{3}$

解説

(1)

$$\text{変化の割合} = \frac{\frac{1}{2} \times 6^2 - \frac{1}{2} \times 2^2}{6-2} = \frac{18-2}{4} = 4$$

(2)

$x=14$ のとき、点 **Q** は点 **D** に止まっている。

点 **P** は点 **B**, **C** を通過して辺 **CD** 上の $CP=2\text{cm}$ のところまで進む。

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times (6-2) \times 6 = 12$$

(3)

$$0 \leq x \leq 6 \text{ のとき } y = \frac{1}{2}x^2$$

$$6 \leq x \leq 12 \text{ のとき } y = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$$

$$12 \leq x \leq 18 \text{ のとき } y = \frac{1}{2} \times (18-x) \times 6 = 3(18-x)$$

$$\triangle APQ \text{ の面積が } 16 \text{ だから } \frac{1}{2}x^2 = 16 \quad x^2 = 32 \quad x = 4\sqrt{2}$$

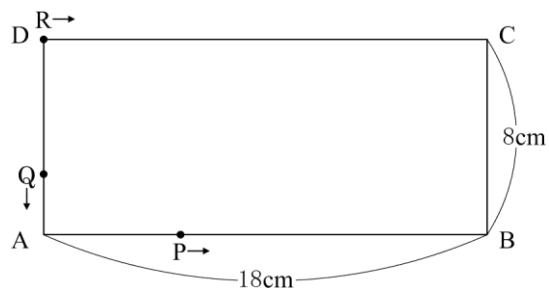
$$\text{また } 3(18-x) = 16$$

$$x = 18 - \frac{16}{3} = \frac{38}{3}$$

【問 129】

図1の長方形 ABCD において、 $AB=18\text{ cm}$ 、 $BC=8\text{ cm}$ である。点 P は、A を出発し、毎秒 2 cm の速さで辺 AB 上を B まで動き、B で停止する。点 Q は、点 P と同時に D を出発し、毎秒 2 cm の速さで辺 DA 上を A まで動き、A で停止する。点 R は、最初 D の位置にあり、点 Q が A に到着すると同時に D を出発し、毎秒 3 cm の速さで辺 DC 上を C まで動き、C で停止する。このとき、それぞれの問いに答えなさい。

図1



(山形県 2018 年度)

問1 図2のように、3 点 P, Q, R を結び、 $\triangle PQR$ をつくる。点 P が A を出発してから x 秒後の $\triangle PQR$ の面積を $y\text{ cm}^2$ として、点 P, Q, R がすべて停止するまでの x と y の関係を表にかきだしたところ、表1のようになった。あとの問いに答えなさい。

図2

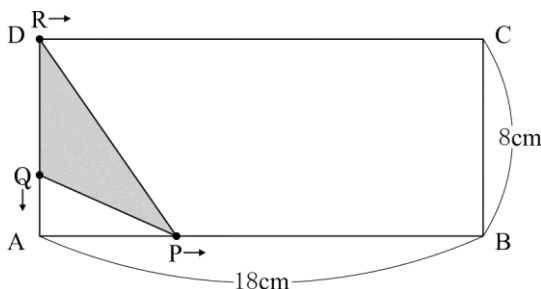


表1

x	0	...	4	...	10
y	0	...	32	...	72

(1) 点 P が A を出発してから 3 秒後の $\triangle PQR$ の面積を求めなさい。

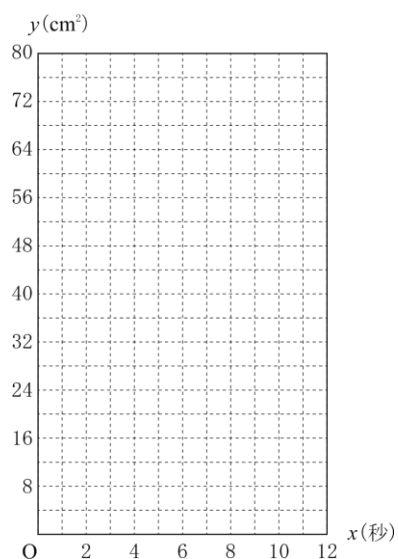
(2) 表2は、点 P, Q, R がすべて停止するまでの x と y の関係を式に表したものである。ア ~ ウ にあてはまる数または式を、それぞれ書きなさい。

また、このときの x と y の関係を表すグラフを、図3にかきなさい。

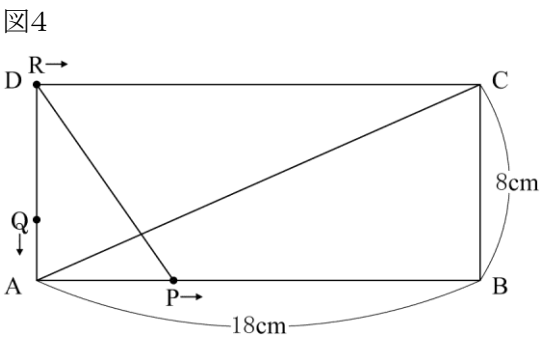
表2

x の変域	式
$0 \leq x \leq 4$	$y =$ イ
$4 \leq x \leq$ ア	$y =$ ウ
ア $\leq x \leq 10$	$y = 72$

図3



問2 図4のように、長方形 ABCD の対角線 AC をひき、点 P と R を結ぶ。線分 PR が対角線 AC の中点を通るのは、点 P が A を出発してから何秒後か、求めなさい。



解答欄

問1	(1)	cm ²	
	(2)	ア	
		イ	
		ウ	
		図3 A coordinate grid for graphing. The vertical axis is labeled $y(\text{cm}^2)$ and ranges from 0 to 80 in increments of 8. The horizontal axis is labeled $x(\text{秒})$ and ranges from 0 to 12 in increments of 2. The origin is labeled O.	
問2	秒後		

解答

問1

(1) 18cm^2

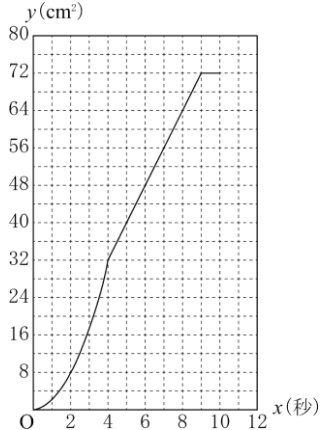
(2)

ア 9

イ $2x^2$

ウ $8x$

図3



問2 6 秒後

解説

問1

(1)

点 P が A を出発してから 3 秒後のとき、点 Q は辺 DA 上にあり、点 R は D にあるので

$$RQ=DQ=2 \times 3=6\text{cm} \quad AP=2 \times 3=6\text{cm} \quad \text{だから} \triangle PQR = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18\text{cm}^2$$

(2)

点 P が動くのは $0 \leq x \leq 9$ のとき、点 Q が動くのは $0 \leq x \leq 4$ のとき

点 R が動くのは $4 \leq x \leq 10$ のときだから $0 \leq x \leq 4$, $4 \leq x \leq 9$, $9 \leq x \leq 10$ の 3 つの区間に分けて考える。

$0 \leq x \leq 4$ のとき、点 R は D にあるので $\triangle PQR$ は線分 RQ を底辺、線分 AP を高さとする三角形とみることができるから $AP=2x\text{cm}$, $RQ=DQ=2x\text{cm}$

$$\text{よって } y = \frac{1}{2} \times 2x \times 2x \quad y = 2x^2$$

したがって、この区間のグラフは(0, 0), (4, 32)の 2 点を両端とし(1, 2), (3, 18)の 2 点を通る放物線となる。

$4 \leq x \leq 9$ のとき、点 Q は A にあるので $\triangle PQR$ は線分 QP を底辺、線分 QR を高さとする三角形とみることができる

$$\text{から } QP=AP=2x\text{cm}, \quad QR=AD=8\text{cm} \quad \text{よって } y = \frac{1}{2} \times 2x \times 8 \quad y = 8x$$

したがって、この区間のグラフは(4, 32), (9, 72)の 2 点を両端とする線分となる。

$4 \leq x \leq 9$ のとき、点 P は B にあるので $\triangle PQR$ は線分 QP=18cm を底辺、線分 AD=8cm を高さとする三角形とみ

$$\text{ることができるから } y = \frac{1}{2} \times 18 \times 8 \quad y = 72$$

よってこの区間のグラフは(9, 72), (10, 72)の 2 点を両端とする線分となる。

問2

対角線 AC の中点を M とする。

点 R が D にあるとき、線分 PR が M を通るのであれば点 P は B にあることになるが、このようなことは起こらないので問題に適していない。よって、点 R が辺 DC 上を動いている場合のみを考える。

線分 PR が M を通るとき、 $AM=CM$, $\angle PAM=\angle RCM$, $\angle AMP=\angle CMR$ より、 $\triangle APM \equiv \triangle CRM$ だから

四角形 APRD の面積 = 四角形 AMRD の面積 + $\triangle APM$ = 四角形 AMRD の面積 + $\triangle CRM$

$$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 8 \times 18 = 72\text{cm}^2$$

点 P が A を出発してから x 秒後の四角形 APRD は $AD=8\text{cm}$, $AP=2x\text{cm}$, $DR=3(x-4)\text{cm}$

$$AP \parallel DR \text{ の台形だから } \frac{1}{2} \times \{2x + 3(x-4)\} \times 8 = 72 \quad 2x + 3(x-4) = 18 \quad 5x = 30 \quad x = 6 \text{ 秒後}$$

点 R が辺 DC 上にあるのは $4 \leq x \leq 10$ なので $x=6$ は問題に合っている。

【問 130】

図1のような直角三角形 ABC があり, $AB=30\text{ cm}$, $BC=40\text{ cm}$, $CA=50\text{ cm}$, $\angle ABC=90^\circ$ である。点 P は A を出発し, 毎秒 3 cm の速さで辺上を $A \rightarrow B \rightarrow C$ の順に進み, C で停止する。また, 点 Q は点 P が出発すると同時に A を出発し, 毎秒 5 cm の速さで辺上を $A \rightarrow C \rightarrow B$ の順に進み, B で停止する。

2 点 P, Q が A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。ただし, 2 点 P, Q が一致したとき, $y=0$ とする。

このとき, 次の問1, 問2, 問3に答えなさい。

(栃木県 2018 年度)

問1 図2は, x と y の関係を表したグラフの一部である。このとき, 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) 2 点 P, Q が A を出発してから 10 秒後までの x と y の関係は, $y=ax^2$ と表される。 a の値を求めなさい。

(2) 2 点 P, Q が A を出発して 10 秒後から 15 秒後までの x と y の関係を式で表しなさい。ただし, 途中の計算も書くこと。

図1

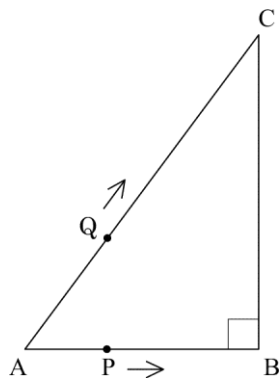
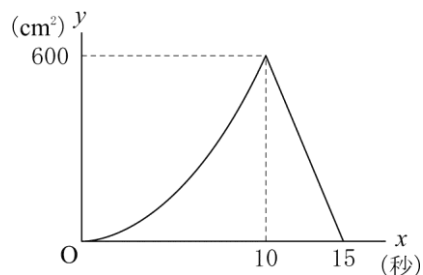
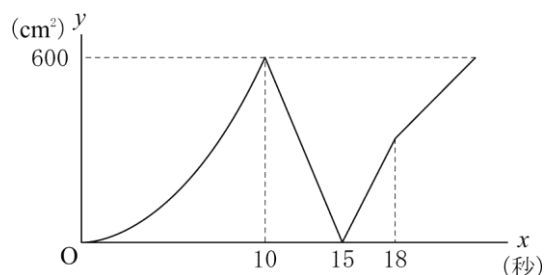


図2

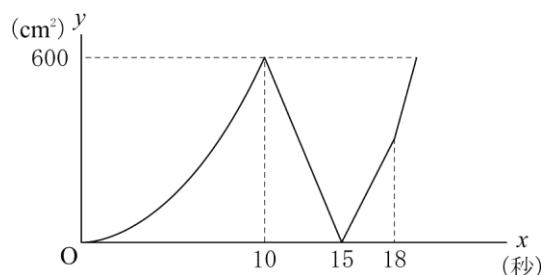


問2 下の ☐ 内の文章は、2点 P, Q が停止するまでの x と y の関係を表すグラフとして、次の (I), (II) のどちらのグラフが適するかを述べたものである。

(I)



(II)



2点 P, Q が A を出発してから 18 秒後、(①) にある。18 秒後からの関数の変化の割合は、15 秒後から 18 秒後までの変化の割合と比べて (②) になるので、グラフとして適するものは (③) である。

このとき、次の(1), (2)の問いについて、ア, イ, ウ, エのうちから最も適当なものをそれぞれ 1 つ選んで、記号で答えなさい。

(1) ☐ 内の文章の①に当てはまる語句はどれか。

ア 点 P は B イ 点 P は C ウ 点 Q は B エ 点 Q は C

(2) ☐ 内の文章の②と③に当てはまる語句とグラフの組み合わせはどれか。

ア ②—小さく ③—(I)

イ ②—小さく ③—(II)

ウ ②—大きく ③—(I)

エ ②—大きく ③—(II)

問3 $\triangle APQ$ の面積が 3 度目に 500 cm^2 となるのは、2点 P, Q が A を出発してから何秒後か。

解答欄

問1	(1)	$a=$	
	(2)	答え ()	
問2	(1)		
	(2)		
問3	秒後		

解答

問1

(1) $a=6$

(2)

2点P, QがAを出発してから10秒後から15秒後までのグラフの傾きは $\frac{0-600}{15-10}=-120$ であるから

x と y の関係の式は $y=-120x+b$ と表される。

グラフは点(15, 0)を通るから

$$0=-120 \times 15 + b$$

よって $b=1800$

したがって求める式は $y=-120x+1800$

答え $y=-120x+1800$

問2

(1) ウ

(2) ア

問3 $\frac{190}{9}$ 秒後

解説

問1

(1)

2点P, QがAを出発してから x 秒後について $0 < x < 10$ とすると $\triangle ABC$ と $\triangle APQ$ において

$AB=30$ cm, $AC=50$ cm, $AP=3x$ cm, $AQ=5x$ cm だから

$AB:AP=x:10 \cdots \textcircled{1}$ $AC:AQ=x:10 \cdots \textcircled{2}$

共通な角だから $\angle BAC = \angle PAQ \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ より, 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABC \sim \triangle APQ$

よって $\angle APQ = \angle ABC = 90^\circ$ で $PQ:BC=x:10$ だから $PQ=40 \times \frac{x}{10} = 4x$ cm

したがって $y = \frac{1}{2} \times 3x \times 4x = 6x^2$ だから $a=6$

(2)

2点P, QがAを出発してから10秒後から15秒後のグラフは2点(10, 600), (15, 0)を通る直線だから

その傾きは $\frac{0-600}{15-10}=-120$ であるから x と y の関係の式は $y=-120x+b$ と表される。

グラフは点(15, 0)を通るから $0=-120 \times 15 + b$ $b=1800$

よって求める式は $y=-120x+1800$

問2

(1)

点PがCで停止するのは $(30+40) \div 3 = \frac{70}{3}$ 秒後

点QがBで停止するのは $(50+40) \div 5 = 18$ 秒後

(2)

2点P, QがAを出発してから15秒後から18秒後までは, 線分PQの長さは毎秒, $3+5=8$ cm ずつ長くなるのに対し, 18秒後からは, 線分PQの長さは毎秒3cm ずつ長くなるから, 18秒後からの変化の割合は, 15秒後から18秒後までの変化の割合と比べて小さい。よってグラフとして適するのは(I)である。

問3

2点P, QがAを出発してから18秒後, 点QはBで停止し, 点Pは $BP=3 \times 18 - 30 = 24$ cm の位置にある。

よって $x=18$ のとき $y = \frac{1}{2} \times 24 \times 30 = 360$

グラフ(I)より3度目に $y=500$ となるのは $18 < x$ のときである。

$18 < x$ のとき, 線分PQは毎秒3cm ずつ長くなるから, 面積は $\frac{1}{2} \times 3 \times 30 = 45$ cm² ずつ大きくなるので

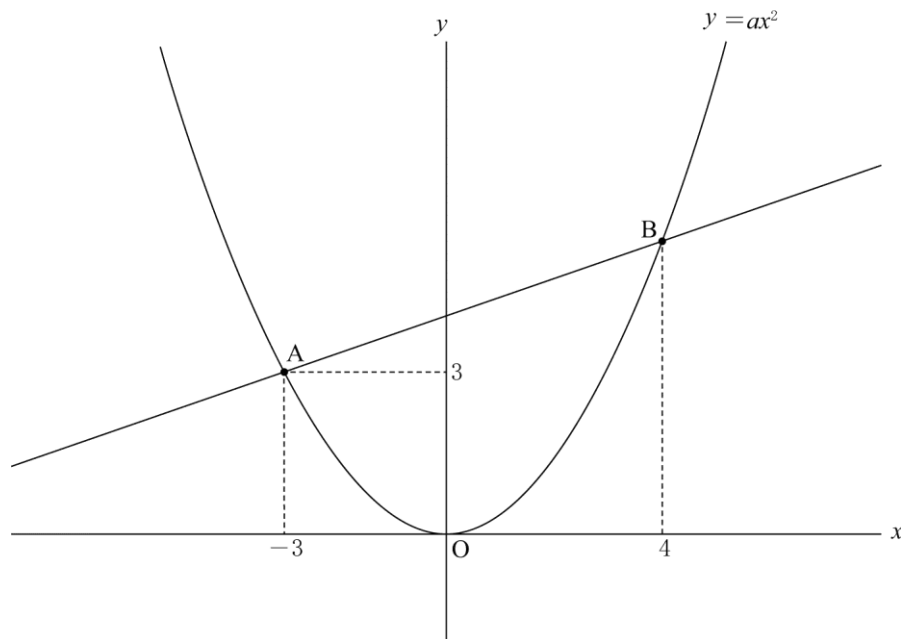
グラフの傾きは45であり, グラフは点(18, 360)を通るから, その式は $y=45x-450$

したがってこれに $y=500$ を代入して $500=45x-450$ $x=\frac{190}{9}$ 秒後

【問 131】

図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり、点 A の座標は $(-3, 3)$ 、点 B の x 座標は 4 である。直線 AB 上の点で、 x 座標と y 座標の値が等しい点を C とするとき、次の問いに答えなさい。

(兵庫県 2018 年度)



問1 a の値を求めなさい。

問2 直線 AB の式を求めなさい。

問3 点 C の座標を求めなさい。

問4 図の放物線上を、点 P が点 A を出発して点 B まで動く。次のア～エから正しいものを 1 つ選んで、その符号を書きなさい。

ア点 P が原点 O にあるとき、線分 CP の長さは最長となる。

イ点 P が原点 O にあるとき、 $\triangle ACP$ の面積は最大となる。

ウ $\angle APC = 90^\circ$ にはならない。

エ直線 CP の傾きは 1 より大きくなることがある。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	(,)
問4	

解答

問1 $a = \frac{1}{3}$

問2 $y = \frac{1}{3}x + 4$

問3 (6, 6)

問4 エ

解説

問1

点 A(-3, 3) は関数 $y = ax^2$ のグラフ上にある点なので $y = ax^2$ に $x = -3$, $y = 3$ を代入して

$$y = a \times (-3)^2 \quad a = \frac{1}{3}$$

問2

点 B は関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフ上にある x 座標が 4 の点なので $y = \frac{1}{3}x^2$ に $x = 4$ を代入すると

$$y = \frac{1}{3} \times 4^2 = \frac{16}{3} \quad \text{だから } B\left(4, \frac{16}{3}\right)$$

直線 AB の式を、 $y = mx + n$ とすると $m = \left(\frac{16}{3} - 3\right) \div \{4 - (-3)\} = \frac{7}{3} \div 7 = \frac{1}{3}$

$$y = \frac{1}{3}x + n \text{ に } x = -3, y = 3 \text{ を代入して } 3 = \frac{1}{3} \times (-3) + n \quad n = 4 \quad \text{よって } y = \frac{1}{3}x + 4$$

問3

点 C は x 座標と y 座標が等しい点だから、 x 座標と y 座標をそれぞれ c とすると、 $C(c, c)$

点 C は直線 AB 上の点だから $y = \frac{1}{3}x + 4$ に $x = c$, $y = c$ を代入すると

$$c = \frac{1}{3}c + 4 \quad 3c = c + 12 \quad 2c = 12 \quad c = 6 \quad \text{だから } C(6, 6)$$

問4

エについて $C(6, 6)$ より、直線 OC の式は $y = x$ で、傾きは 1 である。

直線 OC と関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフとの交点のうち、原点 O とは異なる点を D とすると

$$x = \frac{1}{3}x^2 \quad 3x = x^2 \quad x^2 - 3x = 0 \quad x(x - 3) = 0 \quad x = 0, 3$$

よって $D(3, 3)$ だから

関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフ上の点 O と点 D の間に点 P をとると

直線 CP の傾きは 1 より大きくなるのでエは正しい。

ア、ウについて、三平方の定理より、線分 CA の長さは $CA = \sqrt{\{6 - (-3)\}^2 + (6 - 3)^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

線分 CO の長さは $CO = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ だから $CA > CO$ である。

したがって、点 P が原点 O にあるときよりも点 A にあるときの方が線分 CP の長さは長い。

また $OA = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ だから $CA^2 = CO^2 + OA^2$ が成り立つので

三平方の定理の逆より $\angle AOC = 90^\circ$ である。

よって、点 P が原点 O にあるとき $\angle APC = 90^\circ$ となる。

よってア、ウは誤りである。

イについて、原点 O を通り直線 AB に平行な直線と関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフとの交点のうち

原点 O とは異なる点を E とすると $\triangle ACO = \triangle ACE$ である。

原点 O を通り直線 AB に平行な直線の式は $y = \frac{1}{3}x$ だから

$$\frac{1}{3}x = \frac{1}{3}x^2 \quad x = x^2 \quad x^2 - x = 0 \quad x(x - 1) = 0 \quad x = 0, 1 \quad \text{より } E\left(1, \frac{1}{3}\right)$$

関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフ上の点 O と点 E の間に点 P をとると $\triangle ACO < \triangle ACP$

となるから点 P が原点 O にあるときよりも面積が大きい $\triangle ACP$ をつくることができる。

よってイは誤りである。

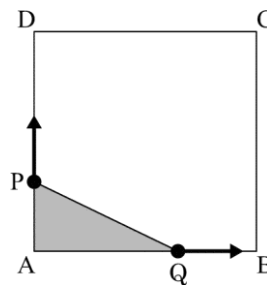
【問 132】

志保さんは、正方形の周上を動く 2 点と、それによりできる三角形の面積の関係について考えた。

問1～問5に答えなさい。

(岡山県 2018 年度 特別)

右の図のような 1 辺 4 cm の正方形 ABCD があり、2 点 P, Q はその周上を動く。点 P は、点 A を出発して、毎秒 1 cm の速さで点 D を経由し、点 C に向かって動く。また、点 Q は、点 P と同時に点 A を出発して、毎秒 2 cm の速さで点 B, C を経由し、点 D に向かって動く。ただし、点 P と点 Q が出会ったところで 2 点 P, Q は止まる。



2 点 P, Q が同時に点 A を出発してから x 秒後の $\triangle AQP$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。

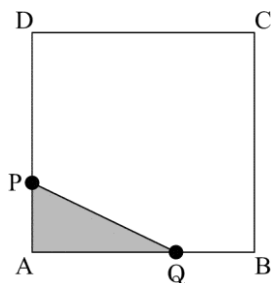
問1 2 点 P, Q が同時に点 A を出発してから 1 秒後の $\triangle AQP$ の面積を求めなさい。

問2 点 P が辺 AD 上を動き、点 Q が辺 AB 上を動くとき、 y を x の式で表しなさい。

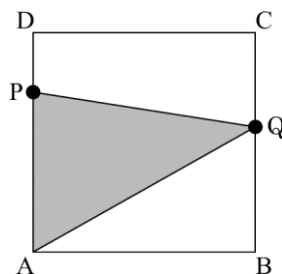
志保さんは、 $\triangle AQP$ の面積がどのように変化するかについて、考えたことを次のようにまとめた。

点 P, Q のそれぞれの位置によって、次の 3 つの場合に分けて考えることができます。

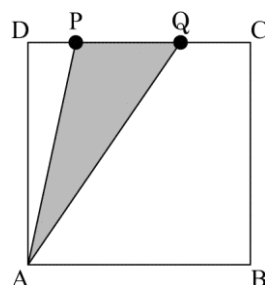
(i) 点 P が辺 AD 上を動き、
点 Q が辺 AB 上を動くとき



(ii) 点 P が辺 AD 上を動き、
点 Q が辺 BC 上を動くとき



(iii) 点 P と点 Q がともに
辺 CD 上を動くとき

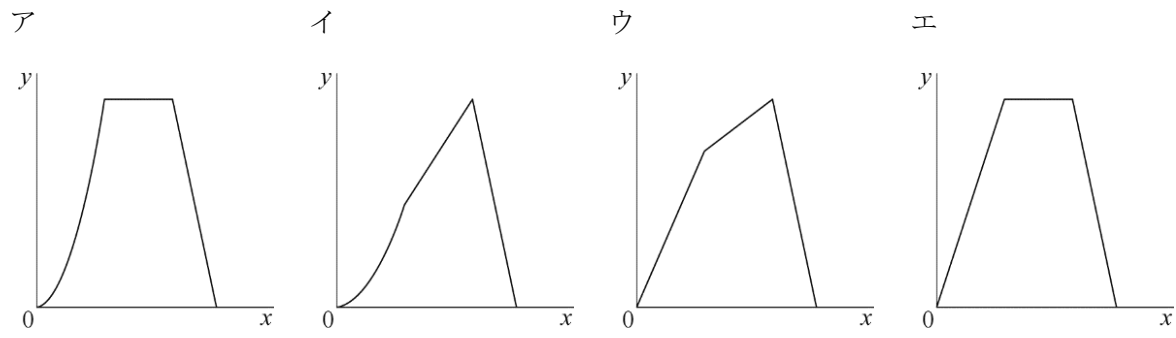


x の変域は、(i) のとき $0 \leq x \leq 2$ 、(ii) のとき $2 \leq x \leq$ (1)、(iii) のとき

(1) $\leq x \leq$ (2) です。(i)～(iii) の変域において、 y は x の関数になっており、それらのグラフをかくことによって、 $\triangle AQP$ の面積がどのように変化するかがよくわかります。

問3 (1)、(2) に適当な数を書き入れなさい。

問4 下線部について、 x と y の関係を表すグラフとして最も適当なのは、ア～エのうちではどれですか。一つ答えなさい。



問5 $y=3$ となる x の値をすべて求めなさい。

解答欄

問1	cm ²	
問2	$y=$	
問3	(1)	
	(2)	
問4		
問5	$x=$	

解答

問1 1cm^2

問2 $y=x^2$

問3

(1) 4

(2) $\frac{16}{3}$

問4 イ

問5 $x=\sqrt{3}, \frac{29}{6}$

解説

問1

点 P は辺 AD 上にあって $AP=1\text{cm}$

点 Q は辺 AB 上にあって $AQ=2\text{cm}$ だから

$$\triangle AQP = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1\text{cm}^2$$

問2

$$AP=x\text{cm}, AQ=2x\text{cm} \text{ だから } y=\frac{1}{2} \times x \times 2x=x^2$$

問3

(1)

$AB+BC=4+4=8\text{cm}$ $8 \div 2=4$ より、点 Q が点 C に着くのは、A を出発してから 4 秒後。

(2)

点 P, Q が出会うまでに 2 点が動く長さは、正方形の周の長さに等しいから $4 \times 4=16\text{cm}$

$$x \text{ 秒間で } P \text{ は } x \text{ cm}, Q \text{ は } 2x \text{ cm 動くから } x+2x=16 \quad x=\frac{16}{3}$$

よって 2 点が出会うのは出発してから $\frac{16}{3}$ 秒後。

問4

$$0 \leq x \leq 2 \text{ のとき } y=x^2$$

$2 \leq x \leq 4$ のとき $\triangle AQP$ は AP を底辺とみたとき高さは $AB=4\text{cm}$ で一定。

$$\text{よって } y=\frac{1}{2} \times x \times 4=2x$$

$4 \leq x \leq \frac{16}{3}$ のとき $\triangle AQP$ は PQ を底辺とみたとき、高さは $AD=4\text{cm}$ で一定。

$$\text{また } PQ=16-(x+2x)=16-3x \text{ cm}$$

$$\text{よって } y=\frac{1}{2} \times (16-3x) \times 4=-6x+32$$

以上を表しているグラフはイ

問5

問4で求めたそれぞれの式に $y=3$ を代入して x の値を求める。

$$0 \leq x \leq 2 \text{ のとき } 3=x^2 \quad x=\pm\sqrt{3}$$

$x=-\sqrt{3}$ は $0 \leq x \leq 2$ にあてはまらない。

$x=\sqrt{3}$ はあてはまる。

$$2 \leq x \leq 4 \text{ のとき } 3=2x \quad x=\frac{3}{2}$$

これは $2 \leq x \leq 4$ にあてはまらない。

$$4 \leq x \leq \frac{16}{3} \text{ のとき } 3=-6x+32 \quad 6x=29 \quad x=\frac{29}{6}$$

これは $4 \leq x \leq \frac{16}{3}$ にあてはまる。

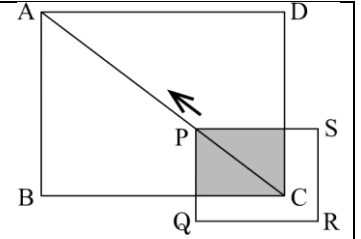
【問 133】

AB=6 cm, AD=8 cm の長方形 ABCD と, PQ=3 cm, PS=4 cm の長方形 PQRS があり, それぞれの対角線は AC=10 cm, PR=5 cm である。

長方形 ABCD を固定し, 次の【ルール①】, 【ルール②】の方法で, 長方形 PQRS を常に AB // SR となるように平行移動するとき, 2 つの長方形 ABCD と PQRS が重なった部分の面積について考える。

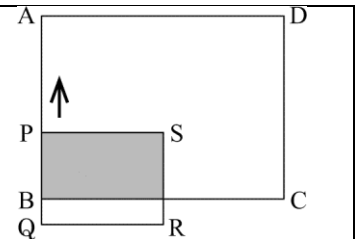
【ルール①】

- はじめに 2 つの長方形を点 P と点 C が重なるように置く。
- 点 P は, 対角線 AC 上を点 C から点 A へ動き, その後, 辺 AD 上を点 A から点 D まで動いて止まる。
- 点 P の動く速さは, 毎秒 1 cm とする。



【ルール②】

- はじめに 2 つの長方形を点 P と点 B が重なるように置く。
- 点 P は, 辺 AB 上を点 B から点 A へ動き, その後, 辺 AB 上を点 A から点 B へ動き, 再び, 辺 AB 上を点 B から点 A まで動いて止まる。
- 点 P の動く速さは, 毎秒 1 cm とする。



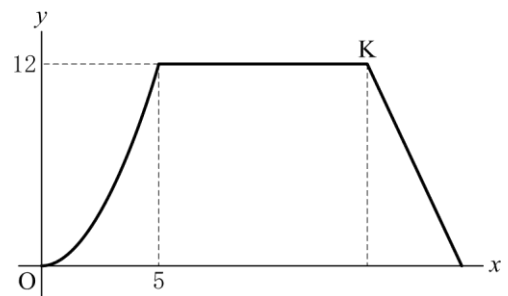
それぞれのルールにおいて, 点 P が出発してから x 秒後の 2 つの長方形が重なった部分の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき, 次の問1～問3に答えなさい。

(宮崎県 2018 年度)

問1 右の図は, 【ルール①】で移動するときの x と y の関係を表したグラフである。

このとき, 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

- (1) $0 \leq x \leq 5$ におけるグラフの式は, $y = ax^2$ の形で表される。
 a の値を求めなさい。

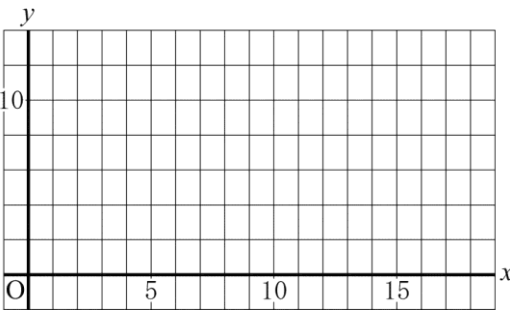


- (2) $x \geq 5$ におけるグラフは, 点 K を境に y の値が減少している。点 K の x 座標を求めなさい。

問2 【ルール②】の x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

問3 【ルール①】, 【ルール②】のそれぞれの移動で, 2 つの長方形 ABCD, PQRS が重なった部分の面積が等しくなるのは 5 秒後から 9 秒後までの間と, あと 1 回ある。それは, 点 P が出発してから何秒後か求めなさい。

解答欄

問1	(1)	$a=$
	(2)	$x=$
問2		
問3	秒後	

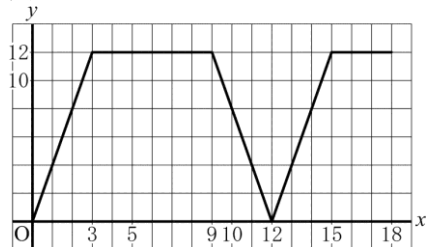
解答

問1

(1) $a=\frac{12}{25}$

(2) $x=14$

問2



問3 $\frac{102}{7}$ 秒後

解説

問1

(1)

$y=ax^2$ に $x=5$, $y=12$ を代入すると $25a=12$ $a=\frac{12}{25}$

(2)

y の値が一定なのは、点 R が点 C に重なる 5 秒後から点 S が点 D に重なる $5+5+4=14$ 秒後の間だから点 K の x 座標は 14 である。

問2

x の変域ごとに分けて考えると $0 \leq x \leq 3$ のとき $y=x \times 4=4x$, $3 \leq x \leq 9$ のとき $y=12$

$9 \leq x \leq 12$ のとき $y=(6 \times 2-x) \times 4=-4x+48$, $12 \leq x \leq 15$ のとき $y=(x-12) \times 4=4x-48$

$15 \leq x \leq 18$ のとき $y=12$ となる。

これをもとにグラフをかけばよい。

問3

$14 < x < 15$ のときである。【ルール②】では $y=4x-48$ …㊦ 【ルール①】では 2 点(14, 12)

(18, 0)を通る直線の式を求めて $y=3x+54$ …㊧

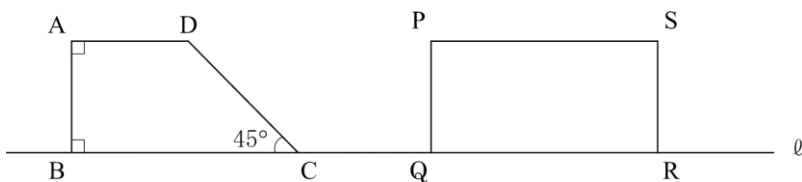
㊦と㊧より $-3x+54=4x-48$ を解いて $x=\frac{102}{7}$ よって $\frac{102}{7}$ 秒後である。

【問 134】

下の図1のように、 $AB=AD=6\text{ cm}$ 、 $BC=12\text{ cm}$ 、 $\angle DAB=\angle ABC=90^\circ$ 、 $\angle BCD=45^\circ$ の台形 $ABCD$ と $PQ=6\text{ cm}$ 、 $PS=12\text{ cm}$ の長方形 $PQRS$ が直線 ℓ 上に並んでいる。このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(鹿児島県 2018 年度)

図1



問1 辺 CD の長さは何 cm か。

問2 下の図2のように長方形 $PQRS$ を固定し、台形 $ABCD$ が直線 ℓ に沿って毎秒 1 cm の速さで矢印 ($\rightarrow$) 方向に移動し、頂点 C が頂点 R と重なったとき移動が止まる。図3はその途中のようすを表したものである。頂点 C が頂点 Q を通過してから x 秒後の2つの図形の重なる部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。次の(1)～(3)の問いに答えよ。

図2

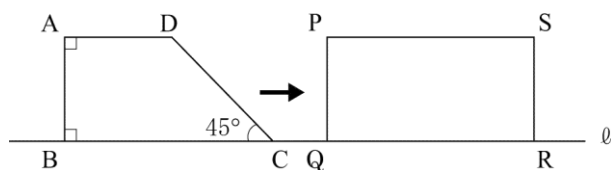
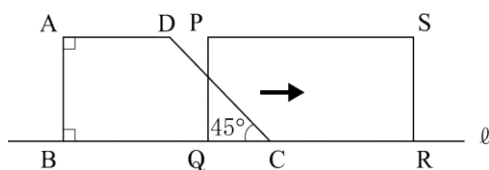


図3



(1) $x=8$ のとき、 y の値を求めよ。

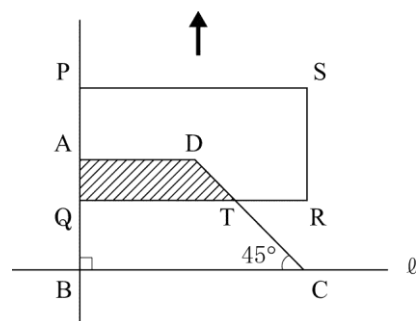
(2) 下の表は、頂点 C が頂点 Q を通過してから移動が止まるまでの x と y の関係を表したものである。

ア ～ ウ にそれぞれあてはまる数または式を書け。

x の変域	式
$0 \leq x \leq$ ア	$y =$ イ
ア $\leq x \leq 12$	$y =$ ウ

(3) 台形 $ABCD$ の移動が止まった状態から、今度は下の図4のように台形 $ABCD$ を固定し、長方形 $PQRS$ が直線 AB に沿って、毎秒 2 cm の速さで矢印 ($\uparrow$) 方向に移動する。辺 CD と辺 QR との交点を T とするとき、台形 $AQTD$ の面積が 24 cm^2 となるのは長方形 $PQRS$ が移動し始めてから何秒後か。ただし、長方形 $PQRS$ が移動し始めてから t 秒後のこととして、 t についての方程式と計算過程も書くこと。

図4



解答欄

問1	cm		
問2	(1)	y=	
	(2)	ア	
		イ	
		ウ	
	(3)	[式と計算]	
		答	秒後

解答

問1 $6\sqrt{2}$ cm

問2

(1) ($y=$) 30

(2)

ア 6

イ $\frac{1}{2}x^2$

ウ $6x-18$

(3)

〔式と計算〕

台形 AQT D ができるのは、 $0 < t < 3$ のときである。

$QB=RC=2t$ cm

$\triangle CRT$ は直角二等辺三角形より

$TR=RC=2t$ cm

$AD=6$ cm, $QT=12-2t$ cm

$AQ=6-2t$ cm であるから

$$\frac{1}{2}\{6+(12-2t)\}(6-2t)=24$$

$$(18-2t)(6-2t)=48$$

$$4t^2-48t+108=48$$

$$t^2-12t+15=0$$

$$\text{解の公式より } t=\frac{12\pm 2\sqrt{21}}{2}$$

$$=6\pm\sqrt{21}$$

$$0 < t < 3 \text{ より } t=6-\sqrt{21}$$

答 $6-\sqrt{21}$ 秒後

解説

問1

点 D から辺 BC に引いた垂線と辺 BC との交点を E とすると
 $\triangle DEC$ は $\angle DEC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形である。

よって $CD = DE \times \sqrt{2} = AB \times \sqrt{2} = 6 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ cm

問2

(1)

$x=8$ のとき、2 つの図形の重なる部分は上底が 2cm、下底が 8cm、高さが 6cm の台形となるから

$$y = \frac{1}{2} \times (2+8) \times 6 = 30$$

(2)

2 つの図形の重なる部分の面積の変わり方は、点 D が点 P を通過する前後で変化する。

(点 D が点 P を通過する前)

x の変域は $0 \leq x \leq 6$ である。

2 つの図形の重なる部分は $CQ = x$ cm の直角二等辺三角形となるから

$$y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2} x^2$$

(点 D が点 P を通過した後)

x の変域は $6 \leq x \leq 12$ である。

2 つの図形の重なる部分は上底が $(x-6)$ cm、下底が x cm、高さが 6cm の台形となるから

$$y = \frac{1}{2} \times \{(x-6) + x\} \times 6 = 6x - 18$$

(3)

台形 AQTD ができるのは、 $0 < t < 3$ のときである。

長方形 PQRS が移動し始めてから t 秒後の図形について

$QB = RC = 2t$ cm

$\triangle CRT$ は直角二等辺三角形だから

$TR = RC = 2t$ cm

$AD = 6$ cm

$QT = (12 - 2t)$ cm

$AQ = (6 - 2t)$ cm であるから

台形 AQTD の面積について

方程式 $\frac{1}{2} \{6 + (12 - 2t)\}(6 - 2t) = 24$ が成り立つ。

これを整理すると、 $(18 - 2t)(6 - 2t) = 48$ $4t^2 - 48t + 108 = 48$ $t^2 - 12t + 15 = 0$

2 次方程式の解の公式より

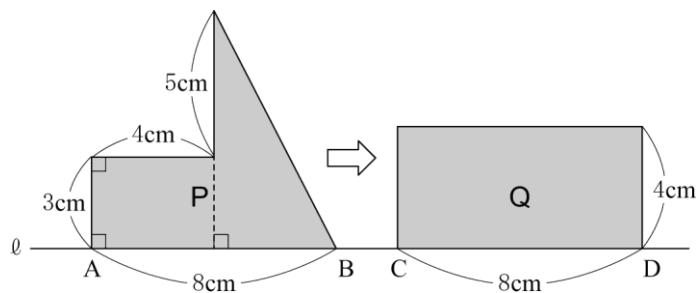
$$t = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \times 1 \times 15}}{2 \times 1} = \frac{12 \pm 2\sqrt{21}}{2} = 6 \pm \sqrt{21}$$

$0 < t < 3$ より

$$t = 6 - \sqrt{21}$$

【問 135】

直線 ℓ 上に、右の図のような図形 P と長方形 Q がある。 Q を固定したまま、 P を図の位置から ℓ にそって矢印の向きに毎秒 1 cm の速さで動かし、点 B と点 D が重なるのと同時に停止させるものとする。点 B と点 C が重なってから x 秒後の、2 つの図形が重なる部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の問 1、問 2 に答えなさい。



(群馬県 2019 年度 後期)

問 1 点 B と点 C が重なってから P が停止するまでの x と y の関係を、重なる部分の図形の種類と x と y の関係を表す式の変化に着目して、次のⅠ～Ⅲの場合に分けて考えた。ア，イ には適する数を，あ ～ う にはそれぞれ異なる式を入れなさい。

Ⅰ $0 \leq x \leq$ ア のとき、 y を x の式で表すと、あ

Ⅱ ア $\leq x \leq$ イ のとき、 y を x の式で表すと、い

Ⅲ イ $\leq x \leq 8$ のとき、 y を x の式で表すと、う

問 2 2 つの図形が重なる部分の面積が P の面積の半分となるのは、点 B と点 C が重なってから何秒後か、求めなさい。

解答欄

問 1	ア	
	イ	
	あ	
	い	
	う	
問 2	秒後	

解答

問 1

ア 2

イ 4

あ $y=x^2$

い $y=4x-4$

う $y=3x$

問 2 $\frac{14}{3}$ (秒後)

解説

問 1

I

$0 \leq x \leq 2$ のとき、重なる部分の図形は底辺 $x\text{cm}$ 、高さ $2x\text{cm}$ の直角三角形だから

$$y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$$

II

$2 \leq x \leq 4$ のとき、重なる部分の図形は上底 $(x-2)\text{cm}$ 、下底 $x\text{cm}$ 、高さ 4cm の台形だから

$$y = \frac{1}{2} \times (x-2+x) \times 4 = 4x-4$$

III

$4 \leq x \leq 8$ のとき、IIの台形は $x=4$ のときの形から変化しないので $y=12$ これに縦 3cm 、横 $(x-4)\text{cm}$ の長方形を加えたものが重なる部分の図形であるから

$$y = 12 + 3(x-4) = 3x$$

問 2

図形 P の面積は $\frac{1}{2} \times 4 \times 8 + 3 \times 4 = 28(\text{cm}^2)$ だから、その半分は 14cm^2 である。

ここで、IIの式に $x=4$ を代入すると $y=12$ だから

重なる部分の面積が 14cm^2 となるのはIIIのときで

$y=3x$ に $y=14$ を代入して

$$14 = 3x \text{ より}$$

$$x = \frac{14}{3}$$

よって $\frac{14}{3}$ 秒後である。

【問 136】

右の図 1 のように、 $AB=a$ cm、 $AD=40$ cm の長方形 ABCD がある。2 点 P、Q は、同時に頂点 A を出発し、点 P は、長方形の辺上を反時計回りに、点 Q は、長方形の辺上を時計回りか、反時計回りかのいずれかで、それぞれ一定の速さで動き続け、2 点 P、Q が、再び同じ位置になったら止まる。出発してから 12.5 秒後に、点 P は頂点 B に、点 Q は頂点 C に達した。

図 1

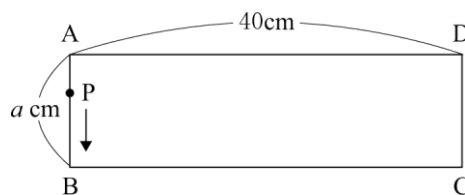
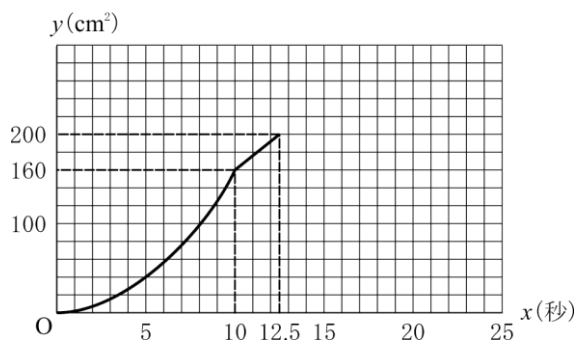


図 2



出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を y cm^2 とし、 $0 \leq x \leq 12.5$ のときのグラフをかいたところ、右の図 2 のようになった。 $0 \leq x \leq 10$ のときは頂点が原点の放物線であり、 $10 \leq x \leq 12.5$ のときは直線である。

このとき、次の問いに答えよ。ただし、 $\triangle APQ$ ができないときは、 $y=0$ とする。

(福井県 2019 年度)

問 1 $0 \leq x \leq 10$ のときの放物線の式を求めよ。

問 2 下の【説明文】は、点 Q が頂点 A を出発して、時計回りか、反時計回りかのどちらに動いたかを説明したものである。【説明文】の中の に言葉を書き入れ【説明文】を完成させよ。

【説明文】

図 2 のグラフを見ると、 $0 \leq x \leq 10$ のときは上に開いた放物線であるので、点 P、Q が出発直後のある一定の時間は、 y は 0 から増加している。

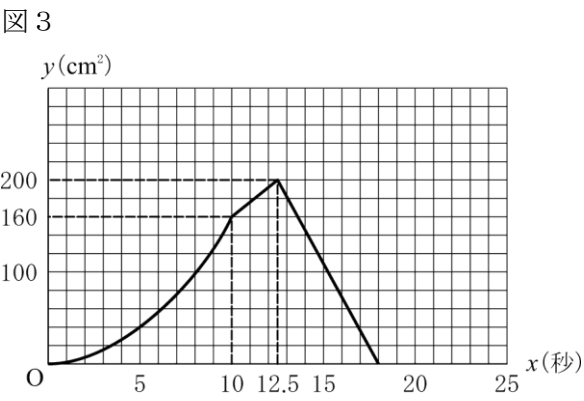
点 Q が時計回りに動いた場合、点 P、Q が出発直後のある一定の時間は、線分 AP を底辺とすると、 を高さとする $\triangle APQ$ ができ、底辺の長さとも高さがともに 0 から増加していくので、 y は 0 から 。

点 Q が反時計回りに動いた場合、点 P、Q が出発直後のある一定の時間は、3 点 A、P、Q が にあるので $\triangle APQ$ ができず、 y は 0 から 。

よって、点 Q は、点 A を出発して、 回りに動いた。

問 3 点 Q の動く速さと a の値を求めよ。

問 4 図 3 は、図 2 に、12.5 秒後から 2 点 P, Q が止まるまでのグラフをかき加えたものである。しかし、そのかき加えたグラフは誤りである。誤りである理由の 1 つを言葉や数、式などを使って説明せよ。



解答欄

問 1	放物線の式 $y=$
問 2	() ()
	() () ()
問 3	点 Q の動く速さ 毎秒 cm
	$a=$
問 4	〔説明〕

解答

問 1 放物線の式 $y = \frac{8}{5}x^2$

問 2

(線分 AQ) (増加していく)

(同じ直線上) (変化しない) (時計)

問 3

点 Q の動く速さ 毎秒 4cm

$a = 10$

問 4

[説明]

かき加えたグラフは、 $y=0$ のとき、 $x=18$ であることが誤りである。なぜなら、P、Q がそれぞれ動いた長さの合計は、出発して 12.5 秒後までに 60 cm、出発して止まるまでに 100 cm だから、面積が再び 0 cm^2 となるのは $12.5 \times \frac{100}{60} = \frac{125}{6}$ 秒後であり、正しいグラフは、 $y=0$ のとき、 $x = \frac{125}{6}$ であるから。

解説

問 1

$0 \leq x \leq 10$ のときは原点を頂点とする放物線とあるので、求める式は $y = kx^2$ と表される。

グラフより、 $x=10$ のとき $y=160$ だから、 $y=kx^2$ に $x=10$ 、 $y=160$ を代入して、

$160 = k \times 10^2$ $k = \frac{8}{5}$ よって、求める式は、 $y = \frac{8}{5}x^2$

問 2

点 Q が時計回りに動く場合と反時計回りに動く場合について、それぞれ簡単な図をかき、動き始めた直後に $\triangle APQ$ ができるかどうかを考えるとよい。解答の「同じ直線上」は「辺 AB 上」でもよい。

問 3

出発してから 12.5 秒後に点 P は頂点 B に、点 Q は頂点 C に達したので、このときの $\triangle APQ$ は

$\triangle ABC$ と一致する。グラフより、 $\triangle APQ$ の面積は 200 cm^2 だから、 $\frac{1}{2} \times 40 \times a = 200$ $a = 10$

点 Q は $AD + DC = 40 + 10 = 50 \text{ (cm)}$ を 12.5 秒で動くので、点 Q の動く速さは $50 \div 12.5 = 4 \text{ (cm/秒)}$

問 4

再び $y=0$ となるのは、2 点 P、Q が出会うときで、このとき P、Q がそれぞれ動いた長さの合計はちょうど長方形 ABCD の周の長さと等しい。出発して 12.5 秒までに P、Q がそれぞれ動いた長さの合計は $10 + 40 + 10 = 60 \text{ (cm)}$ で、長方形 ABCD の周の長さは $10 \times 2 + 40 \times 2 = 100 \text{ (cm)}$ だから、2 点 P、

Q が出会うまでには、12.5 秒の $\frac{100}{60}$ 倍の時間がかかる。よって、再び $y=0$ となるとき x の値は、

$x = 12.5 \times \frac{100}{60} = \frac{125}{6}$ とわかる。これはグラフから読み取れる「 $y=0$ のとき $x=18$ 」と一致しない。

《別の解き方》点 P は 10cm を 12.5 秒で動くので、点 P の動く速さは $10 \div 12.5 = 0.8 \text{ (cm/秒)}$

2 点 P、Q が出会うまでに P、Q がそれぞれ動いた長さの合計は 100cm だから、かかる時間は

$100 \div (0.8 + 4) = \frac{125}{6} \text{ (秒)}$ で、これはグラフから読み取れる「 $y=0$ のとき $x=18$ 」と一致しない。

【問 137】

長方形の封筒の中に、直角三角形の厚紙が 1 枚入っている。図 1 は、厚紙である $\triangle CDE$ を、封筒の端から矢印の方向へ x cm 引き出した様子を表している。点 D 、 B 、 E は直線 m 上にあり、点 P は線分 AB 、 CE の交点である。また、 $\triangle CDE$ の辺 CD 、 DE の長さはどちらも 10 cm である。

$\triangle PBE$ の面積を y cm^2 とすると、 y は x の関数であり、図 2 は、 x と y の関係をグラフに表したものである。

このとき、次の問 1～問 3 に答えなさい。

ただし、 x の変域は、 $0 \leq x \leq 10$ とする。

(山梨県 2019 年度)

問 1 $x=4$ のときの y の値を求めなさい。

問 2 $y=25$ のときの x の値に最も近い整数を、次のア～エから 1 つ選び、その記号を書きなさい。

ア 6 イ 7 ウ 8 エ 9

問 3 図 3 のように、 $\triangle CDE$ の辺 CD の長さを 10 cm から 5 cm に変えた直角三角形の厚紙を、同様に引き出した場合について考える。

このとき、次の (1)、(2) に答えなさい。

- (1) $CD=5$ cm とした場合の $\triangle PBE$ の面積を y cm^2 とすると、 x と y の関係を表すグラフは、図 2 とは異なるグラフとなる。 x の値をある 1 つの値 t に決めて、2 つのグラフにおける y の値をそれぞれ求めたところ、その差が 9 であった。 t の値を求めなさい。

- (2) 図 3 において、 x の値が決まれば線分 DB の長さはただ 1 つに決まる。線分 DB の長さを ℓ cm とするとき、 ℓ は x の 1 次関数であることを、根拠を示して説明しなさい。
また、図 3 において、線分 DB の長さ以外の数量のうち、 x との間の関係が 1 次関数である数量を 1 つ書きなさい。

図 1

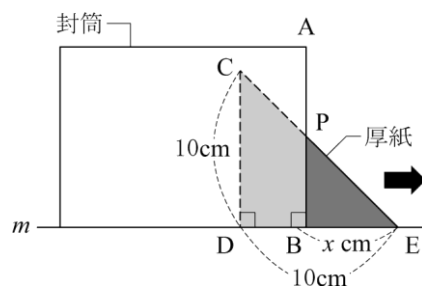


図 2

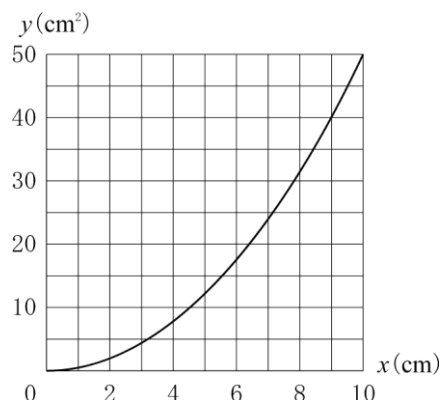
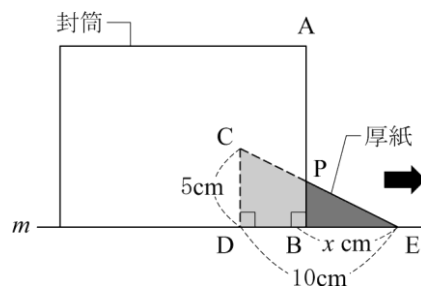


図 3



解答欄

問 1	y=	
問 2		
問 3	(1)	t=
	(2)	〔説明〕
		〔数量〕

解答

問 1 $y=8$

問 2 イ

問 3

(1) $t=6$

(2)

〔説明〕

ℓ を x の式で表すと、

$\ell = -x + 10$ となり、 ℓ が x の 1 次式で表されるから [、 ℓ は x の 1 次関数である]。

〔数量〕

線分 CP の長さ

解説

問 1

$\angle PBE = 90^\circ$, $\angle PEB = 45^\circ$ だから、 $x=4$ のとき、 $\triangle PBE$ は $PB=BE=4\text{cm}$ の直角二等辺三角形。よって、

$$y = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

問 2

問題の図 2 のグラフに $y=25$ のグラフを書き加えると、その交点の x 座標はおよそ 7 となる。よって、イ。

《別の解き方》

$\triangle PBE$ は $PB=BE=x\text{cm}$ の直角二等辺三角形。よって、 $y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2}x^2$

$$y = \frac{1}{2}x^2 \text{ に } y=25 \text{ を代入すると、} 25 = \frac{1}{2}x^2 \quad x^2 = 50 \quad x > 0 \text{ より、} x = \sqrt{50}$$

ここで、 $7 = \sqrt{49}$ 、 $7.5 = \sqrt{56.25}$ だから、 $7 < \sqrt{50} < 7.5$ となり、最も近い整数は 7 とわかる。

問 3

(1)

$\triangle CDE$ と $\triangle PBE$ において、 $\angle CDE = \angle PBE = 90^\circ$, $\angle CED = \angle PEB$ より、2 組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle CDE \sim \triangle PBE$ よって、 $CD : PB = DE : BE$ $5 : PB = 10 : x$ $PB = \frac{1}{2}x\text{cm}$

したがって、 $y = \frac{1}{2} \times x \times \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x^2$ 図 2 のグラフは $y = \frac{1}{2}x^2$ だから、2 つのグラフにおける y の値の差が 9 と

$$\text{なる } t \text{ の値は、} \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{4}t^2 = 9 \quad \frac{1}{4}t^2 = 9 \quad t^2 = 36 \quad t > 0 \text{ より、} t = 6$$

(2)

ℓ が x の 1 次関数であることを示すには、 ℓ が x の 1 次式で表されていることを示せばよい。

ℓ を x の式で表すと、 $\ell = -x + 10$ となり、 ℓ が x の 1 次式で表されている。

三平方の定理より $CE = \sqrt{10^2 + 5^2} = 5\sqrt{5}(\text{cm})$ 点 P から辺 CD に引いた垂線と辺 CD との交点を Q とすると、 $QP = DB = -x + 10$ で、 $\triangle CDE \sim \triangle CQP$ となるから、 $CE : CP = DE : QP$

$$5\sqrt{5} : CP = 10 : (-x + 10) \quad CP = -\frac{\sqrt{5}}{2}x + 5\sqrt{5}(\text{cm}) \text{ となり、線分 CP の長さは } x \text{ の 1 次関数である。}$$

また、線分 PB の長さは $PB = \frac{1}{2}x\text{cm}$ となるので、線分 PB の長さは x の 1 次関数である。(比例の関係は 1 次関数の特別な場合と考えてよい。)

他にも、四角形 BPCD の周の長さも x の 1 次関数である。

【問 138】

右の図 1 において、直線①は関数 $y=ax$ ，曲線②は関数 $y=\frac{16}{x}$ ，直線③は $x=8$ のグラフである。さらに、点 $A(2, 8)$ は①と②との交点、

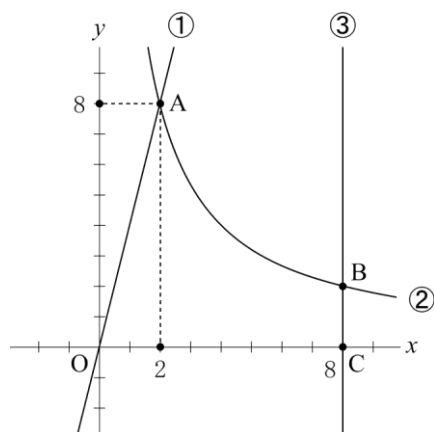
点 B は②と③との交点、点 C は③と x 軸との交点である。

このとき、次の各問いに答えなさい。

ただし、原点は O とし、座標の 1 目盛りは 1 cm とする。

(鳥取県 2019 年度)

図 1



問 1 a の値を求めなさい。

問 2 ②の関数 $y=\frac{16}{x}$ について、 x の変域が $2 \leq x \leq 8$ のとき、 y の変域を求めなさい。

問 3 図 1 において、同時に原点 O を出発してからそれぞれ点 C まで動く 2 点 P, Q を考える。表は、2 点 P, Q が原点 O を出発してから t 秒後の 2 点の動きをまとめたものである。

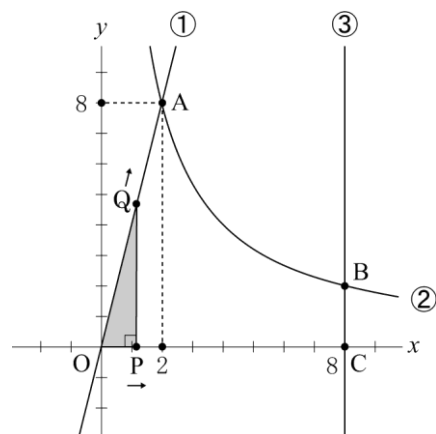
表

点 P, Q が出発してからの時間	点 P の動き	点 Q の動き
$0 \leq t \leq 2$ のとき	x 軸上を原点 O から点 C の方向へ、毎秒 1 cm の速さで進む。	直線①上を原点 O から点 A まで、線分 PQ と x 軸が垂直になるように進む。
$2 \leq t \leq 8$ のとき	x 軸上を x 座標が 2 の点から点 C まで、毎秒 1 cm の速さで進む。	曲線②上を点 A から点 B まで、線分 PQ と x 軸が垂直になるように進む。
$8 \leq t \leq 10$ のとき	点 C にとどまる。	直線③上を点 B から点 C まで、毎秒 1 cm の速さで進む。

2 点 P, Q が原点 O を出発してから t 秒後の $\triangle OPQ$ の面積を $S \text{ cm}^2$ とする。ただし、点 Q が原点 O または点 C にあるときは、 $S=0$ であるとする。このとき、次の (1)～(3) に答えなさい。

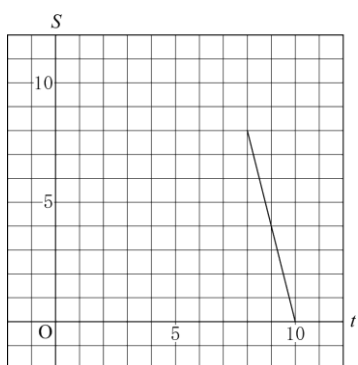
- (1) 右の図2は、 $0 < t \leq 2$ のときの $\triangle OPQ$ を表したものである。このときの S を t の式で表しなさい。

図2



- (2) 次のグラフは、 $8 \leq t \leq 10$ の範囲で S と t の関係を表したものである。 $0 \leq t \leq 10$ の範囲で S と t の関係を表したグラフを解答用紙に完成しなさい。

グラフ



- (3) $0 \leq t \leq 10$ の範囲で $S=5$ となる t の値をすべて求めなさい。

解答欄

問1	$a =$	
問2		
問3	(1)	$S =$
	(2)	
	(3)	$t =$

解答

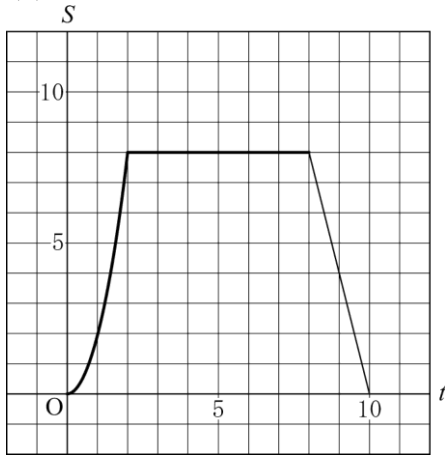
問 1 $a=4$

問 2 $2 \leq y \leq 8$

問 3

(1) $S=2t^2$

(2)



(3) $t=\frac{\sqrt{10}}{2}, \frac{35}{4}$

解説

問 1

点 A(2, 8)は直線①上の点だから, $y=ax$ に $x=2$, $y=8$ を代入すると, $8=a \times 2$ $a=4$

問 2

$x=2$ のとき最大値 $y=\frac{16}{2}=8$ をとり, $x=8$ のとき最小値 $y=\frac{16}{8}=2$ をとるので, $2 \leq y \leq 8$

問 3

(1)

$0 < t \leq 2$ のとき, 点 P, Q が出発してから t 秒後の点 P の座標は $(t, 0)$, 問 1 より, 直線①の式は $y=4x$ だから, 点 Q の座標は $(t, 4t)$ よって, $\triangle OPQ$ の面積 S は, $S=\frac{1}{2} \times t \times 4t=2t^2$

(2)

$0 < t \leq 2$ のとき, (1) より, $S=2t^2$ $2 \leq t \leq 8$ のとき, 点 P, Q が出発してから t 秒後の点 P の座標は $(t, 0)$, 点 Q は曲線②上にあるから, 点 Q の座標は $(t, \frac{16}{t})$ よって, $\triangle OPQ$ の面積 S は, $S=\frac{1}{2} \times t \times \frac{16}{t}=8$ したがって, グラフは解答例のようになる。

(3)

$0 < t \leq 2$ のとき, $5=2t^2$ $t^2=\frac{5}{2}$ $t=\pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$ $0 < t \leq 2$ だから, $t=\frac{\sqrt{10}}{2}$

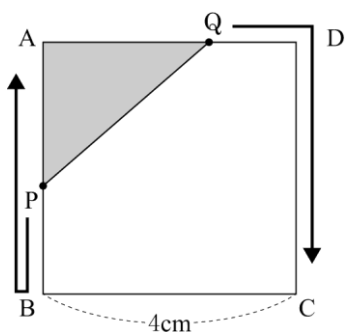
$8 \leq t \leq 10$ のとき, グラフは傾きが -4 で点(10, 0)を通る直線だから, その式は $S=-4t+40$

よって, $5=-4t+40$ $4t=35$ $t=\frac{35}{4}$

【問 139】

図 1 のように、1 辺の長さが 4 cm の正方形 ABCD があり、2 点 P、Q は次の動き方にしたがって正方形 ABCD の周上を動く。

図 1



動き方

- ・ 2 点 P、Q は同時に A を出発する。
- ・ 点 P は毎秒 1 cm の速さで動き、辺 AB 上を A から B まで行って折り返し、A にもどって止まる。
- ・ 点 Q は一定の速さで動き、周上を A から D を通って C まで行って止まる。

2 点 P、Q が同時に A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。ただし、 $\triangle APQ$ ができないときは $y=0$ とする。次の問 1～問 3 に答えなさい。

(島根県 2019 年度)

問 1 点 Q は毎秒 1 cm の速さで動くとする。次の (1)～(4) に答えなさい。

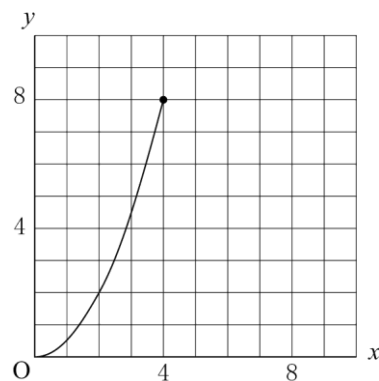
(1) 2 点 P、Q が A を出発してから 3 秒後の $\triangle APQ$ の面積を求めなさい。

(2) 図 2 は、点 P が A を出発してから B に行くまでの x と y の関係をグラフに表したものである。このときの y を x の式で表しなさい。ただし、 x の変域は答えなくてよい。

(3) 点 P が A を出発してから再び A にもどって止まるまでの x と y の関係を表すグラフを、図 2 につづきをかいて完成させなさい。

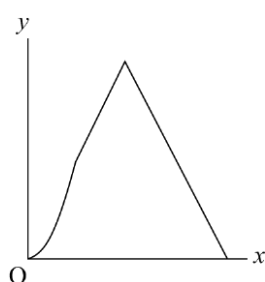
(4) $\triangle APQ$ の面積が 6 cm^2 になるときの x の値をすべて求めなさい。

図 2

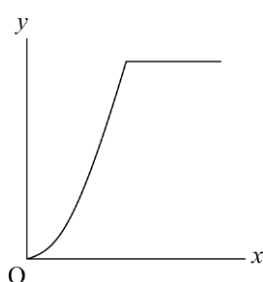


問 2 点 Q は毎秒 2 cm の速さで動くとする。 x と y の関係をグラフに表したものとして最も適当なものを、次のア～エから 1 つ選び、記号で答えなさい。

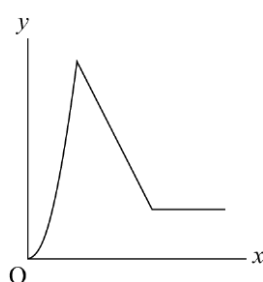
ア



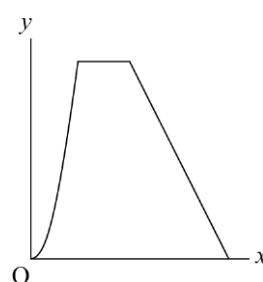
イ



ウ



エ



説明

$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ 点Qの速さは毎秒1 cm以上である。} \\ \bullet \text{ 2点P, QがAを出発してから } \boxed{} \text{ 秒後である。} \end{array} \right.$

このとき、点 P の位置は 上にあり、点 Q の位置は 上にある。

問 1	(1)	cm^2
	(2)	$y =$
	(3)	
	(4)	$x =$
問 2		
問 3	…出発してから 秒後である。	
	点 P の位置は 上にあり、点 Q の位置は 上にある。	

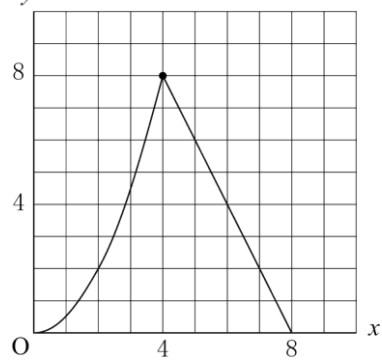
解答

問 1

(1) $\frac{9}{2} \text{ cm}^2$

(2) $y = \frac{1}{2}x^2$

(3)



(4) $x = 2\sqrt{3}, 5$

問 2 ア

問 3

…出発してから 4 秒後である。

点 P の位置は点 B 上にあり，点 Q の位置は辺 CD 上にある。

解説

問 1

(1)

2 点 P, Q が出発してから 3 秒後の $\triangle APQ$ は $AP=AQ=3\text{cm}$ の直角三角形である。

$$\text{よって, } \triangle APQ = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2} (\text{cm}^2)$$

(2)

2 点 P, Q が出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ は $AP=AQ=x\text{cm}$ の直角三角形である。

$$\text{よって, } \triangle APQ = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2}x^2 (\text{cm}^2) \text{ だから, } y = \frac{1}{2}x^2$$

(3)

$x=4$ の前後で 2 点 P, Q は共に動き方が変わり, $x=8$ のときに 2 点 P, Q は共に停止する。

図 2 と (2) より, $0 \leq x \leq 4$ のときは $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフで表されているから, $4 \leq x \leq 8$ の場合をかき込めばよい。 $4 \leq x \leq 8$ のとき, 点 P は B から A に向かって移動しており, 点 Q は辺 DC 上を移動しているから, $\triangle APQ$ は底辺が $AP=(8-x)\text{cm}$, 高さが $AD=4\text{cm}$ の三角形である。

$$\text{よって, } y = \frac{1}{2} \times (8-x) \times 4 = 16-2x \quad \text{このグラフは, 2 点 (4, 8), (8, 0) を両端とする線分である。}$$

(4)

(3) の解答のグラフと $y=6$ との交点を考えればよく, 交点は $0 \leq x \leq 4$ のときと $4 \leq x \leq 8$ のときにそれぞれ 1 個ずつある。

$$0 \leq x \leq 4 \text{ のとき, } y = \frac{1}{2}x^2 \text{ に } y=6 \text{ を代入すると, } 6 = \frac{1}{2}x^2 \quad x^2 = 12 \quad x = \pm 2\sqrt{3} \quad 0 \leq x \leq 4 \text{ より, } x = 2\sqrt{3}$$

$$4 \leq x \leq 8 \text{ のとき, } y = 16-2x \text{ に } y=6 \text{ を代入すると, } 6 = 16-2x \quad x = 5$$

問 2

点 P の移動のしかたは $0 \leq x \leq 4$, $4 \leq x \leq 8$ で異なり, 点 Q の移動のしかたは $0 \leq x \leq 2$, $2 \leq x \leq 4$, $4 \leq x \leq 8$ で異なるから, $0 \leq x \leq 2$, $2 \leq x \leq 4$, $4 \leq x \leq 8$ の 3 つの場合に分けて考える。

$0 \leq x \leq 2$ のとき, $\triangle APQ$ は $AP=x\text{cm}$, $AQ=2x\text{cm}$, $\angle PAQ=90^\circ$ の直角三角形である。

$$\text{よって, } \triangle APQ = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2 (\text{cm}^2) \text{ だから, } y = x^2$$

$2 \leq x \leq 4$ のとき, $\triangle APQ$ は底辺が $AP=x\text{cm}$, 高さが $AD=4\text{cm}$ の三角形である。

$$\text{よって, } \triangle APQ = \frac{1}{2} \times x \times 4 = 2x (\text{cm}^2) \text{ だから, } y = 2x$$

$4 \leq x \leq 8$ のとき, $\triangle APQ$ は底辺が $AP=(8-x)\text{cm}$, 高さが $AD=4\text{cm}$ の三角形である。

$$\text{よって, } \triangle APQ = \frac{1}{2} \times (8-x) \times 4 = 16-2x \text{ だから, } y = 16-2x$$

したがって, グラフは **A** である。

問 3

$\triangle APQ$ の底辺を AP とすると, 辺 AP の長さは 4cm 以下であり, またこのときの高さは, (i) 点 Q が辺 AD 上にあるとき AQ, (ii) 点 Q が辺 DC 上にあるとき AD のどちらかであるが, いずれにしても高さは 4cm 以下である。

$$\text{ここで, 底辺が } 4\text{cm}, \text{ 高さが } 4\text{cm} \text{ の三角形の面積は } \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 (\text{cm}^2)$$

だから, $\triangle APQ$ の面積が 8cm^2 となるには底辺である辺 AP の長さが 4cm であり, そのときの高さが 4cm でなくてはならない。AP= 4cm となるのは点 P の位置が点 B 上にあるときしかなく, それは 2 点 P, Q が A を出発してから 4 秒後である。このとき, 点 Q が辺 CD 上にあれば高さが 4cm となる。

【問 140】

大輝さんと真衣さんは、次のように動く図形が重なった部分の面積について考えた。問 1～問 3 に答えなさい。

(岡山県 2019 年度 一般)

図 1 のように、 $AB=BC=8\text{ cm}$ 、 $\angle ABC=90^\circ$ の直角二等辺三角形 ABC と、 $DE=8\text{ cm}$ 、 $EF=4\text{ cm}$ の長方形 $DEFG$ が直線 ℓ 上にあり、点 C と点 E は重なっている。図 2 のように、長方形 $DEFG$ を固定し、 $\triangle ABC$ が直線 ℓ にそって矢印の方向に毎秒 1 cm の速さで動く。図 3 のように、点 B が点 F と重なったとき、 $\triangle ABC$ は止まる。 $\triangle ABC$ が動き始めてから t 秒後の $\triangle ABC$ と長方形 $DEFG$ が重なった部分を P とする。

図 1

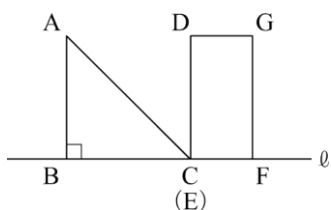


図 2

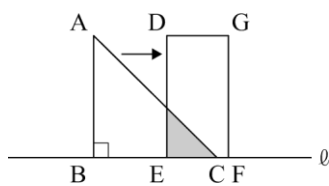
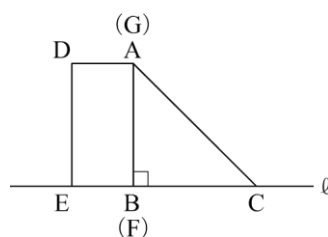


図 3



<大輝さんの考え>

【 $\triangle ABC$ が動き始めてから t 秒後の P の面積】

(i) 点 C が線分 EF 上にあるとき

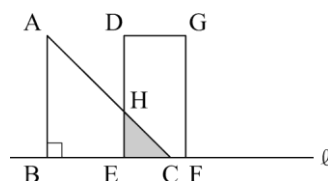
t のとりうる値の範囲は $0 \leq t \leq$ (1) である。

線分 AC と線分 DE との交点を H とすると、

P は直角二等辺三角形であり、

$CE=EH=$ (2) cm だから、

P の面積は (3) cm^2 と表される。



(ii) 2 点 B, C が線分 EF 上にないとき

t のとりうる値の範囲は (1) $< t < 8$ である。

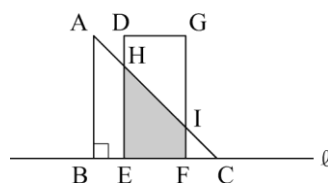
線分 AC と線分 GF との交点を I とすると、

P は台形であり、

$EH=$ (2) cm 、 $FI=$ (4) cm 、

$EF=4\text{ cm}$ だから、

P の面積は (5) cm^2 と表される。



(あ) (iii) 点 B が線分 EF 上にあるとき

問 1 (1) ～ (5) に適当な数または t を使った式を書き入れなさい。

問2 下線部(あ)について、真衣さんは次のように考えた。(6) には t を使った式を書き入れなさい。また、(7) には下線部(い)の考えに従って P の面積を求め、＜真衣さんの考え＞を完成させなさい。ただし、(7) は答えを求めるまでの過程も書きなさい。

＜真衣さんの考え＞

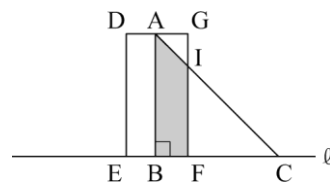
(iii) 点 B が線分 EF 上にあるとき

t のとりうる値の範囲は $8 \leq t \leq 12$ である。

P の面積は、(い) $\triangle ABC$ の面積から $\triangle IFC$ の面積をひいて求めることができる。

$CF =$ (6) cm だから、 P の面積は、

(7)



問3 P の面積が 14 cm^2 となるときの、 t の値をすべて求めなさい。

解答欄

問 1	(1)	
	(2)	(cm)
	(3)	(cm ²)
	(4)	(cm)
	(5)	(cm ²)
問 2	(6)	(cm)
	(7)	
問 3	t=	

解答

問 1

(1) 4

(2) t (cm)

(3) $\frac{1}{2}t^2$ (cm²)

(4) $t-4$ (cm)

(5) $4t-8$ (cm²)

問 2

(6) $t-4$ (cm)

(7)

$$\frac{1}{2} \times CB \times BA - \frac{1}{2} \times CF \times FI$$

$$= \frac{1}{2} \times 8^2 - \frac{1}{2} \times (t-4)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 64 - \frac{1}{2} \times (t^2 - 8t + 16)$$

$$= 32 - \frac{1}{2}t^2 + 4t - 8$$

$$= -\frac{1}{2}t^2 + 4t + 24$$

したがって、P の面積は $-\frac{1}{2}t^2 + 4t + 24$ (cm²)

と表される。

問 3 $t = \frac{11}{2}, 10$

解説

問 1

(1) $\triangle ABC$ は毎秒 1cm の速さで動き、 $EF=4$ cm だから、 t のとりうる値の範囲は $0 \leq t \leq 4$

(2) CE の長さは、 $\triangle ABC$ が出発してから t 秒間で動いた距離だから、 $CE=1 \times t=t$ (cm)

(3) P の面積は、 $\frac{1}{2} \times CE \times EH = \frac{1}{2} \times t \times t = \frac{1}{2}t^2$ (cm²)

(4) $\triangle IFC$ は直角二等辺三角形だから、 $FI=CF=CE-EF=t-4$ (cm)

(5) P は台形だから、面積は、 $\frac{1}{2} \times (EH+FI) \times EF = \frac{1}{2} \times (t+t-4) \times 4 = 4t-8$ (cm²)

問 2

(6) $CF=CE-EF=t-4$ (cm)

(7) $\triangle ABC - \triangle IFC$ を t を使った式で表す。

問 3

2 点 B, C と線分 EF との位置関係によって、場合分けして考える。

・点 C が線分 EF 上にあるとき ($0 \leq t \leq 4$)

P は直角二等辺三角形で、点 C が点 F と重なるとき面積は最大になるが、その値は、 $\frac{1}{2} \times 4^2 = 8$ (cm²)

よって、面積が 14cm² になることはない。

・2 点 B, C が線分 EF 上にないとき ($4 < t < 8$)

問 1 (5) より、 $4t-8=14$ $4t=22$ $t=\frac{11}{2}$ これは問題にあっている。

・点 B が線分 EF 上にあるとき ($8 \leq t \leq 12$)

問 2 (7) より、 $-\frac{1}{2}t^2 + 4t + 24 = 14$ 両辺に -2 をかけて整理すると、 $t^2 - 8t - 20 = 0$

$(t+2)(t-10)=0$ $t=-2, 10$ $8 \leq t \leq 12$ より、 $t=-2$ は問題にあっていない。 $t=10$ は問題にあっている。

【問 141】

図 1 のように、1 辺の長さが 4 cm の正方形 ABCD と、縦の長さが 6 cm、横の長さが 10 cm の長方形 PQRS があり、直線 ℓ と直線 m は点 O で垂直に交わっている。また、正方形 ABCD の辺 AD と長方形 PQRS の辺 QR は直線 ℓ 上にあって、頂点 A と頂点 R は点 O と同じ位置にある。いま、正方形 ABCD を直線 m にそって、長方形 PQRS を直線 ℓ にそって、それぞれ矢印の方向に移動する。

図 2 のように、正方形 ABCD を $OA = x$ cm、長方形 PQRS を $OR = x$ cm となるようにそれぞれ移動したとき、正方形 ABCD と長方形 PQRS が重なっている部分の面積を y cm² とする。このとき、それぞれの問いに答えなさい。

(山形県 2020 年度)

図 1

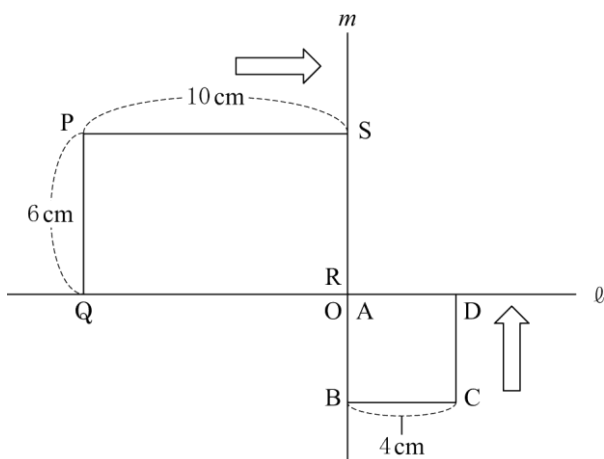
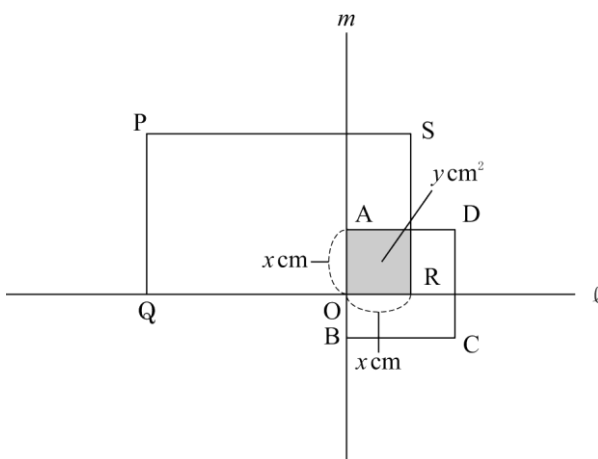


図 2



問 1 頂点 B と頂点 P が同じ位置にくるまでそれぞれ移動したときの x と y の関係を表にかきだしたところ、表 1 のようになった。次の問いに答えなさい。

表 1

x	0	...	4	...	10
y	0	...	16	...	0

(1) $x = 3$ のときの y の値を求めなさい。

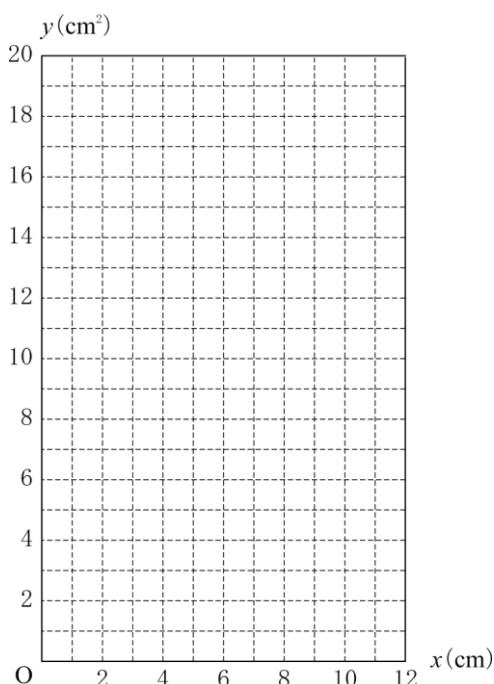
(2) 表 2 は、頂点 B と頂点 P が同じ位置にくるまでそれぞれ移動したときの x と y の関係を式に表したものである。ア ～ ウ にあてはまる数または式を、それぞれ書きなさい。

また、このときの x と y の関係を表すグラフを、図 3 にかきなさい。

表 2

x の変域	式
$0 \leq x \leq 4$	$y =$ イ
$4 \leq x \leq$ ア	$y = 16$
ア $\leq x \leq 10$	$y =$ ウ

図 3



問2 正方形 ABCD と長方形 PQRS が重なっている部分の面積が、 $\triangle APQ$ の面積と等しくなるときの x の値を求めなさい。

ただし、直線 m と辺 PQ が重なるときは考えないものとする。

解答欄

問 1	(1)		
	(2)	ア	
		イ	
		ウ	
	図 3		
問 2			

解答

問 1

(1) 9

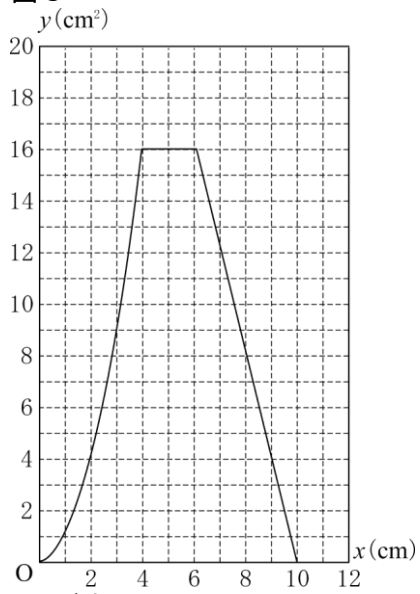
(2)

ア 6

イ x^2

ウ $-4x + 40$

図 3



問 2 $\frac{14}{3}$

解説

問 1

(1)

重なっている部分の面積は 1 辺の長さが 3 cm の正方形である。

(2)

$0 \leq x \leq 4$ のとき、重なっている部分は、1 辺の長さが x cm の正方形である。よって、イの答えは $y = x^2$ である。ここからさらに移動が進むと、正方形 ABCD は長方形 PQRS の中に完全に含まれるようになる（図 4）。このとき、重なっている部分の面積は 16 cm^2 で一定であり、点 A が 6 になるまでこの状態は続く。よってアの答えである x の変域は $4 \leq x \leq 6$ である。さらに移動が進むと、正方形 ABCD の一部が長方形 PQRS の上側に飛び出し、重ならないようになる（図 5）。このとき、重なっている部分の長方形の縦の長さは $4 - (x - 6) = -x + 10$ で表される。また、このときの横の長さは 4 cm であることから、ウの答えは $y = (-x + 10) \times 4 = -4x + 40$

図 4

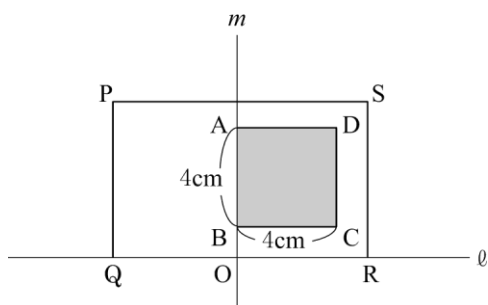
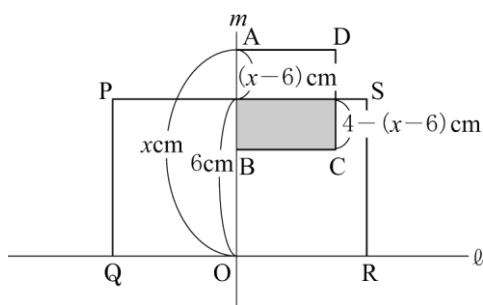


図 5



問 2

まずは $\triangle APQ$ の面積について考える。 $\triangle APQ$ の面積も図形の移動とともに変化するが、底辺である PQ の長さは常に 6 cm である。

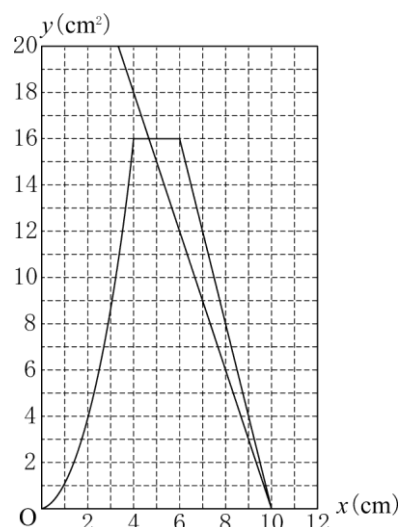
次に、高さ OQ は $10 - x$ (cm) で表すことができ、

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times 6 \times (10 - x) = -3x + 30 \text{ となる。}$$

右の図 6 より、 $y = 16$ と交点をもつことがわかり、

$$16 = -3x + 30 \quad x = \frac{14}{3}$$

図 6



【問 142】

右の図 1 において、曲線は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフで、直線 ℓ は点 A (−6, 18)、点 B (4, 8) で曲線と交わっています。

このとき、次の各問に答えなさい。

(埼玉県 2020 年度)

問 1 直線 ℓ の式を求めなさい。

問 2 下の図 2 において、曲線上を点 A から点 B まで動く点 P をとり、点 P から x 軸と平行な直線をひき、直線 ℓ との交点を Q とします。また、点 P, Q から x 軸へ垂線をひき、 x 軸との交点をそれぞれ R, S とします。

このとき、次の (1), (2) に答えなさい。

(1) 長方形 PRSQ が正方形になる点 P の座標を、途中の説明も書いてすべて求めなさい。
その際、「点 P の x 座標を t とおくと、」に続けて説明しなさい。

(2) $\triangle BPQ$ と $\triangle OPQ$ の面積比が 1 : 3 となる点 Q の座標を、すべて求めなさい。

図 1

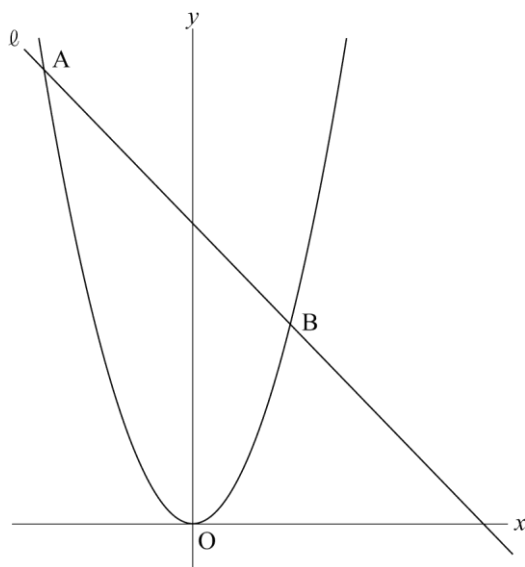
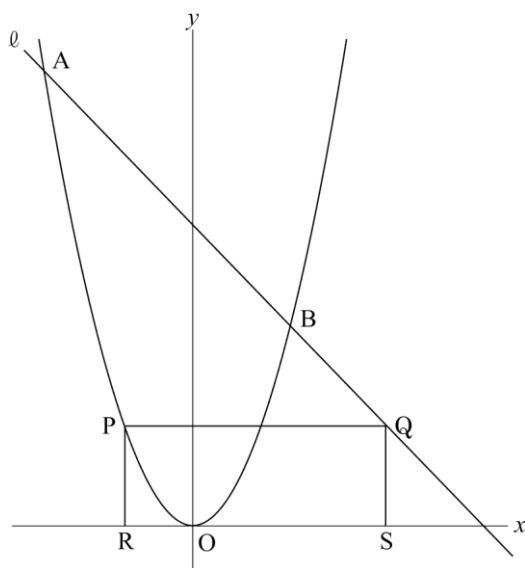


図 2



解答欄

問 1	$y =$	
問 2	(1)	〔説明〕 点 P の x 座標を t とおくと、 答え
	(2)	

解答

問 1 $y = -x + 12$

問 2

(1)

〔説明〕

(点 P の x 座標を t とおくと、)

座標は $P\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$,

$Q\left(12 - \frac{1}{2}t^2, \frac{1}{2}t^2\right)$, $R(t, 0)$

となる。

正方形は辺の長さが等しいので、

$PQ = PR$

$$12 - \frac{1}{2}t^2 - t = \frac{1}{2}t^2$$

$$t^2 + t - 12 = 0$$

$$t = 3, -4$$

t の値はどちらも問題にあっている。

$t = 3$ のとき、 $\left(3, \frac{9}{2}\right)$

$t = -4$ のとき、 $(-4, 8)$

(答え) $\left(3, \frac{9}{2}\right)$, $(-4, 8)$

(2) $(0, 12)$, $(6, 6)$

解説

問 2

(1)

点 P の x 座標を t とおくと、点 P の座標は $(t, \frac{1}{2}t^2)$

すると、点 Q の y 座標は $\frac{1}{2}t^2$ となり、直線 $\ell: y = -x + 12$ 上にあるので、これに $y = \frac{1}{2}t^2$ を代入すると、

$$\frac{1}{2}t^2 = -x + 12 \quad x \text{ について解いて、} x = 12 - \frac{1}{2}t^2 \quad \text{したがって、点 Q の座標は } (12 - \frac{1}{2}t^2, \frac{1}{2}t^2)$$

以上より、線分 PR の長さは $\frac{1}{2}t^2$ 、線分 PQ の長さは $(12 - \frac{1}{2}t^2) - t = -\frac{1}{2}t^2 - t + 12$ となるので、これらが等

しくなると長方形 PRSQ は正方形となる。よって、 $\frac{1}{2}t^2 = -\frac{1}{2}t^2 - t + 12$

$$t^2 + t - 12 = 0 \quad (t-3)(t+4) \quad t=3, -4 \quad -6 < t < 4 \quad \text{より問題に合う。}$$

よって、点 P の座標は、 $t=3$ のとき、 $(3, \frac{9}{2})$ 、 $t=-4$ のとき、 $(-4, 8)$

問 2

(2)

右図のように、点 B(4, 8) の y 軸に関して対称な点を $B'(-4, 8)$ とする。点 P が $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の 2 点 A, B'間にあるときと B, B'間にあるときに分けて考える。

(i)

点 P が 2 点 A, B'間にあるとき。

$\triangle BPQ$ と $\triangle OPQ$ は辺 PQ が共通なので、辺 PQ を底辺と考えると、面積の比が $1:3$ となるためには、高さの比が $1:3$ となればよい。よって、点 B から直線 PQ に下ろした垂線の長さと点 O から直線 PQ に下ろした垂線の長さの比が $1:3$ となる。

したがって、直線 PQ の式は $y = \frac{1}{2}t^2$ なので、

$$(\frac{1}{2}t^2 - 8) : \frac{1}{2}t^2 = 1:3 \quad \text{これを計算して、}$$

$$\frac{1}{2}t^2 = 3(\frac{1}{2}t^2 - 8) \quad t^2 = 24$$

点 Q の座標は $(12 - \frac{1}{2}t^2, \frac{1}{2}t^2)$ なので、このとき点 Q の座標は $(0, 12)$

(ii)

点 P が 2 点 B, B'間にあるとき。

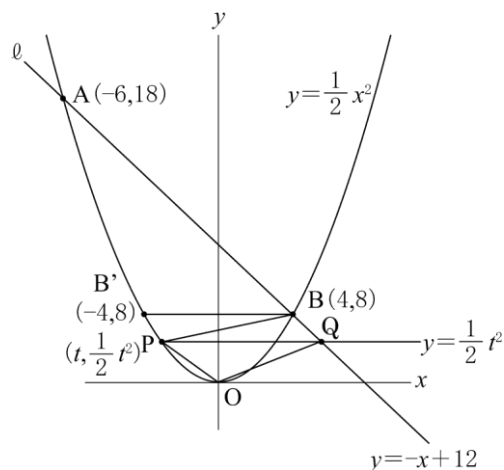
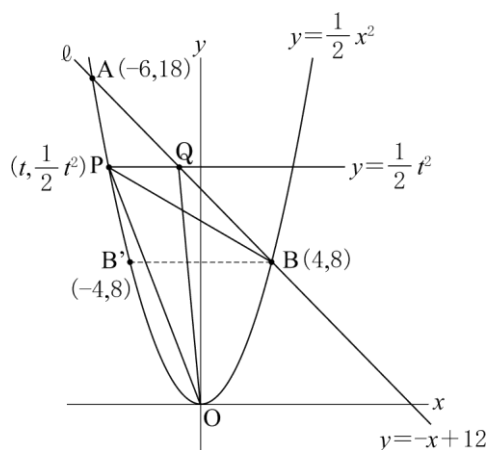
(i)と同様に考えて、右図より、

$$(8 - \frac{1}{2}t^2) : \frac{1}{2}t^2 = 1:3 \quad \text{これを計算して、}$$

$$\frac{1}{2}t^2 = 3(8 - \frac{1}{2}t^2) \quad 2t^2 = 24 \quad t^2 = 12$$

点 Q の座標は $(12 - \frac{1}{2}t^2, \frac{1}{2}t^2)$ なので、

このとき点 Q の座標は $(6, 6)$



【問 143】

右の図 1 のように、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $BC=8\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ があり、辺 BC 、 CD の中点をそれぞれ点 E 、 F とする。点 P は、 A を出発し、毎秒 1 cm の速さで、あともどりすることなく辺 AB 、 BC 上を E まで動き、 E で停止する。また、

点 Q は、 P と同時に A を出発し、毎秒 1 cm の速さで、あともどりすることなく辺 AD 、 DC 上を F まで動き、 F で停止する。

線分 PQ を折り目として、 A をふくむ図形を折り返し、その図形 (図 1 の斜線部分) を R とする。

P 、 Q が同時に A を出発してから x 秒後の R の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の問いに答えなさい。

(富山県 2020 年度)

問 1 $x=6$ のとき、 y の値を求めなさい。

問 2 右の図 2 は、 Q が F まで動くときの x と y の関係を表したグラフの一部である。このグラフを完成させなさい。

問 3 右の図 3 のように、図 1 の図形 R と長方形 $ABCD$ とが重なってできる図形を S とする。 P 、 Q が同時に A を出発してから Q が F で停止するまでの時間と、図形 S の面積との関係を表すグラフに最も近いものを、下のア～オの中から 1 つ選び、記号で答えなさい。

図 1

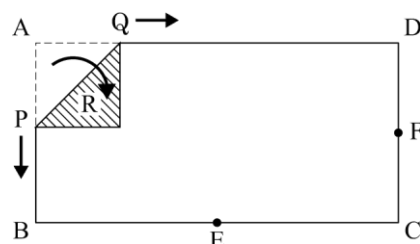


図 2

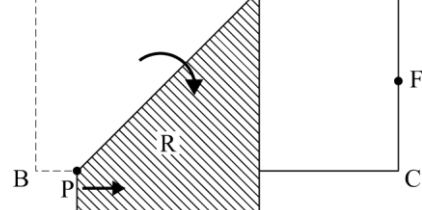


図 3

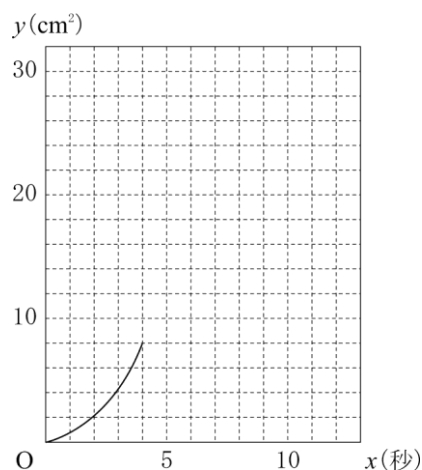
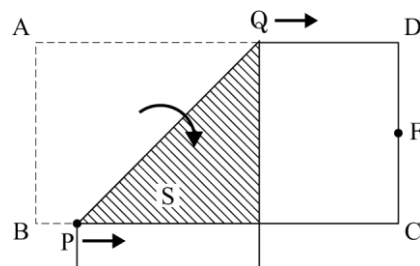
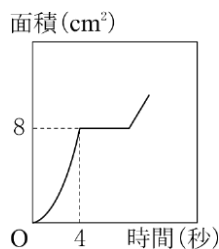


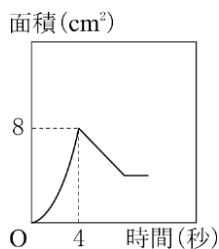
図 3



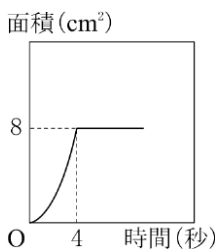
ア



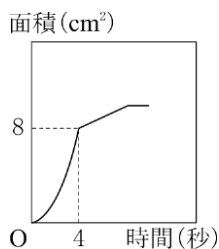
イ



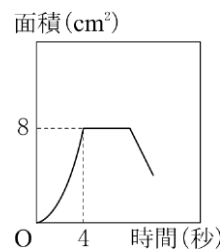
ウ



エ

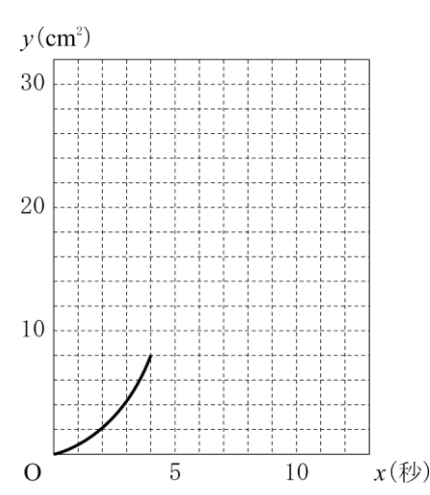


オ



問 4 P, Q が同時に A を出発してから, 経過した時間毎に図形 R と図形 S の面積を比較したとき, 面積比が 5 : 2 となるのは, P, Q が同時に A を出発してから何秒後か求めなさい。

解答欄

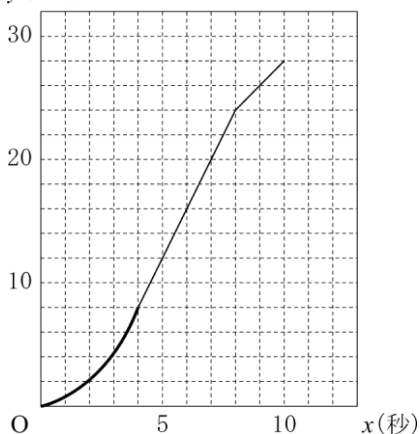
問 1	$y =$
問 2	
問 3	
問 4	秒後

解答

問 1 $y=16$

問 2

$y(\text{cm}^2)$



問 3 オ

問 4 7 秒後

解説

問 1

$x=6$ のとき、図形 R は台形であり、台形 ABPQ と合同な図形である。よって、面積は $\frac{1}{2} \times (AQ+BP) \times AB$
 $= \frac{1}{2} \times (6+2) \times 4 = 16(\text{cm}^2)$

問 2

4 秒後から 8 秒後（動点 Q が点 D に到達するとき）までの図形 R の面積を R_{4-8} と表す。このときの図形 R は台形であり、台形 ABPQ と合同で面積が等しい。よって、台形 ABPQ の面積を求める。

x を用いて必要な辺の長さを表す。 $AQ=x$ である。ここで、動点 P の移動距離について、

$AB+BP=x$ であり、 $4+BP=x$ $BP=x-4$ である。したがって、 $R_{4-8}=\text{台形 ABPQ}=\frac{1}{2} \times (AQ+BP) \times AB$
 $= \frac{1}{2} \times (x+x-4) \times 4$ と表され、 $R_{4-8} : y=4x-8$ ($4 \leq x \leq 8$) となる。

次に R_{8-10} を考える。8 秒後以降では、点 P は点 E で停止している。よって、 $R_{8-10}=\text{長方形 ABCD}-\triangle QEC$ で面積を求める。動点 Q の x 秒後の移動距離について $AD+DQ=x$ $DQ=x-8$ であり、 $QC=DC-DQ=4-(x-8)=12-x$

である。よって、 $R_{8-10}=\text{長方形 ABCD}-\triangle QEC=4 \times 8 - \frac{1}{2} \times QC \times EC = 32 - \frac{1}{2} \times (12-x) \times 4$ と表され、 $R_{8-10} : y=2x+8$ ($8 \leq x \leq 10$) となる。

問 3

$4 \leq x \leq 8$ では、図形 S の面積は一定である。よって、答えは **ア** か **ウ** か **オ** と考えられる。次に、

$8 \leq x \leq 10$ では、図形 $S=\triangle QEC$ である。このとき動点 Q が F に近づくほど、 $\triangle QEC$ の面積が小さくなることから、図形 S の面積を表したグラフは **オ** である。

問 4

$S_{4-8}=8$ 、 $S_{8-10}=\triangle QEC$ であり、問 2 の解説より、 $\triangle QEC=\frac{1}{2} \times (12-x) \times 4 = -2x+24 = S_{8-10}$ である。それぞれの場合において、 $R : S = 5 : 2$ となることを考える。 $R_{4-8} : S_{4-8} = 5 : 2$ $(4x-8) : 8 = 5 : 2$

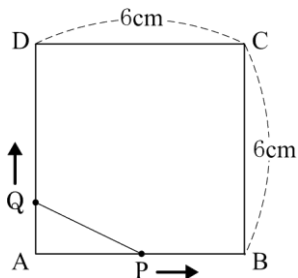
$x=7$ これは $4 \leq x \leq 8$ を満たしている。次に、 $R_{8-10} : S_{8-10} = 5 : 2$ $(2x+8) : (-2x+24) = 5 : 2$ $x = \frac{52}{7}$
 $= 7.42\cdots$ これは $8 \leq x \leq 10$ を満たしておらず、不適。最後に、 $0 \leq x \leq 4$ のときだが、このとき $R_{0-4}=S_{0-4}$ であり面積は同じであるため、条件を満たすことはない。
よって、答えは 7 秒後

【問 144】

下の図のような 1 辺が 6 cm の正方形 ABCD がある。点 P, Q は、点 A を同時に出発して、点 P は毎秒 2 cm の速さで正方形の辺上を反時計回りに動き、点 Q は毎秒 1 cm の速さで正方形の辺上を時計回りに動く。また、点 P, Q は出会うまで動き、出会ったところで停止する。

点 P, Q が点 A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき、次の問いに答えなさい。ただし、 $x=0$ のときと、点 P, Q が出会ったときは、 $y=0$ とする。

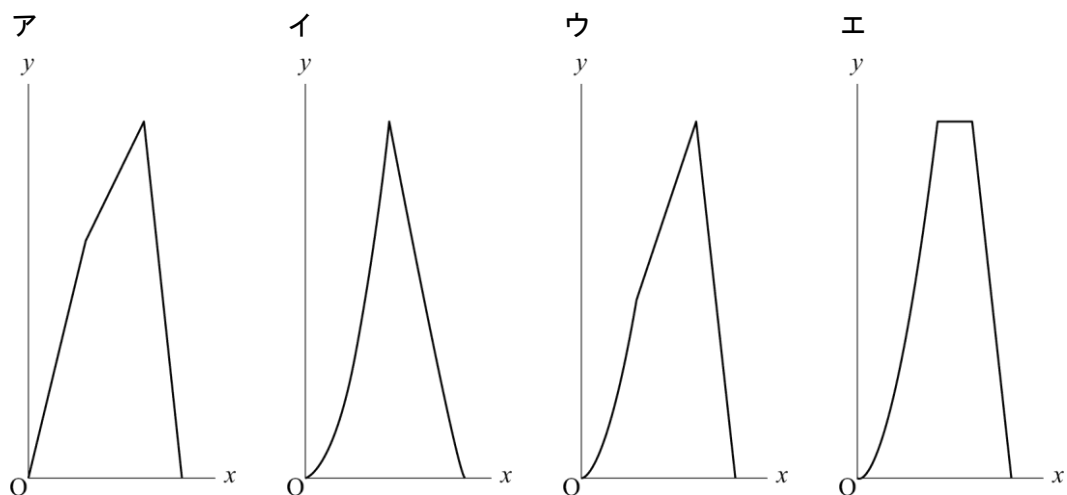
(愛媛県 2020 年度)



問 1 $x=1$ のときと、 $x=4$ のときの、 y の値をそれぞれ求めよ。

問 2 点 P, Q が出会うのは、点 P, Q が点 A を出発してから何秒後か求めよ。

問 3 下のア～エのうち、 x と y の関係を表すグラフとして、最も適当なものを 1 つ選び、その記号を書け。



問 4 $y=6$ となるときの x の値を全て求めよ。

解答欄

問 1	$x=1$ のとき $y=$
	$x=4$ のとき $y=$
問 2	秒後
問 3	
問 4	$x=$

解答

問 1

$x=1$ のとき ($y=$) 1

$x=4$ のとき ($y=$) 12

問 2 8 (秒後)

問 3 ウ

問 4 ($x=$) $\sqrt{6}$, $\frac{22}{3}$

解説

問 3

点 P は x 秒で $2x(\text{cm})$ 動くから、 $0 \leq x \leq 3$ のとき AB 上、 $3 \leq x \leq 6$ のとき BC 上、 $6 \leq x \leq 8$ のとき CD 上にある。また、点 Q は x 秒で $x(\text{cm})$ 動くから、 $0 \leq x \leq 6$ のとき AD 上、 $6 \leq x \leq 8$ のとき CD 上にある。

$\triangle APQ$ の面積 $y \text{ cm}^2$ を表す式は、 $0 \leq x \leq 3$ 、 $3 \leq x \leq 6$ 、 $6 \leq x \leq 8$ の 3 つの範囲ごとに考える。

・ $0 \leq x \leq 3$ のとき

点 P は AB 上、点 Q は AD 上にある。

$AP=2x(\text{cm})$ 、 $AQ=x(\text{cm})$ より、 $y=\frac{1}{2} \times 2x \times x = x^2$

・ $3 \leq x \leq 6$ のとき

点 P は BC 上、点 Q は AD 上にある。

$AQ=x(\text{cm})$ 、 $AB=6(\text{cm})$ より、 $y=\frac{1}{2} \times x \times 6 = 3x$

・ $6 \leq x \leq 8$ のとき

点 P、Q はともに CD 上にある。

点 P が動いた長さは $2x(\text{cm})$ 、 $AB=BC=6(\text{cm})$ だから、 $CP=2x-12(\text{cm})$

点 Q が動いた長さは $x(\text{cm})$ 、 $AD=6(\text{cm})$ だから、 $DQ=x-6(\text{cm})$

$CD=6(\text{cm})$ だから、 $PQ=6-\{(2x-12)+(x-6)\}=24-3x(\text{cm})$

したがって、 $y=\frac{1}{2} \times (24-3x) \times 6 = 72-9x$

$0 \leq x \leq 3$ のとき $y=x^2$ 、 $3 \leq x \leq 6$ のとき $y=3x$ 、 $6 \leq x \leq 8$ のとき

$y=72-9x$ となっているものを選べばよいから、適当な記号は、ウ。

問 4

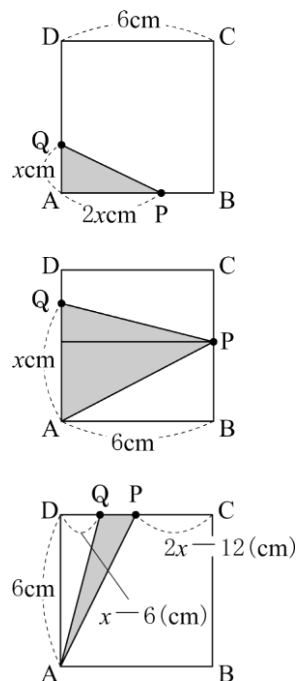
$0 \leq x \leq 3$ 、 $3 \leq x \leq 6$ 、 $6 \leq x \leq 8$ の各範囲で、 y を表す式に $y=6$ を代入する。

・ $0 \leq x \leq 3$ … $6=x^2$ より、 $x=\pm\sqrt{6}$ $2^2 < 6 < 3^2$ より $2 < \sqrt{6} < 3$ だから、 $x=\sqrt{6}$ は条件に合う。

・ $3 \leq x \leq 6$ … $6=3x$ より、 $x=2$ $2 < 3$ だから、 $x=2$ は条件に合わない。

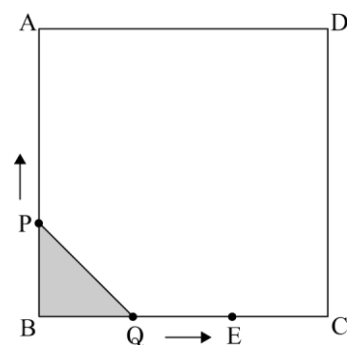
・ $6 \leq x \leq 8$ … $6=72-9x$ より、 $x=\frac{22}{3}$ $6 \leq \frac{22}{3} \leq 8$ だから、 $x=\frac{22}{3}$ は条件に合う。

以上より、 $x=\sqrt{6}$, $\frac{22}{3}$



【問 145】

右の図のように、1 辺の長さが 6 cm の正方形 ABCD があり、辺 BC 上に $BE=4$ cm となる点 E をとる。点 P は B を出発し、毎秒 1 cm の速さで正方形の周上を A、D の順に通って C まで動き、C で停止する。点 Q は点 P と同時に B を出発し、毎秒 1 cm の速さで辺 BC 上を動き、点 E にはじめて到達した時点で停止する。また、2 点 P、Q が B を同時に出発してから x 秒後の $\triangle PBQ$ の面積を y cm² とする。ただし、 $\triangle PBQ$ ができないときは、 $y=0$ とする。



このとき、次の問 1～問 4 に答えなさい。

(宮崎県 2020 年度)

問 1 $x=1$ のとき、 y の値を求めなさい。

問 2 $0 \leq x \leq 4$ における x と y の関係について、正しいものを、次のア～エから 1 つ選び、記号で答えなさい。

ア y は x に比例し、 $x=2$ のとき $y=2$ である。

イ y は x に比例し、 $x=2$ のとき $y=4$ である。

ウ y は x の 2 乗に比例し、 $x=2$ のとき $y=2$ である。

エ y は x の 2 乗に比例し、 $x=2$ のとき $y=4$ である。

問 3 $4 \leq x \leq 18$ における x と y の関係について、次の ① ～ ⑤ に当てはまる数または式を書き、【説明】を完成させなさい。

【説明】

$\triangle PBQ$ の面積 y は、 x の変域によって、次のように表される。

$4 \leq x \leq$ ① のとき、 $y=$ ② となり、

① $\leq x \leq$ ③ のとき、 $y=$ ④ で一定となり、

③ $\leq x \leq 18$ のとき、 $y=$ ⑤ となる。

問 4 $\triangle PBQ$ の面積が正方形 ABCD の面積の $\frac{1}{8}$ となるとき、 x の値をすべて求めなさい。

解答欄

問 1	$y=$	
問 2		
問 3	①	
	②	
	③	
	④	
	⑤	
問 4	$x=$	

解答

問1 $y = \frac{1}{2}$

問2 ウ

問3

①6

② $2x$

③12

④12

⑤ $-2x+36$

問4 $x=3, \frac{63}{4}$

解説

問2

$PB=x, QB=x$ より, $y = \frac{1}{2}x^2$

よって, ウ

問3

$4 \leq x \leq 6$ のとき, $PB=x, BQ=4$ より, $y = \frac{1}{2} \times x \times 4 = 2x$

$6 \leq x \leq 12$ のとき, $\triangle PBQ$ の高さは6, $BQ=4$ より, $y = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$

$12 \leq x \leq 18$ のとき, $PC=BA+AD+DC-x=18-x, BQ=4$ より, $y = \frac{1}{2} \times (18-x) \times 4 = -2x+36$

問4

PBQ の面積が $6 \times 6 \times \frac{1}{8} = \frac{9}{2}$ となればよい。

$0 \leq x \leq 4$ のとき, $\frac{9}{2} = \frac{1}{2}x^2$ より, $x=3$

$4 \leq x \leq 6$ のとき, $\frac{9}{2} = 2x$ より, $x = \frac{9}{4}$ となるが, これは不適

$6 \leq x \leq 12$ のとき, 面積は12となるので不適

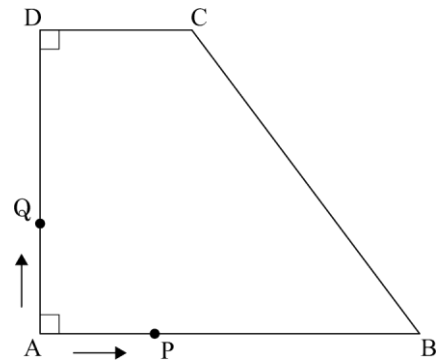
$12 \leq x \leq 18$ のとき, $\frac{9}{2} = -2x+36$ より, $x = \frac{63}{4}$

【問 146】

右の図のような、 $AB=BC=5\text{ cm}$ 、 $CD=2\text{ cm}$ 、 $DA=4\text{ cm}$ 、 $\angle A=\angle D=90^\circ$ の台形 $ABCD$ があります。

点 P は点 A を出発して、辺 AB 上を毎秒 1 cm の速さで動き、点 B に到着すると止まります。また、点 Q は点 A を出発して、辺 AD 、 DC 、 CB 上を順に毎秒 1 cm の速さで動き、点 B に到着すると止まります。

2 点 P 、 Q が点 A を同時に出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の各問に答えなさい。



(埼玉県 2021 年度)

問 1 点 Q が点 D に到着するまでの x と y の関係を式で表しなさい。また、そのときの x の変域を求めなさい。

問 2 $\triangle APQ$ と $\triangle AQC$ の面積比が $3:1$ になるときの x の値をすべて求めなさい。

問 3 $\triangle APQ$ の面積が台形 $ABCD$ の面積の半分になるときの x の値を、途中の説明も書いてすべて求めなさい。

解答欄

問 1	$y =$
	x の変域
問 2	$x =$
問 3	〔説明〕
	答え $x =$

解答

問 1

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

(x の変域) $0 \leq x \leq 4$

問 2 $x = \frac{9}{2}, \frac{29}{4}$

問 3

〔説明〕

台形 ABCD の面積の半分は 7 cm^2

点 Q が辺 AD 上にあるとき、 $0 \leq x \leq 4$ なので、

$$\frac{1}{2}x^2 = 7 \quad \text{から、} \quad x = \pm\sqrt{14}$$

問題にあっているのは $x = \sqrt{14}$

点 Q が辺 DC 上にあるとき、 $y = 7$ にはならない。

点 Q が辺 CB 上にあるとき、 $6 \leq x \leq 11$ であり、点 Q から辺 AB にひいた垂線の長さを h とすると、

$$\frac{1}{2} \times h \times 5 = 7 \quad \text{から} \quad h = \frac{14}{5}$$

$$h : QB = 4 : 5 \quad \text{なので、} \quad QB = \frac{7}{2}$$

$$\text{よって、} \quad x = AD + DC + CB - QB = \frac{15}{2}$$

$$\text{したがって、} \quad x = \sqrt{14}, \frac{15}{2}$$

$$\text{(答え)} \quad x = \sqrt{14}, \frac{15}{2}$$

解説

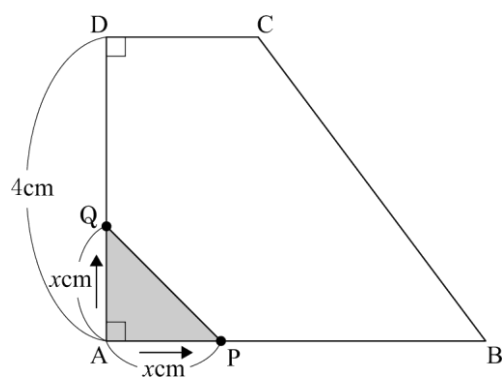
問 1

点 P, Q はどちらも毎秒 1cm の速さで動くので, x 秒間に x cm 進む。

点 Q が点 D に到着するのが 4 秒後なので, x の変域は $0 \leq x \leq 4$ また, その間に点 P は点 B に到着しないので,

$\triangle APQ$ の面積は, $AP \times AQ \times \frac{1}{2}$ で求められる。

よって, $y = x \times x \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x^2$



問2

2点P, Qが止まるまでの様子は、①点Qが辺AD上にあるとき、②点Qが辺DC上にあつて、点Pが点Bに到着するまでの間、③点Pが点Bに到着してから、点Qが点Cに到着するまでの間、④点Qが辺CB上にあるときの4パターンに分けることができる。

①のとき(図1, $0 \leq x \leq 4$)の $\triangle APQ$ の面積は、

問1より、 $\frac{1}{2}x^2(\text{cm}^2)$

$\triangle AQC$ の面積は、 $x \times 2 \times \frac{1}{2} = x(\text{cm}^2)$

よつて、 $\frac{1}{2}x^2 : x = 3 : 1 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 = 3x$

$\Rightarrow x^2 - 6x = 0$

$\Rightarrow x(x-6) = 0 \Rightarrow x = 0, 6(\text{秒後})$

$x = 0$ は $0 \leq x \leq 4$ を満たすが、 $\triangle APQ$, $\triangle AQC$ のいずれも面積が 0 cm^2 なので、条件に適さない。

②のとき(図2), 点Pが点Bに到着するのが5秒後なので、 x の変域は $4 \leq x \leq 5$

$\triangle APQ$ の面積は、 $x \times 4 \times \frac{1}{2} = 2x(\text{cm}^2)$

$\triangle AQC$ の面積は、 $(6-x) \times 4 \times \frac{1}{2} = 2(6-x)$

$= 12 - 2x(\text{cm}^2)$

よつて、 $2x : (12 - 2x) = 3 : 1 \Rightarrow 2x = 3(12 - 2x)$

$\Rightarrow 8x = 36 \Rightarrow x = \frac{9}{2}(\text{秒後})$

これは、 $4 \leq x \leq 5$ を満たす。

③のとき(図3), 点Qが点Cに到着するのが6秒後なので、 x の変域は $5 \leq x \leq 6$

$\triangle APQ$ の面積は、 $5 \times 4 \times \frac{1}{2} = 10(\text{cm}^2)$

$\triangle AQC$ の面積は、②より $12 - 2x(\text{cm}^2)$

よつて、 $10 : (12 - 2x) = 3 : 1 \Rightarrow 10 = 3(12 - 2x)$

$\Rightarrow 6x = 26 \Rightarrow x = \frac{13}{3}(\text{秒後})$

これは、 $5 \leq x \leq 6$ を満たさない。

④のとき(図4), 点Qが点Bに到着するのが11秒後なので、 x の変域は $6 \leq x \leq 11$

$\triangle APQ : \triangle AQC = PQ : QC$ だから、

$PQ : QC = 3 : 1$ となればよい。

よつて、 $QC = \frac{1}{4} \times CB = \frac{5}{4}(\text{cm})$ だから、点Qが点Cから $\frac{5}{4}$ 秒間動いたときなので、

$6 + \frac{5}{4} = \frac{29}{4}(\text{秒後})$

これは、 $6 \leq x \leq 11$ を満たす。

①~④より、 $x = \frac{9}{2}, \frac{29}{4}$

図1

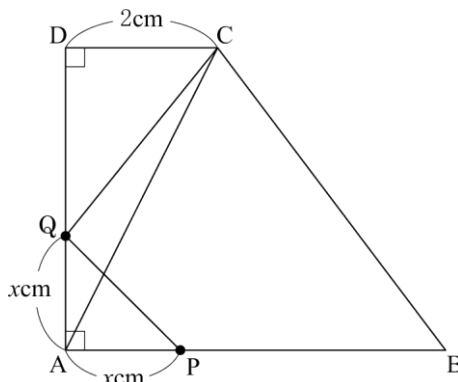


図2

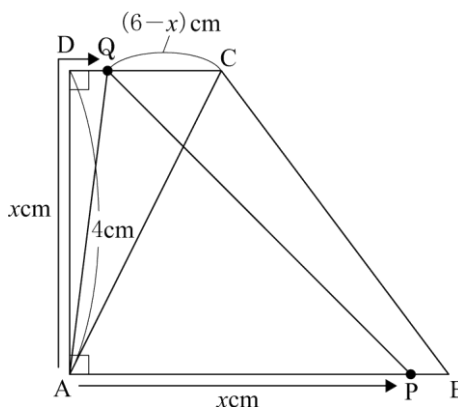


図3

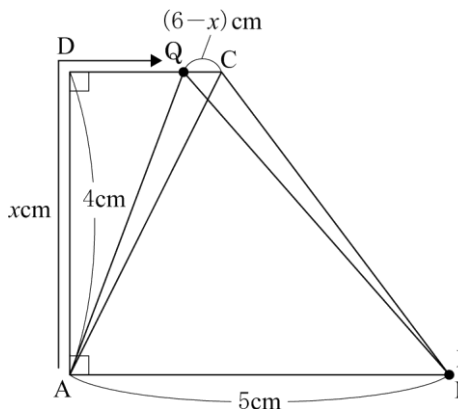
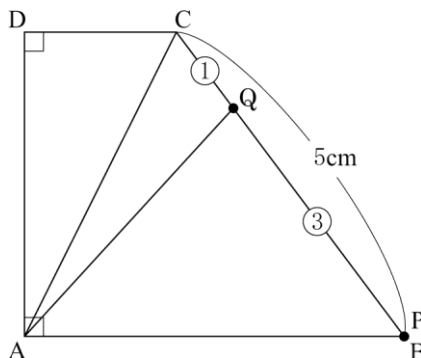


図4



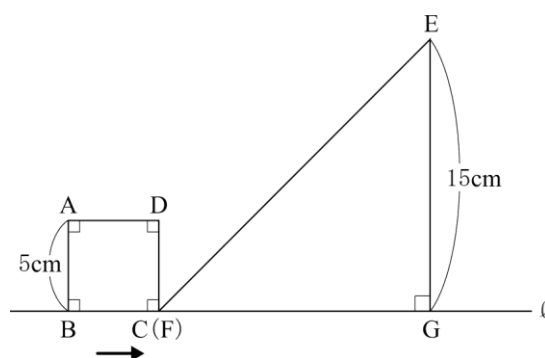
【問 147】

下の図 1 のように、1 辺が 5 cm の正方形 ABCD と、 $EG=15\text{cm}$ 、 $\angle EGF=90^\circ$ の直角二等辺三角形 EFG がある。辺 BC と辺 FG は直線 ℓ 上にあり、頂点 C と頂点 F は重なっている。いま、この状態から、直角二等辺三角形 EFG を固定し、正方形 ABCD を直線 ℓ に沿って、矢印 $\longrightarrow$ の向きに毎秒 1 cm の速さで、頂点 B が頂点 G に重なるまで動かす。正方形 ABCD を動かし始めてから x 秒後に、正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が重なる部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。図 2 は、動かし始めてから 2 秒後の正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG の位置を表しており、図中の斜線部分は、正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が重なった部分を表している。このとき、次の問 1～問 3 に答えなさい。ただし、正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG と直線 ℓ は同じ平面上にあるものとし、 $x=0$ のとき、 $y=0$ とする。

(高知県 A 2021 年度)

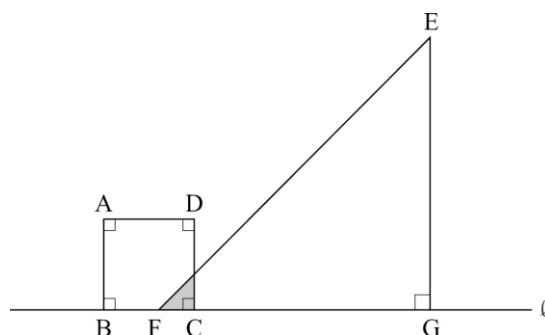
問 1 $x=3$ のときの y の値を求めよ。

図 1



問 2 y の値が最大となるのは、正方形 ABCD を動かし始めて何秒後から何秒後までの間か。このときの x の値の範囲を、不等号を使って表せ。

図 2



問 3 $y=8$ となる x の値をすべて求めよ。

解答欄

問 1	$y=$
問 2	
問 3	$x=$

解答

問1 $y = \frac{9}{2}$

問2 $10 \leq x \leq 15$

問3 $x = 4, \frac{92}{5}$

解説

問1

$x=3$ のとき、図1のようになる。重なった部分は直角二等辺三角形となり、重なった部分の面積は、 $\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}(\text{cm}^2)$

問2

y の値が最大となるのは、図2の左側のように、点AがEF上にくるときから始まる。このとき、 $\triangle ABF$ は直角二等辺三角形なので、 $FB=5\text{cm}$ である。よって、点Cは10cm移動しているので、これは10秒後の図である。 y の値が最大となるのは、図2の右側のように、点Cが点Gと重なるときまで続く。このとき、点CはFGの長さである15cmだけ移動しているので、これは15秒後の図である。よって y の値が最大となるのは、10秒後から15秒後までの間である。よって、 $10 \leq x \leq 15$

図1

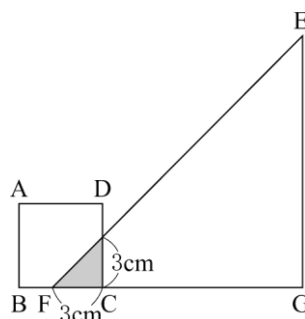
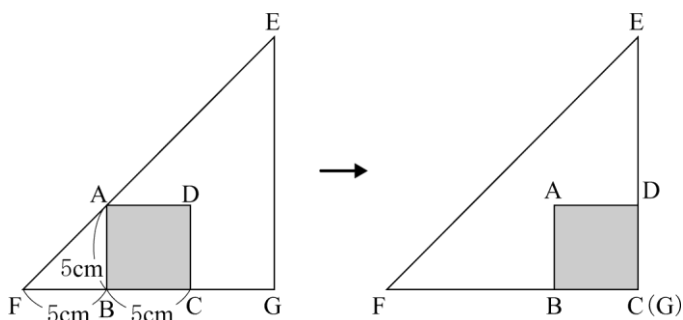


図2



問3

重なった部分の面積が8となるのは、①正方形ABCDが完全に $\triangle EFG$ に入ってしまう前(図3)と、②正方形ABCDが $\triangle EFG$ の内部を通過して出てくるとき(図4)の2回である。①のときについて、重なった部分の面積は直角二等辺三角形であり、 $\frac{1}{2} \times CF^2 = 8$

$CF = \pm 4$ $CF > 0$ より、 $CF = 4$ つまり、図3において点Cの移動した距離が4となるときであるので、 $x = 4$ ②のときについて、重なった部分は長方形であり、その面積についての等式を立てると、 $8 = AB \times BG$ $8 = 5BG$ $BG = \frac{8}{5}$ つまり、面積が8となるとき、BGの長さは $\frac{8}{5}\text{cm}$ となるので、 $GC = 5 - \frac{8}{5} = \frac{17}{5}(\text{cm})$ となる。点Cが移動した距離は、 $FG + GC = 15 + \frac{17}{5} = \frac{92}{5}(\text{cm})$ なので、 $x = \frac{92}{5}$

図3

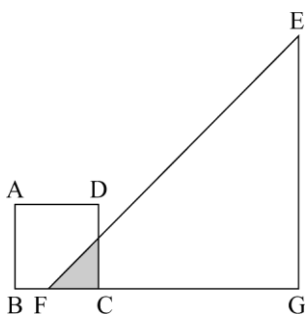
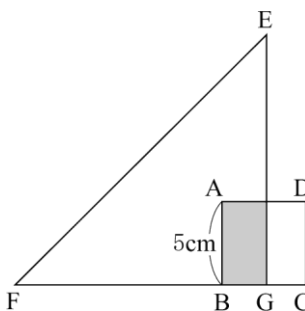


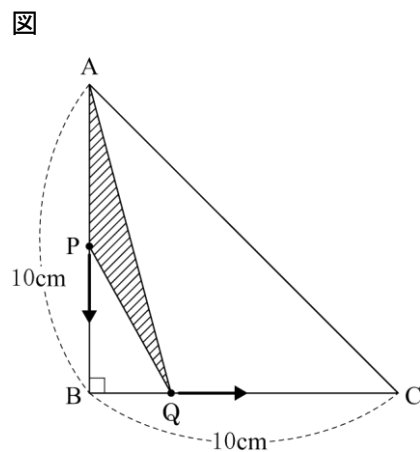
図4



【問 148】

右の図の $\triangle ABC$ は、 $AB=BC=10\text{ cm}$ 、 $\angle B=90^\circ$ の直角二等辺三角形である。点 P は $\triangle ABC$ の边上を、毎秒 2 cm の速さで、 A から B を通って C まで動く。点 Q は辺 BC 上を毎秒 1 cm の速さで B から C まで動く。2 点 P 、 Q がそれぞれ A 、 B を同時に出発してから、 x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の各問いに答えなさい。

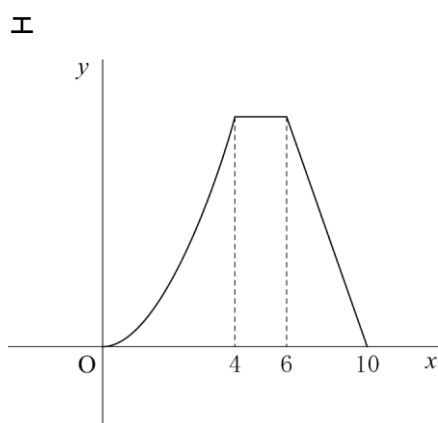
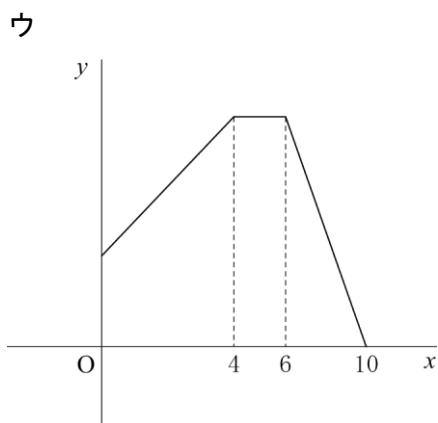
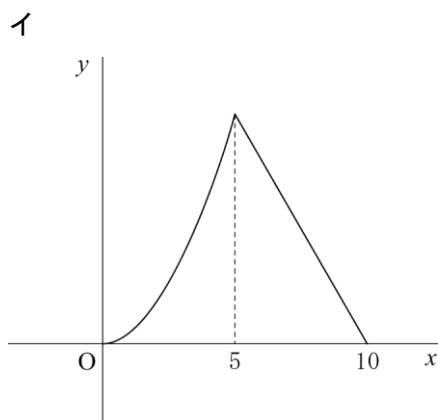
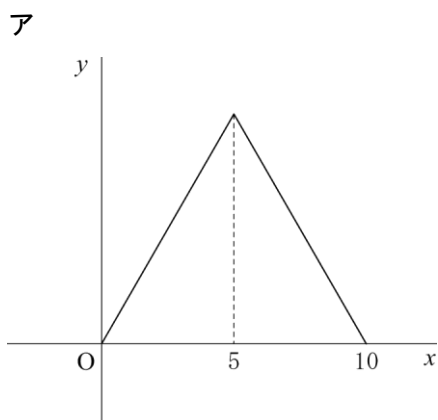
(沖縄県 2021 年度)



問 1 2 点 P 、 Q がそれぞれ A 、 B を同時に出発してから 2 秒後の y の値を求めなさい。

問 2 点 P が辺 AB 上を動くとき、 y を x の式で表しなさい。

問 3 x と y の関係を表すグラフとして 最も適する ものを、次の **ア**～**エ** のうちから 1 つ選び、記号で答えなさい。



問 4 $\triangle APQ$ の面積が 16 cm^2 となるのは、2 点 P 、 Q がそれぞれ A 、 B を同時に出発してから、何秒後と何秒後であるか求めなさい。

解答欄

問 1	$y=$
問 2	$y=$
問 3	
問 4	秒後と 秒後

解答

問 1 $y=4$

問 2 $y=x^2$

問 3 **イ**

問 4 秒後と 秒後

解説

問 1

$AP=2 \times 2=4(\text{cm})$, $BQ=2 \times 1=2(\text{cm})$ より, $y=AP \times BQ \times \frac{1}{2}=4 \times 2 \times \frac{1}{2}=4(\text{cm}^2)$

問 2

点 P が辺 AB 上を動くとき, $\triangle APQ$ は図 1 のようになる。

$AP=2x(\text{cm})$, $BQ=x(\text{cm})$ より,

$$y=AP \times BQ \times \frac{1}{2}=2x \times x \times \frac{1}{2}=x^2$$

問 3

点 P が辺 BC 上を動くとき, $\triangle APQ$ は図 2 のようになる。

$AB+BP=2x(\text{cm})$ より, $BP=2x-AB=2x-10(\text{cm})$,

また, $BQ=x(\text{cm})$ より,

$$PQ=BQ-BP=x-(2x-10)=-x+10(\text{cm})$$

$$\text{よって, } y=PQ \times AB \times \frac{1}{2}=(-x+10) \times 10 \times \frac{1}{2}=-5x+50$$

したがって, 点 P が辺 AB 上を動く $0 \leq x \leq 5$ のとき, そのグラフは, 問 2 より, $y=x^2$ のグラフとなるため, **ア**, **ウ**は不適。

また, 点 P が辺 BC 上を動く $5 \leq x \leq 10$ のとき, そのグラフは, $y=-5x+50$ のグラフとなるため, **エ**は不適。よって, 正しいグラフは, **イ**である。

問 4

$$0 \leq x \leq 5 \text{ のとき, } 16=x^2 \Rightarrow x=\pm 4 \Rightarrow 0 \leq x \leq 5 \text{ より, } x=4(\text{秒後})$$

$$5 \leq x \leq 10 \text{ のとき, } 16=-5x+50 \Rightarrow x=6.8(\text{秒後})$$

これは, $5 \leq x \leq 10$ を満たす。

図 1

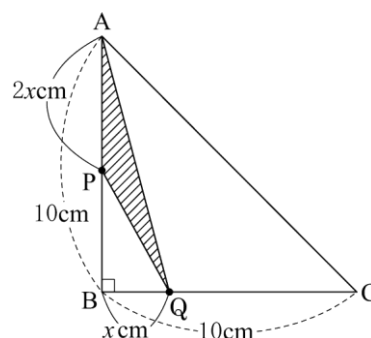


図 2

