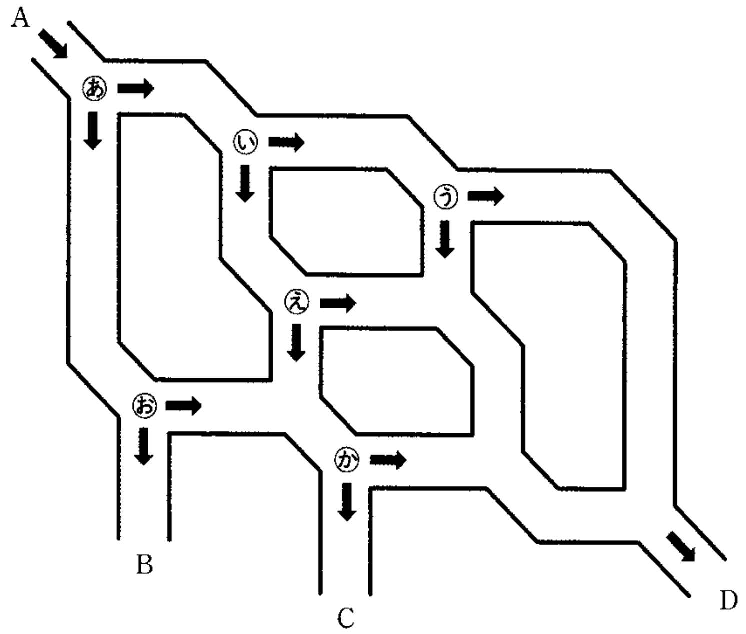
8. 規則性の問題 【2004 年度出題】

【問 1】

下の図のような用水路を作り，A 地点から毎分ある一定の割合で水を流した。
このとき，B，C，D の各地点へ毎分流れる水量について次の（１）～（３）に答えなさい。ただし，➡ は水の流れる方向を表しており，㋐～㋕ の各地点では水量が半分ずつに分かれるものとする。

（青森県　2004 年度）



（１）下の表は，A 地点から毎分流す水量を変化させたとき，B 地点へ毎分流れる水量の変化を表したものである。ア～ウにあてはまる値をそれぞれ求めなさい。

A地点から毎分流す水量（ℓ）	…　28　…　イ　…　48　…
B地点へ毎分流れる水量（ℓ）	…　ア　…　8　…　ウ　…

（２）A 地点から毎分 x ℓ の割合で水を流したとき，C 地点へ毎分流れる水量を x の式で表しなさい。

（３）B 地点，C 地点で合わせて毎分 84 ℓ の割合で水が流れているとき，A 地点から毎分流した水量と D 地点へ毎分流れる水量をそれぞれ求めなさい。

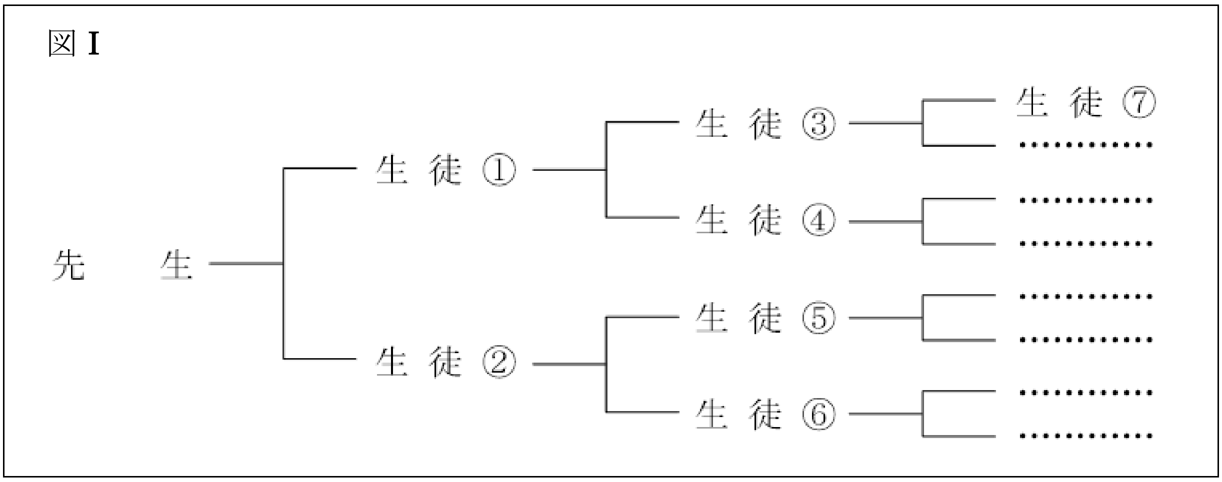
解答欄

（１）	ア	
	イ	
	ウ	
（２）	ℓ	
（３）	A 地点　ℓ	
	D 地点　ℓ	

解答
(1)
ア　7
イ　32
ウ　12
(2)　$\frac{3}{16}x$ ℓ
(3)
A 地点　192ℓ
D 地点　108ℓ
解説
(1)
B 地点へ流れる水量は A 地点から流れる水量の $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ になっている。
(2)
あ→い→え→かを流れてくる水量は $x\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}x$ ℓ
あ→お→かを流れてくる水量は $x\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}x$ ℓ
よって $\frac{1}{16}x+\frac{1}{8}x=\frac{3}{16}x$ ℓ
(3)
A 地点から毎分流した水量を x ℓとすると
(1), (2)より $\frac{1}{4}x+\frac{3}{16}x=84$
$\frac{7}{16}x=84$
$x=192$ℓ
D 地点へ毎分流れる水量は 192－84＝108ℓ

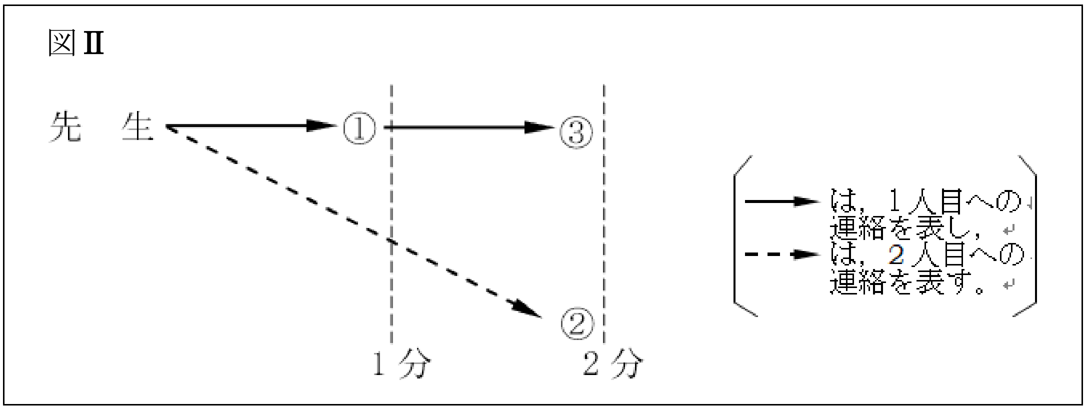
【問 2】

ある中学校では，図 I のような緊急電話連絡網をつくりました。

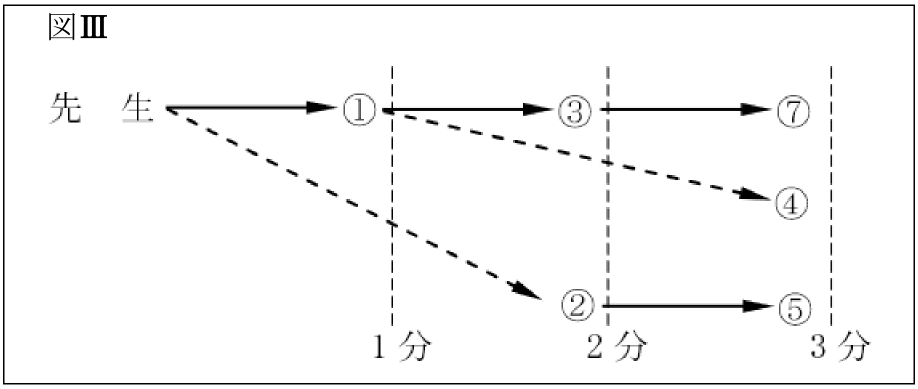


先生および連絡を受けた生徒は，この連絡網にしたがって，それぞれ 2 人の生徒へ連絡することにします。緊急連絡が必要になると，先生は最初の生徒①に連絡します。連絡はちょうど 1 分間で終了し，ただちに次の生徒②に連絡します。それと同時に最初に連絡を受けた生徒①は，連絡網にしたがって生徒③に連絡します。

次の図Ⅱは，このようすを時間の経過とともに表したものです。



次の図Ⅲは，先生が連絡を開始してから 3 分までのようすを表したもので，合計 6 人の生徒が連絡を受けることを表します。



このように，連絡に要する時間はどれもちょうど 1 分間として，連絡終了後間隔をおかずに次の連絡を始めることにします。

このとき，次の（１），（２）の問いに答えなさい。

（岩手県 2004 年度）

（１） 連絡開始後 3 分を過ぎてから 4 分までの 1 分間に連絡を受ける生徒は何人ですか。その人数を求めなさい。

（２） 連絡を開始してから 8 分間に合計何人の生徒が連絡を受けることになりますか。その人数を求めなさい。

解答欄

（１）	人
（２）	人

解答
(1) 5 人
(2) 87 人
解説
(1)
⑦，④，⑤の生徒がそれぞれ 1 人目に連絡する。
また③，②の生徒が 2 人目に連絡するので合計 5 人となる。
(2)
先生が連絡をはじめてから 1 分後ごとに連絡を受ける生徒の人数を表にまとめると

時間（分後）	1	2	3	4	5	6	7	8	9	…
人数（人）	1	2	3	5	8	13	21	34	55	…

8 分後までの人数は
1＋2＋3＋5＋8＋13＋21＋34＝87 人

【問 3】

下の図のように，1 辺が 1 ㎝，2 ㎝，3 ㎝，4 ㎝・・・と各辺を 1 ㎝ずつ長くしてつくった立方体のすべての頂点に•印をつけます。

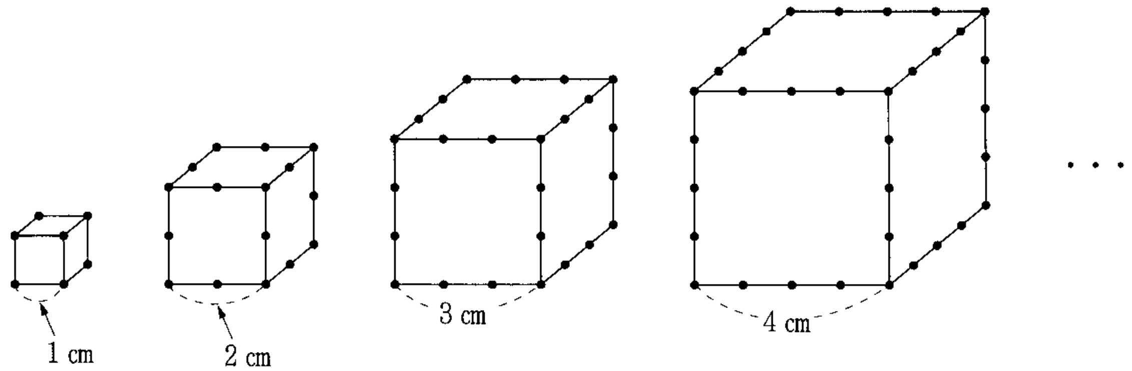
次に，1 辺が 2 ㎝の立方体には，各辺をそれぞれ 2 等分する点に •印をつけます。

さらに，1 辺が 3 ㎝の立方体にも，各辺をそれぞれ 3 等分する点に •印をつけます。

そして，同じように，1 辺が 4 ㎝以上の立方体でも，各辺を 1 ㎝長くするごとに，各辺を等分する点の数を 1 つずつ増やして •印をつけていきます。

あとの(１)～(３)の問いに答えなさい。

（宮城県　2004 年度）



（１）1 辺が 2 ㎝の立方体の •印の個数を求めなさい。

（２）1 辺が 5 ㎝の立方体の •印の個数は，1 辺が 4 ㎝の立方体の •印の個数より何個多くなりますか。

（３）立方体の •印の個数が 200 個となるときの 1 辺の長さを求めなさい。

解答欄

（１）	個
（２）	個
（３）	㎝

解答
(1) 20 個
(2) 12 個
(3) 17 cm
解説
(1)

立方体の 1 辺の長さ(cm)	1	2	3	4	5
• 印の個数(個)	8	20	32	44	56

(2)
(1)の表より 56－44＝12 個
(3)
立方体の 1 辺の長さが n cm のとき
• 印の個数は $12n-4$ 個と表される。
$12n-4=200$
$n=17$

【問 4】

連続する自然数を 1 つずつ書いた同じ大きさの正方形のカードがある。右の図のように，カードを 1 から順に時計回りに並べて正方形をつくる。1 のカード 1 枚のときを 1 番目の正方形とし，順に 2 番目の正方形，3 番目の正方形，……とする。次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（秋田県　2004 年度）

1 番目の正方形

1

2 番目の正方形

1	2
4	3

3 番目の正方形

7	8	9
6	1	2
5	4	3

4 番目の正方形

7	8	9	10
6	1	2	11
5	4	3	12
16	15	14	13

⋮

(1) 1 番目の正方形に 3 枚のカードを加えると 2 番目の正方形ができる。

① 6 番目の正方形に何枚のカードを加えると 7 番目の正方形ができるか，求めなさい。

② a 番目の正方形に 135 枚のカードを加えたら$(a+1)$番目の正方形ができた。このときの a の値を求めなさい。

(2) 正方形のそれぞれの縦のカードの列において，「一番上のカードの数と一番下のカードの数の和」を考える。例えば 3 番目の正方形では，左の列から順に $7+5$，$8+4$，$9+3$ で，和はそれぞれ 12 となり一定である。このことは，1 番目を除いたどの正方形でも成り立つ。n 番目の正方形でこの和をSとして，Sを次のように求めた。①～③にあてはまる式を n を用いて書きなさい。

n 番目の正方形で一番大きい数は $\boxed{\text{①}}$ であり，この数のカードは正方形の角にある。残りの 3 つの角の数は，一番大きい数から順に $\boxed{\text{②}}$ ずつ小さくなる。これらのことをもとにしてSを n の式で表すと，S＝ $\boxed{\text{③}}$ となる。

解答欄

(1)	①	枚
	②	$a=$
(2)	①	
	②	
	③	

解答
(1)
① 13 枚
② $a=67$
(2)
① n^2
② $n-1$
③ $2n^2-3n+3$
解説
(1)
①
6 番目の正方形は 36 枚
7 番目の正方形は 49 枚のカードが使われる。
よって $49-36=13$
②
a 番目の正方形は a^2 枚
$(a+1)$番目の正方形は$(a+1)^2$ 枚のカードが使われる。
$(a+1)^2-a^2=135$
よって $a=67$

【問 5】

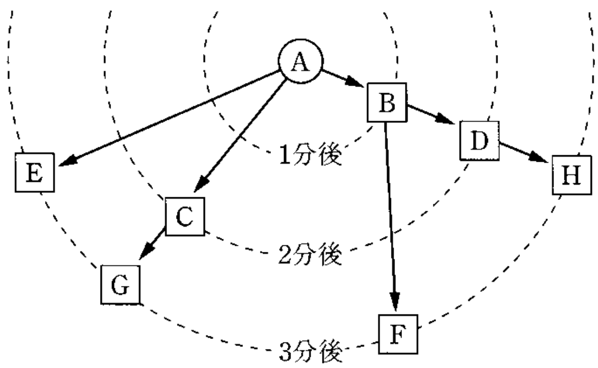
次の(ア)～(エ)の条件をみたす伝達網がある。

(ア) A さんが最初に情報を伝達する。
(イ) 情報の伝達を受けた人は，間をおかずに，あらかじめ決められた相手に次々に情報を伝達する。A さんも同じように情報を伝達し続ける。
(ウ) 情報の伝達には 1 人につき 1 分かかり，1 人から同時に 2 人以上に情報を伝達することはできない。
(エ) 1 人が情報の伝達を受けるのは 1 回だけである。なお，A さんは情報を伝達するだけであり，伝達を受けることはない。

この伝達網を使うと，下の図のように，1 分後には A さんから B さんに情報が伝達され，次の 1 分後には A さん，B さんから，それぞれ C さん，D さんに情報が伝達される。さらに，次の 1 分後には E さん，F さん，G さん，H さんにも情報が伝達される。

このようにすると，A さんからの情報は，1 分後には 1 人に，2 分後には全部で 3 人に，3 分後には全部で 7 人に伝達される。

(福島県　2004 年度)



① A さんからの情報が，全部で 14 人に伝達されるためには何分の時間が必要か，求めなさい。

② A さんからの情報は，7 分後には全部で何人に伝達されるか，求めなさい。

解答欄

①	分
②	人

解答
①　4 分
②　127 人
解説
全員が必ず 1 人に情報を伝達するから人数は 1 分毎に 2 倍になっていく。
したがって n 分後に情報が伝達された人数は 2^n 人となるが
A には伝達されていないので 2^n-1 人
①
$n=3$ のとき $2^3-1=7$ 人
$n=4$ のとき $2^4-1=15$ 人
となるから 4 分間。
②
$n=7$ のとき $2^7-1=128-1=127$ 人

【問 6】

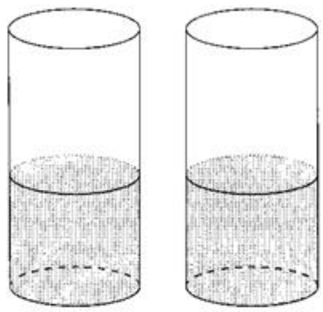
右の図のように，底面が合同で高さの等しい 2 つの円柱の容器A，Bに，それぞれ 1 ℓ の水が入っています。

このとき，次の □ の中の操作①から操作⑥の順番で，この 2 つの容器の水を移すことにします。

操作③の後に容器Bに入っている水の量は，操作③の前の容器Bに入っていた水の量の何倍になっているか答えなさい。

また，操作⑥の後に容器Bに入っている水の量を求めなさい。

なお，考えるときに，8 ページの図を利用してもさしつかえありません。



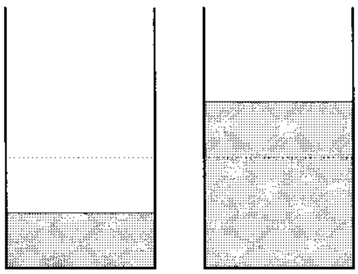
容器A　　容器B

（埼玉県　2004 年度）

操作①　容器Aに入っている水の量の $\frac{1}{2}$ を，容器Bに移す。

操作①の結果

点線は水を移す前の水面の位置を表します。



容器A　　容器B

（正面からみた図）

操作②　操作①の後に容器Bに入っている水の量の $\frac{1}{3}$ を，容器Aに移す。

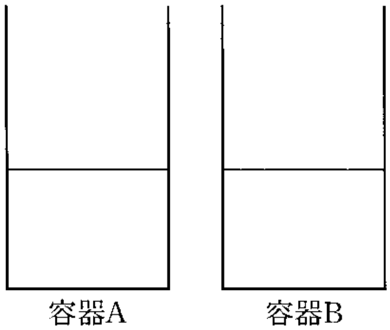
操作③　操作②の後に容器Aに入っている水の量の $\frac{1}{4}$ を，容器Bに移す。

操作④　操作③の後に容器Bに入っている水の量の $\frac{1}{5}$ を，容器Aに移す。

操作⑤　操作④の後に容器Aに入っている水の量の $\frac{1}{6}$ を，容器Bに移す。

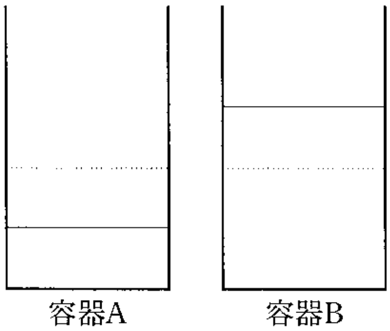
操作⑥　操作⑤の後に容器Bに入っている水の量の $\frac{1}{7}$ を，容器Aに移す。

〔8ページの図〕

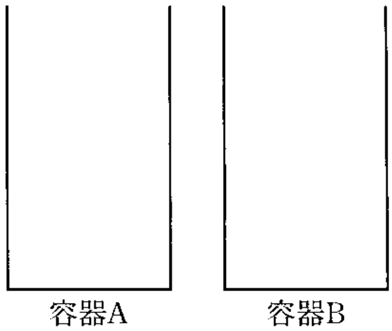


（正面からみた図）

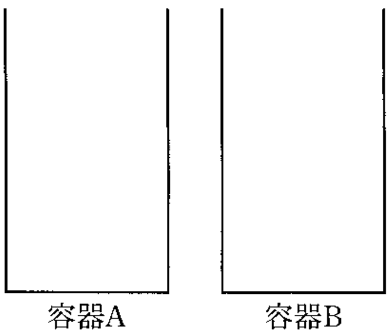
操作①



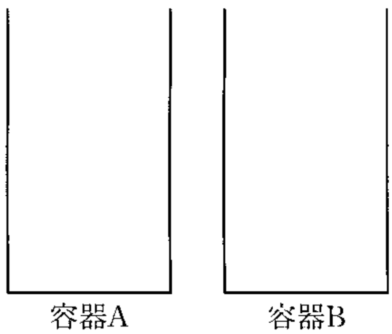
操作②



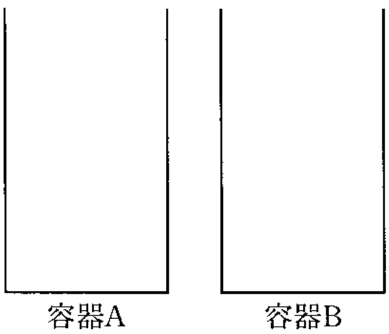
操作③



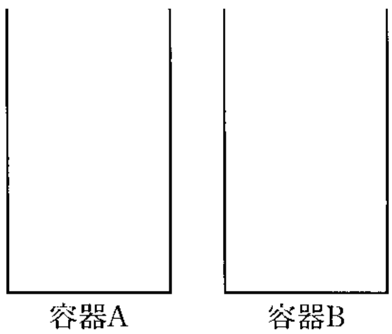
操作④



操作⑤



操作⑥



解答欄

倍	ℓ

解答

$\frac{5}{4}$ 倍

1ℓ

解説

操作③の後の容器 B には $\frac{5}{4}$ℓ 入っていて

操作③の前の容器 B には 1ℓ 入っているので

水の量は $\frac{5}{4}$ 倍

容器 B に入っている水の量は操作④の後は

$1\frac{1}{4}-1\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=1$ℓ

操作⑤の後は $1\frac{1}{6}$ ℓ

よって操作⑥の後は $1\frac{1}{6}-1\frac{1}{6}\times\frac{1}{7}=1$ℓ

【問 7】

右のⅠ～Ⅲは, それぞれ左側の図形に対して, ある規則で対応する数表を右側に示したものである。

Ⅰの図形は, 点 A, B, C, D に対し点 A と B, B と C, C と D をそれぞれ辺で結んだものである。この図形に対して, 各点が辺で結ばれているときは 1, そうでないときは 0 とする数表が対応している。

Ⅱ, Ⅲについても I と同じ規則で図形に数表が対応しているものとする。

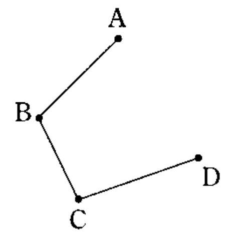
ただし, Ⅱの数表については一部を▒で隠してあり, Ⅲの図形については点のみを示してある。

このとき, 次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

（千葉県　2004 年度）

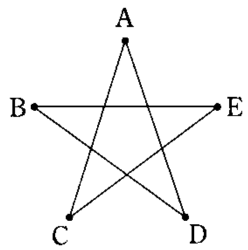
	図　形	数　表

Ⅰ



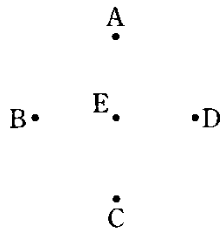
	A	B	C	D
A	0	1	0	0
B	1	0	1	0
C	0	1	0	1
D	0	0	1	0

Ⅱ



	A	B	C	D	E
A	0	0	1		
B	0	0	0		
C	1	0	0		
D					
E					

Ⅲ



	A	B	C	D	E
A	0	1	0	1	1
B	1	0	1	0	0
C	0	1	0	1	0
D	1	0	1	0	1
E	1	0	0	1	0

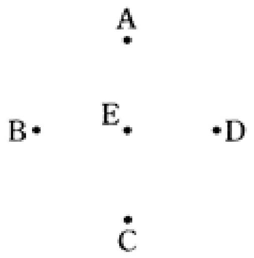
(1) Ⅱにおいて, 数表の▒で隠されている部分の数値の合計を求めなさい。

(2) Ⅲにおいて, 数表の対応するように各点を辺で結び, 図形を完成させなさい。

(3) Ⅰ～Ⅲのそれぞれにおいて, 数表のすべての数値の合計を x とし, 対応する図形の辺の数の合計を y とする。

y を x の一次式で表すとき, Ⅰ～Ⅲを同時に満たすものを求めなさい。

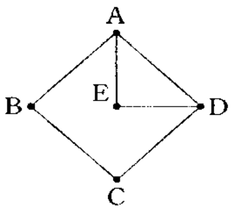
解答欄

(1)	
(2)	
(3)	$y=$

解答

(1)　8

(2)



(3)　$y=\frac{1}{2}x$

解説

(1)

　で隠されている部分を表にすると

	A	B	C	D	E
A	0	0	1	1	0
B	0	0	0	1	1
C	1	0	0	0	1
D	1	1	0	0	0
E	0	1	1	0	0

(3)

Ⅰは $x=6$,　$y=3$

Ⅱは $x=10$, $y=5$

Ⅲは $x=12$, $y=6$

と表されるからⅠ～Ⅲを同時に満たすのは $y=\frac{1}{2}x$

数値の合計は各点を2辺ずつ結んでいるので

$2\times5=10$

で隠されている数値の合計は

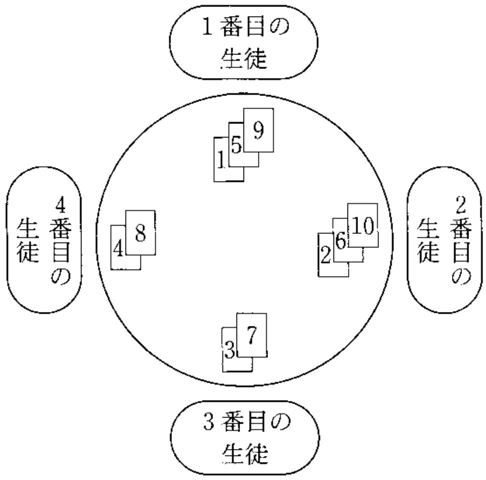
$10-2=8$

【問 8】

1 から 100 までの異なる整数が 1 つずつ書かれた 100 枚のカードがあり，1 のカードから数字の順に重ねられている。これらのカードを，丸いテーブルのまわりに並んだ n 人の生徒に，1 のカードから順に 1 枚ずつ，1 番目の生徒から n 番目の生徒へと時計まわりに，カードがなくなるまで何周か配っていく。

例

右の図は，4 人の生徒（$n=4$ の場合）に，カードを 10 枚目まで配ったところを表している。



このとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県　2004 年度）

(ア) 8 人の生徒にカードを配るとき，2 番目の生徒の 4 周目に配られたカードに書かれている数を求めなさい。

(イ) 3 人の生徒にカードを配るとき，3 番目の生徒の何周目かに配られたカードとその次の周に配られたカードに書かれている 2 つの数の積が 810 になった。

このとき，この 2 枚のカードのうち，小さい数の書かれたカードは何周目に配られたかを求めなさい。

解答欄

(ア)	
(イ)	

解答
(ア) 26
(イ) 9 周目
解説
(ア)
8 人の生徒にカードを配るとき 2 番目の生徒は $8(n-1)+2=8n-6$ で表される。
$n=4$ を代入して
$8\times4-6=26$
(イ)
3 人の生徒にカードを配るとき 3 番目の生徒は $3n$ で表される。
$3n\times3(n+1)\ =810$
$n^2+n-90\ =0$
$(n+10)(n-9)=0$
$n=-10,\ 9$
n は自然数だから
$n=9$

【問 9】

右のように，自然数が規則正しく並んでいる表がある。
この表の上から m 段目，左から n 番目にある数を【m★n】と表すことにする。

例えば，【３★２】は，上から 3 段目，左から 2 番目の数を表すので，【３★２】＝16　となる。

この表について，次の問いに答えなさい。

（富山県　2004 年度）

	1番目	2番目	3番目	4番目	5番目	6番目	7番目
1段目 …	1	2	3	4	5	6	7
2段目 …	8	9	10	11	12	13	14
3段目 …	15	16	17	18	19	20	21
4段目 …	22	23	24	25	・	・	・
5段目 …	・	・	・	・	・	・	・

【3★2】＝16

(1)【５★３】の表す数を求めなさい。

(2)【m★n】＝48 のとき，m と n の値を求めなさい。

(3)【m★n】の表す数を m と n を用いた式で表しなさい。

(4) 左から 3 番目の列と左から 4 番目の列からそれぞれ 1 つの数を選ぶとき，その和は，どのように選んでも 7 の倍数となる。

このことを，左から 3 番目の列から選んだ数を【a★3】

左から 4 番目の列から選んだ数を【b★4】

とおいて説明しなさい。

解答欄

(1)	
(2)	m＝　　　　　, n＝
(3)	
(4)	[a★3]＋[b★4] ＝ したがって [a★3]＋[b★4]の値は 7 の倍数である。

解答
(1) 31
(2) m＝7, n＝6
(3) $7m+n-7$
(4)
[a★3]＋[b★4]
$=(7a+3-7)+(7b+4-7)$
$=7a-4+7b-3$
$=7a+7b-7=7(a+b-1)$
$a+b-1$ は整数だから
$7(a+b-1)$は 7 の倍数である。
したがって
[a★3]＋[b★4]の値は 7 の倍数である。
解説
(1)
4 段目の 7 番目にある数は $7\times4=28$　$28+3=31$
(2)
$48=7\times6+6$ より 7 段目の 6 番目にある。
(3)
$7(m-1)+n=7m+n-7$

【問 10】

自然数が 1 つずつ書かれた正方形のタイルを使って，下の図のように 1 番目，2 番目，3 番目，…と正方形を作っていく。できたそれぞれの正方形において，上から a 行目，左から b 列目の位置を$[a, b]$と表すことにする。

このとき，次の (1)，(2) に答えなさい。なお，解答欄の $\boxed{}$ には答だけを書くこと。

（石川県　2004 年度）

1番目

	1列
1行	1

2番目

	1列	2列
1行	1	4
2行	2	3

3番目

	1列	2列	3列
1行	1	8	7
2行	2	9	6
3行	3	4	5

4番目

	1列	2列	3列	4列
1行	1	12	11	10
2行	2	13	16	9
3行	3	14	15	8
4行	4	5	6	7

• • •

(1) 5 番目の正方形で，[3, 4]のタイルに書かれた数を求めなさい。

(2) n 番目の正方形で，$[1, n]$のタイルに書かれた数を n を用いて表しなさい。

解答欄

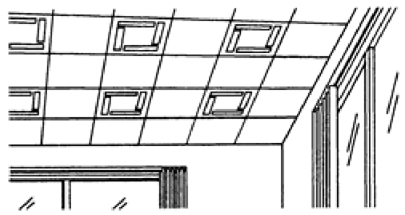
(1)	
(2)	

解答
(1)　22
(2)　$3n-2$
解説
(1)　$5+4+4+3+3+2+1=22$
(2)　$n+(n-1)+(n-1)=3n-2$

【問 11】

図Ⅰは，ある室内の上部のようすを示している。この室内の天井の形は長方形であり，そこには同じ大きさの正方形の板がすき間ができることなくどの 2 枚も重なることなくはられており，そのうちの何枚かの板に蛍光灯が 4 本ずつ取り付けられている。T さんは，この天井の板と蛍光灯の並び方に興味をもち，その規則性について模式図をかいて考えてみた。

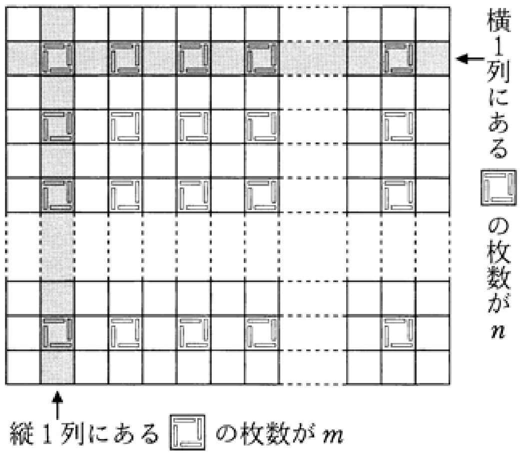
図Ⅰ



図Ⅱは，天井にはる板の配列と蛍光灯を取り付ける位置を模式的に表したものである。図Ⅱにおいて，縦 1 列分の板の枚数，横 1 列分の板の枚数はそれぞれ奇数である。

▣ は蛍光灯を 4 本取り付ける板を表し，□ は蛍光灯を取り付けない板を表す。最も左の列から数えて偶数番目の列にあって最も上の列から数えて偶数番目の列にある板はすべて ▣ であり，それ以外の板はすべて □ である。

図Ⅱ



最も左の列から数えて偶数番目の縦 1 列にある ▣ の枚数を m とし，最も上の列から数えて偶数番目の横 1 列にある ▣ の枚数を n として，次の問いに答えなさい。

（大阪府 2004 年度 後期）

(1) $m=2$ の場合，

① 次の表は，n の値を変えたときに，はる板すべての枚数と取り付ける蛍光灯すべての本数がどのように変化するかを示した表の一部である。(ア)～(エ)にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

n の値	1	2	…	7	…
はる板すべての枚数	15	(ア)	…	(ウ)	…
取り付ける蛍光灯すべての本数	8	(イ)	…	(エ)	…

② はる板すべての枚数と取り付ける蛍光灯すべての本数をそれぞれ n を用いて表しなさい。

(2) $m=4$ の場合，はる板すべての枚数が 333 であるときの取り付ける蛍光灯すべての本数を求めなさい。

(3) 図Ⅱにおいて，はる板すべての枚数と取り付ける蛍光灯すべての本数をそれぞれ m，n を用いて表しなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="6">(1)</td><td rowspan="4">①</td><td>(ア)</td><td></td></tr>
<tr><td>(イ)</td><td></td></tr>
<tr><td>(ウ)</td><td></td></tr>
<tr><td>(エ)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">②</td><td colspan="2">はる板すべての枚数</td></tr>
<tr><td colspan="2">取り付ける蛍光灯すべての本数</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">(3)</td><td colspan="3">はる板すべての枚数</td></tr>
<tr><td colspan="3">取り付ける蛍光灯すべての本数</td></tr>
</table>

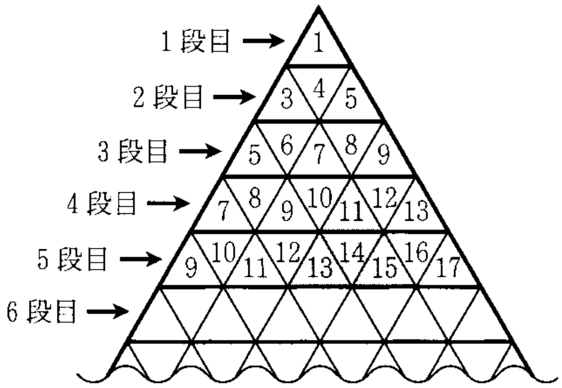
解答
(1)
①
（ア） 25
（イ） 16
（ウ） 75
（エ） 56
②
はる板すべての枚数 $10n+5$
取り付ける蛍光灯すべての本数 $8n$
(2) 288
(3)
はる板すべての枚数 $(2m+1)(2n+1)$
取り付ける蛍光灯すべての本数 $4mn$
解説
(1)
②
$m=2$ のときはる板すべての枚数は
縦$=2\times2+1=5$
横$=2n+1$ より
$5\times(2n+1)=10n+5$ 枚となる。
また蛍光灯のつく板の枚数は $2\times n=2n$ 枚であるから
その本数は $2n\times4=8n$ 本となる。
(2)
$m=4$ のときはる板すべての枚数は
縦$=2\times4+1=9$
横$=2n+1$ より
$9\times(2n+1)$ 枚となる。
よって
$9(2n+1)=333$
$n=18$
以上より 求める蛍光灯の本数は
$4\times18\times4=288$ 本である。
(3)
はる板すべての枚数は縦$=2m+1$，横$=2n+1$ より
$(2m+1)(2n+1)$ 本
取り付ける蛍光灯すべての本数は縦$=m$，横$=n$
また 1 枚に 4 本つくから $m\times n\times4=4mn$ 本

【問 12】

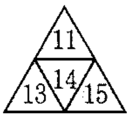
図のように，同じ大きさの正三角形のタイルをすき間なく並べ，20 段の大きな正三角形をつくる。各段の左端のタイルには，1 段目から奇数を，1，3，5，…と順に書き，各段のタイルには，左端のタイルに書かれた数からはじまる自然数を順に書く。例えば，3 段目は，左端のタイルに書かれた数が 5 であるので，これに続けて 6，7，8，9 と書く。

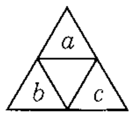
次の問いに答えなさい。

（兵庫県　2004 年度）



(1)　6 段目の左端から 4 番目のタイルに書かれている数を答えなさい。

(2)　大きな正三角形の中で，

のように，上の段のタイル 1 枚と下の段のタイル 3 枚のあわせて 4 枚のタイルからなる正三角形を考える。このタイルに書かれた数を 

のように，上の段を a とし，下の段の左側を b，右側を c とする。このとき，b，c をそれぞれ a を使って表しなさい。

(3)　45 と書かれたタイルが右端にあるのは何段目か，答えなさい。

(4)　45 と書かれたタイルは全部で何枚あるか，答えなさい。

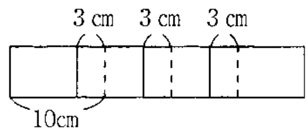
解答欄

(1)	
(2)	b＝
	c＝
(3)	段目
(4)	枚

解答
(1)　14
(2)　$b=a+2,\ c=a+4$
(3)　12 段目
(4)　9 枚
解説
(3)
n 段目の右端のタイルに書かれた数は $4n-3$ である。
$4n-3=45$
$n=12$
(4)
(3)で求めた 12 段目の右端に 45 の数が初めて出てきてから
左端に 45 が出てくる段まで各段に 45 のタイルは 1 枚ずつある。
m 段目の左端のタイルの数は $2m-1$ で表されるから
45 から始まる段は
$2m-1=45$
$m=23$ となる。
ここで問題では 20 段目までの正三角形をつくるのであるから
45 のタイルは 12 段目から 20 段目まで各段に 1 枚ずつあることになる。
よって 9 枚となる。

【問 13】

右の図は，長さ 10cm のテープを 3cm ずつ重ね，4 本つないだときのものである。



このようなつなぎ方の規則に従って 5 本，6 本，7 本，･･･とつないで長いテープをつくっていく。

このとき，次の〔**問 1**〕～〔**問 3**〕に答えなさい。

（和歌山県　2004 年度）

〔**問 1**〕長さ 10cm のテープを 7 本つないだときの全長を求めるために，和歌子さんと紀子さんは，それぞれ次のような考え方をした。

文中と表の中にある $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ にあてはまる数を入れなさい。

（和歌子さんの考え方）

テープを重ねないで並べたとすれば，7 本で $\boxed{\text{ア}}$ cm となる。しかし，長さ 10cm のテープを 7 本つないでいくと，3cm の重なりが $\boxed{\text{イ}}$ か所できることから，全長は，

$\boxed{\text{ア}}-3\times\boxed{\text{イ}}=\boxed{\text{ウ}}$

となる。

（紀子さんの考え方）

テープの本数とそのときのテープの全長を，まとめると下の表のようになる。

テープの本数（本）	1	2	3	4		7	
テープの全長（cm）	10	17	24	$\boxed{\text{エ}}$		$\boxed{\text{ウ}}$	

表から，テープを 1 本多くつなぐごとに $\boxed{\text{オ}}$ cm ずつ長くなることが分かる。

このことより，全長は，

$10+\boxed{\text{オ}}\times\boxed{\text{カ}}=\boxed{\text{ウ}}$

となる。

〔**問 2**〕長さ 10cm のテープを n 本つないだとき，テープの全長を n の式で表しなさい。

〔**問 3**〕長さ 10cm のテープを何本つなげば，全長 5m のテープをつくることができるか，求めなさい。

解答欄

〔問1〕	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	
	オ	
	カ	
〔問2〕	cm	
〔問3〕	本	

解答
〔問1〕
ア　70
イ　6
ウ　52
エ　31
オ　7
カ　6
〔問2〕$7n+3$ cm
〔問3〕71 本
解説
〔問2〕
和歌子さんの考え方で式を作ると
$10\times n-3\times(n-1)=7n+3$ cm
紀子さんの考え方で式を作ると
$10+7\times(n-1)=7n+3$ cm
〔問3〕
$7n+3=500$
$7n=497$
$n=71$
よって 71 本つなげばよい。

【問 14】

1 から 20 までの自然数を，1 つずつ表側に書いた 20 枚のカード（ $\boxed{1}$ ，$\boxed{2}$ ，…，$\boxed{20}$ ）がある。ただし，どのカードも裏側には何も書かれていない。

はじめに，この 20 枚のカードを左から横一列に，数字の順に裏返して並べる。
この状態から，次のような操作を行う。

（はじめの状態）

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ … □ □

第 1 回目の操作では，1 の倍数の位置にあるカード，つまりすべてのカードをひっくり返す。したがって，すべて表側が現れる。

（第 1 回目の操作後）

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$ $\boxed{8}$ $\boxed{9}$ $\boxed{10}$ $\boxed{11}$ $\boxed{12}$ … $\boxed{19}$ $\boxed{20}$

第 2 回目の操作では，第1回目の操作後の状態から，2 の倍数の位置にあるカード（左から 2 枚目，4 枚目，6 枚目，…）をすべてひっくり返す。

（第 2 回目の操作後）

$\boxed{1}$ □ $\boxed{3}$ □ $\boxed{5}$ □ $\boxed{7}$ □ $\boxed{9}$ □ $\boxed{11}$ □ … $\boxed{19}$ □

第 3 回目の操作では，第 2 回目の操作後の状態から，3 の倍数の位置にあるカード（左から 3 枚目，6 枚目，9 枚目，…）をすべてひっくり返す。その結果，$\boxed{3}$ や $\boxed{9}$ のカードは裏側となり，$\boxed{6}$ や $\boxed{12}$ のカードは表側となる。

（第 3 回目の操作後）

$\boxed{1}$ □ □ □ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$ □ □ □ $\boxed{11}$ $\boxed{12}$ … $\boxed{19}$ □

第 4 回目の操作では，同様に，4 の倍数の位置にあるカードをすべてひっくり返す。

（第 4 回目の操作後）

$\boxed{1}$ □ □ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$ $\boxed{8}$ □ □ $\boxed{11}$ □ … $\boxed{19}$ $\boxed{20}$

⋮

以下、第 5 回目の操作～第 19 回目の操作を行う。

最後に，第 20 回目の操作で，20 の倍数の位置にある $\boxed{20}$ のカードをひっくり返して，すべての操作を終える。
このとき，次の各問いに答えなさい。

（鳥取県　2004 年度）

問 1　第 3 回目の操作の後，表側が出ているカードは，全部で何枚あるか答えなさい。

問 2　第 5 回目の操作では，何枚のカードをひっくり返すことになるか答えなさい。

問 3 $\boxed{4}$ のカードは，すべての操作を終えるまでに 3 回（第 1 回目，第 2 回目，第 4 回目）ひっくり返される。では，$\boxed{18}$ のカードは，すべての操作を終えるまでに何回ひっくり返されるか答えなさい。

問 4 すべての操作を終えた後，表側が出ているカードに書かれている数をすべて答えなさい。

解答欄

問1	枚
問2	枚
問3	回
問4	

解答
問1 10 枚
問2 4 枚
問3 6 回
問4 1，4，9，16
解説
問1
表が出ているカードは 1，5，6，7，11，12，13，17，18，19 の 10 枚
問2
5 の倍数は 5，10，15，20 の 4 枚
問3
18 の約数は 1，2，3，6，9，18 だから 6 回ひっくり返される。
問4
表側のカードがでているものは，約数の数が奇数個のものである。
1 の約数 1 の 1 個
4 の約数 1，2，4 の 3 個
9 の約数 1，3，9 の 3 個
16 の約数 1，2，4，8，16 の 5 個
よって 1，4，9，16

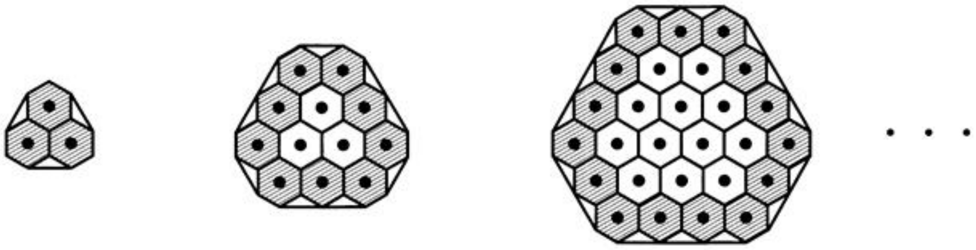
【問 15】

正六角柱の形をした同じ大きさの鉛筆がある。次の (1)・(2) に答えなさい。

（徳島県 2004 年度）

(1) 図 1 のように，この鉛筆を 1 番目，2 番目，3 番目，・・・ と，ひもで束（たば）ねていくとき，いちばん外側の鉛筆（斜線部）の本数について，次の (a)・(b) に答えなさい。

図 1



1 番目　　2 番目　　3 番目

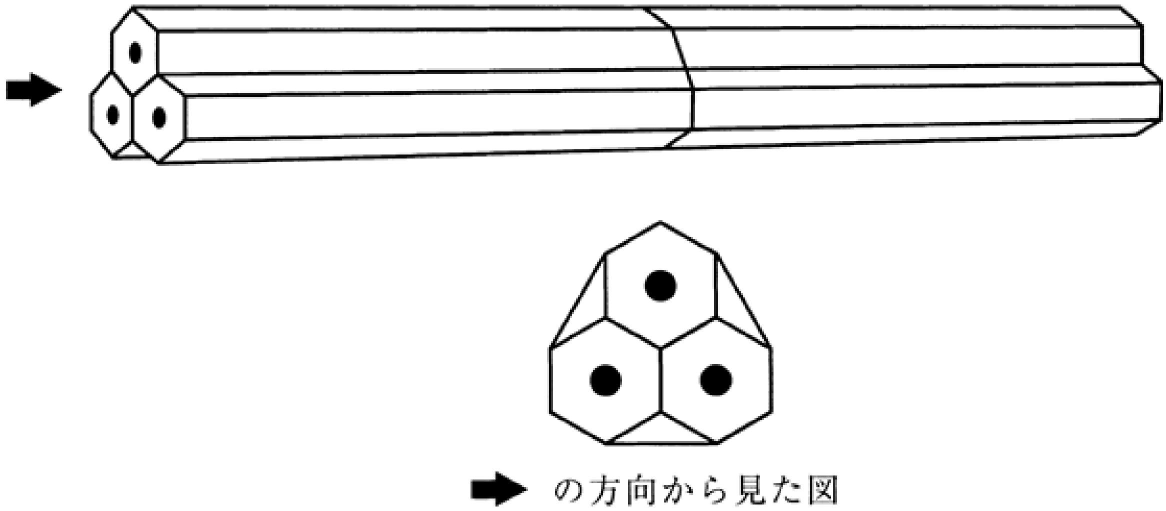
(a) 4 番目の束の，いちばん外側の鉛筆の本数を，求めなさい。

(b) n 番目の束の，いちばん外側の鉛筆の本数を，n を用いて表しなさい。

(2) 鉛筆の底面が 1 辺 4 mm の正六角形で，長さが 15 cm のとき，次の (a)・(b) に答えなさい。

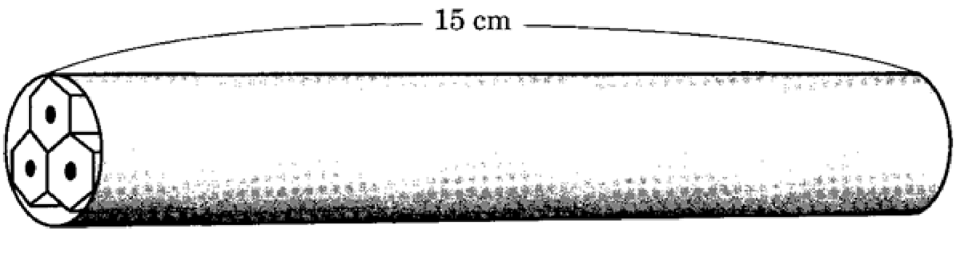
(a) 図 2 のように，3 本の鉛筆を束ねるときに必要なひもの長さは，最低何 mm か，求めなさい。ただし，ひもの太さやむすび目は考えないものとする。

図 2



(b) 図 3 のように，3 本の鉛筆が，きっちりはいる円柱の形をした入れ物の体積は何 cm^3 か，求めなさい。ただし，入れ物の厚みは考えないものとする。また，円周率は π とする。

図 3



解答欄

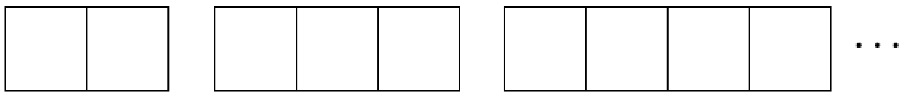
(1)	(*a*)	本
	(*b*)	本
(2)	(*a*)	mm
	(*b*)	cm^3

解答
(1)
(a)　21 本
(b)　6n－3 本
(2)
(a)　$24+12\sqrt{3}$ mm
(b)　9.6π　cm^3
解説
(1)
(a)
左上，右上，下に 5 本ずつ，上，左下，右下に 4 本ずつあり角の 6 本は重複している。
よって $5\times3+4\times3-6=21$ 本
(b)
左上，右上，下に$(n+1)$本ずつ，上，左下，右下に n 本ずつあるので
$3(n+1)+3n-6=6n-3$ 本
(2)
(a)
鉛筆とひもの間にすき間ができる部分を正面から見ると頂角が 120°の二等辺三角形になる。
よって頂角から底辺に垂線をひくと 30°，60°，90°の直角三角形に分けられる。
したがってひもの長さは $4\times6+(4\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times2)\times3=24+12\sqrt{3}$ mm
(b)
底面が半径 0.8cm の円柱である。
よって体積は　$\pi\times0.8^2\times15=9.6\pi$　cm^3

【問 16】

右の図 1 のように，面積が等しい正方形を横に一列に組み合わせて，1 番目の図形，2 番目の図形，3 番目の図形，…というように順に図形をつくっていく。

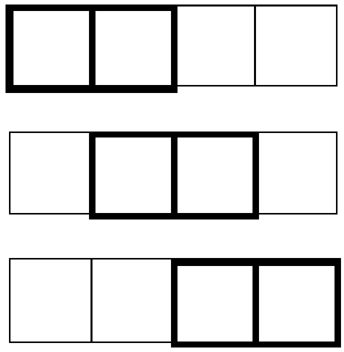
図 1



1 番目の図形　　2 番目の図形　　3 番目の図形

右の図 2 は，3 番目の図形の中にある 1 番目の図形を，それぞれ太線(━━)で示したものである。このように，3 番目の図形の中には，1 番目の図形が全部で 3 個ある。

図 2



このとき，次のア，イの問いに答えよ。

（香川県　2004 年度）

ア　6 番目の図形の中には，2 番目の図形が全部で何個あるか。

イ　2 けたの自然数 a がある。a 番目の図形の中にある 10 番目の図形の個数と，100 番目の図形の中にある a 番目の図形の個数が，ともに b 個であるとき，a，b の値を求めよ。

解答欄

ア	個
イ	a＝
	b＝

解答
ア　5 個
イ　a＝55，b＝46
解説
イ
10 番目の図形は正方形が 11 個並んでいる。
a 番目の図形は(a＋1)個の正方形が並んでいる。
$a+1-11+1=101-(a+1)+1$
$2a=110$
$a=55$
$b=55-9=46$

【問 17】

右の図 1 の 1 段目, 2 段目, 3 段目, …のように, 0 以上の偶数を小さい方から順に規則的に並べていく。

このとき, 次の問いに答えなさい。

（愛媛県　2004 年度）

1　6 段目の左から 4 番目の数を求めよ。

2　8 段目に並んでいる数の個数を求めよ。

3　204 は何段目の左から何番目にあるか求めよ。

4　右の図 2 の中の $\boxed{}$ のように, 横に並んだ 3 つの数を囲み, 囲まれた数を左から順に a, b, c で表すとき, $a+c=2b$ の関係がどこを囲んでも成り立つ。
右の図 2 の中の $\boxed{}$ のように, 縦に並んだ 3 つの数を囲み, 囲まれた数を上から順に d, e, f で表すとき, どこを囲んでも成り立つ, d, e, f の関係を表す等式を 1 つ書け。

図 1

1 段目					0			
2 段目				2	4	6		
3 段目			8	10	12	14	16	
4 段目		18	20	22	24	26	28	30
5 段目	32	34	36	・・・・・・・				
⋮								

図 2

1 段目					0			
2 段目				2	4	6		
3 段目			8	10	12	14	16	
4 段目		18	20	22	24	26	28	30
5 段目	32	34	36	・・・・・・・				
⋮								

解答欄

1	
2	個
3	段目の左から　　　番目
4	

解答
1　56
2　15個
3　11段目の左から3番目
4　$d+f=2e+4$
解説
1
n 段目の左端の数は $2(n-1)^2$ の数から始まっている。
よって 6 段目は 50 から始まるので 4 番目は $50+(4-1)\times2=56$
2
n 段目に並ぶ数の個数は $2n-1$ で表すことができる。
よって 8 段目には $2\times8-1=15$ から 15 個の数が並ぶ。
3
$2(n-1)^2$ が 204 以下で最も近い値をとるときの n は $n=11$ のときである。
またその段は $2(11-1)^2=200$ より 200 から始まる。
よって 204 は 11 段目の左から 3 番目にある。
4
$2e-f=d-4$
$\dfrac{d+f}{2}=e+2$
などでも可

【問 18】

下の図 1 のような枠がある。この枠の A, B, C, D, E の位置に, 自然数を 1 から順に 1, 2, 3, …と入れて, 下の図 2 のように 1 番目, 2 番目, 3 番目, …の枠を完成させていく。このとき, 次の (1)･(2) の問いに答えなさい。

（高知県 2004 年度）

図 1

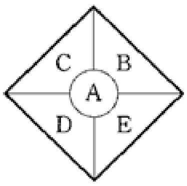
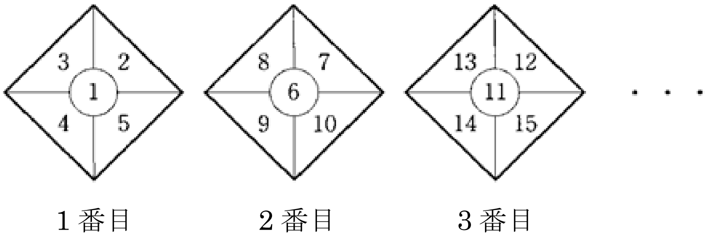


図 2



(1) B, C, D, E の位置に入れた数の和が 374 になる枠の A の位置に入れた数を求めよ。

(2) n 番目の枠の B の位置に入れた数が, 7 番目の枠の D の位置に入れた数の 4 倍に 1 を加えた数に等しくなる。このときの n の値を求めよ。

解答欄

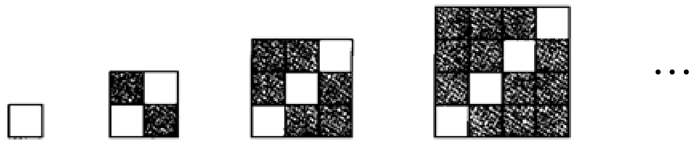
(1)	
(2)	

解答
(1) 91
(2) $n=28$
解説
(1)
$A=n$ とすると $B=n+1$, $C=n+2$, $D=n+3$, $E=n+4$
$(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)=374$
$4n+10=374$
$4n=364$
$n=91$
(2)
n 番目の B の数は $5n-4+1$
7 番目の D の数は $35-4+3$
$5n-3=34\times4+1$
$5n=140$
$n=28$

【問 19】

図のように，同じ大きさの白と黒の正方形のタイルを 1 番目，2 番目，3 番目，4 番目，･･･と規則正しくならべていく。次の①，②の問いに答えなさい。

（大分県 2004 年度）



1 番目　2 番目　3 番目　4 番目　･･･

① 6 番目の黒のタイルの枚数を求めなさい。

② n 番目の黒のタイルの枚数を n を使って表しなさい。

解答欄

①	枚
②	枚

解答
① 30 枚
② n^2-n 枚