

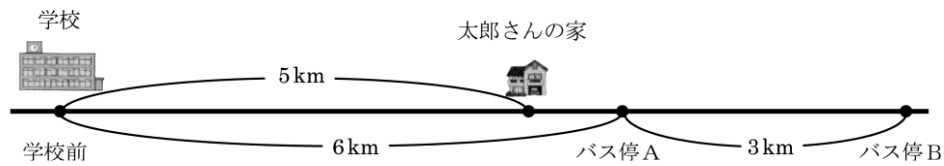
4. 比例・反比例の変域・図形・複合問題

【問 1】

太郎さんは、ある日の放課後、スクールバスが学校前を出発するのと同時に、自転車で学校前を出発し、このバスと同じ道路を通過して帰宅した。バスは、学校前を出発し、バス停Bまで行って、学校前に戻る。行きは、バス停A、Bでそれぞれ1分間停車し、帰りは、同じ道路を学校前まで停車せずに戻るものとする。自転車とバスはそれぞれ常に一定の速さで走り、バスの速さは時速 45 km とする。図1を見て、あとの問いに答えなさい。

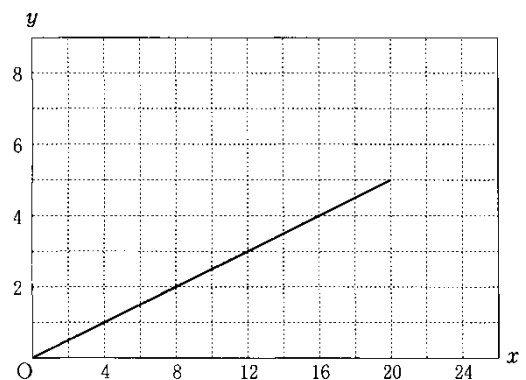
(山形県 2002 年度)

図1



1. 学校前を出発してから x 分後の、学校前から太郎さんまでの距離を y km として、 x と y の関係をグラフに表すと図2のようになった。太郎さんは毎分何 km の速さで進んだか、グラフから読み取って答えなさい。

図2



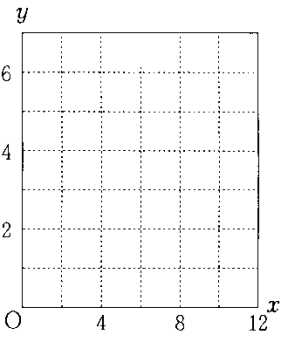
2. 学校前を出発してから x 分後の、学校前からバスまでの距離を y km として、次の(1)、(2)に答えなさい。

(1) バスが、学校前を出発してからバス停Aに着くまでの x と y の関係を表すグラフを、解答欄のグラフにかきなさい。

(2) バスが、バス停Aを出発してからバス停Bに着くまでの、 x と y の関係を式に表しなさい。 x の変域も書くこと。

3. 太郎さんが、戻ってきたバスとすれ違うのは、学校前を出発してから何分何秒後か、求めなさい。

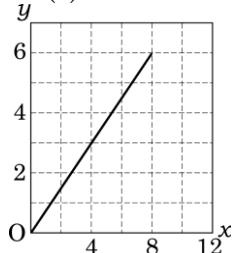
解答欄

1	km/分		
2	(1)		
	(2)	式	($\leq x \leq$)
3	分 秒後		

解答

1. $\frac{1}{4}$ km/分

2. (1)



(2) 式 $y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$, 変域 ($9 \leq x \leq 13$)

3. 19 分 30 秒後

解説

1 速さ = $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$ だから, 太郎さんの進む速さは, グラフより, $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ km/分

2 (1) 時速 45 km = 分速 $\frac{45}{60}$ km = 分速 $\frac{3}{4}$ km よって, $y = \frac{3}{4}x$ ($0 \leq y \leq 6$) グラフは解答欄のグラフのようになる。

(2) 求める式を, $y = \frac{3}{4}x + b$ とする。バスがバス停 A を出発するとき, $x = 9, y = 6$ だから, これを $y = \frac{3}{4}x + b$ に代

入して, $b = -\frac{3}{4}$ よって, 求める式は, $y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$, y の変域は, $6 \leq y \leq 9$ だから, x の変域は, $9 \leq x \leq 13$

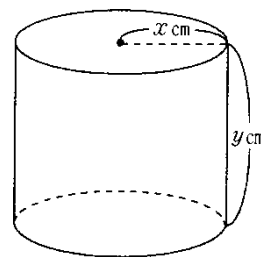
3 バスが戻ってくるときの x と y の関係は, グラフの傾きが $-\frac{3}{4}$ で (14, 9) を通ることより, $y = -\frac{3}{4}x + \frac{39}{2}$ この式のグラフと $y = \frac{1}{4}x$ のグラフとの交点が, 太郎さんが戻ってきたバスとすれ違う時間である。2式を連立方程式として

解くと, $x = \frac{39}{2}$ よって, $\frac{39}{2}$ 分後 = 19 分 30 秒後

【問 2】

図のように、側面積が $10\pi \text{ cm}^2$ の円柱があります。この円柱の底面の半径を $x \text{ cm}$ 、高さを $y \text{ cm}$ とすると、 y は x に反比例します。その比例定数を求めなさい。ただし、 π は円周率とします。

(広島県 2002 年度)



解答欄

解答

5

解説

円柱の側面積は、底面の円周×高さで求められるから、

$$2x \times \pi \times y = 10\pi \quad 2\pi xy = 10\pi \quad xy = 5 \quad \text{比例定数は } 5 \text{ になる。}$$

【問 3】

関数 $y = \frac{a}{x}$ (a は定数) について、 $x=6$ のとき $y=2$ である。 x の変域が $3 \leq x \leq 8$ のときの y の変域を求めよ。

(熊本県 2002 年度)

解答欄

$\frac{3}{2} \leq y \leq 4$

解答

$$\frac{3}{2} \leq y \leq 4$$

解説

$$y = \frac{a}{x} \text{ に } x=6, y=2 \text{ を代入して, } 2 = \frac{a}{6} \quad a=12$$

$$\text{関数 } y = \frac{12}{x} \text{ で, } x=3 \text{ のとき } y=4, x=8 \text{ のとき, } y = \frac{3}{2} \text{ だから, } 3 \leq x \leq 8 \text{ のときの } y \text{ の変域は, } \frac{3}{2} \leq y \leq 4$$

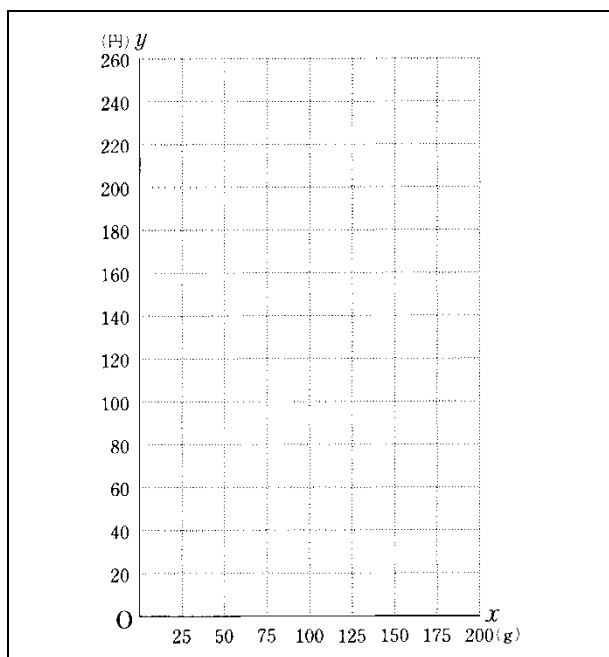
【問 4】

はる子は、ある作文コンクールに友人たちと応募することにした。
みんなの作文をまとめて送るために、郵便物の重さと郵便料金との
関係を調べたら、表のとおりであった。この表で、郵便物の重さが x
 g のときの郵便料金を y 円とすると、 y は x の関数である。この関数
のグラフをかけ。ただし、 x の変域は $0 < x \leq 200$ とする。

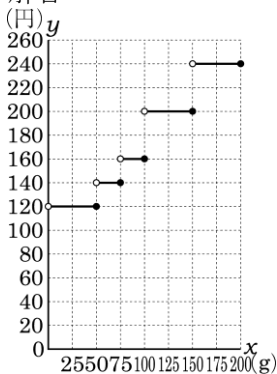
郵便物の重さ	郵便料金
50 gまで	120円
75 gまで	140円
100 gまで	160円
150 gまで	200円
200 gまで	240円

(熊本県 2002 年度)

解答欄



解答



解説

$0 < x \leq 50$ のとき、 $y = 120$

$50 < x \leq 75$ のとき、 $y = 140$

$75 < x \leq 100$ のとき、 $y = 160$

$100 < x \leq 150$ のとき、 $y = 200$

$150 < x \leq 200$ のとき、 $y = 240$

だから、グラフは、図のようになる。

【問 5】

1分間に 3ℓ ずつ水を入れると、100 分で満水になる水そうがある。表を参考にして、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2002年度)

1分間に入れる水の量(ℓ)	1	2	3	4	5
満水になるまでの時間(分)		ア	100	75	

問1. 1分間に 2ℓ ずつ水を入れるとき満水になるまでの時間 を求めなさい。

問2. 1分間に $x\ell$ ずつ水を入れるとき、満水になるまでの時間を y 分とする。このとき、 y を x の式で表しなさい。

問3. 問2で、 x の変域が $1 \leq x \leq 5$ のとき、 y の変域を求めなさい。

解答欄

問1	分
問2	$y =$
問3	$\leq y \leq$

解答

問1. 150 分 問2. $y = \frac{300}{x}$ 問3. $60 \leq y \leq 300$

解説

問1. この水そうの容積は $3 \times 100 = 300\ell$ なので、1分間に 2ℓ ずつ水を入れるとき、満水になるまでの時間は、
 $300 \div 2 = 150$ 分

問2. $x \times y = 300$ なので、 $y = \frac{300}{x}$

問3. $x = 1$ のとき $y = 300$ 、 $x = 5$ のとき $y = 60$ なので y の変域は、 $60 \leq y \leq 300$

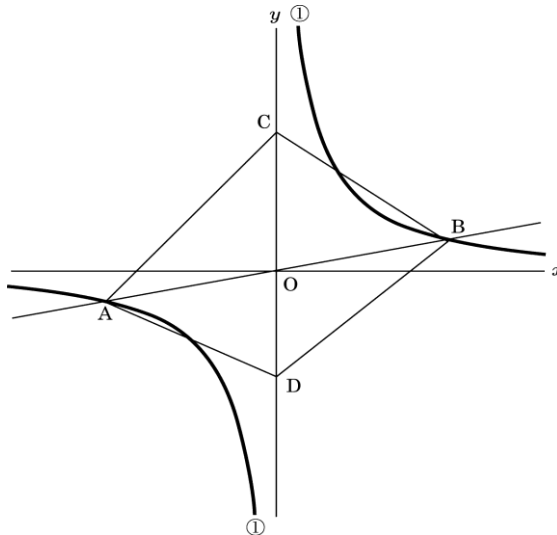
【問 6】

図において、①は関数 $y = \frac{20}{x}$ のグラフである。また、点Aは双曲線①上にあり、その座標は $(-10, -2)$ である。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(静岡県 2003 年度)

(1) x の変域が $1 \leq x \leq 5$ のとき、関数 $y = \frac{20}{x}$ の y の変域を求めなさい。



(2) 直線 OA と双曲線①との交点のうち、 x 座標が正である点を B とする。また、 y 軸上に、 y 座標が正である点 C と、 y 座標が負である点 D をとる。四角形 ADBC が平行四辺形で、その面積が 85 となるときの、2点 C 、 D の座標を求めなさい。求める過程も書きなさい。

解答欄

(1)	
(2)	求める過程 答 C(,), D(,)

解答

(1) $4 \leq y \leq 20$

(2) 求める過程は解説欄を参照 答 $C(0, \frac{17}{4}), D(0, -\frac{17}{4})$

解説

(1) $1 \leq x \leq 5$ のとき、関数 $y = \frac{20}{x}$ のグラフはだんだん減少しているので、 $x=5$ のとき y は最小値 $\frac{20}{5} = 4$ をとり $x=1$ のとき、最大値 $\frac{20}{1} = 20$ をとる。よって $4 \leq y \leq 20$

(2) AB と CD の交点は O、四角形 ADBC は平行四辺形だから $OA=OB, OC=OD$

A(-10, -2)より、B(10, 2) C(0, c)とすると、D(0, $-c$)より、 $CD=2c$

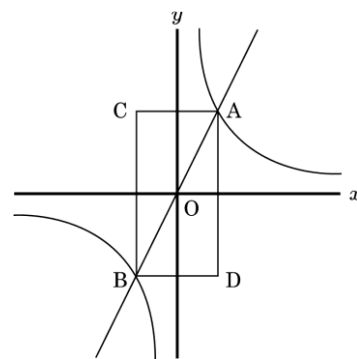
$$\text{四角形 ADBC} = \triangle CDA + \triangle CDB = \frac{1}{2} \times 2c \times 10 + \frac{1}{2} \times 2c \times 10 = 10c + 10c = 20c$$

$$\text{四角形 ADBC} = 85 \text{ より, } 20c = 85 \quad c = \frac{17}{4} \text{ よって, } C(0, \frac{17}{4}), D(0, -\frac{17}{4})$$

【問 7】

図のように、関数 $y=2x$, $y=\frac{a}{x}$ のグラフがあります。2つのグラフは2点で交わり、その交点を A, B とします。 y 軸について点 A, B と対称な点をそれぞれ C, D とします。長方形 ACBD の周の長さが 24 であるとき、 a の値を求めなさい。

(広島県 2003 年度)



解答欄

解答

8

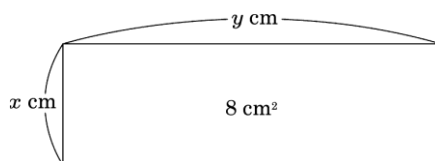
解説

点 A の x 座標を t (ただし、 $t > 0$) とおくと、 $y=2x$ 上の点だから、 $A(t, 2t)$ このとき、 $CA=2t$, $AD=4t$ であるから、長方形 ACBD の周の長さが 24 より $(2t+4t) \times 2=24$ $t=2$ よって、 $A(2, 4)$, $y=\frac{a}{x}$ は点 A を通るから $4=\frac{a}{2}$ $a=8$

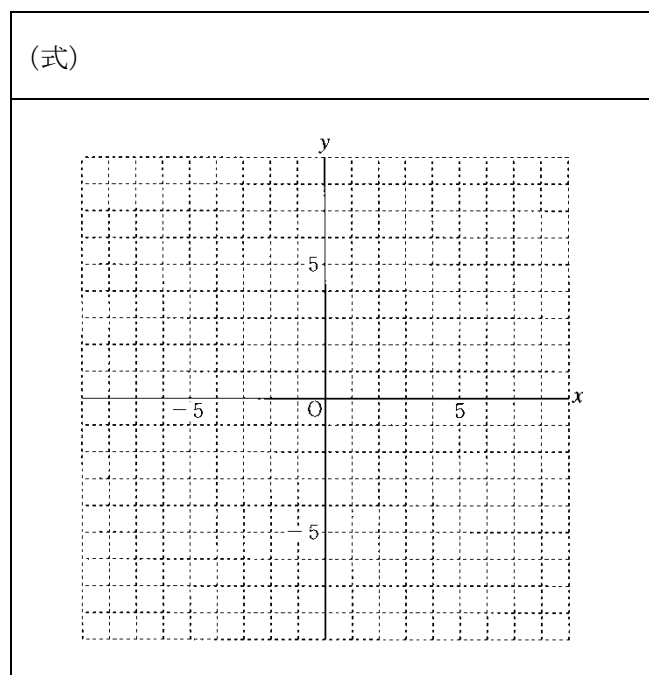
【問 8】

図のような、面積が 8 cm^2 の長方形がある。この長方形の縦の長さを $x\text{ cm}$ 、横の長さを $y\text{ cm}$ としたとき、 y を x の式で表しなさい。また、この関数のグラフをかきなさい。

(和歌山県 2005 年度)

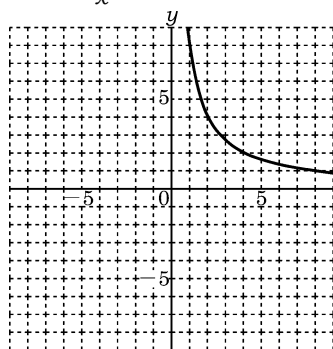


解答欄



解答

式 $y = \frac{8}{x}$



解説

長方形の面積は 縦の長さ×横の長さ で求められる。

$xy = 8$ より $y = \frac{8}{x}$ この関数のグラフは解答欄のグラフのようになる。

【問 9】

Aさんは公園で毎日ジョギングをしています。Aさんがジョギングにかかる時間は日によって異なりますが、ジョギングをする速さは一定で、30分間のジョギングをしたときに走る道のりは4 km になります。Aさんがジョギングを x 分間したときに走る道のりを y km とします。 x の変域が $15 \leq x \leq 90$ のとき、 y の変域を求めなさい。

(広島県 2005 年度)

解答欄

$$\leq y \leq$$

解答

$$2 \leq y \leq 12$$

解説

Aさんは毎分 $4 \div 30 = \frac{2}{15}$ km の速さでジョギングをするので、 $y = \frac{2}{15}x$ と表せる。

$x = 15$ のとき、 $y = \frac{2}{15} \times 15 = 2$ $x = 90$ のとき、 $y = \frac{2}{15} \times 90 = 12$ だから、 y の変域は、 $2 \leq y \leq 12$

【問 10】

水平に置かれた直方体の水そうと、一定の割合で給水する 2 つの給水管 A と B があります。空の状態のこの水そうに、給水管 A だけを使って給水したとき、給水しはじめてから 12 分後に満水になりました。下の表は、このときの、給水しはじめてからの時間とそれにもなって変わるある量との関係を表したものです。

あとの(1), (2)の問いに答えなさい。

(宮城県 2006 年度)

時 間(分)	0	…	x	…	12
ア	0	…	イ	…	60

(1) 表の ア にあてはまる、時間にもなって変わる量を考えて、単位もふくめて答えなさい。

また、 イ にあてはまる式を、 x を使って表しなさい。

(2) 空の状態のこの水そうに、給水管 B だけを使って給水したとき、給水しはじめてから 20 分後に満水になります。空の状態のこの水そうに、はじめに給水管 A だけを使って給水し、途中から給水管 B も使って給水したところ、給水しはじめてから 10 分後に満水になりました。給水管 A だけを使っていたのは何分間ですか。

解答欄

(1)	ア	
	イ	
(2)		

解答

(1) ア 水の深さ cm

イ $5x$

(2) $\frac{20}{3}$ 分間

【問 11】

図 1 は、1 辺の長さが 6 cm の正方形 ABCD, EFGH である。図 2 は、平面上において、この 2 つの正方形が辺 DC と辺 EF が重なるように直線 ℓ 上に並んでいることを表している。

正方形 EFGH を固定し、正方形 ABCD を、図 2 の状態から直線 ℓ に沿って、図 3 のように、矢印(→)の方向に、辺 AB と辺 HG が重なるまで移動する。次の 1, 2 の問いに答えなさい。

(秋田県 2006 年度)

問1 図 3 で、 $FC = 2$ cm のとき、2 つの正方形が重なった部分の面積を求めなさい。

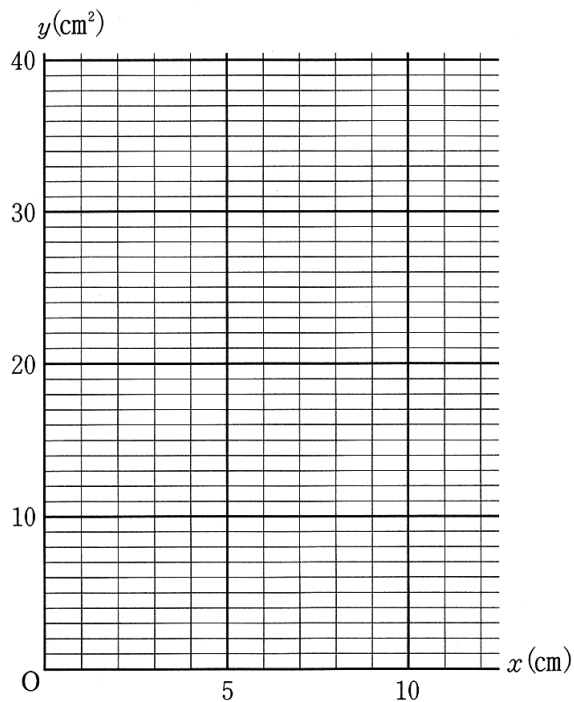
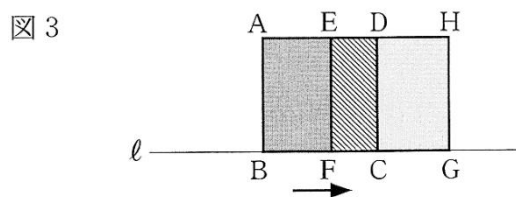
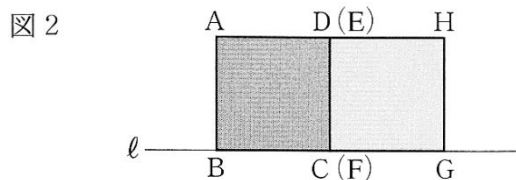
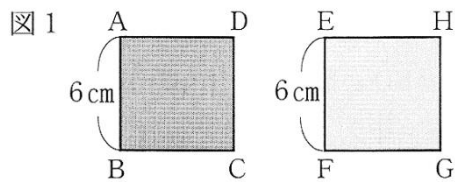
問2 FC の長さを x cm とするとき、2 つの正方形が重なった部分の面積を y cm² とする。

(1) $0 \leq x \leq 6$ のとき、

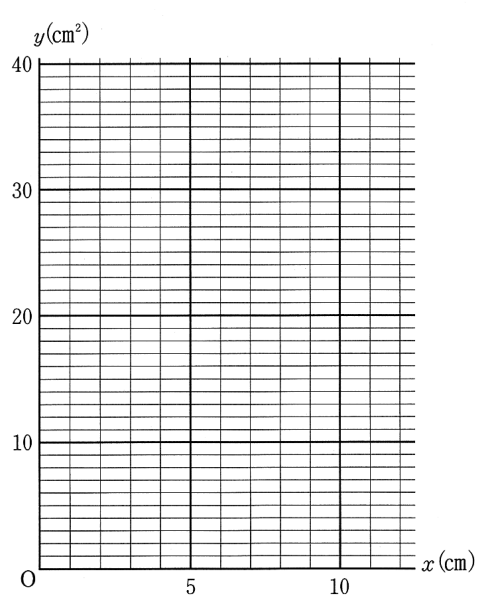
㉞ y を x の式で表しなさい。

㉟ x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

(2) $y \geq 24$ となる x の変域を求めなさい。



解答欄

問1	cm^2		
問2	(1)	㉞	
		㉟	
	(2)		

解答

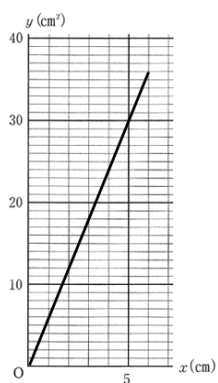
問1 12cm^2

問2

(1)

㉞ $y = 6x$

㉟



(2) $4 \leq x \leq 8$

解説

問2

(2) $0 \leq x \leq 6$ のとき, $y = 6x$ $y = 24$ のとき, $6x = 24$ $x = 4$ グラフは右上がりだから, $y \geq 24$ となるのは, $4 \leq x \leq 6 \cdots$

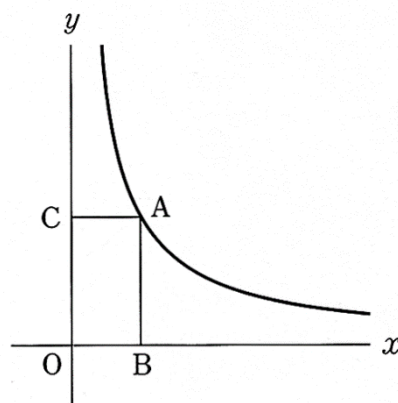
(i) $6 \leq x \leq 12$ のとき, $y = 6\{6 - (x - 6)\} = 6(12 - x)$ $y = 24$ のとき, $6(12 - x) = 24$ $x = 8$ グラフは右下がりだから, $y \geq 24$ となるのは, $6 \leq x \leq 8 \cdots$ (ii) (i), (ii)より, $4 \leq x \leq 8$

【問 12】

右の図のように、 x の変域を $x > 0$ とする関数 $y = \frac{1}{x}$ のグラフ上に点 A があります。

点 A から x 軸に垂線 AB, y 軸に垂線 AC をひきます。このとき、長方形 ACOB を、 y 軸を軸として 1 回転させてできる立体の側面積は 2π になります。このわけを、点 A の x 座標を a として、 a を使った式を用いて説明しなさい。ただし、 π は円周率とします。

(広島県 2006 年度)



解答欄

解答

点 A の x 座標が a のとき、 y 座標は $\frac{1}{a}$ であるから、

$OB = a$, $AB = \frac{1}{a}$ である。できる立体は円柱であるから、側面の展開図は長方形である。長方形の縦は円柱の高さに等しく $\frac{1}{a}$, 横は円柱の底面の円周の長さに等しく $2\pi a$ であるから、側面積は $\frac{1}{a} \times 2\pi a = 2\pi$ になる。

【問 13】

y は x に比例し、 x の値が -3 から 2 まで増加するとき、 y の値は 10 減少する。このとき、 y を x の式で表しなさい。

(新潟県 2007 年度)

解答欄

解答

$$y = -2x$$

【問 14】

y は x に比例し、比例定数は -4 である。 x の変域が $-1 \leq x \leq 5$ のときの y の変域を求めなさい。

(長野県 2007 年度)

解答欄

$$\leq y \leq$$

解答

$$-20 \leq y \leq 4$$

解説

y は x に比例し、比例定数は -4 より、この式は、 $y = -4x$ x が増加すると、 y は減少するから、 $x = -1$ のとき y は最大になり、その値は $y = -4 \times (-1) = 4$ $x = 5$ のとき y は最小になり、その値は $y = -4 \times 5 = -20$ よって、 y の変域は、 $-20 \leq y \leq 4$

【問 15】

図のように、関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上に x 座標が正である点 P をとり、その x 座標を t とする。ただし、 $a > 0$ とする。
点 P から x 軸、 y 軸に垂線をひき、その交点をそれぞれ Q 、 R とする。 $t = 2$ のとき、四角形 $OQPR$ は正方形になった。

次の問いに答えなさい。ただし、座標軸の単位の長さは 1 cm とする。

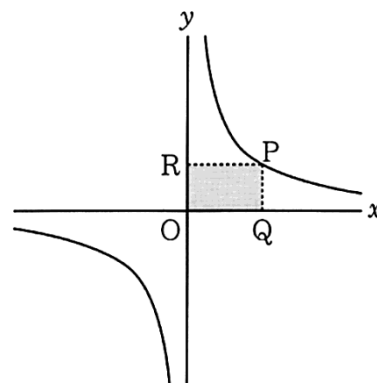
(兵庫県 2007 年度)

問1. a の値を求めなさい。

問2. 次の ① , ② にあてはまる数や式を書きなさい。

辺 OR の長さを t を使って表すと ① cm となる。

よって、四角形 $OQPR$ の面積は ② cm^2 であり、 t の値に関係なく一定である。



問3. 四角形 $OQPR$ を、 x 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を $V\text{ cm}^3$ 、 y 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を $W\text{ cm}^3$ とする。このとき、 t と体積 V の関係、 t と体積 W の関係を、次のア～オから選び、それぞれ記号で答えなさい。

ア 比例の関係があり、 t の値が増加するにつれて体積は増加する。

イ 比例の関係があり、 t の値が増加するにつれて体積は減少する。

ウ 反比例の関係があり、 t の値が増加するにつれて体積は増加する。

エ 反比例の関係があり、 t の値が増加するにつれて体積は減少する。

オ t の値に関係なく、体積は一定である。

解答欄

問1	$a =$	
問2	(1)	
	(2)	
問3	t と体積 V の関係	t と体積 W の関係

解答

問1 $a=4$

問2

(1) $\frac{4}{t}$

(2) 4

問3 t と体積 V の関係 エ, t と体積 W の関係 ア

解説

問2

点 P の y 座標は, $y = \frac{4}{x}$ より, $x = t$ を代入して, $y = \frac{4}{t}$

したがって $OR = \frac{4}{t} \text{ cm}$

四角形 OQPR の面積は $t \times \frac{4}{t} = 4 \text{ cm}^2$

問3

$$V = \pi \left(\frac{4}{t} \right)^2 \times t = \frac{16\pi}{t}$$

$$W = \pi t^2 \times \frac{4}{t} = 4\pi t$$

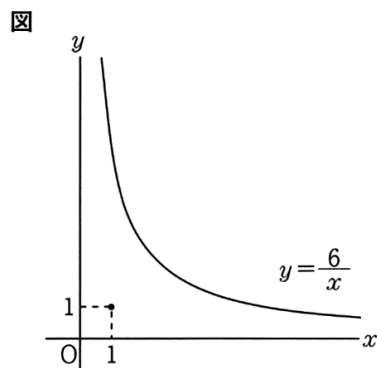
よって V と t の関係は エ, t と W の関係は ア

【問 16】

大小 2 つのさいころを投げ、大きいさいころの目を a 、小さいさいころの目を b とするとき、それぞれを x 座標、 y 座標とする点 (a, b) をとる。

このようにして決まる 36 個の点のうち、図の点(1, 1)のように、反比例 $y = \frac{6}{x}$ ($x > 0$) のグラフよりも下側にある点は、点(1, 1)を含めて何個あるか答えなさい。ただし、グラフ上の点は含まないものとする。

(鳥取県 2007 年度)



解答欄

個

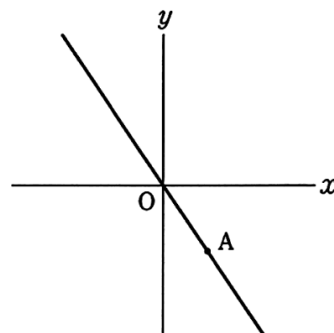
解答

10 個

【問 17】

図のように、点 A (2, -3) を通る関数 $y = ax$ のグラフがあります。この関数について、 x の変域が $-3 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域を求めなさい。

(広島県 2007 年度)



解答欄

解答

$$-6 \leq y \leq \frac{9}{2}$$

解説

$y = ax$ は点 A (2, -3) を通るので、 $x = 2$, $y = -3$ を代入して、 $-3 = 2a$ $a = -\frac{3}{2}$ $y = -\frac{3}{2}x$, 傾き $-\frac{3}{2}$ は負だから x の値が大きくなるほど y の値は小さくなる。

よって、 $-3 \leq x \leq 4$ のとき $x = -3$ で y は最大となり、その値は $y = -\frac{3}{2} \times (-3) = \frac{9}{2}$

$x = 4$ のとき y は最小となりその値は $y = -\frac{3}{2} \times 4 = -6$

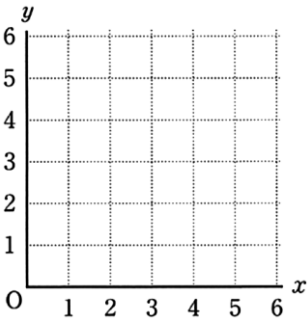
したがって、 y の変域は、 $-6 \leq y \leq \frac{9}{2}$

【問 18】

面積が 6 cm^2 の長方形の横の長さを $x \text{ cm}$, 縦の長さを $y \text{ cm}$ として, y を x の式で表せ。また, このときの x と y の関係を表すグラフをかけ。

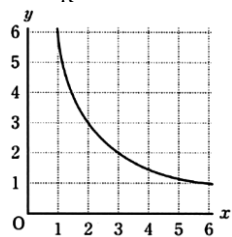
(鹿児島県 2007 年度)

解答欄

式 $y =$
グラフ 

解答

$$y = \frac{6}{x}$$



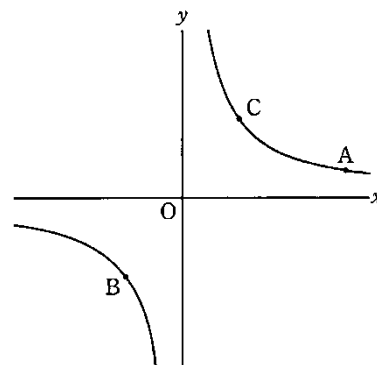
解説

長方形の面積＝縦×横より $6 = y \times x$ $y = \frac{6}{x}$

【問 19】

図のように、関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上に 3 点 A, B, C がある。A の座標は (6, 1) で、B の x 座標は -2 , C の y 座標は 3 である。次の問1～問3に答えなさい。

(群馬県 2008 年度)



問1. a の値を求めなさい。

問2. 2 点 B, C を通る直線の式を求めなさい。

問3. 三角形 ABC の面積を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 6

問2 $y = \frac{3}{2}x$

問3 16

解説

問3

P (−2, 3), Q (6, −3), R (6, 3) をとり、長方形 PBQR をつくる。

$$PB = 3 - (-3) = 6$$

$$BQ = 6 - (-2) = 8$$

$$AQ = 1 - (-3) = 4$$

$$RA = 3 - 1 = 2$$

$$CR = 6 - 2 = 4$$

$$PC = 2 - (-2) = 4$$

よって $\triangle ABC = (\text{四角形 PBQR}) - \triangle PBC - \triangle ABQ - \triangle ACR$

$$= 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 48 - 12 - 16 - 4 = 16$$

【問 20】

面積が 8 cm^2 である長方形の縦の長さを $x \text{ cm}$, 横の長さを $y \text{ cm}$ とする。 x の変域が $1 \leq x \leq 4$ のときの y の変域を求めよ。

(愛知県 2008 年度 B)

解答欄

解答

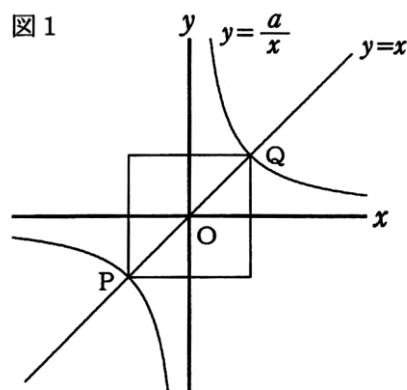
$$2 \leq y \leq 8$$

【問 21】

図 1 のように, $y=x$ のグラフと $y=\frac{a}{x}$ のグラフが 2 点 P, Q で交わっている。

線分 PQ を対角線とする正方形の面積が 36 のとき, a の値を求めなさい。

(滋賀県 2008 年度)



解答欄

解答

$$a=9$$

解説

点 Q の x 座標を t ($t > 0$) とすると, Q は $y=x$ 上の点より, Q (t, t) とおける。

また, 点 P と点 Q は, 原点について対称な点になるから, P ($-t, -t$) とおける。

三平方の定理を利用すると, $PQ^2 = (t+t)^2 + (t+t)^2 = 8t^2$

線分 PQ を対角線とする正方形の面積は, $\frac{1}{2} PQ^2$ である。

$$\frac{1}{2} PQ^2 = 36 \text{ より, } PQ^2 = 72$$

$$\text{よって, } 8t^2 = 72 \quad t^2 = 9 \quad t > 0 \text{ より, } t = 3 \quad Q(3, 3)$$

$$\text{点 Q は } y = \frac{a}{x} \text{ 上の点でもあるから座標の値を代入して } 3 = \frac{a}{3} \quad a = 9$$

【問 22】

y は x に比例し, $x=2$ のとき $y=-6$ である。また, x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のとき, y の変域は $a \leq y \leq b$ である。
このとき, a, b の値を求めなさい。

(鳥取県 2008 年度)

解答欄

$a =$ $, b =$

解答

$$a = -3$$

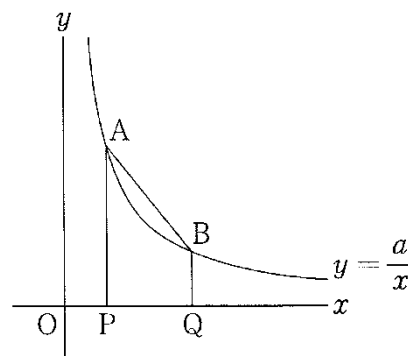
$$b = 6$$

【問 23】

図において, 2 点 A, B は反比例 $y = \frac{a}{x}$ ($a > 0$) のグラフ上にあり, 点 A の x 座標は 1, 点 B の x 座標は 3 である。

A, B から x 軸に垂線をひき, x 軸との交点をそれぞれ P, Q とする。四角形 APQB の面積が 4 であるとき, a の値を求めなさい。

(山形県 2009 年度)



解答欄

解答

3

解説

点 A, B はともに $y = \frac{a}{x}$ 上の点より, A (1, a), B $\left(3, \frac{a}{3}\right)$ と表せる。

P (1, 0), Q (3, 0) だから $PQ = 3 - 1 = 2$

また, $AP = a$, $BQ = \frac{a}{3}$

四角形 APQB = $\triangle APQ + \triangle ABQ = \frac{1}{2} \times 2 \times a + \frac{1}{2} \times \frac{a}{3} \times 2 = a + \frac{a}{3} = \frac{4}{3}a$ よって $\frac{4}{3}a = 4$ $a = 3$

【問 24】

関数 $y = \frac{12}{x}$ で、 x の変域を $1 \leq x \leq 4$ とするとき、 y の変域を求めなさい。

(茨城県 2009 年度)

解答欄

$$3 \leq y \leq 12$$

解答

$$3 \leq y \leq 12$$

解説

$x=1$ のとき、 $y = \frac{12}{1} = 12$ $x=4$ のとき、 $y = \frac{12}{4} = 3$ よって、 $3 \leq y \leq 12$

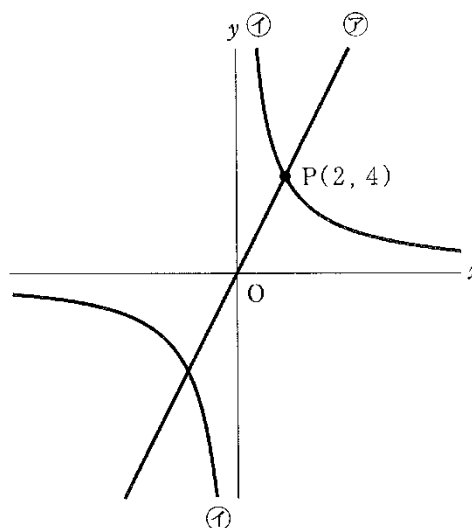
【問 25】

図のように、 y が x に比例する関数㉞のグラフと、 y が x に反比例する関数㉟のグラフが、点 P で交わっている。点 P の座標が (2, 4) であるとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2009 年度)

(1) 関数㉞、㉟のそれぞれについて、 y を x の式で表しなさい。

(2) $y=2$ のグラフと関数㉞、㉟のグラフの交点をそれぞれ Q, R とするとき、 $\triangle PQR$ の面積を求めなさい。ただし、座標の 1 目もりを 1 cm とする。



解答欄

(1)	㉞ $y =$	㉟ $y =$
(2)	cm ²	

解答

(1) ㉞ $y = 2x$, ㉟ $y = \frac{8}{x}$ (2) 3cm^2

解説

(1) ㉞は比例の式より、 $y = mx$ とおく。P (2, 4) を通るから、 $4 = 2m$ $m = 2$ よって、 $y = 2x$

㉟は反比例の式より、 $y = \frac{n}{x}$ とおく。P を通るから、 $4 = \frac{n}{2}$ $n = 8$ よって、 $y = \frac{8}{x}$

(2) 点 Q は $y = 2x$ 上の点で、 $y = 2$ より、 $2 = 2x$ $x = 1$ Q (1, 2) 点 R は $y = \frac{8}{x}$ 上の点で、 $y = 2$ より、 $2 = \frac{8}{x}$

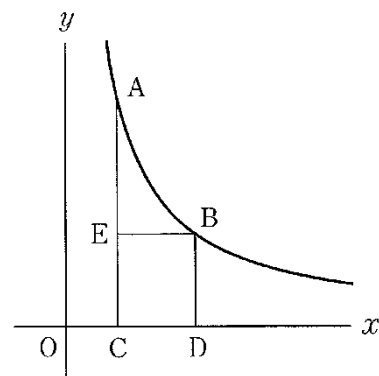
$$x = 4 \text{ R (4, 2) よって、 } \triangle PQR = \frac{1}{2} \times (4 - 1) \times (4 - 2) = 3 \text{ cm}^2$$

【問 26】

図のように、 x の変域を $x > 0$ とする関数 $y = \frac{18}{x}$ のグラフ上に 2 点 A, B があります。2 点 A, B から x 軸にそれぞれ垂線 AC, BD をひきます。

線分 AC 上に $BE \perp AC$ となるように点 E をとります。点 A の x 座標が 2, 四角形 BECD の面積が 10 のとき, 点 B の座標を求めなさい。

(広島県 2009 年度)



解答欄

解答

$$\left(\frac{9}{2}, 4\right)$$

解説

点 B は $y = \frac{18}{x}$ 上の点なので $OD \times BD = 18$

よって直線 BE と y 軸との交点を H とすると, 四角形 HODB = 18

よって四角形 HOCE = $18 - 10 = 8$ $OC = 2$ より, $OH = 8 \div 2 = 4$

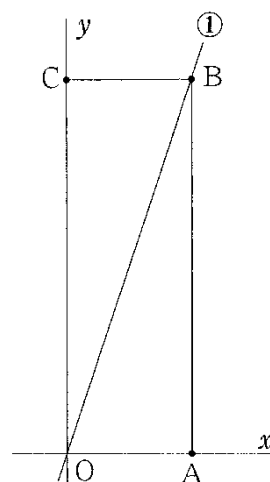
よって点 B の y 座標は 4 $y = \frac{18}{x}$ に $y = 4$ を代入して $4 = \frac{18}{x}$ $x = \frac{9}{2}$ $B\left(\frac{9}{2}, 4\right)$

【問 27】

図で、点 O は原点であり、直線①は関数 $y=3x$ のグラフである。点 A は x 軸上の点で、その x 座標は正の整数である。点 A を通り、 y 軸に平行な直線をひき、直線①との交点を B とする。また、点 B を通り、 x 軸に平行な直線をひき、 y 軸との交点を C とする。

これについて、次の(1)～(3)の問いに答えよ。

(香川県 2009 年度)



- (1) 次の㉑～㉔のうち、関数 $y=3x$ について正しく述べたものはどれか。1 つ選んで、その記号を書け。

- ㉑ y は x に反比例する
- ㉒ グラフが点 $(2, 6)$ を通る
- ㉓ x の値が 3 増加すると、対応する y の値は 1 増加する
- ㉔ x の値が 2 倍になると、対応する y の値は 6 倍になる

- (2) 点 A の x 座標を a とする。線分 OB 上 (点 O , 点 B を含む) にある x 座標, y 座標がともに整数となる点は、全部で何個あるか。 a を使った式で表せ。

- (3) 長方形 $OABC$ の周上にある x 座標, y 座標がともに整数となる点の個数が、線分 OB 上 (点 O , 点 B を含む) にある x 座標, y 座標がともに整数となる点の個数より、41 個多くなるとき、点 A の x 座標はいくらか。点 A の x 座標を a として、 a の値を求めよ。 a の値を求める過程も、式と計算を含めて書け。

解答欄

(1)	
(2)	個
(3)	a の値を求める過程

解答

(1) ①

(2) $a+1$ 個

(3)

a の値を求める過程

a は正の整数で、点 B の座標は $(a, 3a)$ である。

辺 OA, BC 上の x 座標, y 座標がともに整数である点の個数は

両端を除いてともに $(a-1)$ 個であり

辺 OC, AB 上の x 座標, y 座標がともに整数である点の個数は両端を除いてともに $(3a-1)$ 個である。

したがって長方形 OABC の周上には頂点を含めると $2\{(a-1)+(3a-1)\}+4=8a$ 個ある。

イの結果より、線分 OB 上には $(a+1)$ 個の点があるから

$$8a=(a+1)+41$$

よって $a=6$

a は正の整数だからこれは問題にあう。

答 a の値 6

解説

(2)

点 A の x 座標が a のとき、B $(a, 3a)$ と表せる。

a は整数だから、 $3a$ も整数。

よって、線分 OB 上にある x 座標, y 座標がともに整数である点は $(0, 0), (1, 3), (2, 6), \dots, (a, 3a)$ の $a+1$ 個

【問 28】

図のように、 $y = \frac{3}{4}x$ …①、 $y = \frac{a}{x}$ ($x > 0$, a は定数) …②のグラフ

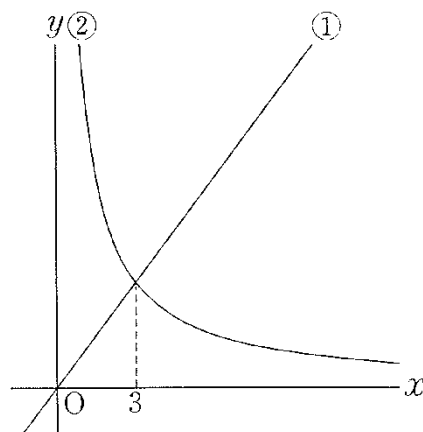
があり、その交点の x 座標は 3 である。

このとき、 a の値を求めると、 $a =$ である。また、②のグラフ上にあ

り、 x 座標と y 座標がともに自然数である点の個数は、 個である。

, に当てはまる数を求めなさい。

(熊本県 2009 年度)



解答欄

ア		イ	
---	--	---	--

解答

ア 12

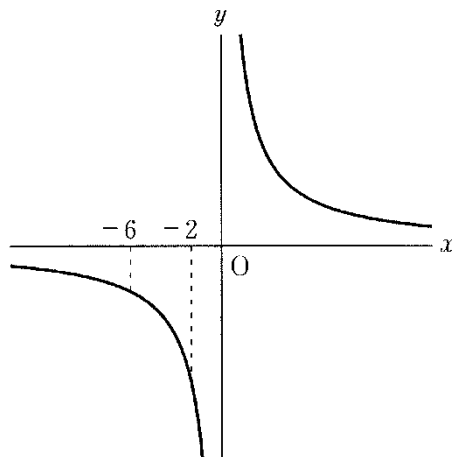
イ 6

【問 29】

図は $y = \frac{18}{x}$ のグラフである。 x の変域が $-6 \leq x \leq -2$ のときの y の

変域を求めなさい。

(青森県 2010 年度 後期)



解答欄

解答

$-9 \leq y \leq -3$

解説

$y = \frac{18}{x}$ において、 $-6 \leq x \leq -2$ のとき、 $x = -2$ で y の値は最小となり、 $y = -\frac{18}{2} = -9$

$x = -6$ で y の値は最大となり、 $y = -\frac{18}{6} = -3$ よって、 $-9 \leq y \leq -3$

【問 30】

y は x に比例し、その比例定数は負の数です。 x の変域が $-6 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域は $-7 \leq y \leq \square$ になります。 $\square$ にあてはまる数を求めなさい。

(宮城県 2010 年度)

解答欄

解答

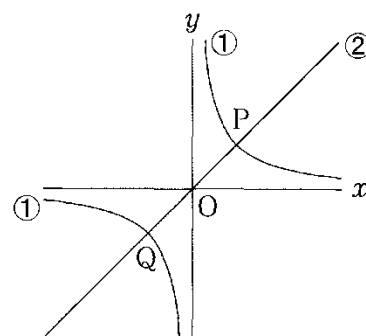
14

【問 31】

図において、①は反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ、②は比例 $y = x$ のグラフであり、①と②は 2 点 P、Q で交わっている。

線分 PQ の長さが $6\sqrt{2}$ であるとき、 a の値を求めなさい。

(山形県 2010 年度)



解答欄

解答

9

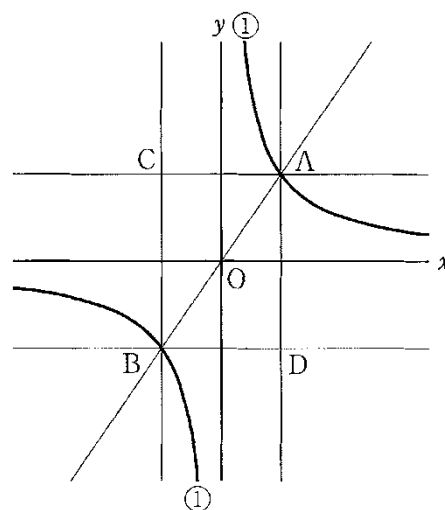
【問 32】

図において、①は関数 $y = \frac{7}{x}$ のグラフである。曲線①上に、 x 座標が正である点 A をとり、 AO の延長と曲線①との交点を B とする。

点 A を通り x 軸に平行な直線と、点 B を通り y 軸に平行な直線との交点を C とする。また、点 A を通り y 軸に平行な直線と、点 B を通り x 軸に平行な直線との交点を D とする。

このとき、長方形 $ACBD$ の面積は、点 A が曲線①上のどこにあっても一定の値である。その値を求めなさい。

(静岡県 2010 年度)



解答欄

解答

28

解説

$A\left(t, \frac{7}{t}\right)$ とおくと、 $B\left(-t, -\frac{7}{t}\right)$ 、 $C\left(-t, \frac{7}{t}\right)$ 、 $D\left(t, -\frac{7}{t}\right)$ とおける。

長方形 $ACBD$ の面積は、 $AC \times AD = 2t \times \frac{14}{t} = 28$

【問 33】

花子さんは、総合的な学習の時間にユニバーサルデザインのことを知り、傾斜路（スロープ）について調べてみた。次は、その結果の一部である。これを見て問1～問3に答えなさい。

（徳島県 2010 年度）

人にやさしいスロープ

「徳島県ユニバーサルデザインによるまちづくりの推進に関する条例施行規則」で定められた廊下等に傾斜路を設けるとき勾配に関する基準をまとめると、次のようになります。

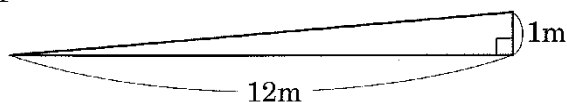
廊下等に設けられる傾斜路は、次に定める構造とすること。

勾配は、 $\frac{1}{12}$ を超えないこと。

ただし、傾斜路の高低差が 16 cm 以下の場合にあっては、 $\frac{1}{8}$ を超えないこと。

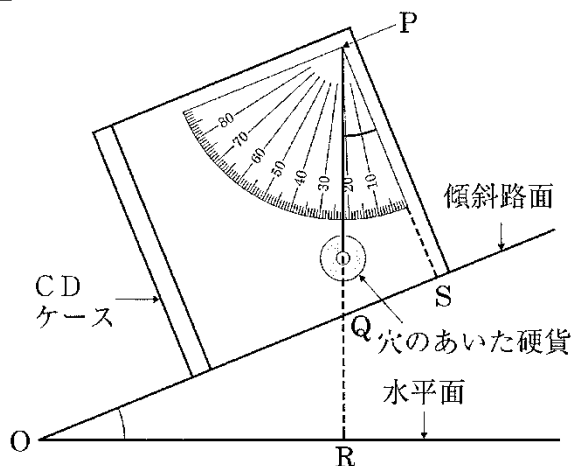
勾配が $\frac{1}{12}$ というのは、図1のように、水平方向に 12 m 進む間に、高さが 1 m 変化することです。

図1



また、図2のように、長方形の形をした CD ケースに、分度器をコピーした紙を、 0° を示す直線が CD ケースの外枠に平行になるようにはり、さらに分度器のおうぎ形の中心 P から、穴のあいた硬貨を結んだ糸を垂らした角度測定器をつくりました。

図2

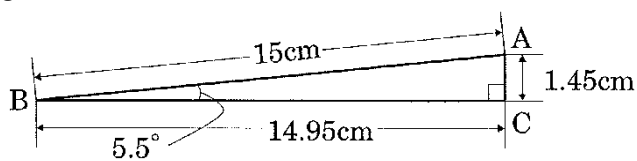


糸を延長した直線と傾斜路面、水平面との交点をそれぞれ Q, R とし、分度器の 0° を示す直線と傾斜路面との交点を S, 傾斜路面と水平面との交点を O とすると、 $\angle QPS = \angle QOR$ となり、坂道などの傾斜角度を測ることができます。

そこで、近くの公民館の屋内にある長さ 1.5 m の傾斜路が、条例施行規則の勾配に関する基準を満たしているかを調べるために、この角度測定器を使って傾斜角度を測ったところ 5.5° でした。

図3は、この公民館の傾斜路の 10 分の 1 の縮図をつくるために、 $AB = 15$ cm, $\angle B = 5.5^\circ$ である直角三角形をノートにかき、辺 AC, BC の長さをそれぞれ測った結果を示したものです。

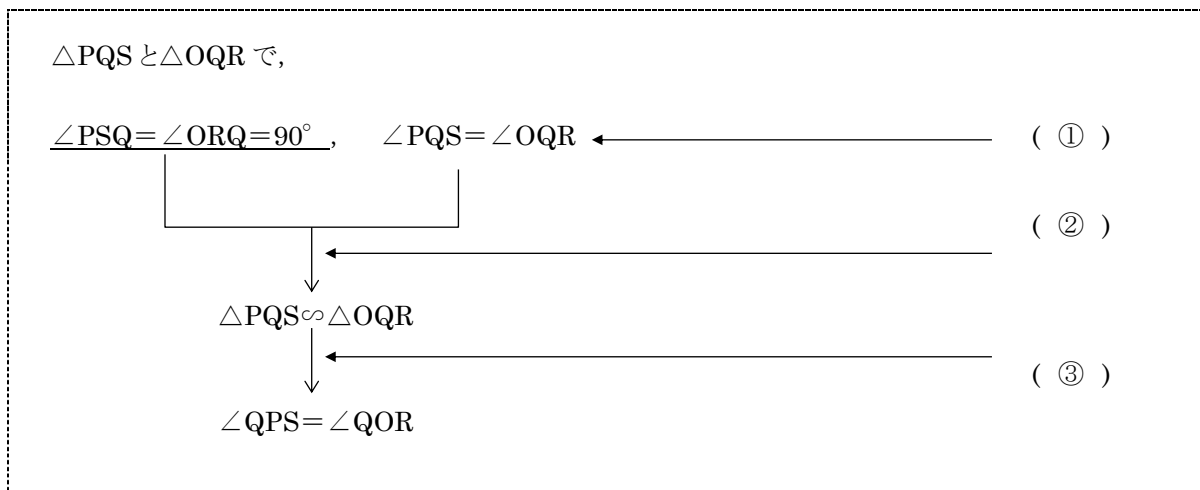
図3



このことから、この公民館の傾斜路の高低差は、 $1.45 \times 10 = 14.5(\text{cm})$ となります。

問1 勾配が $\frac{1}{12}$ の傾斜路において、水平方向に x m進む間に、高さが y m高くなったとする。 x, y の関係を式に表しなさい。

問2 ー 線部について、 $\angle QPS = \angle QOR$ であることの証明のすじ道は、次のようになる。



(①) ～ (③) にあてはまる根拠となることからの組み合わせとして正しいものはどれか、ア～エから1つ選びなさい。

- | | | |
|------------|------------|------------|
| ア ① 同位角の性質 | ② 三角形の相似条件 | ③ 相似な図形の性質 |
| イ ① 同位角の性質 | ② 相似な図形の性質 | ③ 三角形の相似条件 |
| ウ ① 対頂角の性質 | ② 三角形の相似条件 | ③ 相似な図形の性質 |
| エ ① 対頂角の性質 | ② 相似な図形の性質 | ③ 三角形の相似条件 |

問3 花子さんが調べた公民館の傾斜路は、「徳島県ユニバーサルデザインによるまちづくりの推進に関する条例施行規則」で定められた廊下等に傾斜路を設けるとき勾配に関する基準を満たしているといえるか。次の花子さんの調べた結果に続けて、根拠を述べて判断しなさい。

このことから、この公民館の傾斜路の高低差は、

$1.45 \times 10 = 14.5$ (cm) となります。

解答欄

問1	
問2	
問3	このことから、この公民館の傾斜路の高低差は、 $1.45 \times 10 = 14.5\text{cm}$ となります。

解答

問1 $y = \frac{1}{12}x$

問2 ウ

問3

このことから、この公民館の傾斜路の高低差は

$1.45 \times 10 = 14.5\text{cm}$ となります。

高低差が 16 cm 以下だから、条例施行規則により勾配が

$\frac{1}{8}$ を超えていなければよいことになります。

傾斜路の勾配は、図3の勾配に等しいので

$$\frac{1.45}{14.95} = 0.096\cdots$$

となり、 $\frac{1}{8} = 0.125$ を超えていません。

したがって、近くにある公民館の傾斜路は基準を満たしているといえます。

解説

問1 勾配＝高さ÷水平方向に進んだ距離 だから $\frac{1}{12} = \frac{y}{x}$ $y = \frac{1}{12}x$

問3 公民館の傾斜路の高低差が 14.5 cm だから、 16 cm 以下の場合勾配は $\frac{1}{8}$ を超えないという規則になっている

る。 $\frac{1}{8} = 0.125$ 公民館の傾斜路の勾配は、 $\frac{1.45}{14.95} = 0.096\cdots$ より、 $\frac{1}{8}$ を超えていないので基準を満たしているといえる。

【問 34】

図において、①は関数 $y=ax$ 、②は関数 $y=\frac{18}{x}$ のグラフである。

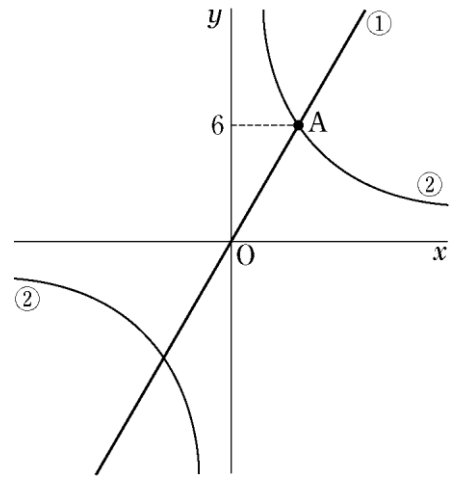
点 A は①と②の交点で、その y 座標は 6 である。このとき、次の問1～問4に答えなさい。

(高知県 2010 年度 前期)

問1 点 A の座標を求めよ。

問2 定数 a の値を求めよ。

問3 ②のグラフ上の点で、 x 座標と y 座標がともに自然数となる点は全部で何個あるか。



問4 点 A から x 軸, y 軸にひいた垂線が x 軸, y 軸と交わる点をそれぞれ B, C とし, ①のグラフに点 P, y 軸上に y 座標が 8 である点 Q をとる。三角形 OPQ の面積が四角形 OBAC の面積と等しくなるとき, 点 P の x 座標をすべて求めよ。

解答欄

問1	(,)
問2	$a =$
問3	個
問4	

解答

問1 (3, 6)

問2 $a=2$

問3 6個

問4 $\frac{9}{2}, -\frac{9}{2}$

解説

問1 点 A は $y = \frac{18}{x}$ 上の点より, $y = 6$ を代入して, $6 = \frac{18}{x}$ $x = 3$ A (3, 6)

問2 $y=ax$ は A (3, 6) を通るので, $x=3, y=6$ を代入して, $6=3a$ $a=2$

問3 $y = \frac{18}{x}$ を変形すると, $xy=18$ これを満たす自然数 x, y の組は,

$(x, y) = (1, 18), (2, 9), (3, 6), (6, 3), (9, 2), (18, 1)$ の 6 個。

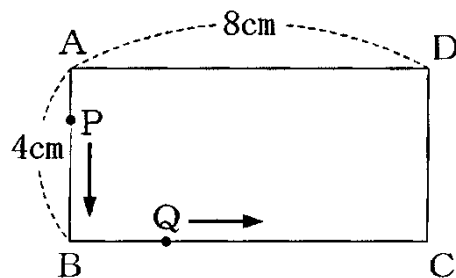
問4 それぞれの座標は、A (3, 6), B (3, 0), C (0, 6), Q (0, 8) である。P の x 座標を t とおくと、

P は $y=2x$ 上の点なので、P ($t, 2t$) $t>0$ のとき、 $\triangle OPQ=(\text{四角形 OBAC})$ より、 $\frac{1}{2} \times 8 \times t = 3 \times 6$

$$4t=18 \quad t=\frac{9}{2} \quad t<0 \text{ のとき, } \frac{1}{2} \times 8 \times (-t)=3 \times 6 \quad t=-\frac{9}{2}$$

【問 35】

図において、四角形 ABCD は $AB=4\text{ cm}$, $AD=8\text{ cm}$ の長方形であり、2 点 P, Q は、それぞれ辺上を動く点である。点 P は、A を出発して、B まで毎秒 1 cm の速さで動く。点 Q は、点 P が A を出発するのと同時に B を出発して、C まで毎秒 2 cm の速さで動く。2 点 P, Q が出発してから時間を x 秒とすると、次の問1～問3に答えなさい。



(高知県 2010 年度 後期)

問1 $x=1$ のとき、線分 PQ の長さを求めよ。

問2 $0 < x < 4$ のとき、 $PB+BQ$ の長さを、 x の式で表せ。

問3 $0 < x < 4$ で、 $PB:BQ=5:6$ となると、三角形 PBQ の面積を求めよ。

解答欄

問1	cm
問2	() cm
問3	cm ²

解答

問1 $\sqrt{13}\text{ cm}$

問2 $(x+4)\text{ cm}$

問3 $\frac{15}{4}\text{ cm}^2$

解説

問3

$$0 < x < 4 \text{ のとき } PB:BQ=5:6 \text{ より } (4-x):2x=5:6 \quad 10x=6(4-x) \quad 10x=24-6x \quad 16x=24 \quad x=\frac{24}{16}=\frac{3}{2}$$

$$\text{よって } \triangle PBQ = \frac{1}{2} \times PB \times BQ = \frac{1}{2} \times \left(4 - \frac{3}{2}\right) \times \left(2 \times \frac{3}{2}\right) = \frac{15}{4} \text{ cm}^2$$

【問 36】

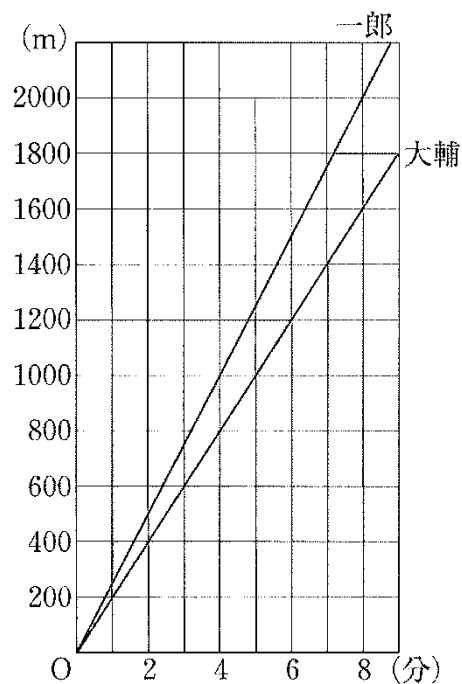
校内マラソン大会において、一郎と大輔はスタート地点を同時に出発し、同じコースをそれぞれ一定の速さで走った。出発してから 4 分後に、一郎はスタート地点から 1000 m の地点を、大輔はスタート地点から 800 m の地点を通過した。

図は、2 人が出発してから時間と、それぞれが走った距離との関係を表したグラフの一部である。

このとき、次の ア , イ に当てはまる数を入れて、文を完成しなさい。

(熊本県 2010 年度)

2 人がスタート地点を出発してから 10 分間に走った距離は、一郎の方が大輔より ア m 長かった。
また、スタート地点から イ m の地点を、一郎が通過してから 4 分 15 秒後に大輔も通過した。



解答欄

ア	
イ	

解答

ア 500

イ 4250

【問 37】

関数 $y = \frac{12}{x}$ について、 x の変域が $3 \leq x \leq 9$ のときの y の変域は $a \leq y \leq 4$ である。 a の値を求めよ。

(鹿児島県 2010 年度)

解答欄

$a =$

解答

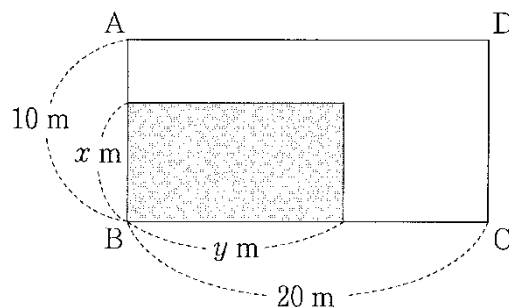
$$a = \frac{4}{3}$$

【問 38】

図のように、 $AB=10\text{ m}$ 、 $BC=20\text{ m}$ の長方形 $ABCD$ の空き地に、 $\angle B$ を内角とする長方形で、面積が 80 m^2 の花壇をつくることになりました。

この花壇の AB 上にある辺の長さを $x\text{ m}$ 、 BC 上にある辺の長さを $y\text{ m}$ として、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(宮城県 2011 年度)



- (1) y を x の式で表しなさい。ただし、 x, y の変域は答えなくてもよいものとします。
- (2) 花壇の 1 辺を BC にしたときの花壇の周りの長さは、花壇の 1 辺を AB にしたときの花壇の周りの長さの何倍になるか、求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	倍

解答

$$(1) y = \frac{80}{x}$$

$$(2) \frac{4}{3} \text{ 倍}$$

解説

(2)

$xy=80$ だから、1 辺を BC としたとき $y=20$ を代入して $20x=80$ $x=4$

周の長さは、 $(20+4) \times 2=48\text{ m}$

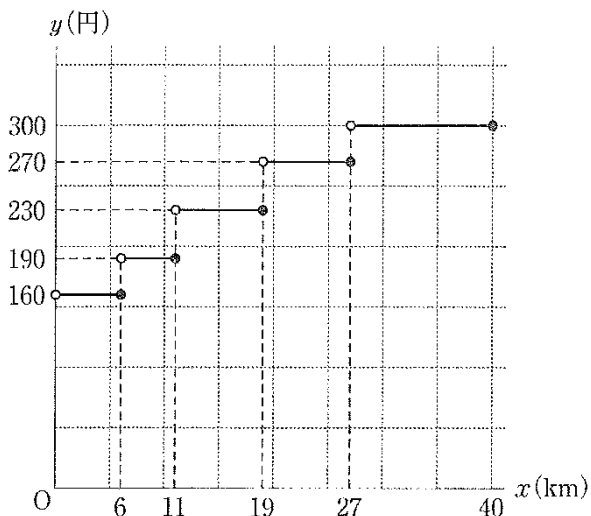
1 辺を AB としたとき $x=10$ を代入して $10y=80$ $y=8$

周の長さは、 $(10+8) \times 2=36\text{ m}$

よって 1 辺を BC にしたときの周りの長さは 1 辺を AB としたときの周りの長さの $\frac{48}{36} = \frac{4}{3}$ 倍

【問 39】

ある鉄道の運賃は、乗車する距離によって表の通りになっています。これを、乗車する距離を x km, 運賃を y 円として x と y の関係のグラフに表すと、次のグラフのようになります。



距 離	運 賃
0～ 6 km まで	160 円
～11 km まで	190 円
～19 km まで	230 円
～27 km まで	270 円
～40 km まで	300 円

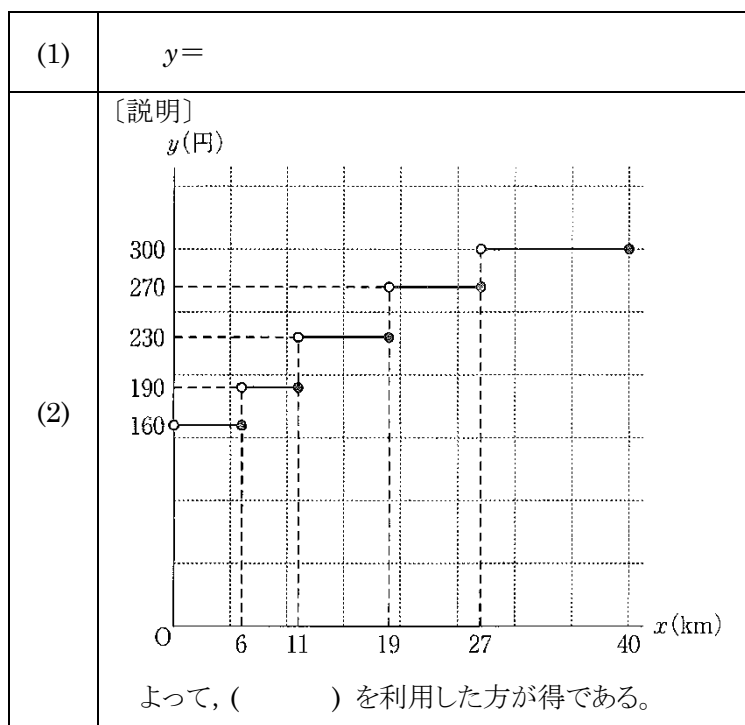
Tさんは、この鉄道の沿線を一人で旅行するのに、鉄道を利用するか、自動車を自分で運転して行くかを決めようとしています。Tさんの自動車は、120 円分のガソリンで 10 km 走ることができます。

このとき、次の(1)、(2)に答えなさい。ただし、鉄道、自動車いずれの場合も、鉄道の沿線を旅行する距離は同じとします。

(埼玉県 2011 年度 後期)

- (1) Tさんが自動車で旅行をする場合、自動車を走らせる距離を x km, そのとき使ったガソリン代を y 円とするとき、 y を x の式で表しなさい。
- (2) Tさんは、25 km 以上 30 km 以下の距離を旅行するのに、鉄道と自動車のどちらが得かを決めようとしています。鉄道の運賃と自動車のガソリン代を比べたとき、鉄道、自動車のどちらを利用した方が得かを書きなさい。その際、どちらを利用した方が得かの理由を、(1)で求めた式のグラフをかいて、それをもとに金額の違いを具体的に述べながら説明しなさい。

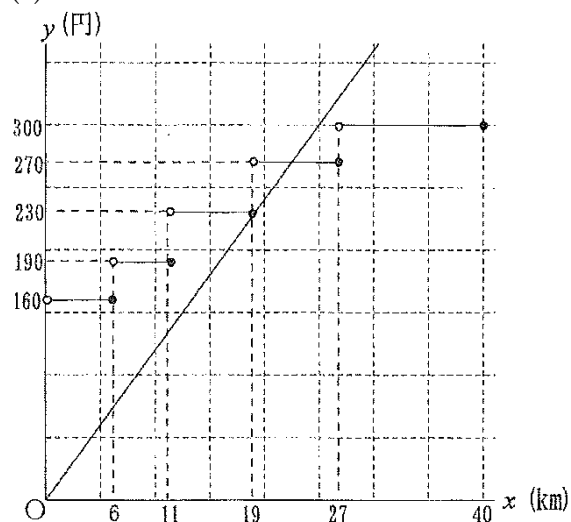
解答欄



解答

(1) $y = 12x$

(2)



〔説明〕

グラフより,

25 km～27 km の場合は, 鉄道では 270 円だが, 自動車では $x=25$ のとき

$y = 12 \times 25 = 300$ だから, 300 円以上かかる。

また, 27 km～30 km の場合は, 鉄道では 300 円だが, 自動車では $x=27$ のとき

$y = 12 \times 27 = 324$ だから, 324 円以上かかる。

よって, 鉄道を利用した方が得である。

解説

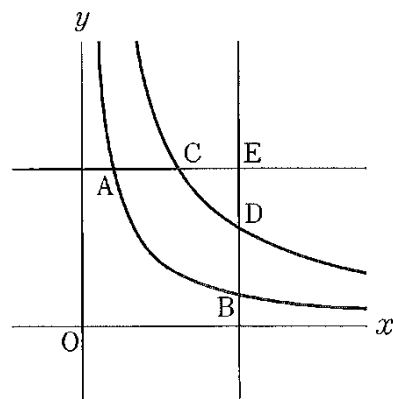
(1)

120 円分のガソリンで 10 km 走ることができるので, x km 走るのに必要なガソリン代が y 円より, y は x に比例するから, 求める式を $y = ax$ とおく。 $x = 10$, $y = 120$ を代入して, $120 = 10a$ $a = 12$ よって, $y = 12x$

【問 40】

図のように、関数 $y = \frac{1}{x}$ のグラフ上に x 座標が正の数である 2 点 A, B
があり、関数 $y = \frac{3}{x}$ のグラフ上に x 座標が正の数である 2 点 C, D がありま
す。

直線 AC, BD はそれぞれ x 軸, y 軸に平行で、 $AC = BD$ です。直線 AC
と直線 BD との交点を E とします。このとき、点 E の x 座標と y 座標は等し
くなります。このわけを、点 E の座標を (a, b) として、 a, b を使った式を用
いて説明しなさい。



(広島県 2011 年度)

解答欄

解答

点 E の y 座標は b であるから、点 A, C の x 座標はそれぞれ $\frac{1}{b}$, $\frac{3}{b}$ である。

また、点 E の x 座標は a であるから、点 B, D の y 座標はそれぞれ $\frac{1}{a}$, $\frac{3}{a}$ である。

このことから、 $AC = \frac{2}{b}$, $BD = \frac{2}{a}$ である。これらを $AC = BD$ に代入すると、 $\frac{2}{b} = \frac{2}{a}$ となる。

したがって、 $a = b$ であるから、点 E の x 座標と y 座標は等しくなる。

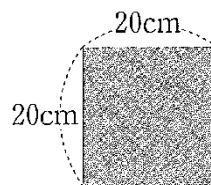
【問 41】

厚さが一定の 1 枚の厚紙から、図1のような 1 辺の長さが 20 cm の正方形と、図2のような形を切り取って、それぞれ重さをはかると、20 g、4 g であった。

このとき、図2の形の面積を求めなさい。

(山口県 2011 年度)

図1



重さ 20g

図2



重さ 4 g

解答欄

cm^2

解答

80cm²

解説

重さ 4 g の厚紙の面積を $x \text{ cm}^2$ とすると、 $4:x=20:20 \times 20$ $20x=4 \times 20 \times 20$ $x=80\text{cm}^2$

【問 42】

1 周 400 m のトラック (図1) を, A さんと B さんがそれぞれ一定の速さで走る。出発して x 分後までに走った距離を y m とする。図2 は A さんと B さんそれぞれについて, x と y の関係を表したグラフの一部である。

このとき, 次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2011 年度)

問1 A さんのグラフについて, y を x の式で表しなさい。

問2 A さんと B さんが同時にスタート地点より出発し, 矢印方向に走る。A さんと B さんが最初に並ぶのは, 出発して何分後か求めなさい。

問3 C さんがこのトラックを 10 周走った。はじめは A さんと同じ速さで走り, 途中から B さんと同じ速さで走ったところ, 全体で 17 分かかった。このとき, C さんが A さんと同じ速さで走ったのは何分間か求めなさい。

図1

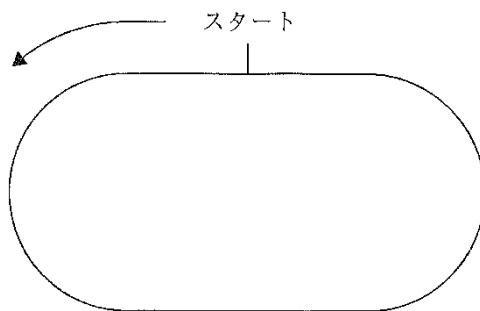
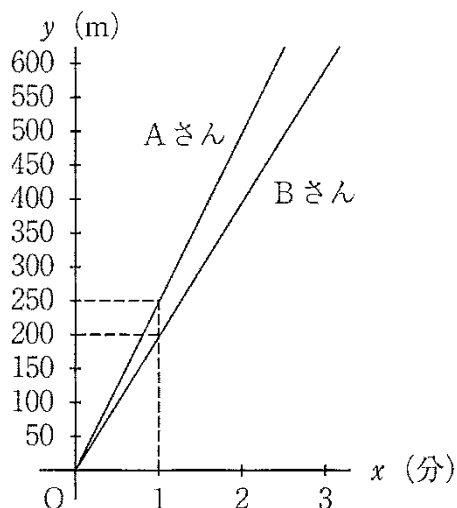


図2



解答欄

問1	$y =$
問2	分後
問3	分間

解答

問1 $y = 250x$

問2 8 分後

問3 12 分間

解説

問3

C さんが A さんと同じ速さで走った時間を x 分間とすると, B さんと同じ速さで走ったのは $17 - x$ 分間 と表せる。
よって $250x + 200(17 - x) = 400 \times 10$ これを解いて, $x = 12$ 分間

【問 43】

関数 $y = \frac{36}{x}$ で、 x の変域が $4 \leq x \leq 12$ のとき、 y の変域は $a \leq y \leq b$ である。 a, b の値を求めなさい。

(青森県 2012 年度 後期)

解答欄

$a =$	$b =$
-------	-------

解答

$$a = 3$$

$$b = 9$$

【問 44】

図1の円 O は、円周の長さが 60 cm であり、点 A はこの円周上にある。点 P, Q は同時に A を出発し、円周上を時計回りにそれぞれ毎秒 6 cm 、毎秒 4 cm の速さで 25 秒間動くものとする。また、図2は点 P が A を出発して x 秒間に円周上を $y\text{ cm}$ 動いたとき、 x と y の関係をグラフに表したものである。次の問1～問4に答えなさい。

(青森県 2012 年度 前期)

図1

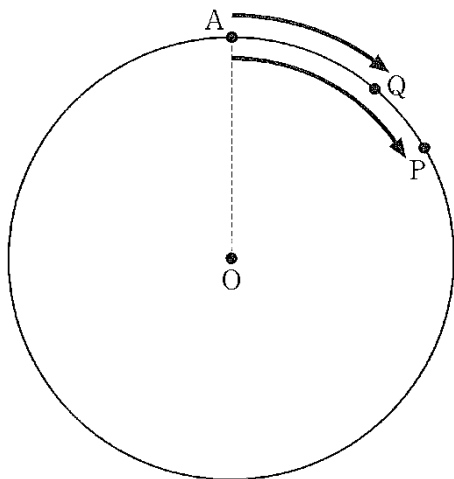
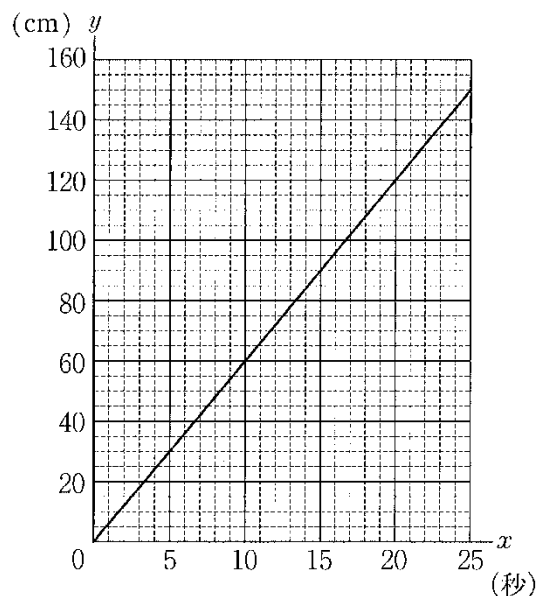


図2



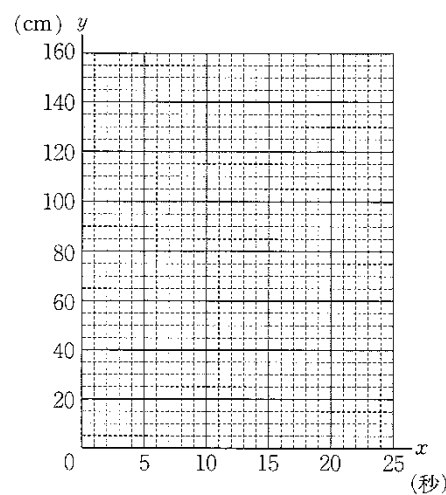
問1 点 Q が A を出発して x 秒間に円周上を $y\text{ cm}$ 動いたとき、 x と y の関係をグラフに表しなさい。

問2 点 P が A を出発してから 2 秒後の $\angle AOP$ の大きさを求めなさい。

問3 最初に $\angle POQ = 90^\circ$ となるのは、点 P, Q が A を出発してから何秒後か、求めなさい。

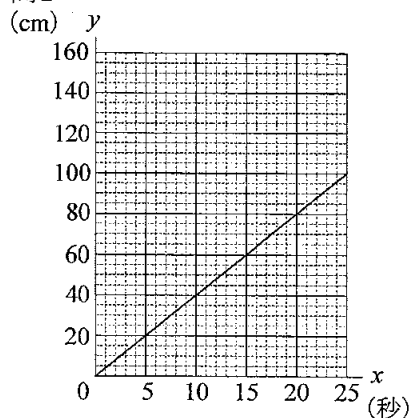
問4 点 P, Q より a 秒遅れて A を出発し、円 O の円周上を時計回りに毎秒 3 cm の速さで動く点を点 R とする。点 P, Q が A を出発してから 20 秒後に $\triangle PQR$ は正三角形となった。このときの a の値を求めなさい。ただし、 $a > 0$ とする。

解答欄

問1	
問2	度
問3	秒後
問4	$a =$

解答

問1



問2 72 度

問3 $\frac{15}{2}$ 秒後

問4 $a = \frac{20}{3}$

解説

問3

$0 \leq x \leq 10$ のとき, $\angle AOP = \frac{6}{60}x \times 360 = 36x^\circ$ $\angle AOQ = \frac{4}{60}x \times 360 = 24x^\circ$ 最初に $\angle POQ$ が 90° になると

き, $36x - 24x = 90$ $12x = 90$ $x = \frac{15}{2}$ 秒後

問4 20 秒後 P は $6 \times 20 = 120\text{cm}$ 移動して A の位置, Q は $4 \times 20 = 80\text{cm}$ 移動して, A から時計回りに 20cm 移動した地点にある。△PQR が正三角形より, R は A から時計回りに 40cm 移動した位置にある。40cm 移動する

のに $\frac{40}{3}$ 秒 かかるから, $a = 20 - \frac{40}{3} = \frac{20}{3}$ 秒

【問 45】

関数 $y = \frac{6}{x}$ で、 x の変域を $3 \leq x \leq 8$ とするとき、 y の変域を求めなさい。

(茨城県 2012 年度)

解答欄

$$\leq y \leq$$

解答

$$\frac{3}{4} \leq y \leq 2$$

【問 46】

y は x に反比例し、 x の変域が $2 \leq x \leq 6$ のときの y の変域が $2 \leq y \leq 6$ である。 $x=3$ のときの y の値を求めなさい。

(愛知県 2012 年度 B)

解答欄

$$y =$$

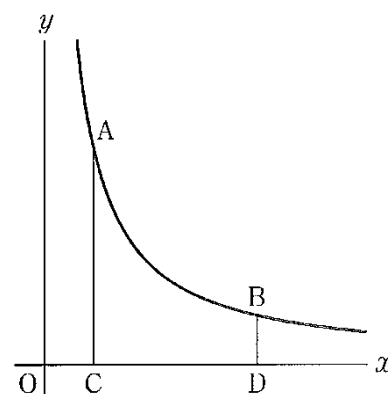
解答

$$y = 4$$

【問 47】

右の図のように、関数 $y = \frac{10}{x}$ のグラフ上に x 座標が正の数である 2 点 A, B があります。点 A, B から y 軸に平行な直線をひき、 x 軸との交点をそれぞれ C, D とします。AC=5BD, CD=6 のとき、点 A の x 座標を求めなさい。

(広島県 2012 年度)



解答欄

解答

$$\frac{3}{2}$$

解説

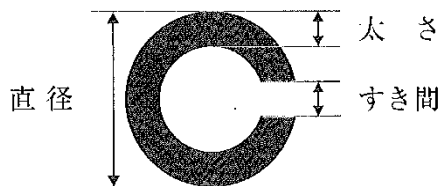
$y = \frac{10}{x}$ において、AC:BD=5:1 より、 y の値が $\frac{1}{5}$ になると、 x の値は 5 倍になるから

$$OC:OD=1:5 \quad OC=t \text{ とすると } t:(t+6)=1:5 \quad 5t=t+6 \quad 4t=6 \quad t=\frac{3}{2}$$

よって A の x 座標は $\frac{3}{2}$

【問 48】

右の図は、視力を検査するときに使うもので、「ランドルト環」とよばれている。ランドルト環は、直径とすき間の大きさの比は 5:1 で、すき間の大きさと太さは同じである。



日本では、直径 7.5 mm、すき間 1.5 mm、太さ 1.5 mm のランドルト環を、5 m 離れたところから見たときにすき間が判別できれば 1.0 の視力があるとされている。問1～問3に答えなさい。

(徳島県 2012 年度)

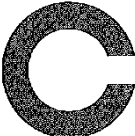
問1 直径 7.5 mm、すき間 1.5 mm、太さ 1.5 mm のランドルト環を、大きさは変えずに x m 離れたところから見たときにすき間が判別できれば y の視力があるとする。このとき、 x と y には次のような比例の関係があることが知られている。

	...	4	5	6	...
	...	0.8	1.0		...

 にあてはまる数を書きなさい。

x	...	4	5	6	...
y	...	0.8	1.0		...

問2 異なる大きさのランドルト環を用いた視力検査表を使って、5 m 離れたところから距離は変えずに視力を検査するとき、ランドルト環の直径やすき間と視力との間には、次のような反比例の関係があることが知られている。
(1)・(2)に答えなさい。

		
直径 15 mm	直径 7.5 mm	直径 (ア) mm
すき間 3 mm	すき間 1.5 mm	すき間 (イ) mm
視力 0.5	視力 1.0	視力 1.5

(1) (ア)・(イ)に、それぞれあてはまる数を書きなさい。

(2) ランドルト環の直径を x mm、視力を y とするとき、 y を x の式で表しなさい。

問3 科学部に所属するのりさんは、5 m 離れたところから検査できる視力検査表をもとにして、3 m 離れたところから検査できる視力検査表をつくることができるのではないかと思います、理科室で大きさの異なる 2 つのランドルト環を厚紙で作り確かめてみることにした。次は、そのときののりさんの考え方である。(1)・(2)に答えなさい。

【のりさんの考え方】

図1のような 2 つのランドルト環を図2のように置き、電球の中心 A から出る光によってスクリーンに映る 2 つの影がちょうど重なるよう、位置を調整する。このとき、A の位置からランドルト環 P を見ることは、ランドルト環 Q を見ることと同じであると考えられる。

そこで、ランドルト環 P の直径を BC, ランドルト環 Q の直径を DE, 電球の中心 A からランドルト環 P までの距離を x , ランドルト環 Q までの距離を y として、直径と距離の関係について調べる。

図1

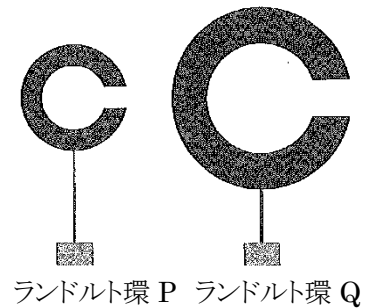
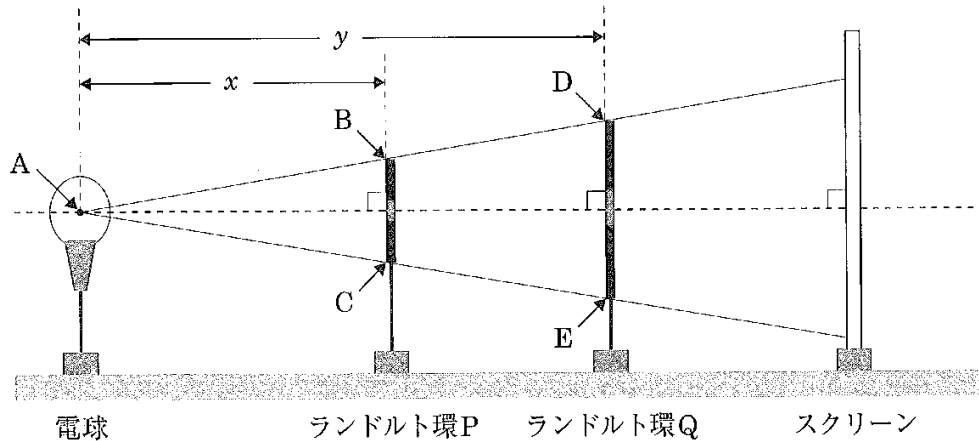


図2



$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ で、

$BC \parallel DE$ から、同位角は等しいので、 $\angle ABC = \angle ADE$ … ①

共通な角だから、 $\angle BAC = \angle DAE$ … ②

①, ②から、(ア) ので、

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$

したがって、三角形の相似および平行線と線分の比の関係から、

$BC:DE = x:y$ が成り立つ。

そこで、 $x = 3 \text{ m}$, $y = 5 \text{ m}$ とすると、

イ

(1) 【のりさんの考え方】の (ア) にあてはまる三角形の相似条件を書きなさい。

(2) 3 m 離れたところから検査できる視力検査表のランドルト環の大きさはどのようにすればよいかを、イ に言葉や式を用いて書き、【のりさんの考え方】を完成させなさい。

解答欄

問1			
問2	(1)	ア	イ
	(2)		
問3	(1)		
	(2)		

解答

問1

1.2

問2

(1) ア 5 イ 1

(2) $y = \frac{7.5}{x}$

問3

(1) 2組の角が、それぞれ等しい

(2)

$BC:DE=3:5$ より、 $BC = \frac{3}{5} DE$

つまり、5 m 離れたところから検査できる視力検査表のランドルト環の大きさの $\frac{3}{5}$ 倍にすればよい。

解説

問1

x と y には比例の関係があり、 $\frac{y}{x} = \frac{1}{5}$ より、 y は x に比例し、 $y = \frac{1}{5} x$ の関係があるとわかる。

$x=6$ を代入して $y = \frac{1}{5} \times 6 = 1.2$

問2

(1)

すき間と視力の間には反比例の関係があり、(すき間)×(視力)=1.5 より、 $イ \times 1.5 = 1.5$

よって、イは 1 また、(直径):(すき間)=5:1 より、直径は、 $ア = 1 \times 5 = 5$

(2)

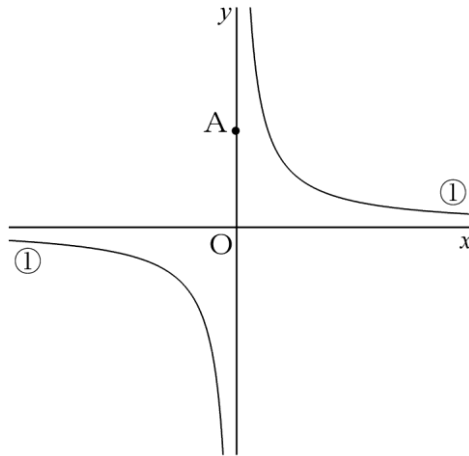
直径が x mm のとき、すき間は $\frac{1}{5} x$ mm (すき間)×(視力)=1.5 より、 $\frac{1}{5} x \times y = 1.5$ $y = \frac{7.5}{x}$

【問 49】

図において、①は関数 $y = \frac{12}{x}$ のグラフであり、点 A は y 軸上の点で、その y 座標は 6 である。このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(高知県 2012 年度 後期)

問1 点 A を通り、 x 軸に平行な直線が①のグラフと交わる点の座標を求めよ。



問2 ①のグラフ上の点で、 x 座標と y 座標がともに整数となる点は全部で何個あるか。

問3 ①のグラフ上に点 P をとる。三角形 OAP の面積が 24 であるとき、点 P の y 座標をすべて求めよ。

解答欄

問1	(,)
問2	個
問3	

解答

問1 (2, 6)

問2 12 個

問3 $\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}$

解説

問3

P から y 軸にひいた垂線の長さを h とすると、 $\triangle OAP=24$ より、 $\frac{1}{2} \times 6 \times h=24$ $3h=24$ $h=8$

よって、P の x 座標は 8 または -8 $y = \frac{12}{x}$ に $x = 8$ を代入して、 $y = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ $y = \frac{12}{x}$ に $x = -8$ を代入して、 $y = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}$ よって、 $\frac{3}{2}$ と $-\frac{3}{2}$

【問 50】

はなこさんは、ハンバーグをつくるために家庭科の教科書を見ました。次の表は、ハンバーグ 1 人分の分量の一部を表しています。

ハンバーグ (1 人分)	
ひき肉	120 g
たまねぎ	45 g
⋮	

いま、ひき肉が 96 g あります。

家庭科の教科書に書かれている分量と同じ割合でハンバーグをつくるとき、ひき肉 96 g に対して必要なたまねぎの分量を求めなさい。

ただし、用いる文字が何を表すかを示して式をつくり、それを解く過程も書きなさい。

(岩手県 2013 年度)

解答欄

答 たまねぎの分量 g

解答

たまねぎの分量を x g とすると

$$x:96=45:120$$

$$x \times 120 = 96 \times 45$$

$$x = \frac{96 \times 45}{120}$$

$$x = 36$$

答 たまねぎの分量 36g

解説

必要なたまねぎの分量を x g とすると、(たまねぎの分量):(ひき肉の分量) は変わらないから、

$$x:96=45:120 \quad x \times 120 = 96 \times 45 \quad x = 36g$$

【問 51】

右の図1で、点 O は原点であり、点 P の座標は (a, b) で、 a, b はともに自然数である。点 O と点 P を結ぶ線分 OP 上にある x 座標, y 座標がともに自然数となる点の個数を考えたい。

たとえば、 $a=4, b=8$ のときは右の図2のようになり、線分 OP 上にある x 座標, y 座標がともに自然数となる点は、 $(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)$ の 4 個である。

また、 $a=4, b=7$ のときは右の図3のようになり、線分 OP 上にある x 座標, y 座標がともに自然数となる点は、 $(4, 7)$ の 1 個だけである。

これについて、次の(1), (2)の問いに答えよ。

(香川県 2013 年度)

(1) $a=4$ のとき、線分 OP 上にある x 座標, y 座標がともに自然数となる点が、1 個だけとなるような、6 以下の自然数 b の値をすべて求めよ。

(2) $a=36$ のとき、線分 OP 上にある x 座標, y 座標がともに自然数となる点が、全部で 6 個となるような 2 けたの自然数 b のうち、最も小さい数を求めよ。

図1

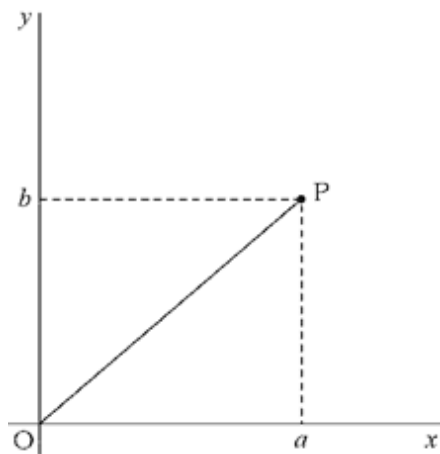


図2

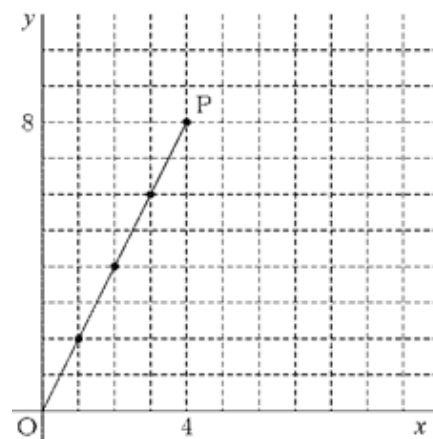
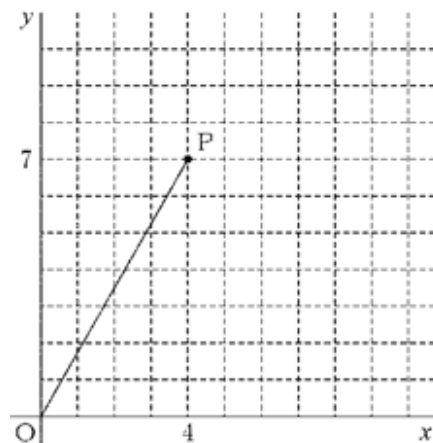


図3



解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) 1, 3, 5

(2) 30

解説

(1)

$a=4$ のとき, 線分 OP 上にある x 座標, y 座標がともに自然数となる点が 1 個だけとなるのは, a と b の公約数が 1 しかないとき。 b は 6 以下の自然数だから, $b=1, 3, 5$

(2)

36 と b の最大公約数が 6 となるとき。 $b=6 \times k$ で k は自然数で約数に 2, 3 をもたない。 $b=6 \times 1, 6 \times 5, 6 \times 7, \dots$
 b は 2 けたの自然数であり, そのうち最も小さい数だから, $6 \times 5=30$

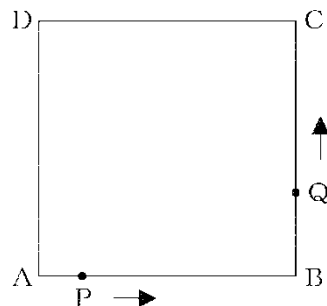
【問 52】

下の図において、四角形 $ABCD$ は、1 辺の長さが 6 cm の正方形であり、2 点 P , Q は、それぞれ辺上を動く点である。点 P は、 A を出発して、 B を通って C に向かって毎秒 1 cm の速さで動く。点 Q は、点 P が A を出発するのと同時に B を出発して、 C , D を通って A まで毎秒 2 cm の速さで動く。点 Q が A に到達したとき、2 点 P , Q は停止する。点 P が A を、点 Q が B をそれぞれ同時に出発してから x 秒後の三角形 APQ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(高知県 2013 年度 前期)

問1 点 Q が辺 CD 上にあるとき、 y を x の式で表せ。

問2 $y=9$ となる x の値をすべて求めよ。



問3 点 P が A を、点 Q が B をそれぞれ同時に出発してから停止するまでに、三角形 APQ が直角三角形となるときがある。これらの直角三角形のうちで、面積が最小である直角三角形の面積を求めよ。

解答欄

問1	$y=$
問2	$x=$
問3	cm^2

解答

問1 $y=3x$

問2 $x=3, \frac{15}{2}$

問3 6cm^2

解説

問1

Q は $6 \div 2 = 3$ (秒後)に点 C にあり, $12 \div 3 = 6$ (秒後)に点 D にあるので, Q が CD 上を動くとき,

$3 \leq x \leq 6$ このとき, P は AB 上にあり, $AP = x \text{ cm}$ と表せる。よって, $\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times BC$ より,

$$y = \frac{1}{2} \times x \times 6 = 3x$$

問2

Q が BC 上を動くのは $0 \leq x \leq 3$ のときで, $BQ = 2x \text{ cm}$ と表せる。また, このとき P は AB 上にあり

$AP = x \text{ cm}$ と表せる。 $\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times BQ$ より, $y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$ $y = 9$ のとき, $9 = x^2$ より

$x = \pm 3$ よって, 3 秒後 点 Q が CD 上にあるとき, $3 \leq x \leq 6$ $9 = 3x$ より, $x = 3$ よって, 3 秒後 Q が DA 上を動くのは $6 \leq x \leq 9$ のときで, $AQ = 18 - 2x \text{ cm}$ と表せる。また, このとき P は BC 上にある。

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AQ \times AB \text{ より, } y = \frac{1}{2} \times (18 - 2x) \times 6 = 54 - 6x \quad 9 = 54 - 6x \quad x = \frac{15}{2} \text{ 秒後}$$

よって 3 秒後と $\frac{15}{2}$ 秒後

問3

$\triangle APQ$ が直角三角形となるのは, $\angle APQ$ が直角になるときと $\angle AQP$ が直角になるとき。

$\angle APQ$ が直角になるとき, P は AB 上, Q は CD 上にあり, $3 \leq x \leq 6$ $AP = DQ$ だから, $x = 12 - 2x$ $x = 4$

よって $\triangle APQ = 3 \times 4 = 12$

$\angle AQP$ が直角になるとき P は BC 上, Q は DA 上にあり $6 \leq x \leq 9$

$BP = AQ$ だから, $x - 6 = 18 - 2x$ $x = 8$

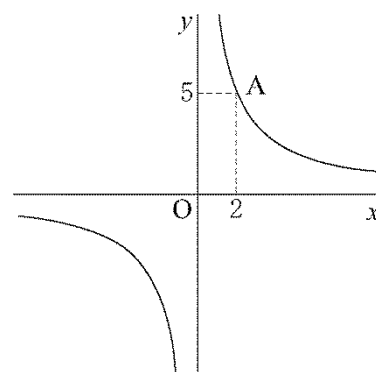
よって $\triangle APQ = 54 - 6 \times 8 = 6$

面積の小さい方は 6 cm^2

【問 53】

y は x に反比例し、そのグラフは下の図のように点 $A(2, 5)$ を通ります。 x の変域が $1 \leq x \leq 5$ のときの y の変域を求めなさい。

(宮城県 2014 年度 前期)



解答欄

解答

$$2 \leq y \leq 10$$

解説

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ とおく。

$$x=2, y=5 \text{ より } 5 = \frac{a}{2} \quad a=10$$

よって $y = \frac{10}{x}$ において、 $1 \leq x \leq 5$ のときの y の変域を求めると

$x=1$ のとき $y=10$, $x=5$ のとき $y=2$ より、 $2 \leq y \leq 10$

【問 54】

右の図のように、関数 $y = \frac{a}{x}$ …②のグラフ上に 2 点 A, B があり、

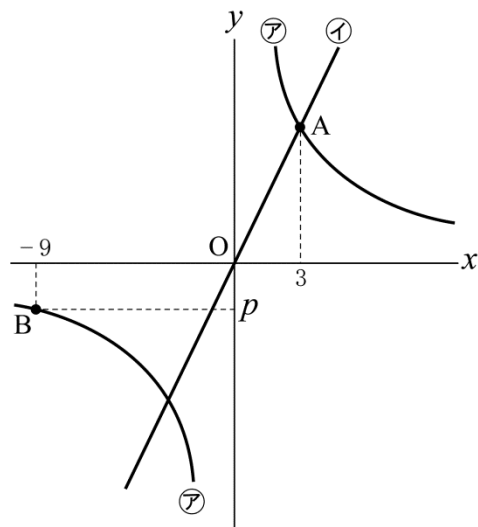
関数②のグラフと関数 $y = 2x$ …①のグラフが、点 A で交わっている。

点 A の x 座標が 3、点 B の座標が $(-9, p)$ のとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2015 年度)

(1) a, p の値を求めなさい。

(2) 関数②について、 x の変域が $1 \leq x \leq 5$ のときの y の変域を求めなさい。



解答欄

(1)	$a =$
	$p =$
(2)	$\leq y \leq$

解答

(1)

$$a = 18$$

$$p = -2$$

$$(2) \frac{18}{5} \leq y \leq 18$$

解説

(1)

点 A は $y = 2x$ 上の点で、 x 座標は 3 より、 $y = 2 \times 3 = 6$ A(3, 6)

点 A は $y = \frac{a}{x}$ 上の点でもあるから $6 = \frac{a}{3}$ $a = 18$

よって関数②は $y = \frac{18}{x}$ B(-9, p)はこのグラフ上の点より、 $p = \frac{18}{-9}$ よって $p = -2$

(2)

$y = \frac{18}{x}$ において、 $x = 1$ のとき $y = 18$ $x = 5$ のとき $y = \frac{18}{5}$ よって $1 \leq x \leq 5$ のとき $\frac{18}{5} \leq y \leq 18$

【問 55】

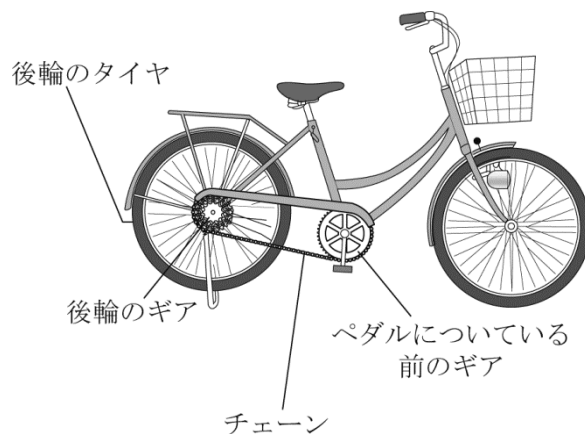
太郎さんは、6 段变速の自転車を買ってもらいました。自転車のギア（歯車）を変えずに坂道の上ると、平らな道を走るときよりもペダルをこぐのに大きな力が必要になります。そこで、後輪のギアを 3 段目から 1 段目に変えると、坂道を楽に上ることができましたが、同じ距離を進むのに、より多くペダルをこがなければなりません。太郎さんは、なぜこのようになるのか、6 段变速の自転車の仕組みに興味をもち、調べたことを次のようにまとめました。太郎さんが調べたこと



ペダルをこいだ回数がわかれば、後輪が何回転したかを計算で求めることができます。

- ペダルを 1 回転させたとき、後輪が何回転するかは、ギア比で決まります。
- ギア比は、次のような言葉の式で求めることができます。

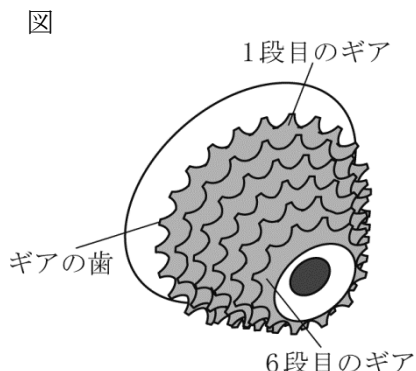
$$(\text{ギア比}) = \frac{(\text{ペダルについている前のギアの歯数})}{(\text{後輪のギアの歯数})}$$



※ 例えば、ギア比が 2.5 のとき、ペダルを 1 回転させると後輪のギアは 2.5 回転します。



買ってもらった自転車の後輪には、右の図のような 6 枚のギアがついています。前のギアと後輪のギアの歯数を数え、下の表にまとめました。

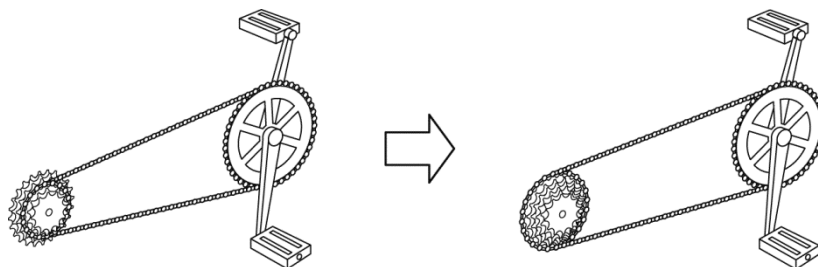


買ってもらった自転車のギアの歯数

ペダルについている 前のギアの歯数	後輪のギアの歯数					
	1 段	2 段	3 段	4 段	5 段	6 段
42	28	24	21	18	16	14



後輪のギアを 3 段目から 1 段目に変えると、坂道を楽に上がることができます。



- ギアを変えることで、坂道の上るときや向かい風するときでも、小さな力でペダルをこぐことができます。

次の問1から問3までの各問いに答えなさい。ただし、後輪のギアが回転した分だけ後輪は回転するものとし、タイヤは地面に対してすべらず、変形しないものとします。

(滋賀県 2015 年度)

問1 太郎さんは、ペダルを 1 回転させたときに、後輪が何回転するかを求めることにしました。後輪のギアの歯数が 21 のとき、後輪のギアは何回転しますか。求めなさい。

問2 太郎さんは、ペダルを 1 回転させたときの自転車の進む距離を求めようと思いました。自転車のギアの歯数のほかに、自転車の何の値がわかれば求められますか。また、ペダルを 1 回転させたときの自転車の進む距離の求め方を言葉の式で表しなさい。

問3 平らな道で自転車をこぎだすとき、ペダルを 1 回転させて進む距離は、後輪のギアの選び方によって変わります。後輪のギアの歯数を x 、後輪のギアの回転数を y として、 x と y の関係を式に表し、その関係をもとに、後輪のギアの段の数字が小さくなるほど、ペダルを 1 回転させたときに自転車の進む距離が短くなることを説明しなさい。

解答欄

問1	回転
問2	
	(自転車の進む距離)=
問3	[式]
	[説明]

解答

問1 2回転

問2

後輪のタイヤの直径

(自転車の進む距離)=(後輪のタイヤの直径) $\times \pi \times$ (ギア比)

問3

$$\text{式 } y = \frac{42}{x}$$

〔説明〕

後輪のギアのリターン数は、後輪のギアの歯数に反比例し

後輪のギアの歯数が増えるほど、後輪のギアのリターン数は少なくなる。

よって後輪のギアの段の数字が小さくなるほど、ペダルを1回転させたときに自転車の進む距離が短くなる。

解説

問1

ギア比 $= \frac{42}{21} = 2$ より、後輪のギアは2回転する。

問2

(ペダルを1回転させたときに自転車の進む距離)=(後輪の周の長さ) $\times$ (後輪のリターン数)=(後輪のタイヤの直径) $\times \pi \times$ (ギア比) で求められる。歯数がわかっているときギア数は求められるから、他には後輪の直径 (半径でもよい) が求められれば、求められる。

問3

(後輪のギアのリターン数) $= \frac{42}{\text{後輪のギアの歯数}}$ より、 $y = \frac{42}{x}$

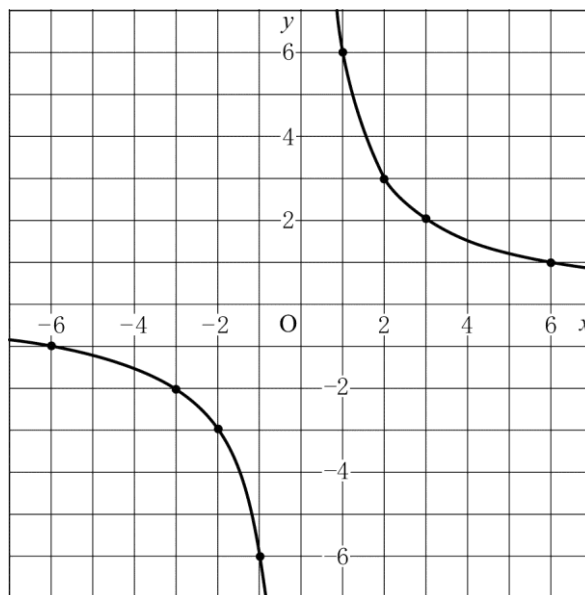
よって y は x に反比例するので、後輪のギアの歯数 x ($x > 0$) が増加すると、後輪のギアのリターン数 y は減少する。

【問 56】

次の図は反比例のグラフで、グラフ上の8つの●印は、 x 座標、 y 座標の値がともに整数である点を表しています。

x の変域が $2 \leq x \leq 6$ のとき、 y の変域を求めなさい。

(岩手県 2016 年度)



解答欄

解答

$$1 \leq y \leq 3$$

解説

反比例の式を $y = \frac{a}{x}$ とする。

$$\text{点}(1, 6) \text{ を通るから, } 6 = \frac{a}{1} \quad a = 6$$

$$\text{よって, 反比例の式は, } y = \frac{6}{x}$$

x の変域が $2 \leq x \leq 6$ のとき、 y は $x = 2$ のとき最大値 3, $x = 6$ のとき最小値 1 をとる。

よって y の変域は、 $1 \leq y \leq 3$

【問 57】

次の表は、ある弁当を電子レンジで加熱するときの時間の目安を表している。表の加熱時間が、電子レンジの出力に反比例するとき、アにあてはまる時間は何分何秒か、求めなさい。

(秋田県 2016 年度)

電子レンジの出力	加熱時間
500 W	3 分 30 秒
600 W	ア
1500 W	1 分 10 秒

解答欄

分	秒
---	---

解答

2 分 55 秒

解説

出力が 500W から 1500W と 3 倍になると、加熱時間も $\frac{1}{3}$ になる。また、3 分 30 秒 = 210 秒。

したがって、600W のときの加熱時間は、反比例より $\frac{500}{600} \times 210 = 175$ 秒なので、2 分 55 秒。

【問 58】

関数 $y = \frac{24}{x}$ について、 x の変域が $4 \leq x \leq 8$ のとき、 y の変域が $a \leq y \leq 6$ となる。このとき、 $a =$ である。

(岡山県 2016 年度 特別)

解答欄

--

解答

3

解説

関数 $y = \frac{24}{x}$ は $x > 0$ のとき x の値が増加すると y の値は減少する。

したがって a は $x = 8$ のときの y の値だから $a = \frac{24}{8} = 3$

【問 59】

太郎さんは、速さや CO₂ (二酸化炭素) 削減量などが表示される計測器 (磁石, センサー, 表示器) を自転車に取り付け、そのしくみについて調べた。問1, 問2に答えなさい。

(岡山県 2016 年度 一般)

＜自転車の速さが計測されるしくみ＞

図1のように、計測器を取り付ける。タイヤとともに磁石が回り、センサーは磁石が横を通過するごとに信号を出す。表示器がそれを受信し、信号間 (信号と信号の間) の時間とタイヤの外周をもとに、速さが計測される。

図2のように、タイヤの外周を 2 m とすると、信号間はタイヤが 1 回転するから、自転車が進む距離は 2 m である。したがって、例えば、信号間の時間が 0.5 秒であるとき、この間の速さは毎秒 4 m となる。

図1

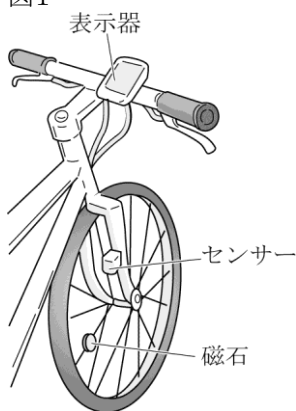
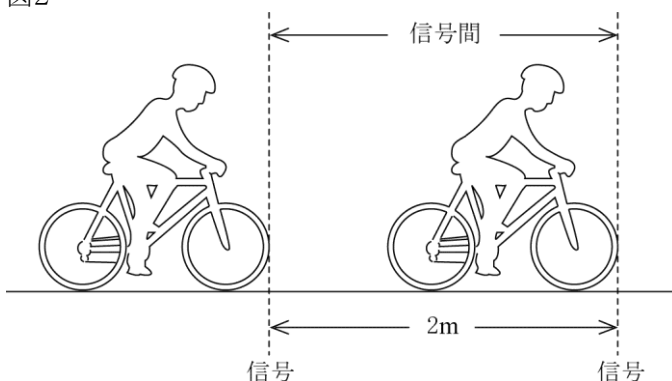


図2



問1 太郎さんは、＜自転車の速さが計測されるしくみ＞について、次のように考えた。〔(1)〕に当てはまることばとして最も適当なのは、ア～ウのうちではどれですか。一つ答えなさい。

また、〔(2)〕には適当な式を書き入れなさい。

タイヤの外周を 2 m, 信号間の時間を x 秒, この間の速さを毎秒 y m とするとき, y は〔(1)〕し, x と y の関係を表す式は, $y =$ 〔(2)〕となる。

ア x に比例 イ x に反比例 ウ x の 2 乗に比例

問2 表示される CO₂ 削減量は、ある距離を走行する手段を、自動車から自転車に変えたときに削減できる CO₂ の量であり、走行距離をもとに計算されている。CO₂ 削減量 Y kg は走行距離 X km に比例し、計測結果は表のようになった。(1), (2)に答えなさい。

表

X	0	10	20	30	...
Y	0	1.5	3	4.5	...

- (1) X と Y の関係をグラフに表しなさい。
- (2) 太郎さんのお父さんは、1 日往復 28 km の道のりを、自動車で年間 250 日通勤している。太郎さんはお父さんに、通勤手段を自転車に変えることによる CO₂ 削減量について、次のように説明した。
- に適当な数を書き入れなさい。ただし、走行距離と CO₂ 削減量の関係は、表のとおりとし、杉の木 1 本が 1 年間に吸収する CO₂ の量は 14 kg とする。

通勤手段を自動車から自転車に変えると、1 年間の CO₂ 削減量は、杉の木 本が 1 年間に吸収する CO₂ の量と同じになるよ。環境にもお父さんの健康にもいいね。お父さんも僕みたいにヘルメットをかぶって、交通ルールを守って自転車で通勤してみたらどうかな。

解答欄

問1	(1)	
	(2)	
問2	(1)	
	(2)	本

解答

問1

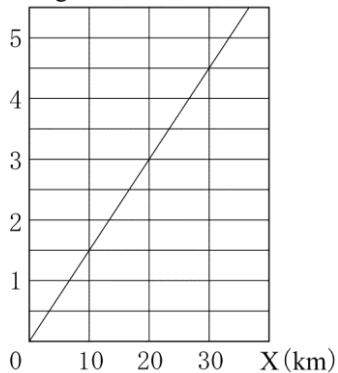
(1) イ

(2) $\frac{2}{x}$

問2

(1)

Y (kg)



(2)

75 本

解説

問1

自転車が 2 m 進むときの信号間の時間 x 秒を考えると、この間の速さは、(道のり)÷(時間) より、 $2 \div x = \frac{2}{x}$

すなわち y は(1) x に反比例し、 x と y の関係を表す式は $y = (2) \frac{2}{x}$ となる。

問2

(1)

Y は X に比例するから、 $Y = aX$ (a は比例定数) とおく。

$X = 10$ のとき $Y = 1.5$ だから、 $1.5 = a \times 10$ $a = 0.15$

よって、 $Y = 0.15X$

したがってグラフは原点と点(10, 1.5) を通る直線 ($X \geq 0$) になる。

(2)

太郎さんのお父さんが、自動車で 1 年間に走る距離は、 $28 \times 250 = 7000$ km

よって、自動車から自転車に変えたときに削減できる CO₂ の量は、(1)の $Y = 0.15X$ の式から

$0.15 \times 7000 = 1050$ kg

したがって、1 年間の CO₂ の削減量を杉の木の本数で表すと、 $1050 \div 14 = 75$ 本

【問 60】

反比例の関係 $y = \frac{6}{x}$ で、 x の値が 1 から 3 まで変わるときの変化の割合を求めなさい。

(鳥取県 2017 年度)

解答欄

--

解答

−2

解説

$x=1$ のとき、 $y = \frac{6}{1} = 6$ $x=3$ のとき、 $y = \frac{6}{3} = 2$ よって、変化の割合 $= \frac{y \text{の増加量}}{x \text{の増加量}}$ より、 $\frac{2-6}{3-1} = -2$

【問 61】

浴槽に、毎分 20 L の割合で水を入れる。空の浴槽に水を入れ始め、 x 分後の浴槽にたまった水の量を y L とするとき、 y を x の式で表すと、 $y = \boxed{(1)}$ である。

また、 y の変域が $0 \leq y \leq 180$ となる x の変域は、 $\boxed{(2)}$ である。

(岡山県 2017 年度 特別)

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) $20x$

(2) $0 \leq x \leq 9$

解説

1 分間に入る水の量に、入れた時間(分)をかけると、たまった水の量になるから

$y = 20 \times x = 20x$ (…(1)) これに $y=0$ を代入すると $x=0$ また、 $y=180$ を代入すると $x=9$

よって x の変域は、 $0 \leq x \leq 9$ (…(2))

【問 62】

大輝さんは、ものの重さをはかる道具として、昔からさお^{ばかり}秤が使われていたことを知り、身近な材料でさお秤をつくり、そのしくみについて調べた。問1～問3に答えなさい。

(岡山県 2017 年度 一般)

＜さお秤のしくみ＞

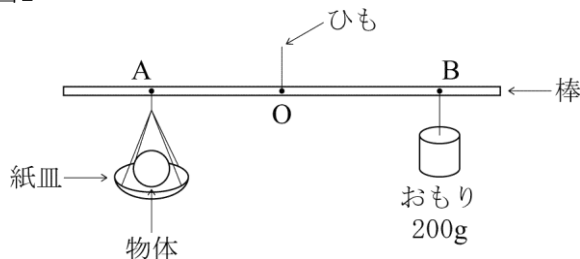
図1のように、まっすぐで細長い棒に、ひもを取り付けて固定し、その位置を支点 O とする。また、紙皿とおもり 200 g をつるす位置をそれぞれ点 A、点 B とする。ただし、棒、ひも、紙皿の重さは考えないものとする。

ある物体を紙皿に置き、棒が水平になってさお秤がつり合うように、点 A または点 B の位置を左右に動かす。さお秤がつり合うとき、

$$(\text{物体の重さ (g)}) \times (\text{OA 間の距離 (cm)}) = (\text{おもりの重さ (g)}) \times (\text{OB 間の距離 (cm)})$$

という関係が成り立つことを利用して、物体の重さをはかることができる。

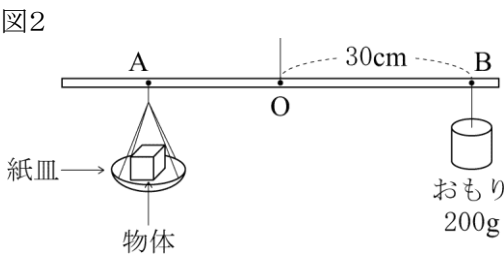
図1



問1 次の (1) , (2) に適当な数または式を書き入れなさい。

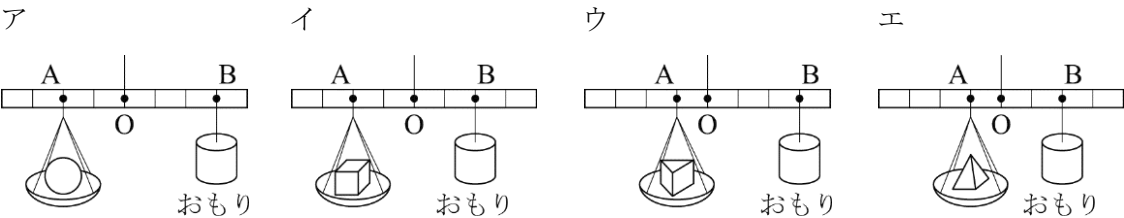
OA 間の距離が 20 cm となる位置に点 A を固定する。ある物体を紙皿に置き、点 B の位置を動かすと、さお秤がつり合った。このとき、OB 間の距離を x cm、物体の重さを y g とすると、 x と y の関係を表す式は、 $y =$ (1) となる。したがって、このさお秤で 80 g のものをはかるには、OB 間の距離を (2) cm にすればよいことがわかる。

問2 図2のように、OB 間の距離が 30 cm となる位置に点 B を固定する。ある物体を紙皿に置き、点 A の位置を動かすと、さお秤がつり合った。次に、この物体の重さの 3 倍のものをはかるにはどうすればよいか。次のア、イのうち、正しいものを選び、それが正しいことの理由を、＜さお秤のしくみ＞ので表される関係をもとに説明しなさい。



- ア OA 間の距離を 3 倍にする。 イ OA 間の距離を $\frac{1}{3}$ 倍にする。

問3 次のア～エのさお秤は、それぞれ重さの異なる物体を紙皿に置いてつり合っている。最も重い物体が置いてあるさお秤は、ア～エのうちではどれですか。一つ答えなさい。ただし、棒の目盛りの間隔はすべて等しく、おもりはすべて 200 g とする。



解答欄

問1	(1)	
	(2)	cm
問2	〔記号〕	
	〔説明〕	
問3		

解答

問1

(1) $10x$

(2) 8cm

問2

〔記号〕 イ

〔説明〕

(物体の重さ) $\times$ (OA 間の距離) $= 200 \times 30$ だから

(物体の重さ) $= \frac{6000}{(\text{OA間の距離})}$ と表される。

よって、物体の重さは、OA 間の距離に反比例するから。

問3 ウ

解説

問1

(1)

(物体の重さ(g)) $\times$ (OA 間の距離(cm)) $=$ (おもりの重さ(g)) $\times$ (OB 間の距離(cm)) という関係から、おもりの重さが 200 g , OA 間の距離が 20 cm , OB 間の距離が $x\text{ cm}$, 物体の重さが $y\text{ g}$ だから,

$$y \times 20 = 200 \times x \quad 20y = 200x \quad y = 10x$$

(2)

80 g のものをはかるとき, $y = 80$ と考える。 $y = 10x$ に $y = 80$ を代入して, $80 = 10x \quad x = 8$

問2

物体の重さを $X\text{ g}$, OA 間の距離を $Y\text{ cm}$ とする。おもりの重さが 200 g , OB 間の距離が 30 cm だから

(物体の重さ g) $\times$ (OA 間の距離 cm) $=$ (おもりの重さ g) $\times$ (OB 間の距離 cm) という関係を利用して

$$X \times Y = 200 \times 30 \quad XY = 6000 \quad Y = \frac{6000}{X} \quad \text{よって, } Y \text{ は } X \text{ に反比例するから,}$$

X の値が 2 倍, 3 倍, 4 倍, ……になると, Y の値は $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{3}$ 倍, $\frac{1}{4}$ 倍, ……になる。

物体の重さが 3 倍のものをはかるには, OA 間の距離を $\frac{1}{3}$ 倍にすればよい。

問3

棒の 1 目盛りを $p\text{ cm}$, 紙皿に置いてある物体の重さを $q\text{ g}$ とする。

$$\text{ア } q \times 2p = 200 \times 3p \quad q = \frac{600p}{2p} = 300\text{ g} \quad \text{イ } q \times 2p = 200 \times 2p \quad q = \frac{400p}{2p} = 200\text{ g}$$

$$\text{ウ } q \times p = 200 \times 3p \quad q = \frac{600p}{p} = 600\text{ g} \quad \text{エ } q \times p = 200 \times 2p \quad q = \frac{400p}{p} = 400\text{ g}$$

よって最も重い物体が置いてあるさお秤はウである。

【問 63】

360 L で満水になる水槽がある。この水槽に、空の状態から毎分 x L の割合で水を入れ続けるとき、満水になるまでに y 時間かかるとする。 y を x の式で表しなさい。

(静岡県 2018 年度)

解答欄

解答

$$y = \frac{6}{x}$$

解説

$$y \text{ 時間} = 60y \text{ 分だから } x \times 60y = 360 \quad xy = 6 \quad y = \frac{6}{x}$$

【問 64】

絵理さんと桃子さんは、降水量の観測に転倒ます型雨量計が使われていることを知り、それを身近な材料で作り、降水量を観測した。問1～問3に答えなさい。ただし、材料の厚さは考えないものとする。

(岡山県 2018 年度)

【降水量】

降水量は、降った雨がどこにも流れ去らずにそのままたまった場合の水の深さで、mm (ミリメートル) で表す。例えば、「降水量 3 mm」とは、円柱や角柱の容器に雨をためた場合、水深 3 mm になるということである。

【転倒ます型雨量計のしくみ】

図1のような、受水器と、同じ形をしたます 2 個を合わせた転倒ますがある。受水器で受けた雨が一方のますに流れ込み、一定量たまると転倒ますが転倒して排水され、それと同時にもう一方のますにたまり始める。降水量 0.5 mm ごとに転倒ますが転倒し、その回数をもとに降水量が観測される。

図1

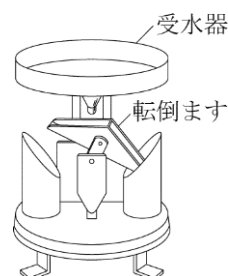
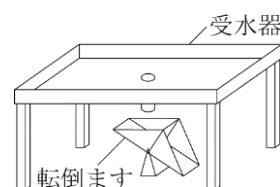


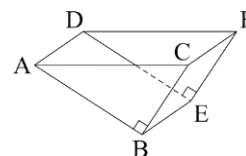
図2



【2 人が作る転倒ます型雨量計(図2)】

1 回の転倒で降水量 0.5 mm が観測できるようにする。

図3



- ・転倒ますは、図3のような、底面が $AB=4$ cm, $BC=3$ cm, $\angle ABC=90^\circ$ の直角三角形で、高さが $BE=3$ cm の三角柱のます 2 個を面 BEFC で合わせたものとする。このとき、一方のますの容積は (あ) cm^3 である。また、受水器は四角柱の容器とする。
- ・受水器で受けた雨は、すべてますへ流れ込み、一方のますが雨でいっぱいになると転倒ますが転倒する。
- ・受水器で受けた降水量 0.5 mm の雨の量 (水の体積) と一方のますの容積とを等しくするために、受水器の底面積を (い) cm^2 とする。

問1 (あ) , (い) に適当な数を書き入れなさい。

問2 絵理さんは、【2人が作る転倒ます型雨量計】について、次のように考えた。(1)，(2) に適当な数または式を書き入れなさい。

観測を始めてから、転倒ますがちょうど x 回転倒したときの降水量を y mm とすると、 x と y の関係を表す式は、 $y =$ (1) となる。したがって、観測を始めてから、転倒ますがちょうど 20 回転倒したときの降水量は (2) mm とわかる。

問3 次の2人の会話を読んで、(1)，(2)に答えなさい。

桃子: 天気予報では、1時間ごとの降水量をよく見るね。

絵理: 私たちが作った転倒ます型雨量計で、今降っている雨を観測して、1時間の降水量を計算してみましょう。

桃子: 観測を始めてから、転倒ますが1回転倒するまでに3分45秒かかったよ。

絵理: この雨の降り方が1時間続くとすると、1時間の降水量は mm になるね。

桃子: この雨の降り方が1時間続くと、家の屋根に降る雨をすべてためると、浴槽何杯分になるのかな。

(1) に適当な数を書き入れなさい。

(2) 下線部について、浴槽何杯分になるかを求めなさい。ただし、屋根は水平面で、その面積は 75 m^2 とし、浴槽1杯分の水の体積は 200 L とする。

解答欄

問1	(あ)	cm^3
	(い)	cm^2
問2	(1)	
	(2)	mm
問3	(1)	mm
	(2)	杯分

解答

問1

(あ) 18cm^3

(い) 360cm^2

問2

(1) $0.5x$

(2) 10mm

問3

(1) 8mm

(2) 3 杯分

解説

問1

(あ)

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times 3 = 18\text{cm}^3$$

(い)

$$0.5\text{mm} = 0.05\text{cm} \text{ だから, } 18 \div 0.05 = 360\text{cm}^2$$

問2

(1)

1 回の転倒で 0.5mm の降水量だから, x 回転倒したときの降水量は $0.5x\text{mm}$ よって, $y = 0.5x$

(2)

20 回転倒したときの降水量は, $y = 0.5x$ に $x = 20$ を代入して, $y = 0.5 \times 20 = 10$ よって, 10mm

問3

(1)

$$3 \text{ 分 } 45 \text{ 秒} \left(= \frac{15}{4} \text{ 分} \right) \text{ で } 0.5\text{mm} \text{ だから, } 1 \text{ 時間} (= 60 \text{ 分}) \text{ の降水量は, } 0.5 \div \frac{15}{4} \times 60 = 8\text{mm}$$

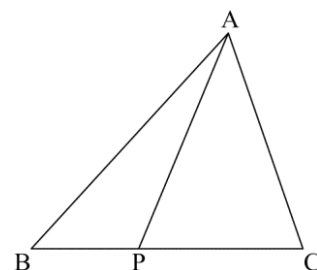
(2)

1 時間に屋根に降る雨の量は, $8\text{mm} = 0.008\text{m}$ より, $75 \times 0.008 = 0.6\text{m}^3$ $1\text{m}^3 = 1000\text{L}$ だから, $0.6\text{m}^3 = 600\text{L}$ よって, $600 \div 200 = 3$ より, 浴槽 3 杯分になる。

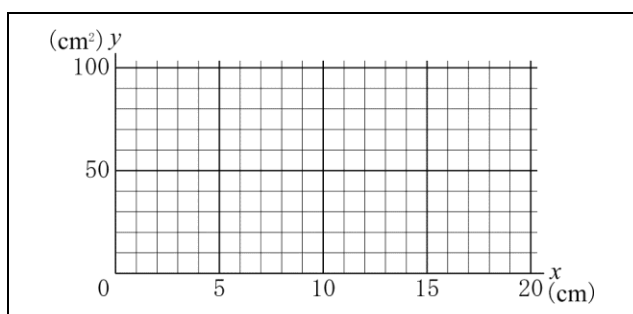
【問 65】

右の図のように、 $BC=15\text{ cm}$ の $\triangle ABC$ があり、辺 BC を底辺としたときの $\triangle ABC$ の高さは 12 cm です。点 P は、辺 BC 上を B から C まで動きます。線分 BP の長さを $x\text{ cm}$ 、 $\triangle ABP$ の面積を $y\text{ cm}^2$ として、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。ただし、点 P が点 B の位置にあるときの y の値は 0 とします。

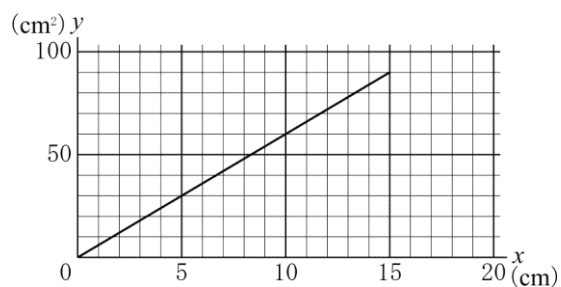
(広島県 2018 年度)



解答欄



解答



解説

$\triangle ABP$ は、 BP を底辺としたとき高さは 12 cm だから、 $y = \frac{1}{2} \times x \times 12 = 6x$

x の変域は $0 \leq x \leq 15$ で、 $x = 15$ のとき $y = 6 \times 15 = 90$ だから

グラフは原点 O と点 $(15, 90)$ を結ぶ線分になる。

【問 66】

関数 $y = \frac{a}{x}$ で、 x の変域が $1 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域は $b \leq y \leq 6$ である。 a 、 b の値をそれぞれ求めなさい。

(徳島県 2018 年度)

解答欄

$a =$
$b =$

解答

$$a = 6, b = 2$$

解説

反比例 $y = \frac{a}{x}$ で、 x の値が正の範囲のとき y の値に正の数をふくむから $a > 0$ とわかる。

$a > 0$ のとき、 $1 \leq x \leq 3$ で x の値が増加すると y の値は減少するから、 $y = 6$ となるのは $x = 1$ のとき。

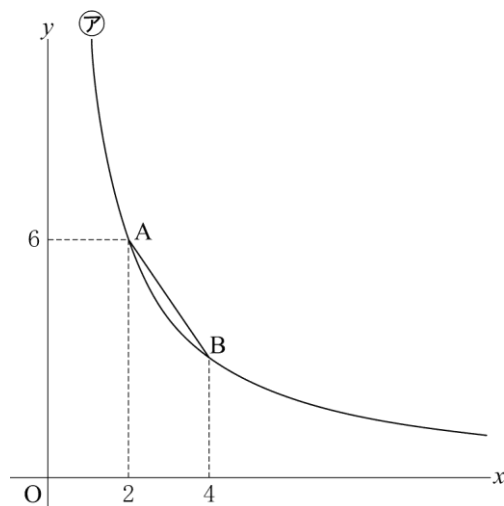
$y = \frac{a}{x}$ に $x = 1$, $y = 6$ を代入して、 $6 = \frac{a}{1}$ $a = 6$ また、 $y = \frac{6}{x}$ に $x = 3$, $y = b$ を代入して、 $b = \frac{6}{3} = 2$

【問 67】

右の図のように、関数 $y = \frac{a}{x}$ ($x > 0$, a は定数)…㉞のグラフがある。2 点 A, B は関数㉞のグラフ上の点で、A の座標は (2, 6), B の x 座標は 4 である。

(熊本県 2018 年度)

(1) a の値を求めなさい。



(2) 原点 O を通り、傾き m の直線が、線分 AB 上の点を通るとき、 m の値の範囲を求めなさい。

解答欄

(1)	$a =$
(2)	$\leq m \leq$

解答

(1) $a = 12$

(2) $\frac{3}{4} \leq m \leq 3$

解説

(1)

A(2, 6)は㉞のグラフ上の点だから、 $y = \frac{a}{x}$ に $x = 2$, $y = 6$ を代入して、 $6 = \frac{a}{2}$ $a = 12$

(2)

原点 O を通り傾き m の直線は $y = mx$ と表される。

この直線が線分 AB と交わる時、傾きが最も小さいのは直線が点 B を通るとき。

点 B の y 座標は $y = \frac{12}{4} = 3$ $y = mx$ に $x = 4$, $y = 3$ を代入して、 $3 = m \times 4$ $m = \frac{3}{4}$

また、傾きが最も大きいのは直線が A(2, 6)を通るとき。

$y = mx$ に $x = 2$, $y = 6$ を代入して、 $6 = m \times 2$ $m = 3$

よって、 m の値の範囲は $\frac{3}{4} \leq m \leq 3$

【問 68】

たくみさんは、家の近くのコンビニエンスストアから、電子レンジで加熱する食品を買ってきました。次の表は、この食品を電子レンジで加熱するときの時間の目安として表示されていたものです。

(岩手県 2019 年度)

電子レンジの出力	加熱時間の目安
500 W	240 秒
1500 W	80 秒

たくみさんの家の電子レンジの出力が 800W のとき、加熱時間は何秒にすればよいですか。その時間を求めなさい。

ただし、加熱時間は、電子レンジの出力に反比例するものとします。

解答欄

秒

解答

150 秒

解説

加熱時間は電子レンジの出力に反比例するから

電子レンジの出力が 2 倍、3 倍、…になると、加熱時間は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、…になる。

したがって電子レンジの出力が 500W から 800W に、 $800 \div 500 = \frac{8}{5}$ (倍)になるときは

加熱時間は 240 秒の $\frac{5}{8}$ 倍にすればよいから $240 \times \frac{5}{8} = 150$ (秒)

【問 69】

表は、ある給食センターでエネルギーの計算をするときに使われる、食品の廃棄率と可食部 100 g に含まれるエネルギーをまとめたものである。ここでは、可食部は食品の食べられる部分であり、廃棄率は食品全体の重さに対する廃棄部（可食部以外の部分）の割合であるとする。

表

食品	廃棄率 (%)	可食部 100 g に含まれる エネルギー (kcal)
みかん	20	45
りんご	15	60
バナナ	40	80

また、食品全体の重さから可食部の重さを求めるためには、次の計算式を使う。

計算式

$$\boxed{\text{可食部の重さ}} = \left(1 - \frac{\boxed{\text{廃棄率}}}{100}\right) \times \boxed{\text{食品全体の重さ}}$$

例えば、130 g のみかん 1 個の可食部の重さは、表と計算式を使うと $\left(1 - \frac{20}{100}\right) \times 130 = 104$ (g) となる。

表と計算式を使って、次の(1)～(3)に答えなさい。

(島根県 2019 年度)

- (1) 200 g のりんご 1 個の可食部の重さを求めなさい。
- (2) 1 本 150 g のバナナ x 本の可食部に含まれるエネルギーを y kcal とするとき、 y を x の式で表したものとして最も適当なものを、次のア～エから 1 つ選び、記号で答えなさい。

ア $y=36x$	イ $y=48x$	ウ $y=72x$	エ $y=90x$
-----------	-----------	-----------	-----------

- (3) 1 個 200 g のりんご 12 個の可食部に含まれるエネルギーは 1224 kcal である。これは、1 本 150 g のバナナ何本の可食部に含まれるエネルギーと同じであるか、求めなさい。

解答欄

(1)	g
(2)	
(3)	本

解答

(1) 170g

(2) ウ

(3) 17 本

解説

(1)

表より、りんごの廃棄率は15%で、りんごの重さは200gだから、計算式に代入して、

$$\boxed{\text{可食部の重さ}} = \left(1 - \frac{15}{100}\right) \times 200 = \frac{85}{100} \times 200 = 170(\text{g})$$

(2)

表より、バナナの廃棄率は40%で、バナナ x 本の重さは $150x\text{g}$ だから、計算式に代入して、

$$\boxed{\text{可食部の重さ}} = \left(1 - \frac{40}{100}\right) \times 150x = 90x(\text{g}) \quad \text{表より、バナナの可食部 } 100\text{g} \text{ に含まれるエネルギーは } 80\text{kcal}$$

だから、比例式 $100 : 90x = 80 : y$ が成り立つ。よって、 $100y = 7200x$ $y = 72x$ だから、ウ。

(3)

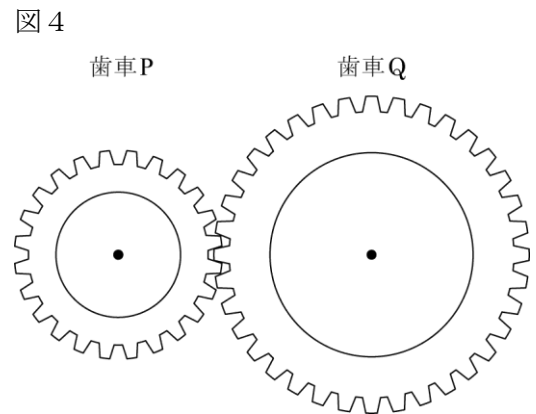
(2)より、バナナの本数(x 本)と可食部に含まれるエネルギー($y\text{kcal}$)には $y = 72x$ の関係が成り立つので、 $y = 72x$ に $y = 1224$ を代入して、 $1224 = 72x$ $x = 17(\text{本})$

【問 70】

右の図 4 のように、かみあってそれぞれ回転する歯車 P と歯車 Q がある。歯数が 24 である歯車 P を 1 秒間に 6 回転させるとき、歯車 Q の 1 秒間に回転する数が、その歯数によってどう変わるかを考える。

Aさんは、歯車 Q の 1 秒間に回転する数について、次のようにまとめた。□ (i) □ にあてはまる数を、□ (ii) □ にあてはまる式を、それぞれ書きなさい。

(神奈川県 2020 年度)



まとめ

歯車 Q の歯数が 48 のとき、歯車 Q は 1 秒間に 3 回転する。

また、歯車 Q の歯数が 36 のとき、歯車 Q は 1 秒間に □ (i) □ 回転する。

これらのことから、歯車 Q の歯数を x とするとき、歯車 Q の 1 秒間に回転する数を y として y を x の式で表すと、

□ (ii) □

となる。

解答欄

(i)	
(ii)	

解答

(i) 4

(ii) $y = \frac{144}{x}$

【問 71】

関数 $y = \frac{3}{x}$ について、 x の変域が $1 \leq x \leq 6$ のとき、 y の変域を答えなさい。

(新潟県 2020 年度)

解答欄

解答

$$\frac{1}{2} \leq y \leq 3$$

【問 72】

関数 $y = \frac{6}{x}$ で、 x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。求める過程も書きなさい。

(秋田県 2021 年度)

解答欄

〔過程〕	
答	

解答

〔過程〕

x の値が 1 から 3 まで増加するとき

x の増加量は、 $3 - 1 = 2$

y の増加量は、 $\frac{6}{3} - \frac{6}{1} = -4$

したがって変化の割合は $-\frac{4}{2} = -2$

答

-2

解説

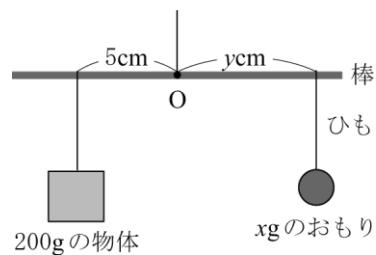
比例、一次関数でない関数は変化の割合が一定ではないため変化の割合 $= \frac{y \text{ の増加量 }}{x \text{ の増加量 }}$ に当てはめて計算する。

【問 73】

図 2 は、支点 O から 5 cm のところに 200 g の物体をつるして置き、おもりの重さと支点からの距離をいろいろ変えてつり合うようにした天びんである。そのときのおもりの重さを x g, 支点からの距離を y cm とすると、次の関係が成り立つ。ただし、棒とひもの重さは考えないものとする。

$$200 \times 5 = xy$$

図 2



この x と y の関係について正しいものを、次のア～エから 1 つ選び、記号を書きなさい。

(長野県 2021 年度)

- | | |
|--|---|
| <p>ア y は x に比例する。</p> <p>ウ y は x に比例しないが、y は x の一次関数である。</p> | <p>イ y は x に反比例する。</p> <p>エ y は x の 2 乗に比例する。</p> |
|--|---|

解答欄

解答

イ

解説

y が x に反比例するとき、比例定数を a とすると、 $y = \frac{a}{x}$ と表せる。

よって、 $xy = a$ となっていれば、 y は x に反比例するといえる。

【問 74】

電子レンジで食品 A を調理するとき，電子レンジの出力を x W，食品 A の調理にかかる時間を y 分とすると， y は x に反比例する。電子レンジの出力が 500 W のとき，食品 A の調理にかかる時間は 8 分である。

次の問 1，問 2 に答えなさい。

(岐阜県 2021 年度)

問 1 y を x の式で表しなさい。

問 2 電子レンジの出力が 600 W のとき，食品 A の調理にかかる時間は，何分何秒であることを求めなさい。

解答欄

問 1	$y =$
問 2	分 秒

解答

問 1 $y = \frac{4000}{x}$

問 2 6 (分) 40 (秒)

解説

問 1

調理にかかる時間 y 分は，電子レンジの出力 x W に反比例することから， $y = \frac{a}{x}$ が成り立つ。

電子レンジの出力が 500 W のときに，調理にかかる時間は 8 分であることから， $(x, y) = (500, 8)$ を代入すると， $a = 4000$ よって， $y = \frac{4000}{x}$

問 2

電子レンジの出力が 600 W であることから， $y = \frac{4000}{x}$ に $x = 600$ を代入すると，

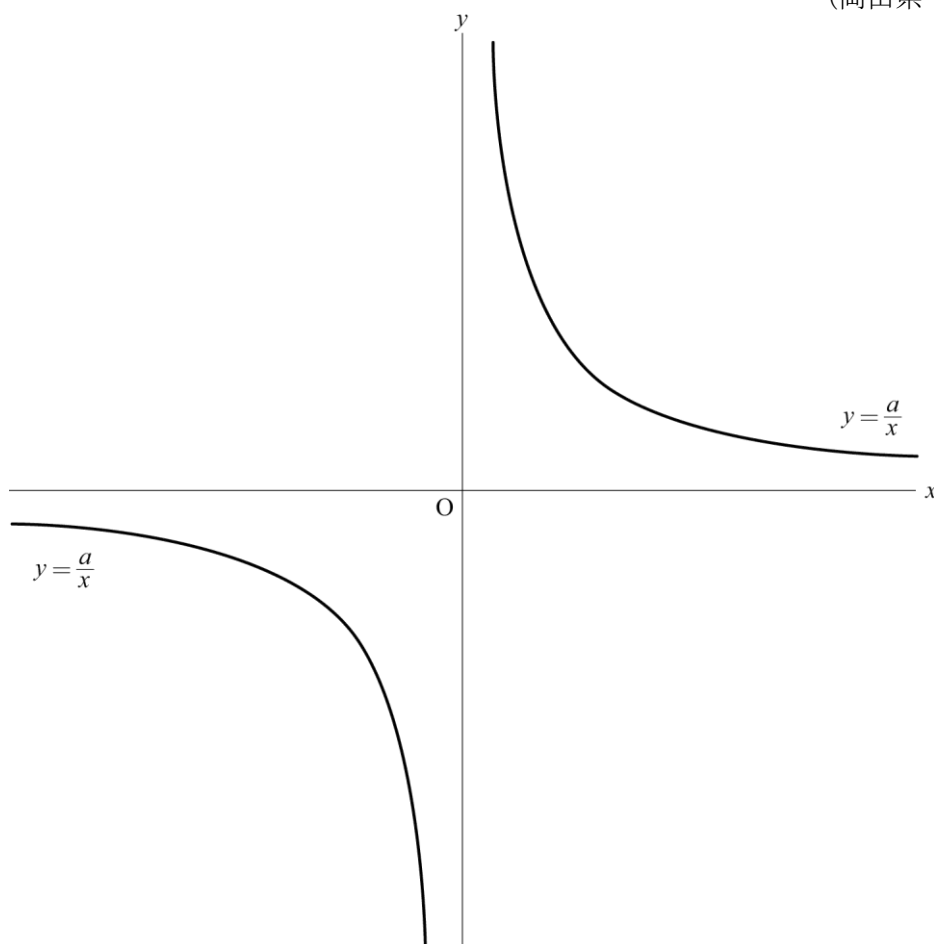
$$y = \frac{4000}{600} = \frac{400}{60} = 6\frac{40}{60}$$

よって，調理にかかる時間は 6 分 40 秒。

【問 75】

次の図は、反比例の関係 $y = \frac{a}{x}$ のグラフです。ただし、 a は正の定数とし、点 O は原点とします。問 1 ～ 問 3 に答えなさい。

(岡山県 2021 年度 一般)



問 1 y が x に反比例するものは、ア～エのうちではどれですか。当てはまるものをすべて答えなさい。

- ア 面積が 20 cm^2 の平行四辺形の底辺 $x \text{ cm}$ と高さ $y \text{ cm}$
- イ 1 辺が $x \text{ cm}$ の正六角形の周りの長さ $y \text{ cm}$
- ウ 1000 m の道のりを毎分 $x \text{ m}$ の速さで進むときにかかる時間 y 分
- エ 半径 $x \text{ cm}$ 、中心角 120° のおうぎ形の面積 $y \text{ cm}^2$

問 2 グラフが点 $(4, 3)$ を通るとき、(1)、(2)に答えなさい。

- (1) a の値を求めなさい。
- (2) x の変域が $3 \leq x \leq 8$ のとき、 y の変域を求めなさい。

問 3 a は 6 以下の正の整数とします。グラフ上の点のうち、 x 座標と y 座標がともに整数である点が 4 個となるような a の値を、すべて求めなさい。

問 1		
問 2	(1)	$a =$
	(2)	
問 3	$a =$	

解答

問 1 ア ウ

問 2

(1) $a = 12$

(2) $\frac{3}{2} \leq y \leq 4$

問 3 $a = 2, 3, 5$

解説

問 1

それぞれの選択肢において、 y を x の式で表すと次のようになる。

ア $xy = 20 \Rightarrow y = \frac{20}{x}$

イ $y = 6x$

ウ $y = \frac{1000}{x}$

エ $y = \pi x^2 \times \frac{120}{360} = \frac{1}{3} \pi x^2$

よって、 y が x に反比例するものはアとウ。

問 2

(1)

$y = \frac{a}{x}$ に、 $(x, y) = (4, 3)$ を代入すると、 $3 = \frac{a}{4} \Rightarrow a = 12$

(2)

$x = 3$ のとき、 $y = \frac{12}{3} = 4$ 、 $x = 8$ のとき、 $y = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ であることに注意して、グラフを考えると、図 1 のようになる。

よって、 y の変域は、 $\frac{3}{2} \leq y \leq 4$

問 3

$y = \frac{a}{x}$ より、 $xy = a$ である。

$a = 1$ のとき、 $xy = 1$ だから、これを満たす (x, y) の値のうち、整数であるものは、 $(x, y) = (-1, -1), (1, 1)$ の 2 組である。

同様に、 $a = 2$ のとき、 $xy = 2$ だから、 $(x, y) = (-2, -1), (-1, -2), (1, 2), (2, 1)$ の 4 組である。

$a = 3$ のとき、 $xy = 3$ だから、 $(x, y) = (-3, -1), (-1, -3), (1, 3), (3, 1)$ の 4 組である。

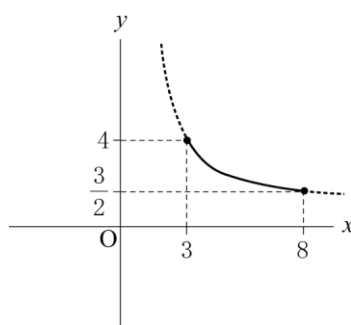
$a = 4$ のとき、 $xy = 4$ だから、 $(x, y) = (-4, -1), (-2, -2), (-1, -4), (1, 4), (2, 2), (4, 1)$ の 6 組である。

$a = 5$ のとき、 $xy = 5$ だから、 $(x, y) = (-5, -1), (-1, -5), (1, 5), (5, 1)$ の 4 組である。

$a = 6$ のとき、 $xy = 6$ だから、 $(x, y) = (-6, -1), (-3, -2), (-2, -3), (-1, -6), (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)$ の 8 組である。

以上のことから、条件に適するものは、 $a = 2, 3, 5$ のときである。

図 1



【問 76】

次の【例 1】は、 y が x の一次関数である例を示している。【例 1】を参考にして、下の【例 2】が、 y が x に反比例する例になるように、ア には単位を含めて適切な文を、イ には式を入れなさい。

(宮崎県 2021 年度)

【例 1】

500 mL の牛乳を、 x mL 飲んだとき、残りの牛乳を y mL

とすると、 y は x の一次関数である。

〔関係を表す式〕

$$y = -x + 500$$

【例 2】

ア

とすると、 y は x に反比例する。

〔関係を表す式〕

イ

解答欄

ア	
イ	

解答

例

ア

面積が 18 cm^2 の長方形の縦の長さを $x \text{ cm}$ 、横の長さを $y \text{ cm}$

イ

$$y = \frac{18}{x}$$

解説

反比例の関係は一般に、 $y = \frac{a}{x}$ の関係式で表される。これを変形すると、 $xy = a$ となり、 x と y の値の積が常に一定となるような例が答えとなる。

図形の面積の他にも、『1000m 離れた場所まで分速 $x \text{ m}$ で移動したときにかかる時間を y 分間とすると、

関係式は $y = \frac{1000}{x}$ 』といった、(速さ) $\times$ (時間) = (道のり) の関係式などでもよい。