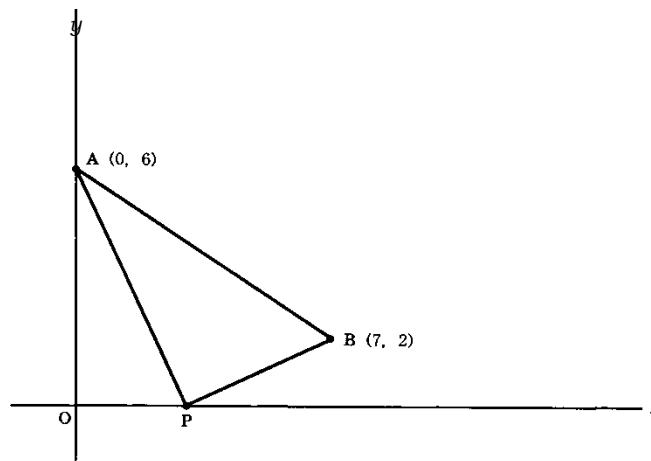


よって直線 CB の式は $y = -\frac{5}{4}x + \frac{15}{2}$

【問 2】

図のように、 x 軸上の点 P と2点 $A(0, 6)$, $B(7, 2)$ を結んで三角形 ABP をつくるとき、次の各問いに答えなさい。ただし、点 P の x 座標は正とし、1目もりは 1 cm とする。

(三重県 2002 年度)



(1) 直線 AB の式を求めなさい。

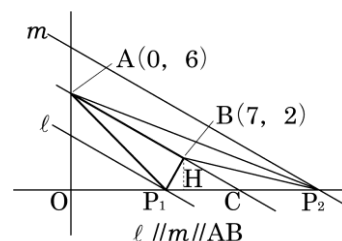
(2) 点 P の x 座標が 2 のとき、三角形 ABP の面積を求めなさい。

(3) 三角形 ABP が、 $\angle APB = 90^\circ$ の直角三角形となるような点 P の x 座標をすべて求めなさい。

(4) 三角形 ABP の面積が 9 cm^2 となるような点 P の x 座標をすべて求めなさい。

解答欄

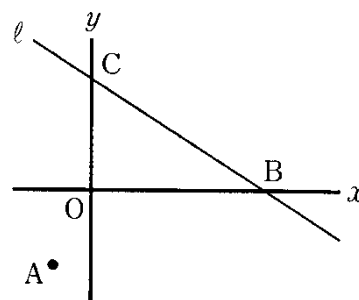
(1)	$y =$
(2)	cm^2
(3)	$x =$
(4)	$x =$



【問 3】

図のように、直線 ℓ と点 $A(-1, -2)$ があります。直線 ℓ と x 軸との交点を B 、直線 ℓ と y 軸との交点を C とします。三角形 ABO の面積が三角形 AOC の面積の6倍となると、直線 ℓ の傾きを求めなさい。ただし、点 B の x 座標、点 C の y 座標は正の数とします。

(広島県 2002 年度)



解答欄

解答

$$-\frac{1}{3}$$

解説

点 $C(0, c)$, $B(b, 0)$ とする。

$$\text{図より, } \triangle AOB = \frac{1}{2} \times b \times 2 = b$$

$$\triangle AOC = \frac{1}{2} \times c \times 1 = \frac{1}{2} c$$

$\triangle AOB = 6\triangle AOC$ だから

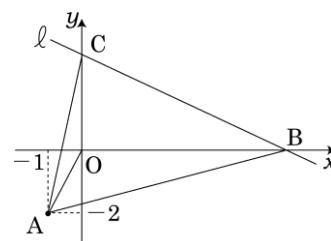
$$b = 6 \times \frac{1}{2} c$$

$$b = 3c \cdots \text{①}$$

直線 ℓ の傾きは $-\frac{c}{b}$ だから

これに①を代入して

$$-\frac{c}{b} = -\frac{c}{3c} = -\frac{1}{3}$$



【問 4】

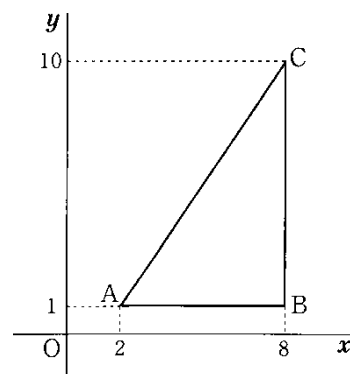
図のように、3点 A(2, 1), B(8, 1), C(8, 10)を頂点とする△ABC がある。
このとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(高知県 2002 年度)

(1) 2点 A, B を通る直線の方程式を求めよ。

(2) 点 B を通り、△ABC の面積を二等分する直線が、辺 AC と交わる点の座標を求めよ。

(3) 辺 AC 上に点 P をとり、点 P から辺 AB, BC にひいた垂線が辺 AB, BC と交わる点をそれぞれ Q, R とする。四角形 PQBR が正方形となるときの、この正方形の1辺の長さを求めよ。



解答欄

(1)	
(2)	(,)
(3)	

解答

(1) $y=1$

(2) $(5, \frac{11}{2})$

(3) $\frac{18}{5}$

解説

(1)

2点 A(2, 1), B(8, 1)を通る直線の方程式は $y=1$

(2)

点 B を通り△ABC の面積を二等分する直線は辺 AC の中点を通る。

求める AC の中点の座標は $(\frac{2+8}{2}, \frac{1+10}{2})$ より $(5, \frac{11}{2})$

(3)

直線 AC の方程式は $y=\frac{3}{2}x-2$ だから $P(t, \frac{3}{2}t-2)$ とおける。

PQ=PR のとき $\frac{3}{2}t-2-1=8-t$ $t=\frac{22}{5}$ よって正方形の1辺は $8-\frac{22}{5}=\frac{18}{5}$ cm

【問 5】

図の直線 ℓ は、関数 $y=2x+b$ のグラフであり、 y 軸との交点の座標は(0, 4)である。原点を O とし、 $\triangle AOB$ が $AO=AB$ の二等辺三角形となるように、直線 ℓ 上に点 A , x 軸上に点 B をとる。

このとき、次の(1)～(4)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2002 年度)

(1) b の値を求めなさい。

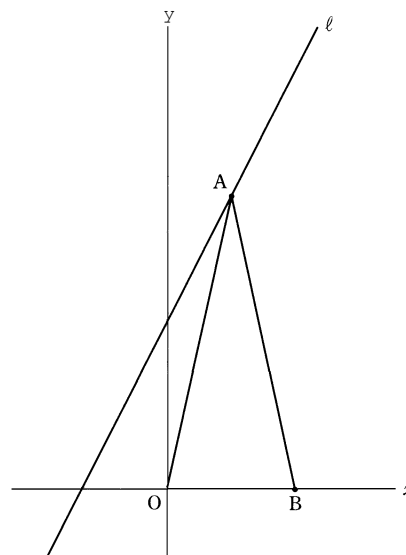
(2) 直線 ℓ と x 軸との交点の座標を求めなさい。

(3) 点 B の座標が(5, 0)のとき、点 A の座標を求めなさい。

(4) 点 A の x 座標を $t(t>0)$ とするとき、次の(ア), (イ)の問いに答えなさい。

(ア) $t=2$ のとき $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

(イ) $\triangle AOB$ の面積が 8 となるとき、 t の値を求めなさい。



解答欄

(1)		
(2)	(,)	
(3)	(,)	
(4)	(ア)	(イ)

解答

(1) 4 (2) (−2, 0) (3) ($\frac{5}{2}$, 9) (4) (ア) 16 (イ) $-1+\sqrt{5}$

解説

(3)

A から x 軸に垂線 AH をひくと H は線分 OB の中点となるから A の x 座標は $\frac{5}{2}$

$y=2x+4$ に $x=\frac{5}{2}$ を代入して、 $y=9$

(4)

(ア) $OH=2$ より $OB=4$ A の y 座標は 8 だから $\triangle AOB=\frac{1}{2} \times 4 \times 8=16$

(イ) $OH=t$ より $OB=2t$, $AH=2t+4$ だから $\triangle AOB=\frac{1}{2} \times 2t \times (2t+4)=2t^2+4t$

$2t^2+4t=8$ より $t^2+2t=4$ $(t+1)^2=5$ $t=-1 \pm \sqrt{5}$ $t>0$ より $t=-1+\sqrt{5}$

【問 6】

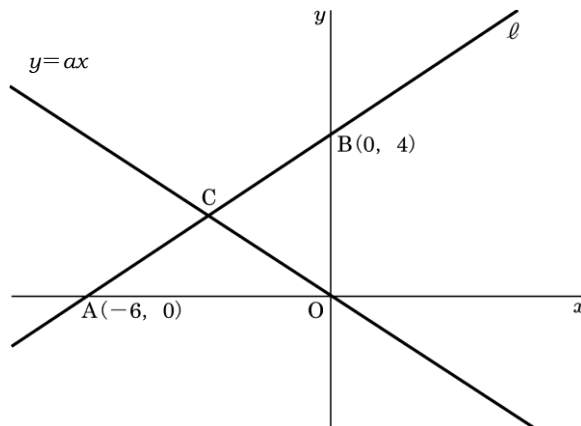
図のように、2点 $A(-6, 0)$, $B(0, 4)$ を通る直線 ℓ と、直線 $y=ax(a<0)$ があり、この2直線の交点を C とします。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(岩手県 2003 年度)

(1) 直線 ℓ の式を求めなさい。

(2) 三角形 OAC と三角形 OBC の面積が等しいとき、直線 $y=ax$ の a の値を求めなさい。



解答欄

(1)	
(2)	$a=$

解答

(1) $y = \frac{2}{3}x + 4$

(2) $a = -\frac{2}{3}$

解説

(1)

直線 ℓ は点 $A(-6, 0)$, $B(0, 4)$ を通るから切片は 4, 傾きは $\frac{4-0}{0-(-6)} = \frac{2}{3}$

よって求める式は $y = \frac{2}{3}x + 4$

(2)

点 C の x 座標を $c(c<0)$ とすると直線 ℓ 上の点だから y 座標は $\frac{2}{3}c + 4$ と表せる。

$$\triangle OAC = \frac{1}{2} \times 6 \times \left(\frac{2}{3}c + 4\right) = 2c + 12$$

$$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 4 \times (-c) = -2c$$

$$\triangle OAC = \triangle OBC \text{ より } 2c + 12 = -2c$$

これを解いて $c = -3$

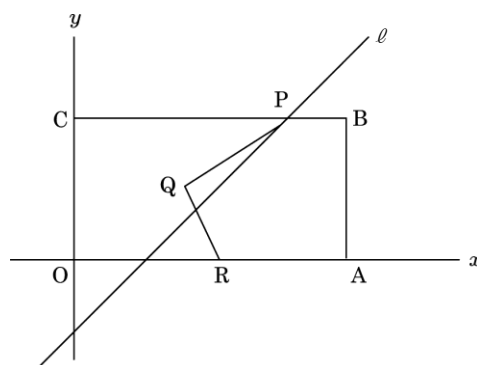
点 C の座標は $(-3, 2)$ で直線 $y=ax$ 上の点でもあるから $2 = a \times (-3)$ より $a = -\frac{2}{3}$

【問 7】

図のように長方形 OABC の辺 BC, OA 上に, それぞれ点 P(6, 4), R(4, 0), 長方形 OABC の内部に点 Q(3, 2)があり, 長方形 OABC が, 折れ線 PQR で2つの部分に分かれています。

左右それぞれの部分の面積を変えないように, 折れ線 PQR のかわりに, 点 P を通る直線 ℓ で長方形 OABC を分けるとき, 直線 ℓ の式を求めなさい。

(埼玉県 2003 年度)



解答欄

$y=$

解答

$$y=x-2$$

解説

直線 ℓ と x 軸との交点を S とする。

QS // PR ならば $\triangle PQR = \triangle PSR$ となり左右それぞれの部分の面積は変わらない。

直線 PR の傾きは $\frac{4-0}{6-4} = 2$ より直線 QS の式を $y=2x+b$ とおくと

$$\text{点 } Q(3, 2) \text{ を通るから } 2=2 \times 3+b \quad b=-4$$

$$\text{よって } y=2x-4$$

この式に $y=0$ を代入して $x=2$

したがって直線 ℓ は2点 P(6, 4), S(2, 0) を通るから $y=x-2$

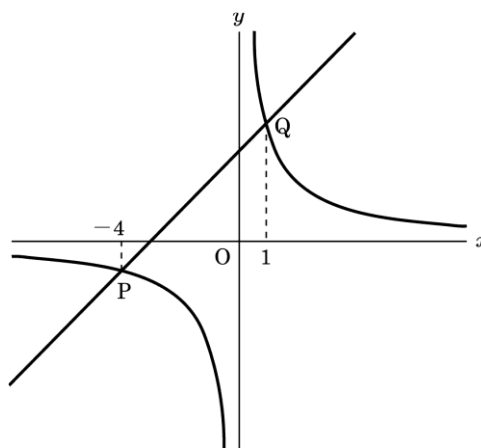
【問 8】

図のように、双曲線 $y = \frac{4}{x}$ と直線 $y = x + a$ (a は定数) のグラフが2点 P, Q で交わっていて、 P, Q の x 座標はそれぞれ $-4, 1$ である。このとき、次の①, ②の問いに答えなさい。

(新潟県 2003 年度)

① a の値を求めなさい。

② 線分 PQ の長さを求めなさい。



解答欄

①	$a =$
②	

解答

① $a = 3$

② $5\sqrt{2}$

解説

①

点 Q の y 座標は双曲線の式 $y = \frac{4}{x}$ に $x = 1$ を代入して $y = \frac{4}{1} = 4$

点 $Q(1, 4)$ は直線 $y = x + a$ 上の点でもあるから $4 = 1 + a$ より $a = 3$

②

点 P の y 座標は直線 $y = x + 3$ の式に $x = -4$ を代入して $y = -4 + 3 = -1$

線分 PQ の長さ、つまり2点 $P(-4, -1), Q(1, 4)$ 間の距離は

三平方の定理により

$$PQ^2 = \{1 - (-4)\}^2 + \{4 - (-1)\}^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

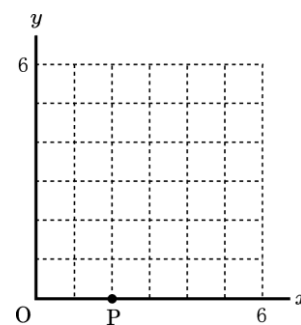
$$PQ > 0 \text{ だから } PQ = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

【問 9】

座標平面上に点 $P(2, 0)$ をとる。また, A, B2つのさいころを同時に投げ, A の出た目の数を x , B の出た目の数を y として点 $Q(x, y)$ をとる。

(長野県 2003 年度)

- ① $x=4, y=3$ であった。PQ 間の距離を求めなさい。



- ② PQ 間の距離を求めると, その値が整数になる場合がある。その確率を求めなさい。

解答欄

①	
②	

解答

① $\sqrt{13}$

② $\frac{2}{9}$

解説

①

点 Q の座標は, $(4, 3)$ である。

三平方の定理により

$$PQ^2 = (4-2)^2 + (3-0)^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

$$PQ = \sqrt{13}$$

②

点 Q の座標が $(5, 4)$, または, $(6, 3)$ のとき, $PQ^2=25$ となり PQ 間の距離は整数の値 5 をとることに注意する。

PQ 間の距離が整数になるのは全部で8通りあるから求める確率は $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

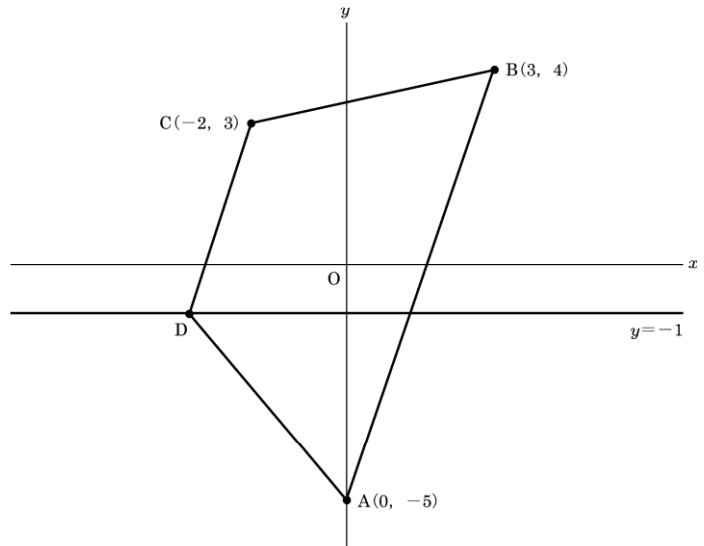
【問 11】

図のように、3点 $A(0, -5)$, $B(3, 4)$, $C(-2, 3)$ と直線 $y = -1$ 上の点 D がある。これらの点を結んでできる四角形 $ABCD$ が、 $AB \parallel DC$ の台形になるとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2003 年度)

① 直線 AB の式を求めなさい。

② 点 D の座標を求めなさい。



解答欄

①	$y =$
②	$D (\quad , \quad)$

解答

① $y = 3x - 5$

② $D (-\frac{10}{3}, -1)$

解説

①

直線 AB は切片 -5 , 傾き $\frac{4 - (-5)}{3 - 0} = 3$ より $y = 3x - 5$

②

$AB \parallel DC$ より直線 DC の傾きは 3 , 直線の式を $y = 3x + b$ とおく。

直線 DC は点 $C(-2, 3)$ を通るから $x = -2$, $y = 3$ を代入して

$$3 = 3 \times (-2) + b$$

$$b = 9$$

$y = 3x + 9$ に $y = -1$ を代入して

$$-1 = 3x + 9$$

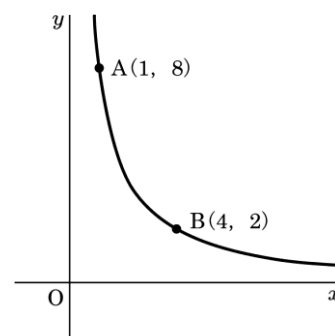
$$x = -\frac{10}{3}$$

よって $D(-\frac{10}{3}, -1)$

【問 12】

図の曲線は、 x の変域が $x > 0$ のときの関数 $y = \frac{8}{x}$ のグラフであり、2点 A(1, 8), B(4, 2) は、この曲線上の点である。原点を O として、各問いに答えよ。

(奈良県 2003 年度)



- (1) この曲線上には、 x 座標、 y 座標がともに自然数である点は、A, B を含めていくつあるか。
- (2) 2点 A, B を通る直線の式を求めよ。
- (3) y 軸上に点 P をとり、 $\triangle OBP$ と $\triangle AOB$ の面積が等しくなるようにする。このとき、点 P の y 座標をすべて求めよ。
- (4) 「1辺が x cm の正方形の周りの長さは y cm である。」は、 y を x の式で表すと、 $y = 4x$ となる例である。 y を x の式で表すと、 $y = \frac{8}{x}$ となる例を、「時速」、「時間」、「道のり」の語を用いて1つ書け。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	

解答

(1) 4つ (2) $y = -2x + 10$ (3) $-\frac{15}{2}, \frac{15}{2}$

(4) 8km の道のりを、時速 x km で歩くと、 y 時間かかる。

解説

(1) x 座標が 8 の約数であるとき、その点は y 座標も自然数になる。8 の約数は、1, 2, 4, 8 の4つある。

(2) 直線の式を $y = ax + b$ とおき、この式に点 A, B の座標をそれぞれ代入すると、

$$8 = a + b \cdots \text{①}, \quad 2 = 4a + b \cdots \text{②} \quad \text{①} - \text{②} \text{より}, \quad 6 = -3a, \quad a = -2$$

$a = -2$ を①に代入すると、 $8 = -2 + b$ より、 $b = 10$ よって、求める直線の式は、 $y = -2x + 10$

(3) 点 A を通り直線 OB: $y = \frac{1}{2}x$ に平行な直線と、 y 軸との交点を P とすると、 $\triangle OBP = \triangle AOB$ となる。

傾きが $\frac{1}{2}$ である直線の式を $y = \frac{1}{2}x + b$ とおき、この式に点 A(1, 8)の座標を代入すると、 $8 = \frac{1}{2} \times 1 + b$ より、

$$b = \frac{15}{2} \text{ したがって、点 P の } y \text{ 座標は } \frac{15}{2} \text{ であればよい。}$$

また、点 P' が y 軸上の点で、 $OP = OP'$ のときも、 $\triangle OBP' = \triangle AOB$ となる。

このときの点 P' の y 座標は、 $-\frac{15}{2}$ である。

(4) 8 km の道のりを、時速 x km で歩くと、 y 時間かかる。

【問 13】

図1のように、四角形 OABC は、線分 OB を対角線とする平行四辺形で、点 O の座標は(0, 0)、点 A の座標は(1, 0)、点 B の座標は(2, 6)である。また、正しく作られた大小2つのさいころを同時に投げ、大きいさいころの出目の数を a 、小さいさいころの出目の数を b とし、その a, b の値に対して、直線 $y=ax+b$ を考えることにする。

このとき、次の①では指示に従って答え、②～⑤では に適当な数を書き入れなさい。

(岡山県 2003 年度)

図1

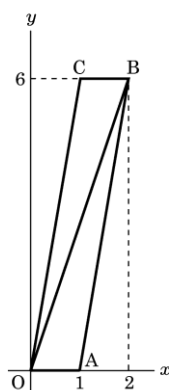
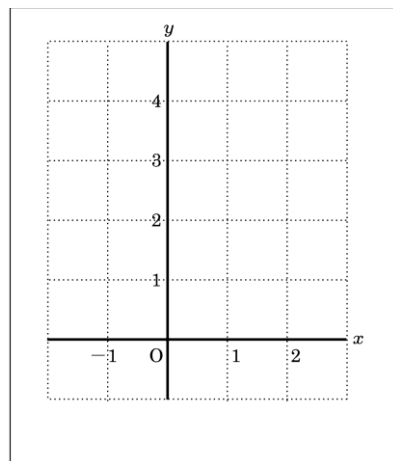


図2



① 大きいさいころの出目の数が 2、小さいさいころの出目の数が 3 であるときにできる直線のグラフを、図2にかき入れなさい。

② 線分 OB に平行な直線 $y=ax+b$ ができるのは、大きいさいころの出目の数が のときである。

③ 直線 $y=ax+b$ は、全部で 本できる。

④ 線分 OB と交わる直線 $y=ax+b$ は、全部で 本できる。ただし、直線 $y=ax+b$ が、線分 OB の両端の点(点 O または点 B)を通るときも、線分 OB と交わる考える。

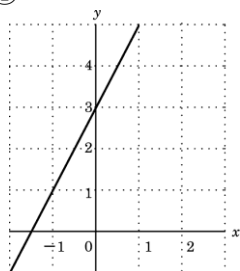
⑤ 四角形 OABC の面積を2等分する直線 $y=ax+b$ ができる確率は である。

解答欄

①	図2に記入しなさい。
②	
③	
④	
⑤	

解答

①



② 3

③ 36

④ 6

⑤ $\frac{1}{18}$

解説

①

$y=2x+3$ のグラフは傾きが2, 切片が3の直線だから解答欄のグラフのようになる。

②

平行な2直線の傾きは等しい。

直線 OB の傾きは $\frac{6}{2}=3$ であるから線分 OB に平行な直線の傾きは3である。

③

a, b の値はそれぞれ6通りあるから直線 $y=ax+b$ は全部で $6 \times 6 = 36$ 本できる。

④

直線 OB の傾きは3であるから, $a \geq 3$ のとき線分 OB と交わる直線 $y=ax+b$ はない。

$a=1$ のとき, $b=1, 2, 3, 4$ であれば交わる。

$a=2$ のとき, $b=1, 2$ であれば交わる。

以上より, 線分 OB と交わる直線 $y=ax+b$ は全部で6本できる。

⑤

四角形 OABC は平行四辺形だから, その面積を2等分する直線は, 対角線の交点を通る。

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから線分 OB の中点は, $(1, 3)$ となる。

$y=ax+b$ は, この点を通るから $3=a+b$

これを満たす a, b の値の組は $(a, b) = (1, 2), (2, 1)$ の2通りある。

さいころの目の出方は全部で 36 通りだから求める確率は $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

【問 14】

a, b を 2 以上の整数として, y 座標がつねに 1 である点を $P(a, 1)$, x 座標がつねに 1 である点を $Q(1, b)$ とする。原点を O として, 図 I のように OP, OQ をとより合う 2 辺とする平行四辺形 $OPRQ$ の面積を S , この平行四辺形の内部(頂点および辺上の点は除く)に含まれる x 座標, y 座標がともに整数となる点の個数を N とする。

このとき, 次の各問いに答えなさい。

(鳥取県 2003 年度)

問1. 図 II のように, $a=4, b=3$ のとき, 個数 N の値を求めなさい。

問2. $N=6$ となる平行四辺形 $OPRQ$ を 1 つかきなさい。

問3. 面積 S を a, b を用いて表しなさい。

問4. 個数 N を a, b を用いて表しなさい。
また, S を N を用いて表しなさい。

図 I

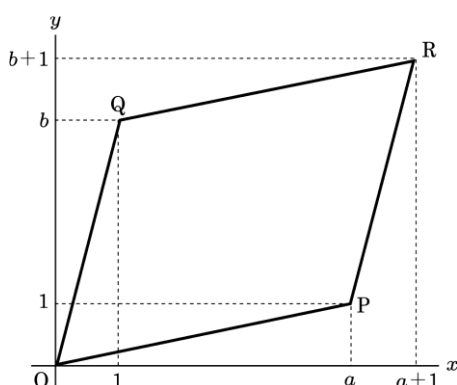
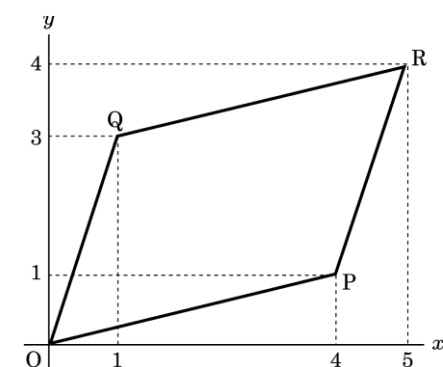


図 II



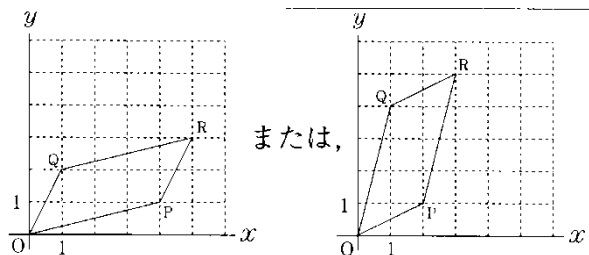
解答欄

問1	$N=$
問2	
問3	$S=$
問4	$N=$
	$S=$

解答

問1 $N=10$

問2



問3 $S=ab-1$,

問4 $N=ab-2$, $S=N+1$

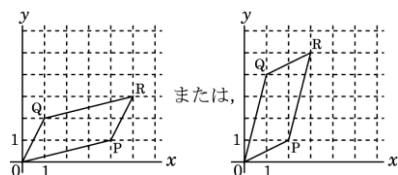
解説

問1

この平行四辺形の内部に含まれる点の座標は

$(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 2), (4, 3)$ だから $N=10$

問2



問3

図 I で、 O と R を結び $T(a, 0)$, $U(a+1, 0)$ とおく。

$$\begin{aligned}\triangle OPR &= \triangle OUR - \triangle OTP - \text{台形 } PTUR = \frac{1}{2}(a+1)(b+1) - \frac{1}{2} \times a \times 1 - \frac{1}{2} \times (1+b+1) \times (a+1-a) \\ &= \frac{1}{2} \{ab + a + b + 1 - a - (b+2)\} = \frac{1}{2}(ab-1)\end{aligned}$$

よって平行四辺形 $OPRQ = \triangle OPR + \triangle OQR = 2\triangle OPR$ より $S=ab-1 \cdots \textcircled{1}$

問4

図 I で直線 $y=1$ 上には頂点 P を含めて a 個の点があり、直線 $y=b$ 上には頂点 Q を含めて a 個の点がある。

同様に、直線 $y=2, y=3, \cdots \textcircled{1}, y=b-1$ 上にもそれぞれ a 個ずつ点があるから全部で、 ab 個となる。

よって N の値は、頂点 P と Q の2個を除いて $N=ab-2 \cdots \textcircled{2}$

また、 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ より、 $S-N=1$

したがって $S=N+1$

【問 15】

図の直線 ℓ と直線 m は、原点 O を通る直線 $y=x$ を対称の軸として線対称である。

直線 ℓ の式を $y = \frac{2}{3}x + b$ ($b > 0$) とし、直線 ℓ と直線 m との交点を A 、直線 ℓ と y 軸との交点を B 、直線 m と x 軸との交点を C とする。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(佐賀県 2003 年度)

(1) $b=2$ のとき、次の(ア)～(エ)の各問いに答えなさい。

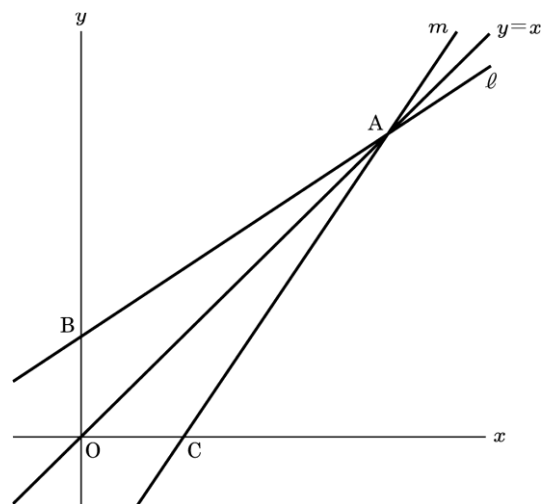
(ア) 点 C の x 座標を求めなさい。

(イ) 点 A の座標を求めなさい。

(ウ) 直線 m の式を求めなさい。

(エ) 四角形 $ABOC$ の面積を求めなさい。

(2) 四角形 $ABOC$ の面積が 54 となるときの、 b の値を求めなさい。



解答欄

(1)	(ア)	
	(イ)	(,)
	(ウ)	
	(エ)	
(2)		

解答

(1)

(ア) 2

(イ) (6, 6)

(ウ) $y = \frac{3}{2}x - 3$

(エ) 12

(2) $3\sqrt{2}$

解説

(1)

(ア)

OC=OB=2 より点 C の x 座標は 2

(イ)

$y = x$ と $y = \frac{2}{3}x + 2$ より y を消去し, $x = \frac{2}{3}x + 2 \quad x = 6$

よって A(6, 6)

(ウ)

直線 m の式を $y = px + q$ とおくと 2 点 A, C を通るから, $6 = 6p + q, 0 = 2p + q$

この連立方程式を解いて $p = \frac{3}{2}, q = -3$

よって $y = \frac{3}{2}x - 3$

(エ)

四角形 ABOC = $2\triangle AOB = 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 6 = 12$

(2)

$y = x$ と $y = \frac{2}{3}x + b$ より, y を消去して

$x = \frac{2}{3}x + b$

$\frac{1}{3}x = b$

$x = 3b$

よって A(3b, 3b)

四角形 ABOC = $2\triangle AOB = 2 \times \frac{1}{2} \times b \times 3b = 3b^2$

したがって $3b^2 = 54 \quad b^2 = 18$

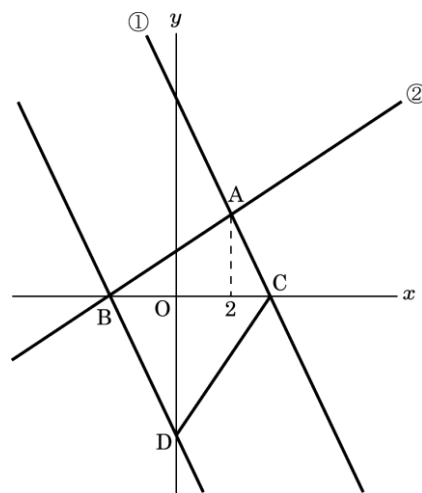
$b > 0$ より

$b = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

【問 16】

図のように、2つの直線 $y = -2x + 7$ …①, $y = ax + \frac{5}{3}$ (a は定数) …②
がある。点 A は直線①と直線②との交点で、点 A の x 座標は 2 である。
点 B は直線②と x 軸との交点、点 C は直線①と x 軸との交点である。ま
た、点 B を通り、直線①に平行な直線と y 軸との交点を D とする。このと
き、次の各問いに答えなさい。

(熊本県 2003 年度)



(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線 BD の式を求めなさい。

(3) 点 P を直線①上にとり、P の x 座標を t ($t > 2$) とするとき、 $\triangle PAB$ と四角形 ABDC の面積が等しくなるような t の値を求めなさい。

解答欄

(1)	$a =$
(2)	$y =$
(3)	$t =$

解答

(1) $a = \frac{2}{3}$ (2) $y = -2x - 5$ (3) $t = 6$

解説

(1) ①に $x = 2$ を代入して $y = -2 \times 2 + 7 = 3$ より A(2, 3)

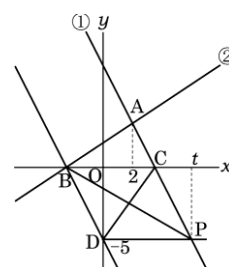
②は点 A を通るから②に $x = 2, y = 3$ を代入して $3 = a \times 2 + \frac{5}{3}$ よって $a = \frac{2}{3}$

(2) ②に $y = 0$ を代入して $0 = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ $x = -\frac{5}{2}$ より B($-\frac{5}{2}$, 0) 直線 BD は①と平行だから傾きは -2 より $y = -2x + b$ とおける。

点 B を通るから、 $x = -\frac{5}{2}, y = 0$ を代入して、 $0 = -2 \times (-\frac{5}{2}) + b$ $b = -5$ よって、 $y = -2x - 5$

(3) $\triangle PAB = \triangle ABC + \triangle BCP$, 四角形 ABDC = $\triangle ABC + \triangle BCD$ だから、 $\triangle PAB$ と四角形 ABDC の面積が等しくなるには、 $\triangle BCP = \triangle BCD$ となればよい。

BC // DP ならば、 $\triangle BCP = \triangle BCD$ となる。D(0, -5)より、点 P の y 座標は -5 だから、①の式に $x = t, y = -5$ を代入して、 $-5 = -2t + 7$ $t = 6$



【問 17】

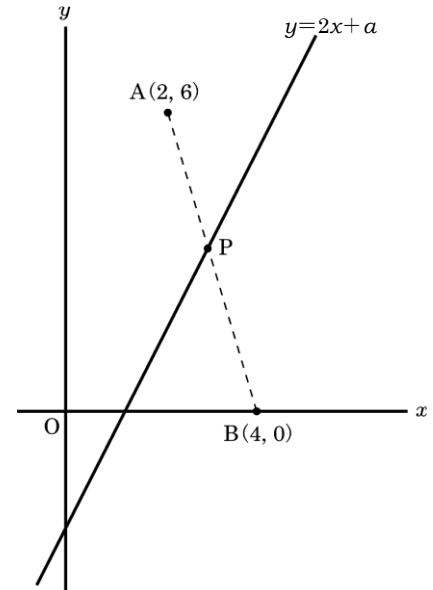
図のように、傾きが 2、切片が a である直線 $y=2x+a$ と 2 点 $A(2, 6)$, $B(4, 0)$ がある。このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2003 年度)

問1. $y=2x+a$ が点 $A(2, 6)$ を通るとき、 a の値を求めなさい。

問2. 2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

問3. 直線 $y=2x+a$ と線分 AB の交点を P とする。原点 O と 2 点 B, P を結んでできる $\triangle POB$ の面積が 6 となる時、 a の値を求めなさい。



解答欄

問1	$a=$
問2	$y=$
問3	$a=$

解答

問1 $a=2$

問2 $y=-3x+12$

問3 $a=-3$

解説

問1

点 $A(2, 6)$ を $y=2x+a$ に代入 $6=4+a$ $a=2$

問2

$y=ax+b$ とおき、 $A(2, 6)$ を代入 $6=2a+b$ …① $B(4, 0)$ を代入 $0=4a+b$ …②

①, ②を連立方程式として解くと $a=-3$ $b=12$

よって直線の式は $y=-3x+12$

問3

点 $P(x, y)$ とし、 $\triangle POB$ の面積を OB を底辺として考えてみると

$4 \times y \div 2 = 2y = 6$ $y = 3$ また、 P は $y=-3x+12$ の線分 AB 上の点なので

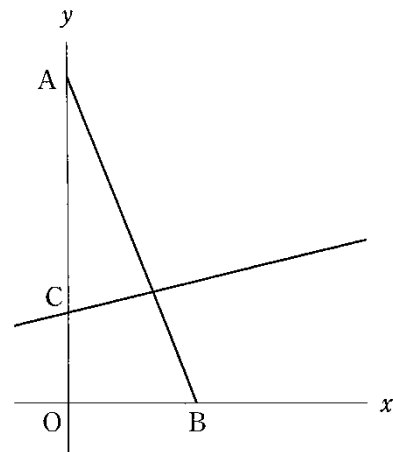
$y=3$ を代入し、 $3=-3x+12$ $x=3$

よって点 $P(3, 3)$ 、この値を $y=2x+a$ に代入し $3=6+a$, $a=-3$

【問 18】

右の図で、点 A, B, C の座標は、それぞれ $A(0, 12)$, $B(6, 0)$, $C(0, 3)$ です。点 C を通り、 $\triangle AOB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

(埼玉県 2004 年度)



解答欄

解答

$$y = \frac{1}{4}x + 3$$

解説

$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36$ 求める直線と AB との交点を P とすると $\triangle ACP = 18$ となればよい。

$$\triangle ACP = \frac{1}{2} \times AC \times (\text{点 P の } x \text{ 座標}) = \frac{1}{2} \times 9 \times (\text{点 P の } x \text{ 座標}) = 18$$

よって点 P の x 座標 $= 4$

また直線 AB の式は $y = -2x + 12$ だから $P(4, 4)$ となる。

したがって求める直線の式は $y = \frac{1}{4}x + 3$

【問 19】

右の図 1 で、点Oは原点、点Aの座標は(0, 6)、直線 ℓ は一次関数 $y = \frac{1}{2}x$ のグラフを表している。

点Bは直線 ℓ 上にあり、 x 座標は 8 である。点Pは直線 ℓ 上にあり、 x 座標が正の数で、点Bから原点の方向へ動く。2 点A, Bを結ぶ。2 点A, Pを通る直線を m とする。座標軸の 1 目盛りを 1 cm として、次の各問に答えよ。

(東京都 2004 年度)

〔問 1〕 点Pが点Bにあるとき、直線 m の式を求めよ。

〔問 2〕 図 1 において、 $\triangle AOP$ の面積と $\triangle APB$ の面積の比が 3:1 となるとき、点Pの座標を求めよ。

〔問 3〕 右の図 2 は、図 1 において、直線 m の傾きが -2 の場合を表している。このとき、 $\triangle APB$ の面積は何 cm^2 か。

図 1

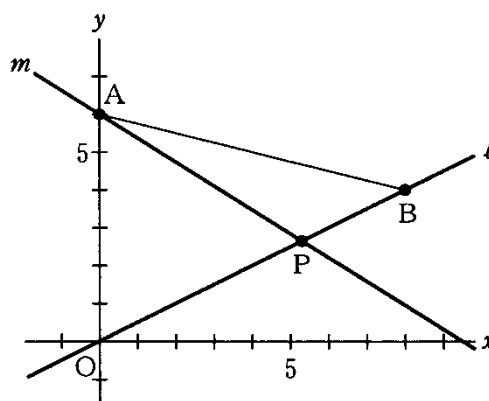
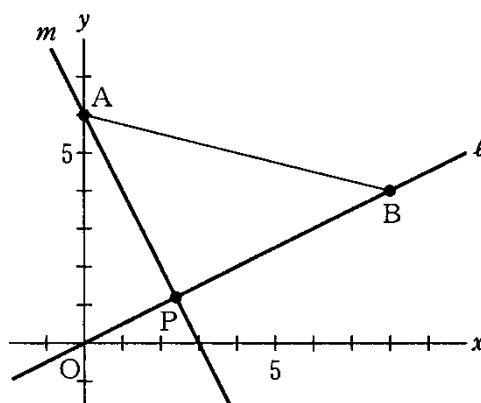


図 2



解答欄

〔問1〕	
〔問2〕	
〔問3〕	

解答

〔問1〕 $y = -\frac{1}{4}x + 6$

〔問2〕 (6, 3)

〔問3〕 $\frac{84}{5} \text{ cm}^2$

解説

〔問1〕

直線 m は, A(0, 6), B(8, 4)を通るから $y = ax + 6$ とおく。

これに, $x = 8, y = 4$ を代入して

$$4 = 8a + 6, a = -\frac{1}{4}$$

$$\text{よって } y = -\frac{1}{4}x + 6$$

〔問2〕

$$\triangle AOP : \triangle APB = 3 : 1 \text{ より}$$

$$OP : PB = 3 : 1$$

$$8 \times \frac{3}{3+1} = 6, 4 \times \frac{3}{3+1} = 3$$

よって P(6, 3)

〔問3〕

直線 m は, 傾き -2 , 切片 6 より, $y = -2x + 6$

直線 l と直線 m の交点 P の x 座標は

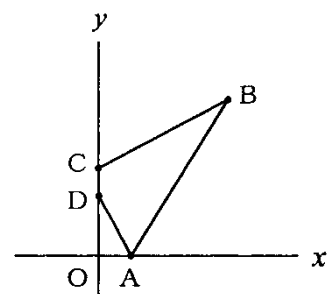
$$-2x + 6 = \frac{1}{2}x \text{ より } x = \frac{12}{5}$$

$$\triangle APB = \triangle AOB - \triangle AOP = 6 \times 8 \times \frac{1}{2} - 6 \times \frac{12}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{84}{5} \text{ cm}^2$$

【問 20】

図で、O は原点、点 A、B の座標はそれぞれ(1, 0), (4, 5)で、C、D は y 軸上の点である。次の①, ②の問いに答えよ。

(愛知県 2004 年度 A)



① 直線 BA の式を求めよ。

② D の y 座標は正であり、C の y 座標は D の y 座標より常に1だけ大きい。四角形 ABCD の周の長さが最小となるときの点 C の座標を求めよ。

解答欄

①	
②	

解答

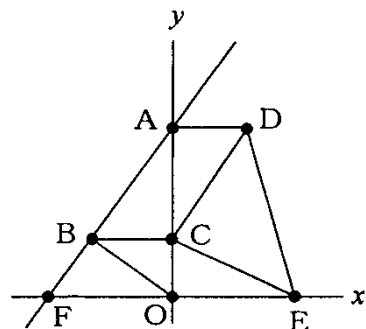
① $y = \frac{5}{3}x - \frac{5}{3}$

② $(0, \frac{9}{5})$

【問 21】

図で、 O は原点、 A 、 C は y 軸上の点、 E は x 軸上の点で x 座標は正であり、 $BC \parallel OE$ である。四角形 $ABCD$ は平行四辺形であり、 F は直線 AB と x 軸との交点である。点 A 、 B の座標がそれぞれ $(0, 6)$ 、 $(-2, 2)$ のとき、次の①、②の問いに答えよ。

(愛知県 2004 年度 B)



① 点 F の座標を求めよ。

② 平行四辺形 $ABCD$ の面積と四角形 $BOEC$ の面積が等しいとき、直線 DE の式を求めよ。

解答欄

①	
②	

解答

① $(-3, 0)$

② $y = -\frac{3}{2}x + 9$

解説

①

2 点 A 、 B を通る直線の式は $y = ax + b$ に $(0, 6)$ 、 $(-2, 2)$ を代入すると、 $y = 2x + 6$ となる。

これに $y = 0$ を代入すると $x = -3$

よって $F(-3, 0)$

②

平行四辺形 $ABCD$ の面積は $2 \times 4 = 8$

四角形 $BOEC$ において $OE = x$ とすると $\frac{1}{2} \times (2 + x) \times 2 = 8$ $x = 6$

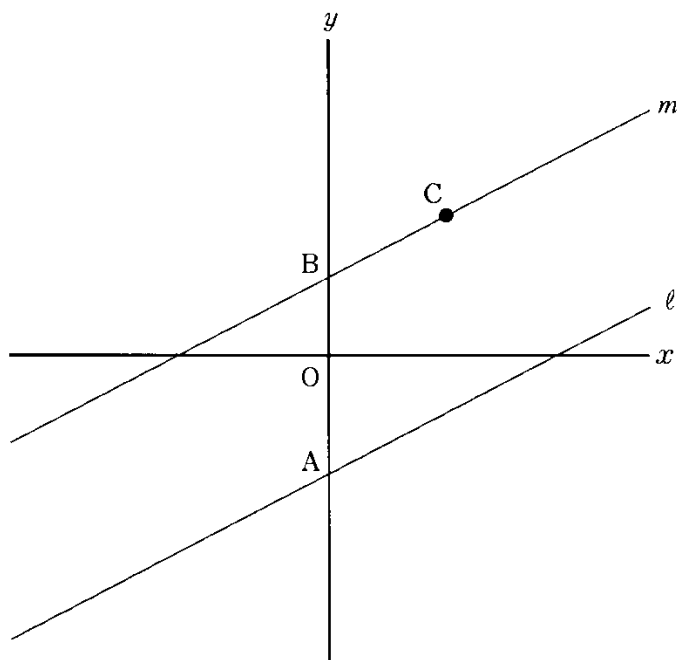
よって $E(6, 0)$ $D(2, 6)$ と $E(6, 0)$ を通る直線の式は $y = ax + b$ の式にそれぞれ代入して計算すると

$a = -\frac{3}{2}$ 、 $b = 9$ となる。

よって $y = -\frac{3}{2}x + 9$

【問 22】

下の図のように、点 $A(0, -3)$ を通り傾きが $\frac{1}{2}$ の直線 ℓ ，点 $B(0, 2)$ を通り直線 ℓ に平行な直線 m ，直線 m 上を動く点 C があります。



これについて、次の(1)～(3)に答えなさい。

(広島県 2004 年度)

(1) 直線 ℓ の式を求めなさい。

(2) 点 C と y 軸との距離が、線分 AB の長さと等しくなるような点 C の x 座標を、すべて求めなさい。

(3) $AC \perp BC$ となるとき、線分 AC と線分 BC の長さの比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答

(1) $y = \frac{1}{2}x - 3$

(2) 5, -5

(3) $AC:BC=2:1$

解説

(1)

傾きが $\frac{1}{2}$, 切片が -3 の直線の式を求めればよい。

(2)

線分 AB の長さは 5。

点 c と y 軸との距離は点 c の x 座標の絶対値に等しいので

点 c の x 座標が 5 と -5 のとき線 AB と等しくなる。

(3)

直線 l と x 軸との交点を D, 直線 m と x 軸との交点を E とする。

$\angle BOE = \angle BCA = 90^\circ$, $\angle OBE = \angle CBA$ (共通) より $\triangle BOE \sim \triangle BCA$

$\angle BOE = \angle AOD = 90^\circ$, $\angle BEO = \angle ADO$ (平行線の錯角) より $\triangle BOE \sim \triangle AOD$

よって $\triangle BCA \sim \triangle AOD$

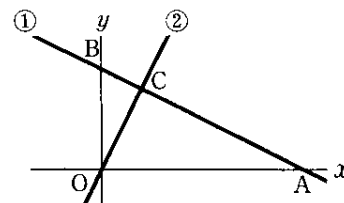
直線 l の傾きが $\frac{1}{2}$ なので $DO:AO=2:1$

したがって $AC:BC=DO:AO=2:1$

【問 23】

右の図のように、2 点 $A(4, 0)$, $B(0, 2)$ を通る直線①と、原点を通る右上がりの直線②があり、直線①, ②は点 C で交わっている。 $\triangle OAB \sim \triangle CAO$ であるとき、点 C の座標を求めよ。

(愛媛県 2004 年度)



解答欄

解答

$(\frac{4}{5}, \frac{8}{5})$

解説

直線①は傾きが $\frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$, 切片が 2 のグラフであるから式は $y = -\frac{1}{2}x + 2$ である。

$\triangle OAB \sim \triangle CAO$ ということは

$\angle AOB = \angle ACO = 90^\circ$ なので①と②は垂直に交わっていることになる。

よって②の直線の傾きは 2 となるので式は $y = 2x$ である。

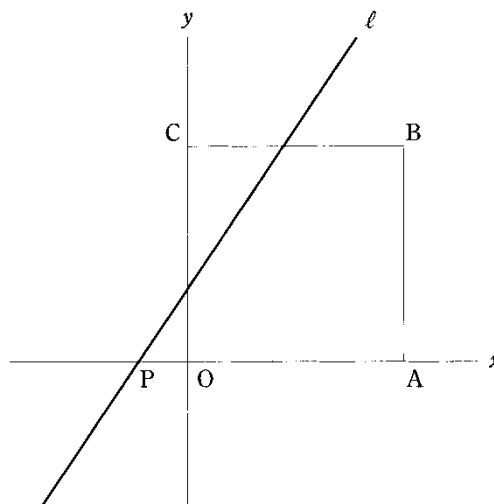
①と②の連立方程式を解くと交点 C の座標は $(\frac{4}{5}, \frac{8}{5})$

【問 24】

右の図のように、原点を O とし、1 辺の長さが 6 の正方形 $OABC$ と直線 ℓ がある。

直線 ℓ の式を $y = \frac{3}{2}x + b$ とし、直線 ℓ と x 軸との交点を P とする。ただし、2 点 A, C はそれぞれ x 軸, y 軸上にあり、点 A の x 座標、点 C の y 座標はともに正の数とする。
このとき、次の(1)～(4)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2004 年度 後期)



(1) 点 B の座標を求めなさい。

(2) 直線 ℓ が点 B を通るとき、次の(ア), (イ)の問いに答えなさい。

(ア) b の値を求めなさい。

(イ) $\triangle ABP$ の面積を求めなさい。

(3) 直線 ℓ によって、正方形 $OABC$ の面積が 2 等分されるとき、 b の値を求めなさい。

(4) 直線 ℓ が辺 BC と交わるとき、その交点を Q とする。2 つの線分 OP, BQ の長さの和が 8 であるとき、 b の値を求めなさい。

解答欄

(1)		
(2)	(ア)	
	(イ)	
(3)		
(4)		

解答

(1) (6, 6)

(2)

(ア) -3

(イ) 12

(3) $-\frac{3}{2}$

(4) $\frac{9}{2}$

解説

(2)

(イ)

$y = \frac{3}{2}x - 3$ で、 $y = 0$ のとき、 $0 = \frac{3}{2}x - 3$ より $x = 2$ となる。

よって P(2, 0)である。

$\triangle ABP$ の底辺を AB とすると高さは AP となり $AP = 4$ である。

$$\triangle ABP = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

(3)

直線 l は、正方形の対角線の交点(3, 3)を通る。

$$3 = \frac{3}{2} \times 3 + b \text{ より } b = -\frac{3}{2}$$

(4)

点 Q は y 座標が 6 なので $6 = \frac{3}{2}x + b$ より $x = \frac{2}{3}(6 - b)$ である。

$$BQ = 6 - \frac{2}{3}(6 - b) \text{ より } BQ = 2 + \frac{2}{3}b$$

また $OP = \frac{2}{3}b$ である。

$$2 + \frac{2}{3}b + \frac{2}{3}b = 8, b = \frac{9}{2}$$

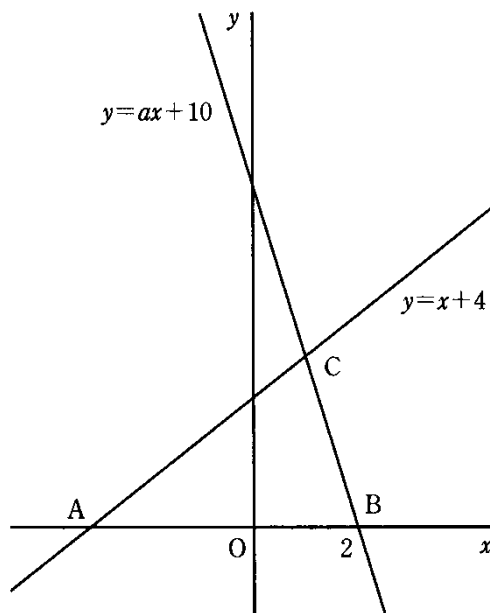
【問 25】

右の図のように、直線 $y=x+4$ と直線 $y=ax+10$ がある。この 2 直線と x 軸との交点をそれぞれ A, B(2, 0) とするとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2004 年度)

問 1 直線 $y = ax+10$ の傾き a の値を求めなさい。

問 2 直線 $y = x+4$ と直線 $y = ax+10$ の交点 C の座標を求めなさい。



問 3 点 C を通り、 $\triangle ABC$ の面積を 3 等分する直線の中で切片が正の数となる直線の式を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 $a = -5$

問2 C(1, 5)

問3 $y = \frac{5}{3}x + \frac{10}{3}$

解説

問1 (2, 0) を通るから $0 = 2a + 10$, $a = -5$

問2 $x + 4 = -5x + 10$ より $x = 1$ よって交点の x 座標は 1

問3 直線 $y = x + 4$ と x 軸との交点だから A(-4, 0) $AB = 2 - (-4) = 6$ だから AB を 3 等分する点の x 座標は、 -2 と 0 求める直線は、切片が正の数だから、この直線は (-2, 0) を通る。

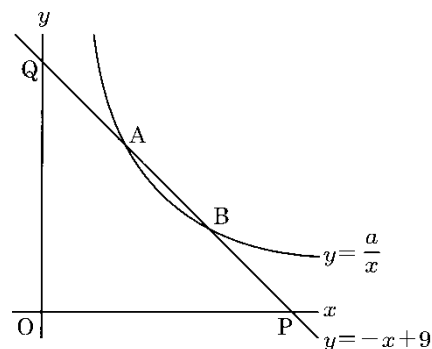
(1, 5) と (-2, 0) を通る直線の式を $y = ax + b$ とする。

$a + b = 5 \cdots \textcircled{1}$, $-2a + b = 0 \cdots \textcircled{2}$ が成り立つので連立して解けばよい。

【問 26】

図で、2点 A, B は、直線 $y = -x + 9$ と反比例 $y = \frac{a}{x}$ ($a > 0$) のグラフとの交点である。直線 $y = -x + 9$ と x 軸, y 軸との交点を、それぞれ P, Q とすると、 $QA = AB = BP$ である。このとき、 a の値を求めなさい。

(山形県 2005 年度)



解答欄

解答

18

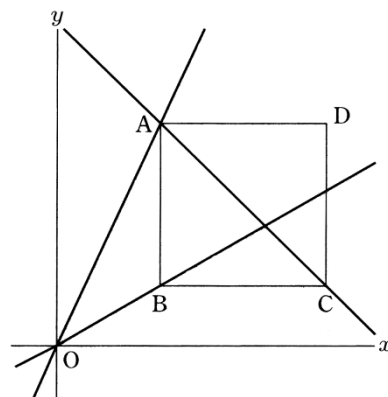
解説

$QA = AB = BP$ より, $A(3, 6)$, $B(6, 3)$ したがって $a = 18$

【問 27】

図のように、関数 $y = 2x$ と $y = \frac{1}{2}x$ のグラフがあり、これらの直線上に、それぞれ x 座標が 2 となる点 A, B をとります。この線分 AB を 1 辺として、正方形 ABCD を、頂点 C の x 座標が 2 より大きくなるように作ります。このとき、直線 AC の式を求めなさい。

(埼玉県 2005 年度)



解答欄

$y =$

解答

$y = -x + 6$

解説

$y = 2x$ と $y = \frac{1}{2}x$ にそれぞれ $x = 2$ を代入して $y = 4$, $y = 1$ よって $AB = 4 - 1 = 3$ $BC = AB = 3$ より C の x 座標は $2 + 3 = 5$ だから $C(5, 1)$ 直線 AC の傾きは -1 だから直線 AC の式を $y = -x + b$ とおくと、これが点 $A(2, 4)$ を通ることから、 $4 = -2 + b$ $b = 6$ よって求める直線の式は $y = -x + 6$

【問 28】

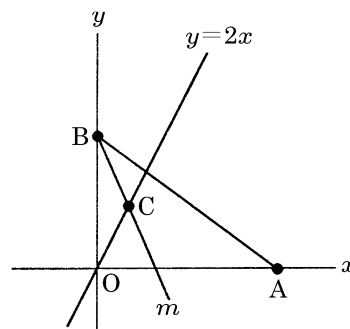
図で、 O は原点、点 A, B の座標はそれぞれ $(4, 0), (0, 3)$ である。 C は $\angle ABO$ の二等分線 m と、関数 $y=2x$ のグラフとの交点である。

このとき、次の①、②の問いに答えよ。

(愛知県 2005 年度 B)

① 直線 BA の式を求めよ。

② 点 C の座標を求めよ。



解答欄

①	$y=$
②	(,)

解答

① $y = -\frac{3}{4}x + 3$

② $(\frac{3}{4}, \frac{3}{2})$

解説

①

直線 BA を $y=ax+b$ とおくと $A(4, 0), B(0, 3)$ を通るので

$$0=4a+b \cdots \text{①}$$

$$3=0 \times a + b \cdots \text{②}$$

①②を連立させて解くと $a = -\frac{3}{4}, b = 3$

よって $y = -\frac{3}{4}x + 3$

②

直線 m と x 軸との交点を P とし、点 P から AB に垂線 PH をひくと、 $\triangle BOP \equiv \triangle BHP$ となる。

$$BH = BO = 3$$

三平方の定理より $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, AH = 5 - 3 = 2$

また、 $OP = HP = x$ とおくと $AP = 4 - x$

$\triangle APH$ において三平方の定理より $x^2 + 2^2 = (4 - x)^2$ これを解いて $x = \frac{3}{2}$ よって $P(\frac{3}{2}, 0)$

直線 m を $y = ax + 3$ とおくと点 P を通るので $0 = \frac{3}{2}a + 3 \quad a = -2$

直線 m は $y = -2x + 3$ となるから連立方程式を利用して $y = 2x$ との交点 C の座標を求めると $C(\frac{3}{4}, \frac{3}{2})$

【問 29】

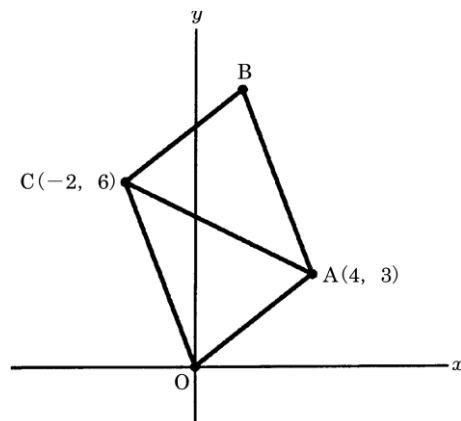
図で、四角形 OABC は平行四辺形である。点 $A(4, 3)$, $C(-2, 6)$ のとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2005 年度)

① 点 B の座標を求めなさい。

② 2点 A, C を通る直線の式を求めなさい。

③ $\triangle OAC$ の面積を求めなさい。



解答欄

①	B(,)
②	$y=$
③	

解答

① $B(2, 9)$

② $y = -\frac{1}{2}x + 5$

③ 15

解説

① 四角形 OABC は平行四辺形であるので、線分 AC と線分 OB の中点は同じ座標である。

AC の中点の座標は $(\frac{4+(-2)}{2}, \frac{3+6}{2})$ より、 $(1, \frac{9}{2})$ である。

これは OB の中点でもあるから、B の座標は $(2 \times 1, 2 \times \frac{9}{2})$ したがって、 $B(2, 9)$

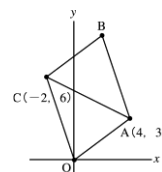
② 2点 A, C を通る直線の式を $y = ax + b$ とおく。

$3 = 4a + b \cdots ①$ $6 = -2a + b \cdots ②$ として、 $① - ②$ より $6a = -3$ $a = -\frac{1}{2}$

これを①(または②)に代入して $b = 5$ したがって求める直線の式は、 $y = -\frac{1}{2}x + 5$ である。

③ $\triangle OAC$ の面積は図のように直線 AC の y 切片を底辺として考えると、底辺が 5 で高さが 2 の三角形と底辺が 5 で高さが 4 の三角形に分けることができる。

よって、 $(\triangle OAC \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times 5 \times (2 + 4) = 15$



【問 30】

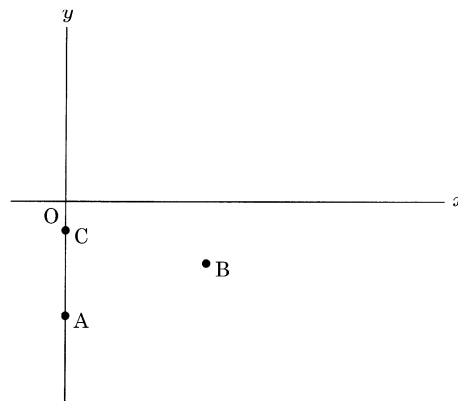
図のように、3点 $A(0, -5)$, $B(6, -2)$, $C(0, -1)$ がある。

次の(1), (2)に答えなさい。

(山口県 2005 年度)

(1) 2点 A , B を通る直線の式を求めなさい。

(2) x 軸上に点 P をとり、 $\triangle ABP$ の面積と $\triangle ABC$ の面積が等しくなるようにしたい。このような点 P の座標を1つ求めなさい。



解答欄

(1)	$y =$
(2)	$P(\quad , \quad)$

解答

(1) $y = \frac{1}{2}x - 5$

(2) $P(2, 0)$ か $(18, 0)$

解説

(1)

$y = ax + b$ とおくと、 $-5 = b \cdots \text{①}$, $-2 = 6a + b \cdots \text{②}$

②に①を代入すると、 $6a = 3$ より $a = \frac{1}{2}$

よって $y = \frac{1}{2}x - 5$

(2)

点 C を通り AB と平行な直線は傾きが $\frac{1}{2}$ で y 切片が -1 より $y = \frac{1}{2}x - 1$

点 P は x 軸上にあるので $y = 0$ を代入すると $x = 2$

よって $(2, 0)$

また y 軸上で点 A を中心に点 C と対象な点 $(0, -9)$ を通り AB と平行な直線は

傾きが $\frac{1}{2}$ で y 切片が -9 より $y = \frac{1}{2}x - 9$

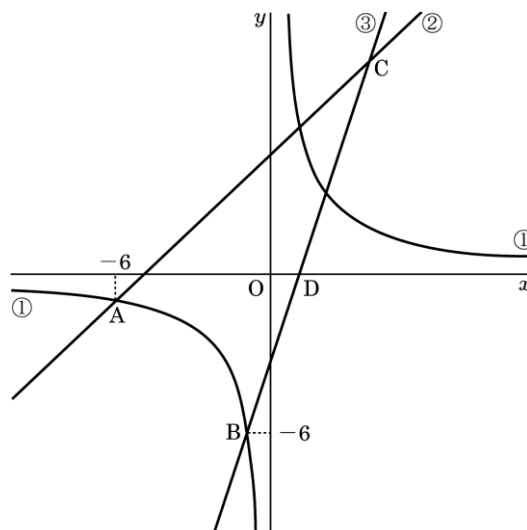
点 P は x 軸上なので $y = 0$ を代入すると $x = 18$

よって $(18, 0)$

【問 31】

図で、①は関数 $y = \frac{a}{x}$ ，②は関数 $y = x + 5$ ，③は関数 $y = 3x - 3$ のグラフである。点 A は①と②の交点で、その x 座標は -6 であり、点 B は①と③の交点で、その y 座標は -6 である。また、②と③の交点を C、③と x 軸の交点を D とする。このとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(高知県 2005 年度)



(1) 定数 a の値を求めよ。

(2) 点 C の座標を求めよ。

(3) 点 D を通り、②に平行な直線が直線 AB と交わる点を E とするとき、線分 DE の長さを求めよ。

解答欄

(1)	$a =$
(2)	(,)
(3)	DE =

解答

(1) $a = 6$

(2) $(4, 9)$

(3) $DE = 4\sqrt{2}$

解説

(1)

②に、点 A の x 座標を代入して、 $y = -6 + 5 = -1$ ($-6, -1$)を①に代入して、 $-1 = \frac{a}{-6}$ $a = 6$

(2)

②、③を連立方程式として解くと、 $x + 5 = 3x - 3$ $2x = 8$ $x = 4$ これを②に代入して $y = 4 + 5 = 9$ よって、 $C(4, 9)$

(3)

ED // AC なので、平行線と比の定理より、ED : AC = BD : BC

3点B, D, Cの y 座標はそれぞれ $-6, 0, 9$ だから、ED : AC = $6 : (6 + 9) = 2 : 5$

A($-6, -1$), C($4, 9$)なので、三平方の定理より、 $AC = \sqrt{(4+6)^2 + (9+1)^2} = 10\sqrt{2}$

よって、 $ED = \frac{2}{5} AC = 4\sqrt{2}$

【問 32】

図のように、原点を O とし、直線 ℓ と直線 m が点 A で交わっている。直線 ℓ の式は $y=2x$ であり、直線 m は傾きが -1 、切片は k である。また、直線 m と x 軸との交点を B 、 y 軸との交点を C とし、 y 軸上に点 $D(0, 2)$ をとる。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。ただし、 $k > 3$ とする。

(佐賀県 2005 年度)

(1) $k=4$ のとき、次の(ア)～(ウ)の各問いに答えなさい。

(ア) 直線 m の式を求めなさい。

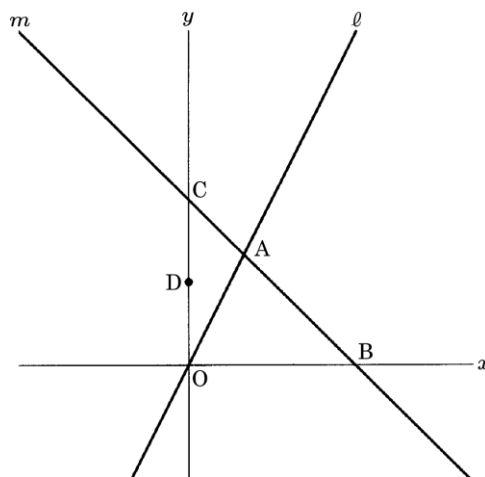
(イ) 点 A の座標を求めなさい。

(ウ) 線分 AC の長さを求めなさい。

(2) 直線 AD と x 軸との交点を E とする。 $AD:DE=1:2$ のとき、次の(ア)、(イ)の問いに答えなさい。

(ア) k の値を求めなさい。

(イ) $\triangle AEB$ の面積は $\triangle OAD$ の面積の何倍か。



解答欄

(1)	(ア)	
	(イ)	(,)
	(ウ)	
(2)	(ア)	
	(イ)	倍

解答

(1)

(ア) $y = -x + 4$

(イ) $(\frac{4}{3}, \frac{8}{3})$

(ウ) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

(2)

(ア) $\frac{9}{2}$

(イ) $\frac{15}{2}$

解説

(1)

(ウ)

直線 m の傾きは -1 なので点 A から y 軸に垂線 AF をひくと

$\triangle ACF$ は $AF = CF$ の直角二等辺三角形になるから $AC = \sqrt{2} AF = \frac{4\sqrt{2}}{3}$

(2)

(ア)

点 A から x 軸に垂線 AG をひく。 $DO \parallel AG$ より $DO : AG = ED : EA = 2 : 3$

$DO = 2$ より, $AG = 3$ よって, $A(\frac{3}{2}, 3)$

直線 $y = -x + k$ が点 A を通ることから, $3 = -\frac{3}{2} + k$ $k = \frac{9}{2}$

(イ)

$\triangle OAD : \triangle OAE = AD : AE = 1 : 3$ より, $\triangle OAE = 3\triangle OAD$

また, $GO : OE = AD : DE = 1 : 2$ より, $OE = 2GO = 3$ だから

$\triangle OAE : \triangle AEB = OE : EB = 3 : (3 + \frac{9}{2}) = 3 : \frac{15}{2} = 2 : 5$

よって $\triangle AEB = \frac{5}{2} \triangle OAE = \frac{5}{2} \times 3\triangle OAD = \frac{15}{2} \triangle OAD$

【問 33】

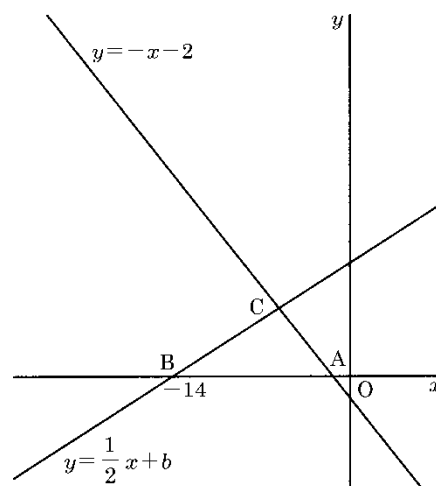
図のように、直線 $y = -x - 2$ と直線 $y = \frac{1}{2}x + b$ がある。

この2直線と x 軸との交点をそれぞれ A, B($-14, 0$) とするとき、次の各問に答えなさい。

(沖縄県 2005 年度)

問1. 直線 $y = \frac{1}{2}x + b$ の切片 b の値を求めなさい。

問2. 直線 $y = -x - 2$ と直線 $y = \frac{1}{2}x + b$ の交点 C の座標を求めなさい。



問3. 点 C を通り、切片が正の数となる直線を ℓ とする。直線 ℓ と直線 $y = -x - 2$ と y 軸とで囲まれた三角形の面積が、 $\triangle ABC$ の面積と等しくなるように、直線 ℓ の式を求めなさい。

解答欄

問1	$b =$
問2	C(,)
問3	$y =$

解答

問1 $b = 7$

問2 C($-6, 4$)

問3 $y = \frac{1}{3}x + 6$

解説

問1 直線 $y = \frac{1}{2}x + b$ と x 軸との交点は B($-14, 0$)だから $0 = \frac{1}{2} \times (-14) + b$ より $b = 7$

問2 $-x - 2 = \frac{1}{2}x + 7$ を解いて、 $x = -6$ よって、C($-6, 4$)

問3 A($-2, 0$)だから、 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \{-2 - (-14)\} \times 4 = 24$

直線 $y = -x - 2$ と y 軸の交点を D, 直線 ℓ と y 軸との交点を P($0, p$) (ただし、 $p > 0$) とすると

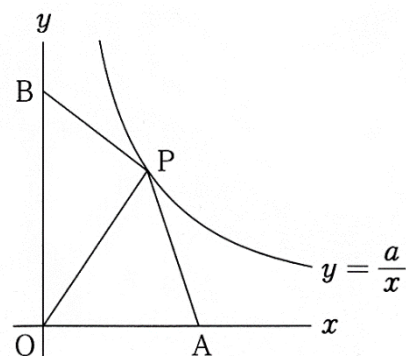
$\triangle PCD = \frac{1}{2} \times (p + 2) \times 6 = 3p + 6$ $\triangle ABC = \triangle PCD$ となるとき、 $3p + 6 = 24$ より、 $p = 6$

よって直線 ℓ の式は傾きが $= \frac{6 - 4}{0 - (-6)} = \frac{1}{3}$ 切片が 6 より $y = \frac{1}{3}x + 6$

【問 34】

図のように、反比例 $y = \frac{a}{x}$ ($a > 0$) のグラフ上に点 P があり、
点 P の x 座標は 4 である。また、 x 軸上の点 (6, 0) を A, y 軸上の点
(0, 9) を B とする。△OAP と △OBP の面積が等しいとき、 a の値を求
めなさい。

(山形県 2006 年度)



解答欄

解答

24

解説

点 P は $y = \frac{a}{x}$ 上の点より、 $P\left(4, \frac{a}{4}\right)$ とおく。

$$\triangle OAP = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{a}{4} = \frac{3}{4}a$$

$$\triangle OBP = \frac{1}{2} \times 9 \times 4 = 18$$

△OAP = △OBP より

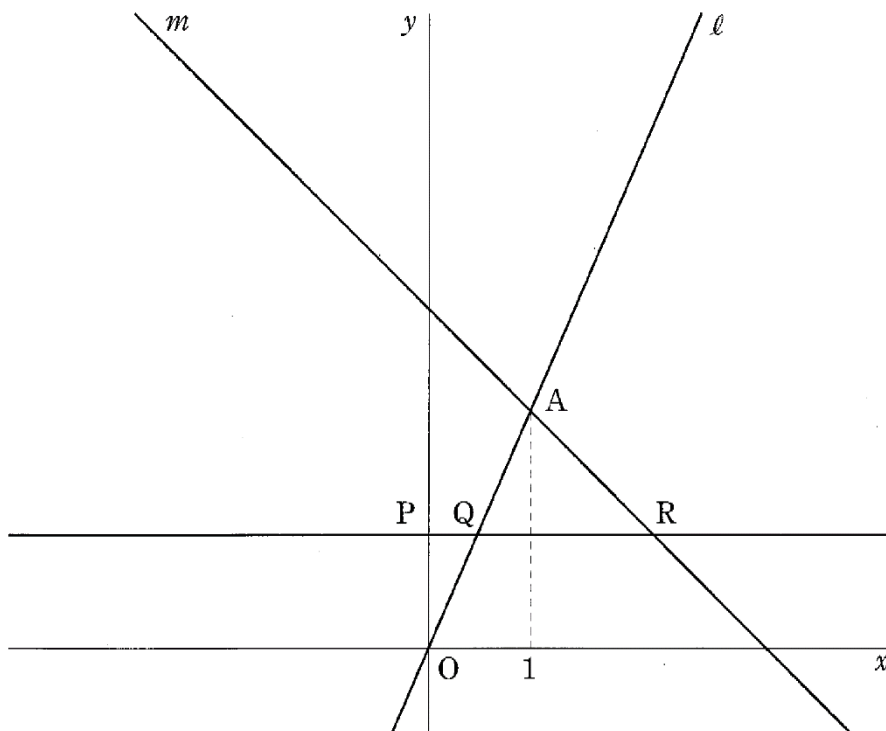
$$\frac{3}{4}a = 18$$

$$a = 24$$

【問 35】

下の図のように、2 直線 l, m があり、 l, m の式はそれぞれ $y=3x, y=-x+b$ である。 l と m との交点を A とする。また、 y 軸上に点 P をとり、 P を通り x 軸に平行な直線と l, m との交点をそれぞれ Q, R とする。点 A の x 座標が 1 であるとき、次の 1, 2 の問いに答えなさい。

(福島県 2006 年度)



問1 直線 m の切片 b の値を求めなさい。

問2 点 P の y 座標を k とする。ただし、 $k > 0$ とする。

(1) $k=1$ のとき、 $\triangle AQR$ の面積を求めなさい。

(2) $\triangle OQP$ の面積と $\triangle AQR$ の面積が等しくなるときの k の値をすべて求めなさい。

解答欄

問1		
問2	(1)	
	(2)	

解答

問1 4

問2

(1) $\frac{8}{3}$

(2) 2, 6

解説

問2

(2)

点 P の y 座標が k のとき, Q, R の y 座標も k だから

ℓ, m の式に代入して, x 座標を k を用いて表すと, 点 Q の x 座標は $\frac{k}{3}$, 点 R の x 座標は $4-k$

$$\text{よって } \triangle OPQ = \frac{1}{2} \times PQ \times OP = \frac{1}{2} \times \frac{k}{3} \times k = \frac{k^2}{6} \cdots \textcircled{1}$$

$$0 < k < 3 \text{ のとき } QR = (4-k) - \frac{k}{3} = 4 - \frac{4}{3}k$$

$$\triangle AQR = \frac{1}{2} \left(4 - \frac{4}{3}k \right) (3-k) = \frac{2}{3}k^2 - 4k + 6 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} = \textcircled{2} \text{ より, } \frac{k^2}{6} = \frac{2}{3}k^2 - 4k + 6 \quad k^2 - 8k + 12 = 0 \quad (k-6)(k-2) = 0$$

k の範囲より $k=2$

$$3 < k \text{ のとき } QR = \frac{k}{3} - (4-k) = \frac{4}{3}k - 4$$

$$\triangle AQR = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3}k - 4 \right) (k-3) = \frac{2}{3}k^2 - 4k + 6$$

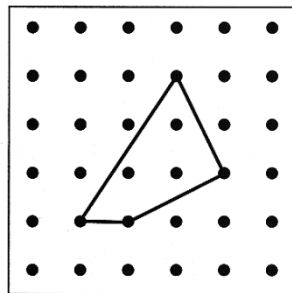
よって②の式と等しくなるので k の範囲より $k=6$

【問 36】

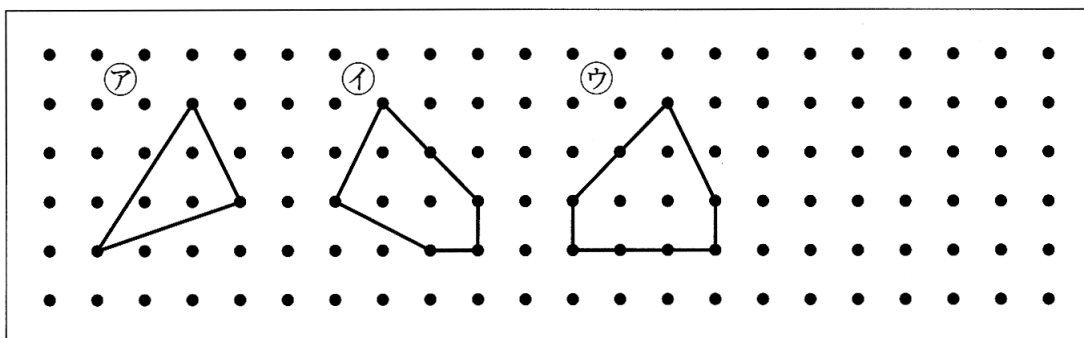
右の図のように、縦、横ともに 1 cm 間隔に並んでいる点がある。正美さんは、これらの点を頂点とする多角形では、「多角形の「内部の点の数」と「周上の点の数」だけが分かれば、「多角形の面積」が求められることを知り、そのことについて調べることにした。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(山梨県 2006 年度)



問1 正美さんは、内部の点の数を 3 個に固定して多角形㉗, ㉘, ㉙をかき、そのときの「周上の点の数」と「多角形の面積」を調べて、下の表にまとめた。



多角形	㉗	㉘	㉙	㉚
周上の点の数 (個)	3	6	8	9
多角形の面積 (cm ²)	3.5	5	6	A

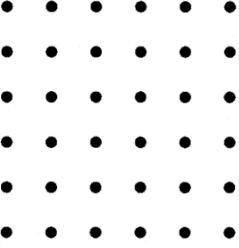
このとき、次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 正美さんにならって、「内部の点の数」が 3 個で、「周上の点の数」が 9 個となる多角形㉚をかきなさい。
また、表中の A の値を求めなさい。

(2) 正美さんは、図や表を見て、「周上の点の数」を x 個、そのときの「多角形の面積」を y cm² とすると、 x が 1 増えると、 y も一定の値だけ増えることに気付いた。その値を求めなさい。また、 y を x の式で表しなさい。
ただし、 x は 3 以上の自然数とすること。

問2 正美さんは、次に、多角形㉙をもとにして、周上の点の数を 8 個に固定し、「内部の点の数」をいろいろと変えて多角形をつくった。そして、「内部の点の数」を x 個、そのときの「多角形の面積」を y cm² とし、 x と y の関係を調べたところ、 y は x の関数になることに気付いた。このとき、 y を x の式で表しなさい。ただし、 x は 0 以上の整数とすること。

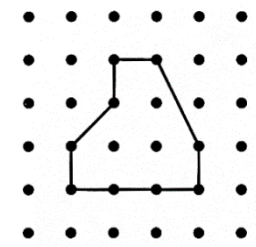
解答欄

問1	(1)	
		A の値
	(2)	一定の値
		$y=$
問2	$y=$	

解答

問1

(1)



A の値 6.5

(2)

一定の値 0.5

$y=0.5x+2$

問2 $y=x+3$

解説

周上の点の数を 8 個に固定したとき, 内部の点の数 x 個と多角形の面積 $y \text{ cm}^2$ の関係は, 表のようになる。
 y は x よりも 3 大きいので $y=x+3$

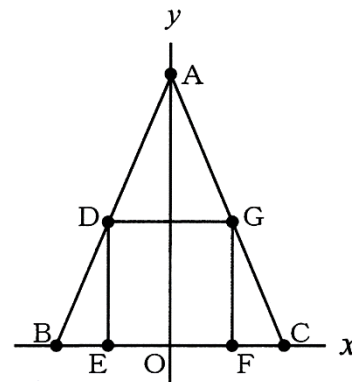
x	2	3	4	5	6	...
y	5	6	7	8	9	...

【問 37】

図で、 O は原点、 A は y 軸上の点、 B, C, E, F は x 軸上の点で、 $EO=OF$ である。また、 D, G はそれぞれ線分 AB, AC 上の点で、四角形 $DEFG$ は正方形である。

点 A, B の座標がそれぞれ $(0, 5), (-2, 0)$ のとき、次の(1), (2)の問いに答えよ。

(愛知県 2006 年度 B)



(1) 直線 AC の式を求めよ。

(2) 点 E の座標を求めよ。

解答欄

(1)	$y =$
(2)	

解答

(1) $y = -\frac{5}{2}x + 5$

(2) $\left(-\frac{10}{9}, 0\right)$

解説

(2)

$F(a, 0)$ とおくと、 $GF=2OF$ より、 $G(a, 2a)$ とおける。

点 G は $y = -\frac{5}{2}x + 5$ 上の点より

$$2a = -\frac{5}{2}a + 5$$

$$a = \frac{10}{9}$$

E は y 軸について F と対称な点より $E\left(-\frac{10}{9}, 0\right)$

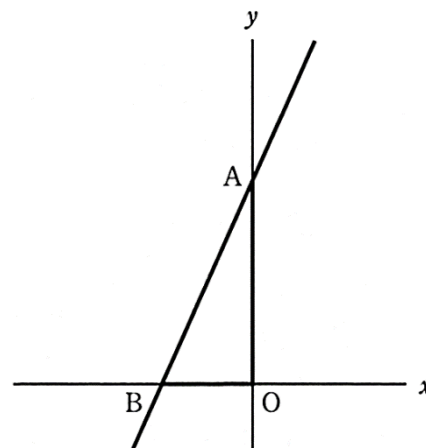
【問 38】

右の図で、 $\triangle OAB$ の頂点 A, B の座標はそれぞれ $(0, 6), (-3, 0)$ である。

このとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2006 年度)

(1) 直線 AB の式を求めなさい。



(2) $\triangle OAB$ を、 y 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) $y = 2x + 6$

(2) 18π

解説

(1)

求める直線の傾きは、 $(6-0) \div \{0-(-3)\} = 2$ $A(0, 6)$ を通るので、切片は 6

よって直線の式は $y = 2x + 6$

(2)

底面の半径 OB 、高さが OA の円すいになるから

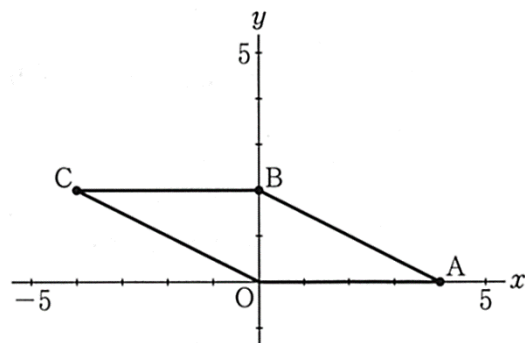
その体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = 18\pi \text{ cm}^3$

【問 39】

右図において、 O は原点である。点 A の座標は $(4, 0)$ であり、点 B の座標は $(0, 2)$ である。四角形 $OABC$ は平行四辺形である。

(大阪府 2006 年度 後期)

- (1) 2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。



- (2) 関数 $y=ax^2$ のグラフが点 C を通るとき、 a の値はいくらですか。 a を定数として求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) $y = -\frac{1}{2}x + 2$

(2) $\frac{1}{8}$

解説

(1)

AB を通る直線の傾きは、 $\frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$ 切片は 2 より $y = -\frac{1}{2}x + 2$

(2)

四角形 $ABCD$ は平行四辺形より、 C の x 座標は $0 - 4 = -4$, y 座標は 2

点 C は $y = ax^2$ 上の点より各座標を代入して $2 = a \times (-4)^2$ $a = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

【問 40】

右の図で、点 O は原点、3 点 A, B, C の座標は、それぞれ(2, 4), (4, 3), (0, 3) である。各問いに答えよ。

(奈良県 2006 年度)

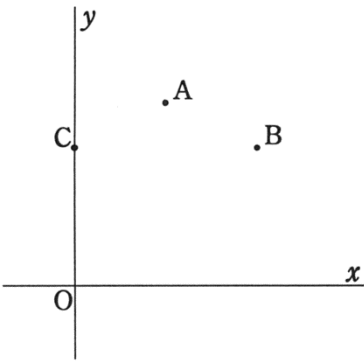
問1 2 点 A, B を通る直線の式を求めよ。

問2 関数 $y=\frac{a}{x}$ のグラフが点 A を通るとき、

(1) a の値を求めよ。

(2) このグラフと直線 BC との交点の座標を求めよ。

問3 直線 OB 上に x 座標が負の数である点 P をとり、四角形 OBAC と△ABP の面積が等しくなるようにする。このとき、点 P の座標を求めよ。



解答欄

問1	$y=$	
問2	(1)	$a=$
	(2)	
問3		

解答

問1 $y = -\frac{1}{2}x + 5$

問2

(1) $a = 8$

(2) $\left(\frac{8}{3}, 3\right)$

問3 $\left(-\frac{12}{5}, -\frac{9}{5}\right)$

解説

問1

2点 A, B を通る直線の式を $y = mx + n$ とおく。

A(2, 4) の座標を代入して $4 = 2m + n \cdots \textcircled{1}$

B(4, 3) の座標を代入して $3 = 4m + n \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ を連立方程式として解くと, $m = -\frac{1}{2}, n = 5$

よって $y = -\frac{1}{2}x + 5$

問2

(1)

$y = \frac{a}{x}$ に A(2, 4) の座標を代入して $4 = \frac{a}{2} \quad a = 8$

(2)

直線 BC の式は $y = 3$ $y = \frac{8}{x}$ に $y = 3$ を代入して $3 = \frac{8}{x} \quad x = \frac{8}{3}$

よって $\left(\frac{8}{3}, 3\right)$

問3

AP と y 軸との交点を Q とすると, (四角形 OBAC) = $\triangle ABP$ より, $\triangle AOB$ が共通なので
(四角形 OBAC) - $\triangle AOB$ = $\triangle ABP$ - $\triangle AOB$

よって $\triangle ACO = \triangle APO$ AO は共通な底辺なので, $AO \parallel CP$ AO の傾きは, $\frac{4}{2} = 2$

よって点 C を通り OA に平行な直線の式は $y = 2x + 3$

この直線と直線 OB $\left(y = \frac{3}{4}x\right)$ の交点が求める点 P だから

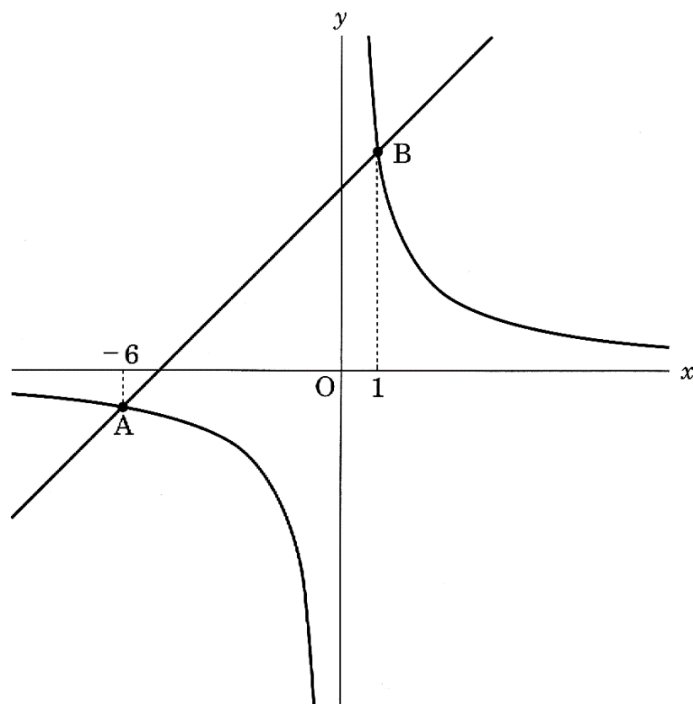
連立方程式を利用して解くと $x = -\frac{12}{5}, y = -\frac{9}{5}$

【問 41】

図のように、関数 $y = \frac{6}{x}$ のグラフ上に
2 点 A, B がある。A, B の x 座標は、そ
れぞれ、 -6 , 1 である。次の問1～問4に
答えなさい。

(徳島県 2006 年度)

問1 点 A の y 座標を求めなさい。



問2 2 点 A, B を通る直線の式を求め
なさい。

問3 関数 $y = \frac{6}{x}$ のグラフ上にある点で、 x 座標と y 座標がともに整数となる点は全部で何個あるか、求めなさい。

問4 直線 AB 上に、点 D をとる。 $\triangle OAB$ と $\triangle ODB$ の面積の比が $3:2$ となる点 D の x 座標を、すべて求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	
問4	

解答

問1 -1

問2 $y=x+5$

問3 8 個

問4 $-\frac{11}{3}$ と $\frac{17}{3}$

解説

問3

6 の約数は 1, 2, 3, 6 の 4 つ。 $x=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$ のとき, $\frac{6}{x}$ は整数になるので 8 個。

問4

$AH \perp BH$ となるように点 H (1, -1) をとる。

D から AH にひいた垂線を DP とすると $DP \parallel BH$ より

$AH:PH=AB:BD$

ここで $AH=1-(-6)=7$

$AB:BD=\triangle OAB:\triangle ODB=3:2$

よって $7:PH=3:2$

$3PH=14$

$PH=\frac{14}{3}$

点 D は線分 AB にある場合と, AB の延長上にある場合があるから

その x 座標は $1 \pm \frac{14}{3} = -\frac{11}{3}, \frac{17}{3}$

【問 42】

右の図のように、点 $A(8, 4)$ を通り、傾きが a の直線 ℓ があり、この直線 ℓ と x 軸、 y 軸との交点をそれぞれ B 、 C とする。

このとき、次の1～4の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2006 年度 後期)

問1 $a=1$ のとき、2 点 B 、 C の座標を求めなさい。

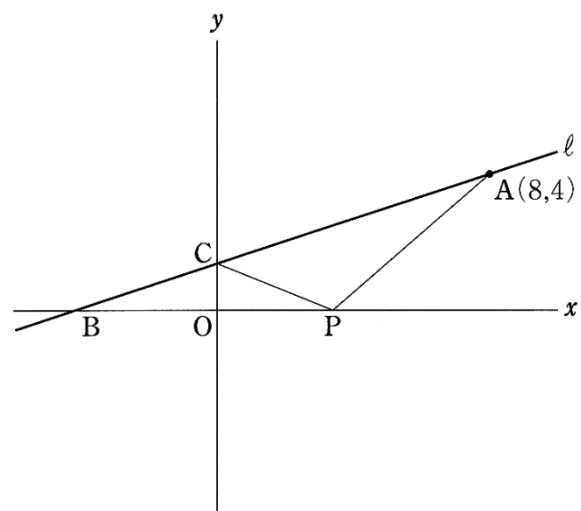
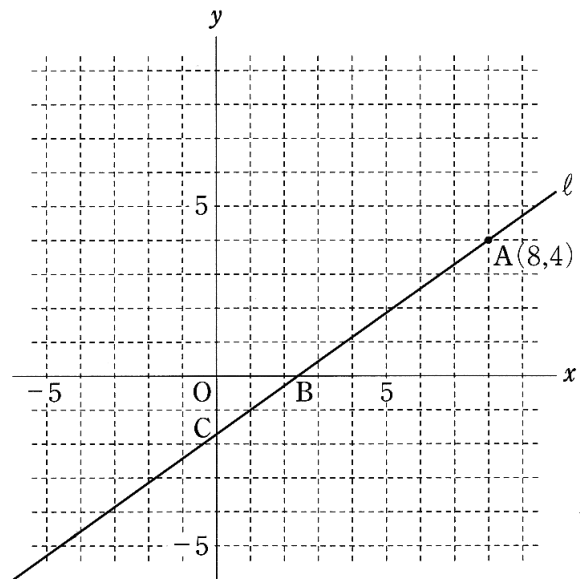
問2 点 C の座標が $(0, 8)$ のとき、直線 ℓ の式を求めなさい。

問3 点 B が x 軸上の $x < 0$ の部分にあり、 $AC:CB=4:1$ であるとき、直線 ℓ の傾き a の値を求めなさい。

問4 点 B が x 軸上の $x < 0$ の部分にあり、 $AB = 4\sqrt{10}$ であるとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 点 B の座標を求めなさい。

(2) 右の図のように、 x 軸上を動く点 P がある。 $\triangle ACP$ の周の長さが最も短くなるときの点 P の位置を定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



解答欄

問1		
問2		
問3		
問4	(1)	
	(2)	A coordinate system with a horizontal x-axis and a vertical y-axis. The origin is labeled O. A line, labeled ℓ, passes through the x-axis at point B and the y-axis at point C. Point A is located on the line ℓ in the first quadrant.

解答

問1 $B(4, 0)$ $C(0, -4)$

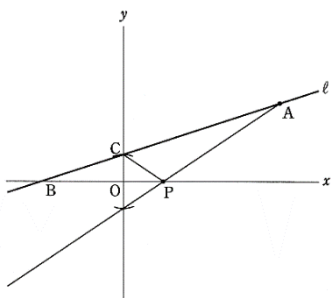
問2 $y = -\frac{1}{2}x + 8$

問3 $\frac{2}{5}$

問4

(1) B (-4 , 0)

(2)



解説

問3

A から x 軸に垂線 AH をひく。CO // AH より, BO:OH=BC:CA BO:8=1:4 BO=2

よって, $B(-2, 0)$ 傾き $a = \frac{4-0}{8-(-2)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

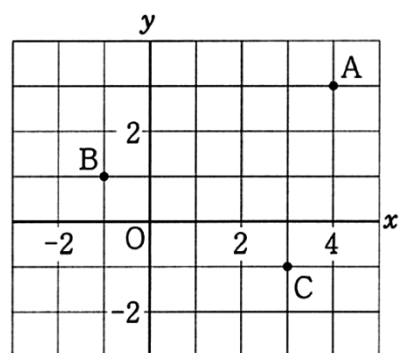
問4

(1) $B(t, 0)$ とする。 $\triangle ABH$ で三平方の定理より、 $AB = \sqrt{(8-t)^2 + 4^2} = 4\sqrt{10}$ 両辺を 2 乗して整理すると、 $t^2 - 16t - 80 = 0$ $(t-20)(t+4) = 0$ $t < 0$ より、 $t = -4$ よって、 $B(-4, 0)$

【問 43】

図の 3 点 A, B, C を頂点とする $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

(北海道 2007 年度)



解答欄

解答

9

【問 44】

図 1 で、点 O は原点、点 A の座標は $(-4, -3)$ であり、直線 ℓ は一次関数 $y = -x + 5$ のグラフを表している。

直線 ℓ と y 軸との交点を B とする。

直線 ℓ 上にあり、 x 座標が 8 より小さい正の数である点を P とする。

2 点 A, P を通る直線を m とし、直線 m と y 軸との交点を Q とする。

座標軸の 1 目盛りを 1 cm として、次の各問に答えよ。

(東京都 2007 年度)

問1. 点 P の x 座標が 2 のとき、直線 m の式を求めよ。

問2. $AQ = QP$ となるときの点 Q の座標を求めよ。

問3. 図 2 は、図 1 において、2 点 A, B を結び、点 P を通り x 軸に平行な直線をひき、線分 AB との交点を R とした場合を表している。 $\triangle BRP$ の面積が 27 cm^2 となるときの、 $\triangle APR$ の面積は何 cm^2 か。

図 1

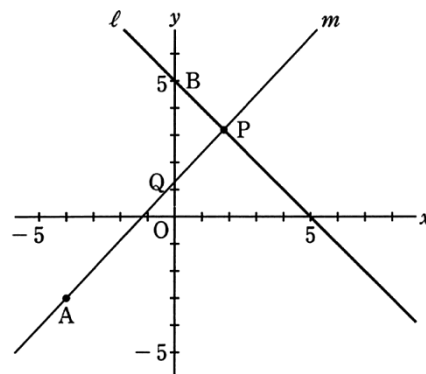
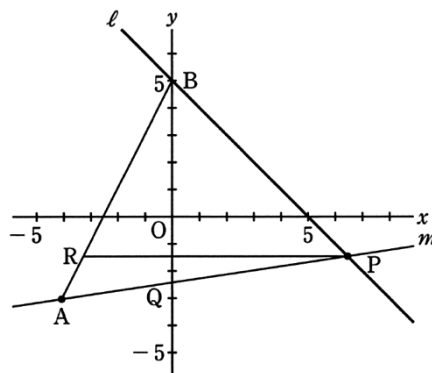


図 2



解答欄

問1	$y =$
問2	(,)
問3	cm^2

解答

問1 $y = x + 1$ 問2 $(0, -1)$ 問3 9cm^2

解説

問2

$P(t, -t + 5)$ とすると、 $AQ = PQ$ より、 Q の x 座標は $\frac{-4+t}{2}$ と表せる。点 Q は y 軸上の点より $x = 0$ だから $\frac{-4+t}{2} = 0$ $t = 4$ よって、 y 座標は $\frac{-3-t+5}{2} = \frac{2-t}{2} = \frac{2-4}{2} = -1$ $Q(0, -1)$

問3

直線 AB の式を求めると、 $y = 2x + 5$ $P(t, -t + 5)$, $R(s, 2s + 5)$ とおく。 $PR \parallel x$ 軸より、 $2s + 5 = -t + 5$ $t = -2s$ よって PR と y 軸との交点を H とすると $RH : PH = 1 : 2$ $\triangle BPH = \frac{2}{3} \triangle BRP = \frac{2}{3} \times 27 = 18$ より

$\frac{1}{2} \times t \times (5 + t - 5) = 18$ $t^2 = 36$ $0 < t < 8$ より、 $t = 6$ $s = -\frac{1}{2} \times 6 = -3$, $P(6, -1)$, $R(-3, -1)$

$\triangle APR = \frac{1}{2} \times (6 + 3) \times (-1 + 3) = 9\text{cm}^2$

【問 45】

図のように、3 点 $A(0, 6)$, $B(9, 0)$, $C(6, -2)$ がある。また、線分 AB 上に $AD:DB=1:2$ となる点 D をとる。このとき、次の1～4の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2007 年度 後期)

問1. 直線 AB の傾きを求めなさい。

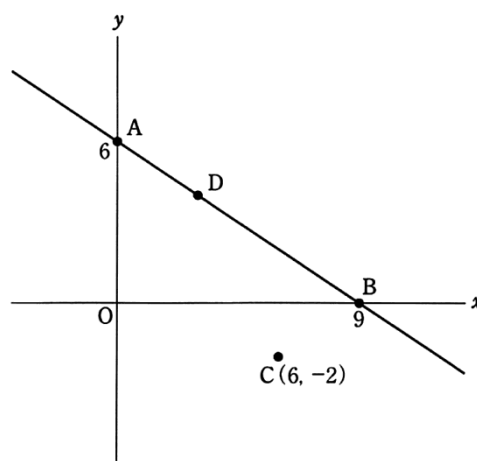
問2. 点 D の座標を求めなさい。

問3. 点 C を通り、傾きが直線 AB の傾きに等しい直線の式を求めなさい。

問4. x 軸上に $\triangle ABC = \triangle ABP$ となる点 P をとる。ただし、点 P の x 座標は 9 より小さいものとする。このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) 点 P の x 座標を求めなさい。

(2) 線分 PC 上に、四角形 $PQBD$ の面積が 15 となるように点 Q をとるとき、点 Q の座標を求めなさい。



解答欄

問1		
問2	D (,)	
問3		
問4	(1)	
	(2)	Q (,)

解答

問1. $-\frac{2}{3}$ 問2. D (3 , 4) 問3. $y = -\frac{2}{3}x + 2$ 問4. (1) 3 (2) Q $\left(\frac{9}{2}, -1 \right)$

解説

問4

(2)

点 Q の y 座標を t とする。

$$(\text{四角形 PQBD}) = \triangle DPB + \triangle QPB = \frac{1}{2} \times (9-3) \times 4 + \frac{1}{2} \times (9-3) \times (-t) = 12 - 3t$$

この面積が 15 より、 $12 - 3t = 15$ $3t = -3$ $t = -1$

よって $y = -1$ を $y = -\frac{2}{3}x + 2$ に代入して、 $-1 = -\frac{2}{3}x + 2$ $-\frac{2}{3}x = -3$ $x = \frac{9}{2}$ Q $\left(\frac{9}{2}, -1 \right)$

【問 46】

4 点 $O(0, 0)$, $A(a, 0)$, $B(a, a)$, $C(0, a)$ を頂点とする正方形 $OABC$ があります。正方形 $OABC$ の面積が 1 次関数 $y = \frac{1}{2}x + 3$ のグラフによって 2 等分されるとき、 a の値を求めなさい。

(岩手県 2008 年度)

解答欄

$a =$

解答

$a = 12$

解説

$y = \frac{1}{2}x + 3$ が正方形 $OABC$ を 2 等分するとき $a > 0$ で、直線は OC , AB と交わる。

このとき、直線によって分けられてできた 2 つの台形は合同であるから OC , AB との交点をそれぞれ P , Q とすると

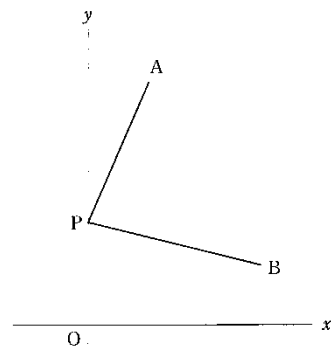
$CP = AQ$ $P(0, 3)$, $Q(a, \frac{1}{2}a + 3)$ と表せるので $CP = a - 3$, $AQ = \frac{1}{2}a + 3$

よって $a - 3 = \frac{1}{2}a + 3$ $a = 12$

【問 47】

図のように、2 点 $A(1, 4)$, $B(3, 1)$ があります。 y 軸上に点 P をとり、 $AP + PB$ の長さを考えます。 $AP + PB$ の長さが最も短くなるとき、点 P の座標を求めなさい。

(埼玉県 2008 年度)



解答欄

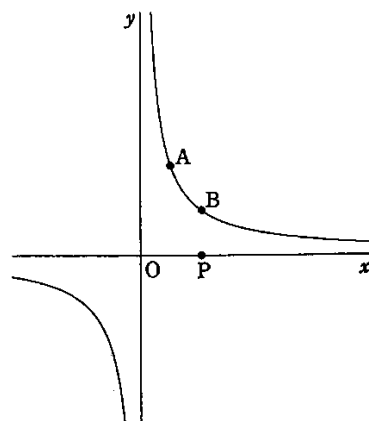
解答

$\left(0, \frac{13}{4} \right)$

【問 48】

図の曲線は、関数 $y = \frac{12}{x}$ のグラフである。このグラフ上に 2 点 A, B があり、点 A の座標は (2, 6)、点 B の座標は (4, 3) である。また、点 P は x 軸上を動く点である。各問いに答えよ。

(奈良県 2008 年度)



問1. 点 P の x 座標が 4 であるとき、2 点 A, P を通る直線の式を求めよ。

問2. 点 P の x 座標が負の数であるとき、直線 AP と関数 $y = \frac{12}{x}$ のグラフとの交点のうち、点 A 以外の交点を C として、線分 AP の長さが線分 PC の長さの 2 倍になるようにする。

このとき、点 C の座標を求めよ。

問3. $\triangle APB$ の面積が 12 となるようにする。このとき点 P の x 座標をすべて求めよ。

問4. 線分 AP と線分 BP の長さの和が最も小さくなるようにする。このとき、点 P の x 座標を求めよ。

解答欄

問1	
問2	(,)
問3	
問4	

解答

問1. $y = -3x + 12$ 問2. $(-4, -3)$ 問3. $-2, 14$ 問4. $\frac{10}{3}$

解説

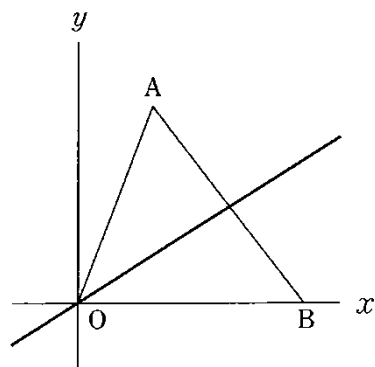
問4

点 B と x 軸について対称な点を $B'(4, -3)$ とする。 $AP + PB = AP + PB'$ よって、 $AP + PB'$ が最小となるのは A B' が直線になるときである。直線 AB' を $y = ax + b$ とする。A を通るので、 $6 = 2a + b \cdots (1)$ B' を通るので、 $-3 = 4a + b \cdots (2)$ (1), (2) を連立方程式として解くと、 $a = -\frac{9}{2}$, $b = 15$ 直線の式は $y = -\frac{9}{2}x + 15$ P は直線 AB' と x 軸との交点となるので、 $y = 0$ を代入して、 $0 = -\frac{9}{2}x + 15$ $x = \frac{10}{3}$

【問 49】

図のように、関数 $y=ax$ のグラフと 2 点 A (3, 8), B (9, 0) があります。
関数 $y=ax$ のグラフが $\triangle AOB$ の面積を 2 等分するとき、 a の値を求めなさい。

(広島県 2008 年度)



解答欄

解答

$$\frac{2}{3}$$

解説

線分 AB の中点を M とすると $y=ax$ が点 M を通るとき $\triangle AOM = \triangle BOM$ となる。

M の x 座標は $3 + (9 - 3) \div 2 = 6$

y 座標は $8 \div 2 = 4$ より M (6, 4)

よって M の座標の値を $y=ax$ に代入して $4=6a$ $a=\frac{2}{3}$

【問 50】

図のように、関数 $y = \frac{6}{x}$ のグラフと 2 点 A (0, -1),
B (a, 0) があります。直線 AB と関数 $y = \frac{6}{x}$ のグラフとの
交点のうち、 x 座標が小さい方を C, 大きい方を D としま
す。ただし、 $a > 0$ とします。

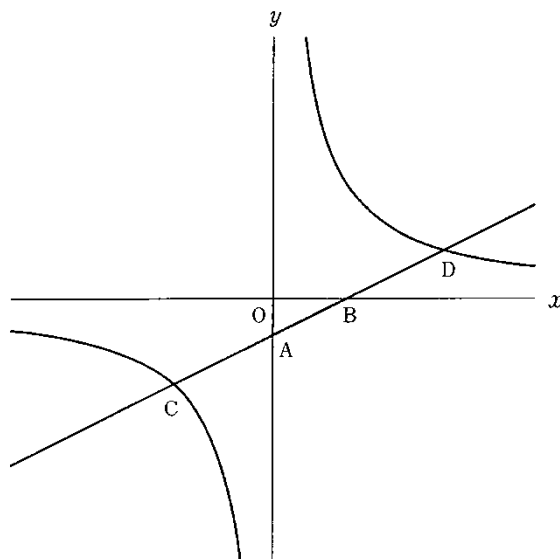
これについて、次の問1～問3に答えなさい。

(広島県 2008 年度)

問1. $a = 2$ のとき、直線 AB の式を求めなさい。

問2. 点 C の x 座標、 y 座標がともに整数となるような a の
値は何個ありますか。

問3. $AB:BD = 2:3$ となるときの、 a の値を求めなさい。



解答欄

問1	
問2	個
問3	

解答

問1. $y = \frac{1}{2}x - 1$ 問2. 3 問3. $\frac{8}{5}$

解説

問2

点 C は直線 AB と $y = \frac{6}{x}$ との交点のうち、 x 座標が小さい方なので、 x 座標は負の数である。 $y = \frac{6}{x}$ 上の点で、 x 座標 ($x < 0$), y 座標がともに整数となる点は、(-1, -6), (-2, -3), (-3, -2), (-6, -1) の 4 つである。このうち(-6, -1) は A (0, -1) と結ぶと x 軸に平行な直線となるので問題に合わない。よって 3 個

問3

D から x 軸に垂線 DH をひく。OA // DH より、OA:DH = AB:BD $1:DH = 2:3$ $DH = \frac{3}{2}$ よって点 D の y 座標は

$\frac{3}{2}$ で点 D は $y = \frac{6}{x}$ 上の点でもあるから $\frac{3}{2} = \frac{6}{x}$ $x = 4$ $D\left(4, \frac{3}{2}\right)$ ここで OB:BH = AB:BD より $a:(4-a) = 2:3$

$2(4-a) = 3a$ $5a = 8$ $a = \frac{8}{5}$

【問 51】

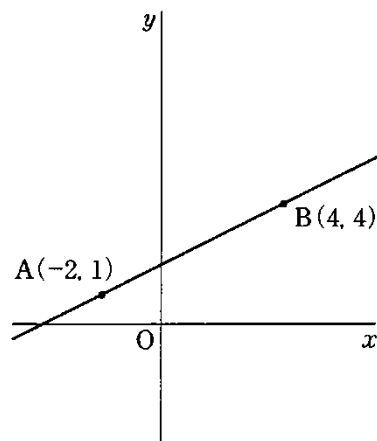
図 2 のように、2 点 $A(-2, 1)$, $B(4, 4)$ があるとき、次の(1), (2)に答えよ。

(長崎県 2008 年度)

(1) 直線 AB の式を求めよ。

(2) y 軸上に点 $P(0, k)$ をとる。三角形 ABP の面積が 16 となるとき、 k の値をすべて求めよ。

図 2



解答欄

(1)	$y =$
(2)	

解答

(1) $y = \frac{1}{2}x + 2$

(2) $-\frac{10}{3}, \frac{22}{3}$

解説

(2)

直線 AB と y 軸との交点 $C(0, 2)$ 点 P が直線 AB の上側のとき

$$\triangle ABP = \triangle PAC + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times (k-2) \times 2 + \frac{1}{2} \times (k-2) \times 4 = 3k-6$$

$$\triangle ABP = 16 \text{ より, } 3k-6=16 \quad k = \frac{22}{3}$$

$$\text{下側のとき, 同様に } \frac{1}{2} \times (2-k) \times 2 + \frac{1}{2} \times (2-k) \times 4 = 6-3k \quad 6-3k=16 \quad k = -\frac{10}{3}$$

【問 52】

図 1, 図 2 のように, 2 つの直線 ℓ , m があり, 直線 ℓ の式は $y = -x$, 2 点 $A(4, 8)$, $B(6, 6)$ を通る直線 m の式は $y = -x + 12$ である。点 P は線分 OA または線分 AB 上にあり, x 座標を t とする。また, 点 Q は直線 ℓ 上にあり, y 座標は点 P の y 座標と同じである。三角形 OPQ の面積を S とするとき, 次の問いに答えなさい。ただし, 原点を O とする。

(長崎県 2008 年度)

問1. 直線 OA の式を求めよ。

問2. $t=2$ のとき, S の値を求めよ。

問3. 図 1 のように, 点 P が線分 OA 上にあるとき, S を t の式で表せ。

問4. 点 R は直線 ℓ 上にあり, x 座標は点 P の x 座標と同じである。三角形 OPR の面積を U とするとき, 次の(1), (2)に答えよ。

(1) 図 2 のように, 点 P が線分 AB 上にあるとき, U を t の式で表せ。

(2) 点 P が線分 OA または線分 AB 上にあるとき, $S - U = 3$ となるような t の値をすべて求めよ。

図 1

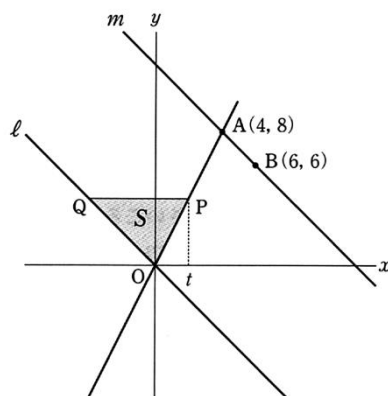
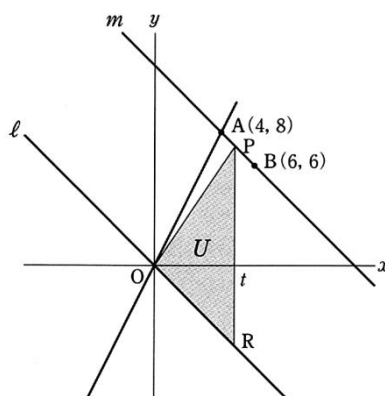


図 2



解答欄

問1	$y =$	
問2	$S =$	
問3	$S =$	
問4	(1)	$U =$
	(2)	

解答

問1 $y=2x$

問2 $S=12$

問3 $S=3t^2$

問4 (1) $U=6t$ (2) $\sqrt{2}$, $\frac{23}{4}$

解説

問4

(2)

OA のとき

P $(t, 2t)$

Q $(-2t, 2t)$

R $(t, -t)$

$$S = \frac{1}{2} \times (t+2t) \times 2t = 3t^2$$

$$U = \frac{1}{2} \times (2t+t) \times t = \frac{3}{2}t^2$$

$$S-U=3 \text{ より}$$

$$3t^2 - \frac{3}{2}t^2 = 3 \quad t^2 = 2 \quad 0 \leq t \leq 4 \text{ より, } t = \sqrt{2}$$

次に, AB 上のとき

P $(t, -t+12)$

Q $(t-12, -t+12)$

R $(t, -t)$

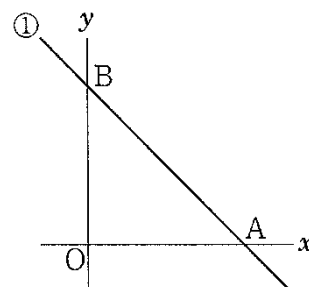
$$\text{同様にして } t = \frac{23}{4}$$

$4 \leq t \leq 6$ より問題に合う。

【問 53】

図のように、関数 $y = -x + 8 \cdots \textcircled{1}$ のグラフがあります。①のグラフと x 軸, y 軸との交点をそれぞれ A, B とします。点 O は原点とします。△OAB の面積を求めなさい。

(北海道 2009 年度)



解答欄

解答

32

解説

点 A の y 座標は 0 なので $y = -x + 8$ に $y = 0$ を代入して

$0 = -x + 8$ $x = 8$ A(8, 0)

点 B は $y = -x + 8$ の切片なので B(0, 8)

よって $\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$

【問 54】

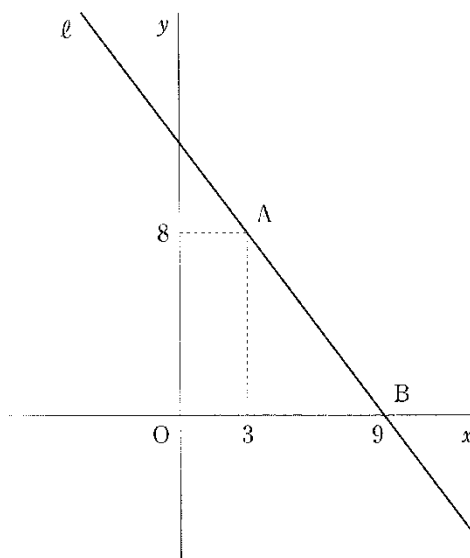
図のように、2 点 A (3, 8), B (9, 0) を通る直線 ℓ があります。

このとき、次の問1, 問2に答えなさい。

(岩手県 2009 年度)

問1. 直線 ℓ の傾きを求めなさい。

問2. A と異なる点 P が線分 AB 上にあります。P の x 座標を t , $\triangle OAP$ の面積を S とするとき、 S を t の式で表しなさい。



解答欄

問1	
問2	

解答

問1 $-\frac{4}{3}$

問2 $S=6t-18$

解説

問2

直線 AB の式を、 $y=-\frac{4}{3}x+b$ とおく。

(9, 0) を通るので $0=-\frac{4}{3}\times 9+b$ $b=12$ $y=-\frac{4}{3}x+12$

点 P はこの直線上の点だから x 座標が t のとき y 座標は $-\frac{4}{3}t+12$ とおける。

$$S=\triangle AOB-\triangle POB=\frac{1}{2}\times 9\times 8-\frac{1}{2}\times 9\times \left(-\frac{4}{3}t+12\right)=6t-18$$

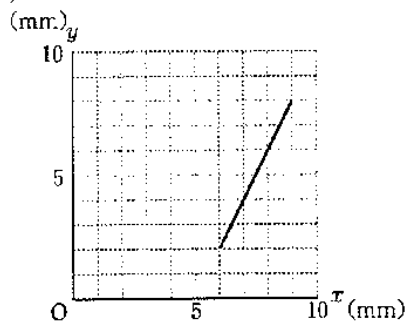
問1	(1)	(ア)		(イ)	
	(2)				
問2	(1)	求め方 $y =$			
	(2)				

解答

問1

(1) (ア) 6 (イ) $\frac{17}{2}$

(2)



問2

(1)

求め方

$$RP + PA + AB + BQ + QS = 30 \text{ mm}$$

$$AB = 10 \text{ mm}$$

$$AP = BQ = x \text{ mm} \text{ だから}$$

$$RP + QS = 30 - (10 + 2x) = 20 - 2x \text{ mm}$$

$$RS = (RP + QS) - PQ, \text{ } PQ = 10 \text{ mm} \text{ だから}$$

$$RS = (20 - 2x) - 10 = 10 - 2x \text{ mm}$$

$$\text{答 } y = 10 - 2x$$

(2) $\frac{40}{9}$

解説

問1

(1)

$$5 < x < 10 \text{ の範囲では, } PR + QS < 10 \text{ なので, } y = PQ - 2PR = 10 - 2\{(30 - 10) \div 2 - x\} = 2x - 10$$

$$x = 8 \text{ を代入して, } y = 2 \times 8 - 10 = 6 \cdots (\text{ア}) \quad y = 7 \text{ を代入して, } 7 = 2x - 10 \quad 2x = 17 \quad x = \frac{17}{2} \cdots (\text{イ})$$

(2)

$$y = 2x - 10 \text{ において, } x = 6 \text{ のとき } y = 2 \times 6 - 10 = 2, \text{ } x = 9 \text{ のとき } y = 2 \times 9 - 10 = 8 \text{ だから}$$

(6, 2), (9, 8) を結ぶ。

問2

(2)

$$0 < x < 5 \text{ のとき, } PS = 10 - QS = 10 - (10 - x) = x \text{ cm} \quad RS = 10 - 2x \text{ cm} \quad PS = 4RS \text{ より}$$

$$x = 4(10 - 2x) \quad x = 40 - 8x \quad 9x = 40 \quad x = \frac{40}{9}$$

【問 56】

図 1 のように、3 点 $A(-4, 8)$, $B(4, 2)$, $C(10, 2)$ がある。

次の問1～問3に答えなさい。

(和歌山県 2009 年度)

問1. 次の文中の(ア), (イ)にあてはまる数を求めなさい。

直線 $y = ax - 2$ のグラフが線分 BC と交わるとき

a の値の範囲は (ア) $\leq a \leq$ (イ) である。

問2. $\triangle AOB$ が直角三角形であることを証明しなさい。

問3. 図 2 のように、四角形 $ABCD$ が平行四辺形となるように点 D をとる。さらに、点 B から直線 CD に垂線をひき、 CD との交点を E とする。このとき、 BE の長さを求めなさい。

図 1

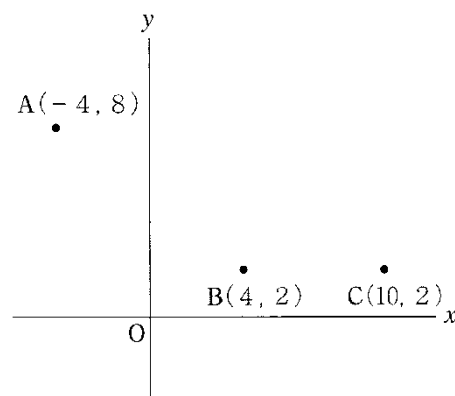
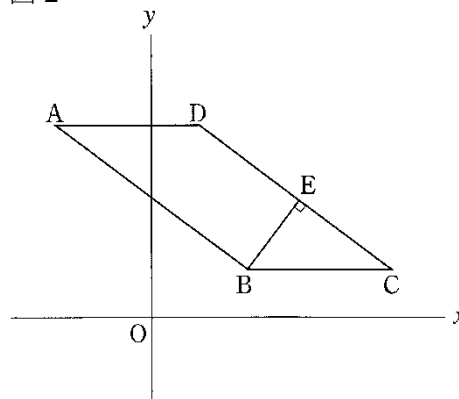


図 2



解答欄

問1	(ア)	
	(イ)	
問2	証明	
問3	BE =	

解答

問1

$$(ア) \frac{2}{5} \quad (イ) 1$$

問2

△AOBで

$$AO^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$$

$$BO^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$AB^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$

よって、 $AO^2 + BO^2 = AB^2$ が成り立つ。

三平方の定理の逆より

△AOBは、 $\angle AOB = 90^\circ$ の直角三角形となる。

$$\text{問3 } BE = \frac{18}{5}$$

解説

問1

$y = ax - 2$ が線分 BC と交わる時 $a > 0$ で

a の値は点 C を通るときその値は最小で、点 B を通るとき最大となる。

$$C(10, 2) \text{ を通るとき } 2 = 10a - 2 \quad a = \frac{2}{5}$$

$$B(4, 2) \text{ を通るとき } 2 = 4a - 2 \quad a = 1$$

$$\text{よって } \frac{2}{5} \leq a \leq 1$$

問3

四角形 ABCD は平行四辺形より $AD \parallel BC$, $AD = BC = 10 - 4 = 6$

よって点 D の x 座標は $-4 + 6 = 2$ y 座標は 8 D (2, 8)

$$\text{三平方の定理より } CD = \sqrt{(10-2)^2 + (8-2)^2} = 10$$

$$\triangle DBC \text{ の面積の関係より } \frac{1}{2} \times (10-4) \times (8-2) = \frac{1}{2} \times 10 \times BE$$

$$\text{これを解いて } BE = \frac{18}{5}$$

【問 57】

次の座標をもつ 2 点 A (−1, 2), B (2, 4) がある。この 2 点間の距離は, である。

(島根県 2009 年度)

解答欄

解答

$$\sqrt{13}$$

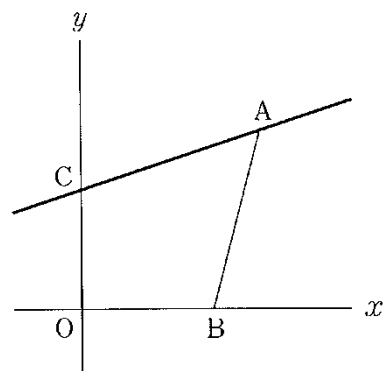
解説

$$\text{三平方の定理を利用して } \sqrt{\{2-(-1)\}^2 + \{4-2\}^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

【問 58】

図のように, 関数 $y = \frac{1}{3}x + 2$ のグラフ上に点 A (3, 3), x 軸上に x 座標が正の数である点 B があります。関数 $y = \frac{1}{3}x + 2$ のグラフと y 軸との交点を C とします。四角形 ACOB が線対称な図形であるとき, 2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

(広島県 2009 年度)



解答欄

解答

$$y = 3x - 6$$

解説

$$C(0, 2), A(3, 3) \text{ より, } OC = 2, AC = \sqrt{3^2 + (3-2)^2} = \sqrt{10}$$

四角形 ACOB が線対称な図形であるとき $OC \neq AC$ だから AO が対称軸となる。
よって $OB = OC$ だから, $B(2, 0)$ 直線 AB を $y = mx + n$ とおく。

$$B \text{ を通るので } 0 = 2m + n \cdots \textcircled{1}$$

$$A \text{ を通るので } 3 = 3m + n \cdots \textcircled{2}$$

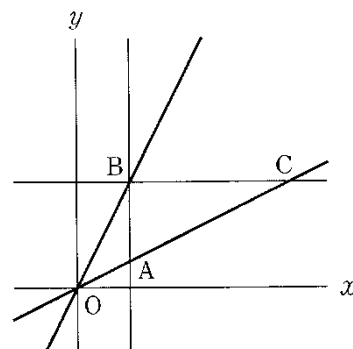
$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ を連立方程式として解くと } m = 3, n = -6$$

$$\text{よって } y = 3x - 6$$

【問 59】

右の図のように、点 A を通る関数 $y = \frac{1}{2}x$ のグラフと関数 $y = 2x$ のグラフがあります。点 A を通り x 軸に垂直な直線と、関数 $y = 2x$ のグラフとの交点を B、点 B を通り y 軸に垂直な直線と、関数 $y = \frac{1}{2}x$ のグラフとの交点を C とします。

このとき、 $\triangle BOC$ の面積は $\triangle ABO$ の面積の 4 倍となります。このわけを、点 A の x 座標を a として、 a を使った式を用いて説明しなさい。
ただし、 $a > 0$ とします。



(広島県 2009 年度)

解答欄

解答

点 A の x 座標は a であるから点 A の y 座標は $\frac{a}{2}$ 、点 B の座標は $(a, 2a)$ である。

点 B の y 座標は $2a$ であるから点 C の座標は $(4a, 2a)$ である。

これより $BC = 3a$ 、 $AB = \frac{3}{2}a$ である。

したがって $\triangle BOC$ の面積は $\frac{1}{2} \times 3a \times 2a = 3a^2$

$\triangle ABO$ の面積は $\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}a \times a = \frac{3}{4}a^2$ であるから

$\triangle BOC$ の面積は $\triangle ABO$ の面積の 4 倍となる。

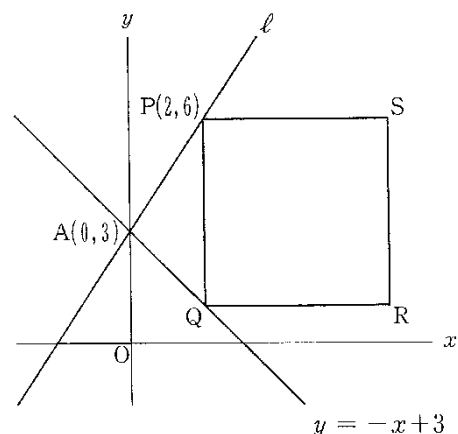
【問 60】

図のように、点 $P(2, 6)$ を通る直線 ℓ と点 Q を通る直線 $y = -x + 3$ が点 $A(0, 3)$ で交わっており、線分 PQ は y 軸に平行である。また、四角形 $PQRS$ が正方形となるように、点 R, S をとる。このとき、点 R の x 座標は、点 Q の x 座標より大きいものとする。

次の問1, 問2に答えなさい。

(山口県 2009 年度)

問1. 直線 ℓ の傾きを求めなさい。



問2. 点 R の座標を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	R (,)

解答

問1 $\frac{3}{2}$

問2 $R(7, 1)$

解説

問2

点 Q の x 座標は点 P と等しくなるので 2

$y = -x + 3$ 上の点だから $x = 2$ を代入して $y = -2 + 3 = 1$ $Q(2, 1)$

よってこの正方形の 1 辺の長さは $6 - 1 = 5$

R の x 座標は $2 + 5 = 7$ y 座標は点 Q と等しくなるので 1 $R(7, 1)$

【問 61】

図のように、原点を O とし、4 点 $A(1, 4)$, $B(1, 2)$, $C(5, 2)$, $D(5, 4)$ がある。

このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(佐賀県 2009 年度 後期)

問1. 2 点 O , A を通る直線の式を求めなさい。

問2. 点 D を通り、2 点 O , A を通る直線に平行な直線の式を求めなさい。

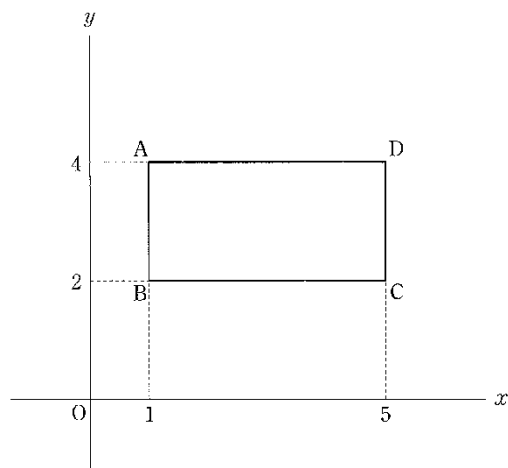
問3. x 軸上に x 座標が正である点 P をとり、 $\triangle OAP$ の面積が $\triangle OAD$ の面積と等しくなるようにする。

このとき、次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) 点 P の座標を求めなさい。

(2) 2 点 A , P を通る直線と 2 点 B , C を通る直線との交点を E とする。このとき、 $\triangle OAE$ の面積を求めなさい。

(3) $\triangle PAD$ と四角形 $ABCD$ が重なった部分の面積を求めなさい。



解答欄

問1		
問2		
問3	(1)	$P(\quad , \quad)$
	(2)	
	(3)	

解答

問1 $y=4x$ 問2 $y=4x-16$ 問3 (1) $P(4, 0)$ (2) 4 (3) 6

解説

問3

(3)

PD と BC の交点を F , 直線 DC と x 軸の交点を H とする。

$\triangle PAD$ と四角形 $ABCD$ が重なる部分の面積は、台形 $AEFD$ である。

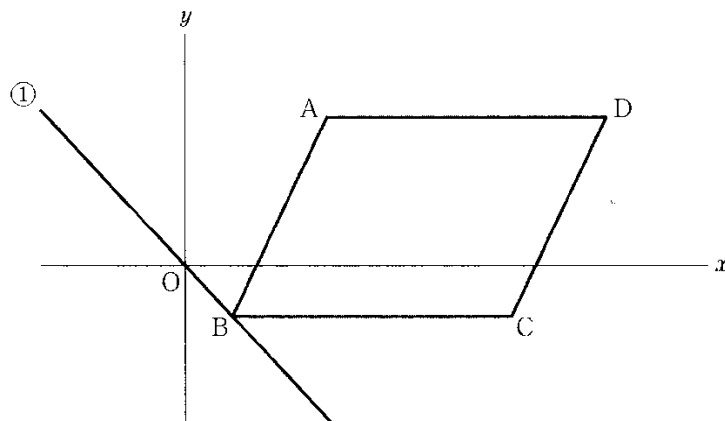
$BC \parallel AD$ より $EF:AD=PF:PD=HC:HD=2:4=1:2$ $EF:4=1:2$ $EF=2$

よって(台形 $AEFD$) $=\triangle AEF+\triangle AFD=\frac{1}{2} \times 2 \times 2+\frac{1}{2} \times 4 \times 2=6$

【問 62】

図の四角形 ABCD は平行四辺形で、
点 A, B の座標はそれぞれ (3, 3), (1, -1),
辺 BC は x 軸と平行である。また、直線①は点
O, B を通り、対角線 AC と平行である。次の
(1)～(3)に答えなさい。

(青森県 2010 年度 後期)



(1) 直線①の式を求めなさい。

(2) 点 C の座標を求めなさい。

(3) 点 O を通って、 $\square$ ABCD の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答

(1) $y = -x$

(2) (7, -1)

(3) $y = \frac{1}{5}x$

解説

(1)

直線①は原点を通る直線なので、 $y = ax$ とおく。

B (1, -1) を通るので、座標の値を代入して、 $-1 = a$ よって $y = -x$

(2)

AC // OB より、直線 AC を $y = -x + b$ とおく。

A (3, 3) を通るので、座標の値を代入して、 $3 = -3 + b$ $b = 6$ $y = -x + 6$ 点 C の y 座標は点 B の y 座標と同じ -1 だから、直線 AC の式に $y = -1$ を代入して、 $-1 = -x + 6$ $x = 7$ よって C (7, -1)

(3)

平行四辺形 ABCD の面積を 2 等分する直線は、平行四辺形の対角線の交点を通る。

また、平行四辺形の対角線の交点はそれぞれの中点で交わる。

A (3, 3), C (7, -1) の中点を M とすると、M の x 座標は、 $3 + (7 - 3) \div 2 = 5$ y 座標は、 $-1 + (3 + 1) \div 2 = 1$ よって、M (5, 1) 求める直線 OM を $y = cx$ とする。

M の座標の値を代入して、 $1 = 5c$ $c = \frac{1}{5}$ よって求める式は $y = \frac{1}{5}x$

【問 63】

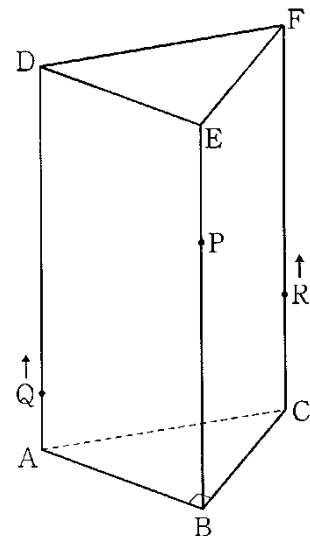
図の三角柱 $ABC-DEF$ は、 $AB=BC=2\text{ cm}$ 、 $AD=6\text{ cm}$ 、 $\angle ABC=90^\circ$ であり、点 P は辺 BE 上の点で、 $BP=4\text{ cm}$ である。点 Q は、 A を出発して辺 AD 上を毎秒 1 cm の速さで動き、1 往復して A で停止する。点 R は、 C を出発して辺 CF 上を毎秒 2 cm の速さで動き、2 往復して C で停止する。 Q, R が同時に出発するとき、次の問1～問3に答えなさい。

(群馬県 2010 年度)

問1 出発してから停止するまでの、 Q, R それぞれについて、出発からの時間と、底面 ABC との距離の関係を表すグラフを、それぞれかきなさい。

問2 Q, R が出発してから 5 秒後の、五面体 $ABC-QPR$ の体積を求めなさい。

問3 三角形 PQR について、 $\angle QPR=90^\circ$ となるのは、 Q, R が出発してから何秒後か、すべて求めなさい。



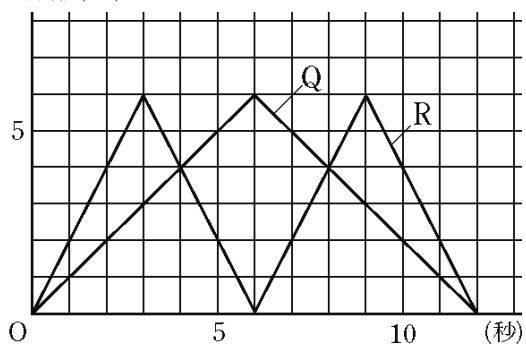
解答欄

問1	底面ABC との距離 (cm) 0 5 10 (秒) ※Q, Rのそれぞれのグラフがわかるようにすること。
問2	cm^3
問3	

解答

問1

底面ABC
との距離 (cm)



問2 $\frac{22}{3} \text{ cm}^3$

問3 2 秒後, 4 秒後, 8 秒後, 10 秒後

解説

問2

出発してから 5 秒後 $AQ=5\text{cm}$, $CR=12-2\times 5=2\text{cm}$

BE 上に $BH=2 \text{ cm}$ となる点 H, AD 上に $AK=2 \text{ cm}$ となる点 K をとる。

求める体積は三角柱 ABC-KHR と四角錐 R-PQKH との和になるから

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 3 \times 2 \right) \times 2 = 4 + \frac{10}{3} = \frac{22}{3} \text{ cm}^3$$

【問 64】

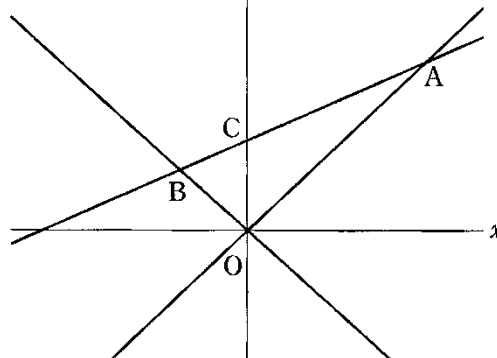
図のように、3 直線 $y=x$, $y=-x$, $y=\frac{1}{3}x+b$ があります。

2 直線 $y=x$, $y=-x$ と、直線 $y=\frac{1}{3}x+b$ との交点をそれぞれ

A, B とし、直線 $y=\frac{1}{3}x+b$ と y 軸との交点を C とします。

このとき、 $\triangle OBC$ と $\triangle OAC$ の面積の比を求めなさい。ただし、 $b>0$ とします。

(埼玉県 2010 年度 後期)



解答欄

$\triangle OBC : \triangle OAC =$:

解答

$\triangle OBC : \triangle OAC = 1 : 2$

解説

A は $y=x$ と $y=\frac{1}{3}x+b$ の交点だから、 $x=\frac{1}{3}x+b$ $\frac{2}{3}x=b$ $x=\frac{3b}{2}$ 点 A の x 座標は $\frac{3b}{2}$ と表せる。

同様に、B は $y=\frac{1}{3}x+b$ と $y=-x$ の交点だから、 $\frac{1}{3}x+b=-x$ $\frac{4}{3}x=-b$ $x=-\frac{3b}{4}$

点 B の x 座標は $-\frac{3b}{4}$ と表せる。

$\triangle OBC$ と $\triangle OAC$ は底辺が共通なので、面積比はその高さに比例する。

よって $\triangle OBC : \triangle OAC = \frac{3b}{4} : \frac{3b}{2} = 1 : 2$

【問 65】

図1で、点 O は原点、点 A の座標は $(0, 2)$ であり、直線 ℓ は一次関数 $y = -\frac{1}{2}x + 7$ のグラフを表している。

直線 ℓ と y 軸との交点を B 、直線 ℓ と x 軸との交点を C とする。直線 ℓ 上にあり、 x 座標が 14 より小さい正の数である点を P とする。2 点 A, P を通る直線を m とする。座標軸の 1 目盛りを 1 cm として、次の各問に答えよ。

(東京都 2010 年度)

問1 点 P の y 座標が 6 のとき、点 P の x 座標を求めよ。

図1

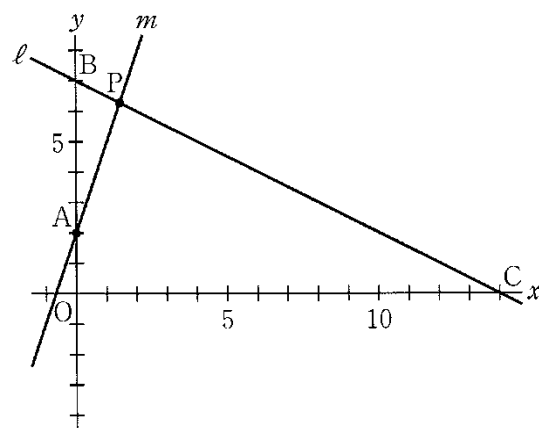
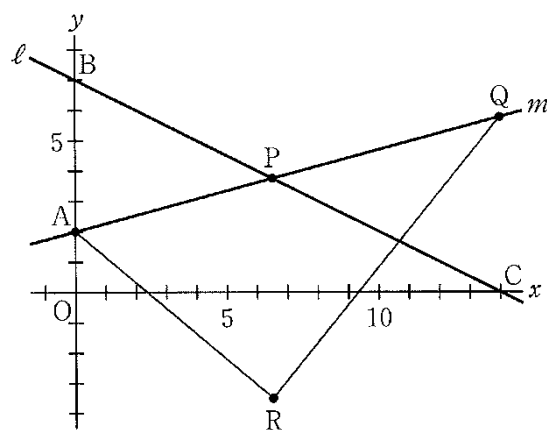


図2



問3 図2は、図1において、直線 m 上にあり x 座標が点 C の x 座標と等しい点を Q 、 x 軸を対称の軸として点 P と線対称な点を R とし、点 A と点 R 、点 Q と点 R をそれぞれ結んだ場合を表している。 $\triangle ARQ$ の面積が 49 cm^2 のとき、点 P と点 R を結んでできる線分 PR の長さは何 cm か。

解答欄

問1	
問2	(,)
問3	cm

解答

問1 2

問2 $\left(5, \frac{9}{2}\right)$

問3 7cm

解説

問1

点 P は $y = -\frac{1}{2}x + 7$ 上の点で, その y 座標は 6 だから, $y = 6$ を代入して, $6 = -\frac{1}{2}x + 7$ $-\frac{1}{2}x = 1$ $x = 2$

問2

直線 m の傾きが $\frac{1}{2}$ のとき, 直線 m の式は $y = \frac{1}{2}x + 2$ と表せる。

点 P は, 直線 l と直線 m との交点だから

$y = -\frac{1}{2}x + 7$ と $y = \frac{1}{2}x + 2$ を連立方程式として解くと, $x = 5, y = \frac{9}{2}$

よって $P\left(5, \frac{9}{2}\right)$

問3

点 R を通り, x 軸に平行な直線と y 軸, 直線 QC との交点をそれぞれ D, E とする。

点 C の x 座標は, $y = -\frac{1}{2}x + 7$ と x 軸との交点だから

$y = 0$ を代入して $0 = -\frac{1}{2}x + 7$ $x = 14$

C (14, 0)

AD // PR, PR // QE だから $\triangle APR = \triangle DPR$, $\triangle QPR = \triangle EPR$

よって $\triangle ARQ = \triangle APR + \triangle QPR = \triangle DPR + \triangle EPR = \triangle PDE = \frac{1}{2} \times DE \times PR$ $DE = OC = 14$ より

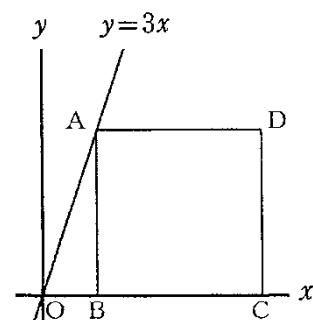
$\triangle ARQ = \frac{1}{2} \times 14 \times PR = 7PR$

よって $7PR = 49$ $PR = 7$ cm

【問 66】

図で、 O は原点、 A は関数 $y=3x$ のグラフ上の点、 B 、 C は x 軸上の点であり、四角形 $ABCD$ は正方形である。点 B の x 座標が 2 であるとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。ただし、点 C の x 座標は正とする。

(愛知県 2010 年度 B)



(1) 点 D の座標を求めなさい。

(2) 傾きが 2 で、台形 $AOCD$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

解答欄

(1)	(,)
(2)	$y=$

解答

(1) $(8, 6)$

(2) $y=2x-6$

解説

(2)

$$\triangle AOD = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18, \triangle DOC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

$$\text{台形 } AOCD \div 2 = (18 + 24) \div 2 = 21$$

台形の面積を 2 等分する直線が x 軸と交わる点を $E(t, 0)$, AD と交わる点を F とおく。

直線の傾きは 2 で、 y 座標は 6 だから、 $F(t+3, 6)$ とおける。

$$\triangle AOE + \triangle AEF = 21$$

$$\frac{1}{2} \times t \times 6 + \frac{1}{2} \times (t+3-2) \times 6 = 21$$

$$3t + 3t + 3 = 21$$

$$6t = 18$$

$$t = 3$$

$$E(3, 0)$$

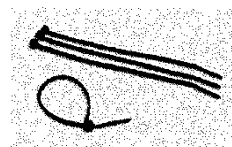
よって求める直線を $y=2x+b$ とおいて $x=3$, $y=0$ を代入すると $0=6+b$ $b=-6$

よって $y=2x-6$

【問 67】

ケンジさんとカンナさんは、「結束するためのバンド」に興味をもち、下の問いの場合について模式図をかいて考えてみた。次の問いに答えなさい。

(大阪府 2010 年度 前期)



問い ケンジさんは、「結束するためのバンド」で正方形の形に結束する場合について考えた。

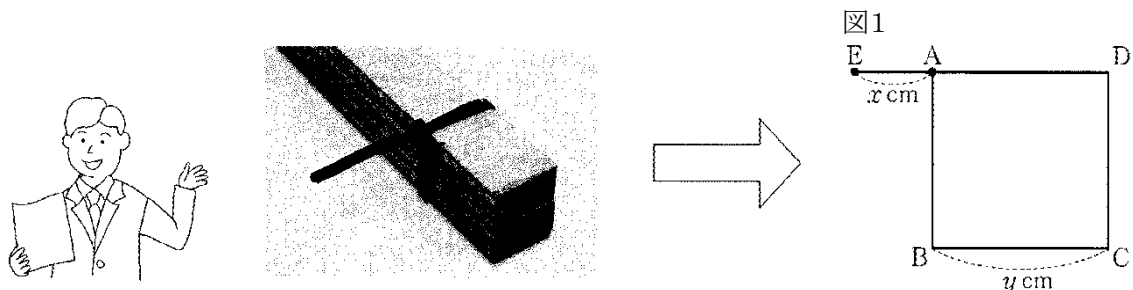


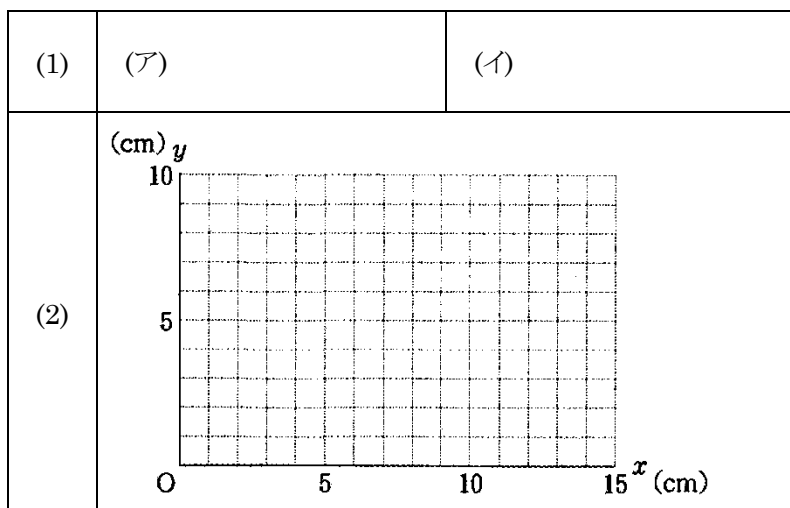
図1において、正方形 $ABCD$ の周の長さと線分 AE の長さとの和は 17 cm である。線分 AE の長さを $x\text{ cm}$ とし、正方形 $ABCD$ の 1 辺の長さを $y\text{ cm}$ とする。ケンジさんは、 x と y との関係を表とグラフをかいて調べてみた。

(1) 次の表は、ケンジさんのかいた表の一部である。表中の (ア), (イ) に当てはまる数を書きなさい。

x	...	1	...	2	...	(イ)	...
y	...	4	...	(ア)	...	3	...

(2) $1 \leq x \leq 13$ のときの x と y との関係を表すグラフを解答欄の図中にかきなさい。

解答欄

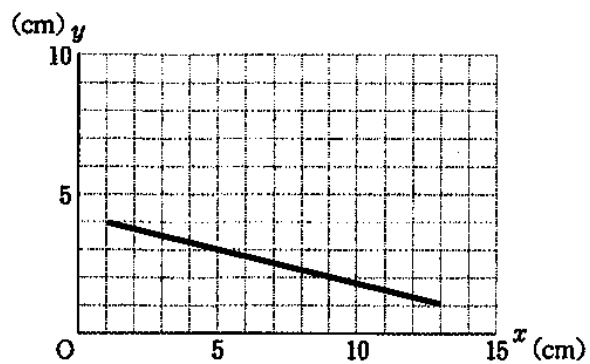


解答

(1)

(ア) $\frac{15}{3}$ (イ) 5

(2)



解説

(2)

$1 \leq x \leq 13$ のとき, $x + 4y = 17$ $4y = -x + 17$ $y = -\frac{1}{4}x + \frac{17}{4}$

$x = 1$ のとき $y = -\frac{1}{4} + \frac{17}{4} = 4$

$x = 13$ のとき $y = -\frac{13}{4} + \frac{17}{4} = 1$

よって(1, 4), (13, 1) を結ぶ線分が求めるグラフである。

【問 68】

図で、直線 l は関数 $y=ax$ のグラフ、曲線 m は関数 $y=\frac{b}{x}$ のグラフである。

2 点 A, B は直線 l と曲線 m との交点であり、 A の座標は $(5, 2)$ 、 B の座標は $(-5, -2)$ である。また、点 C は y 軸上にあり、その座標は $(0, 7)$ である。2 点 A, C を通る直線を n 、原点を O として、各問いに答えよ。

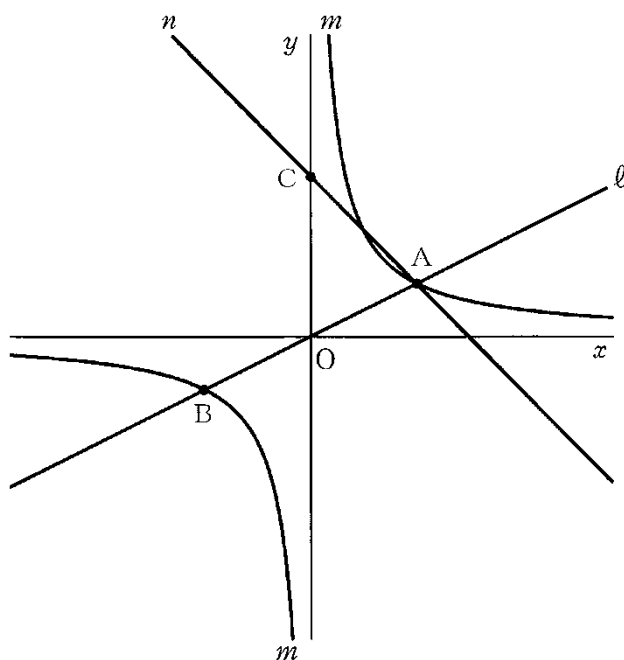
(奈良県 2010 年度)

問1 a, b の値をそれぞれ求めよ。

問2 直線 n の式を求めよ。

問3 $\triangle OAC$ を、辺 OC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし、円周率は π とする。

問4 y 軸上に 2 点 P, Q を、四角形 $APBQ$ が平行四辺形となるようにとる。平行四辺形 $APBQ$ の面積と $\triangle OAC$ の面積が等しくなるとき、点 P の y 座標を求めよ。ただし、点 P の y 座標は正の数とする。



解答欄

問1	$a=$	$b=$
問2		
問3		
問4		

解答

問1 $a = \frac{2}{5}$ $b = 10$

問2 $y = -x + 7$

問3 $\frac{175}{3} \pi$

問4 $\frac{7}{4}$

解説

問3

A から CO に垂線 AH をひく。

△AOC を辺 OC を軸として 1 回転させてできる立体は

半径を AH, 高さを CH とする円錐と, 半径を AH, 高さを OH とする円錐をあわせたものになる。

よって求める体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times (7-2) + \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 2 = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 7 = \frac{175}{3} \pi \text{ cm}^3$

問4

AB, PQ は平行四辺形 APBQ の対角線になるから

平行四辺形 APBQ = 4△OAP

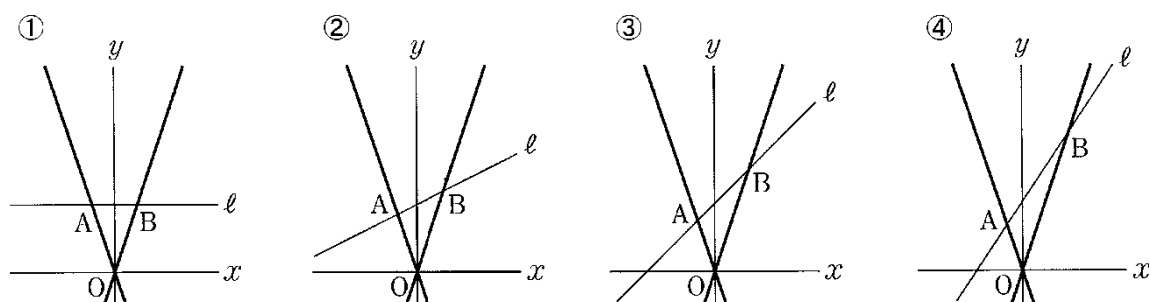
平行四辺形 APBQ = △OAC より

$4\triangle OAP = \triangle OAC$ $\triangle OAP : \triangle OAC = 1 : 4$ $OP : OC = 1 : 4$ $OP : 7 = 1 : 4$ $4OP = 7$ $OP = \frac{7}{4}$

【問 69】

下の①～④はそれぞれ、直線 $y = -3x$, $y = 3x$ と点 $(0, 3)$ を通る直線 ℓ が、それぞれ点 A, B で交わっている図です。①～④の中で、 $\triangle AOB$ の面積が最も大きいものはどれですか。その番号を書きなさい。

(広島県 2010 年度)



解答欄

解答

④

【問 70】

図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x$ のグラフ上を $x < 0$ の範囲で動く点 A, y 軸上に 2 点 B (0, 5), C (0, -3) があります。

直線 AB と x 軸との交点を D とします。

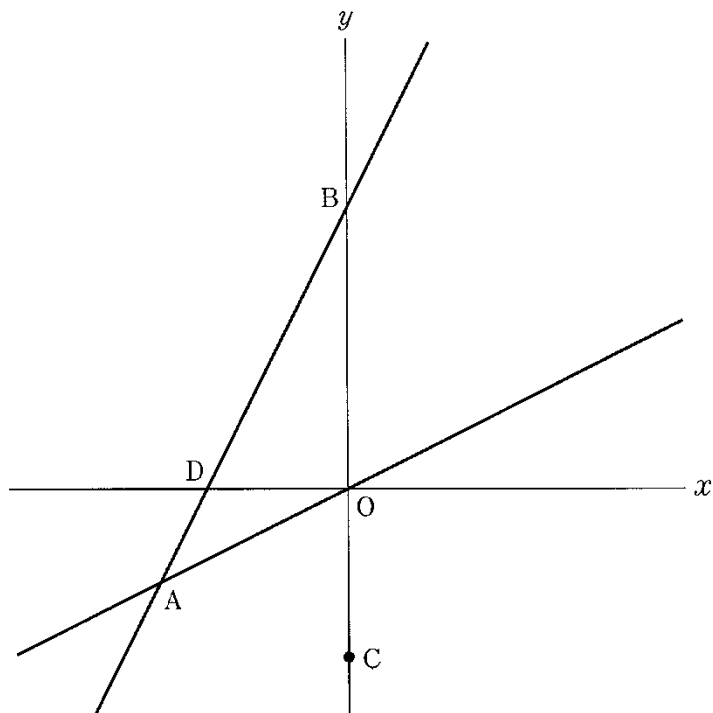
これについて、次の問1～問3に答えなさい。

(広島県 2010 年度)

問1 線分 AC が x 軸に平行となるとき、線分 AC の長さを求めなさい。

問2 $\triangle ACO$ の面積が $\triangle AOD$ の面積の 2 倍となるとき、直線 AB の式を求めなさい。

問3 $\angle OAB = \angle ACB$ となるとき、点 A の x 座標を求めなさい。



解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 6

問2 $y = \frac{5}{3}x + 5$

問3 -2

解説

問1

AC // x 軸より, 点 A の y 座標は, 点 C の y 座標と等しいので -3

また, A は $y = \frac{1}{2}x$ 上の点より $-3 = \frac{1}{2}x$ $x = -6$ A (-6, 0)

よって AC=6

問2

A から x 軸, y 軸にそれぞれ垂線をひき, 交点をそれぞれ H, K とする。

A は $y = \frac{1}{2}x$ 上の点より AH:AK=1:2

また $\triangle ACO : \triangle AOD = 2:1$ だから $\frac{1}{2} \times OC \times 2 : \frac{1}{2} \times OD \times 1 = 2:1$

OC=3 より, 6:OD=2:1 OD=3

A の x 座標は負の数だから D (-3, 0)

よって直線 AB を $y = mx + 5$ とおいて, 点 D の座標の値を代入すると, $0 = -3m + 5$ $m = \frac{5}{3}$

直線の式は $y = \frac{5}{3}x + 5$

問3

$\triangle BAO$ と $\triangle BCA$ において

共通なので $\angle B = \angle B$

仮定より $\angle OAB = \angle ACB$

2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle BAO \sim \triangle BCA$

よって $BO:BA = BA:BC$ $5:BA = BA:8$ $BA^2 = 40$

$A\left(t, \frac{1}{2}t\right)$ ($t < 0$) とおくと

三平方の定理より

$$(-t)^2 + \left(5 - \frac{1}{2}t\right)^2 = 40$$

$$t^2 + 25 - 5t + \frac{1}{4}t^2 = 40$$

$$\frac{5}{4}(t^2 - 4t - 12) = 0$$

$$\frac{5}{4}(t-6)(t+2) = 0$$

$t < 0$ より

$$t = -2$$

【問 71】

図のように、直線 l は $y=2x-6$ であり、直線 l と x 軸、 y 軸との交点をそれぞれ A , B とする。 l 上の x 座標が 2 である点を P とし、直線 OP 上に点 Q をとり、線分 PQ の中点が原点 O となるようにする。また、点 Q を通り、直線 l に平行な直線を m とし、直線 m と y 軸との交点を C とする。

このとき、次の問1～問6に答えなさい。

(佐賀県 2010 年度 後期)

問1 点 B の座標を求めなさい。

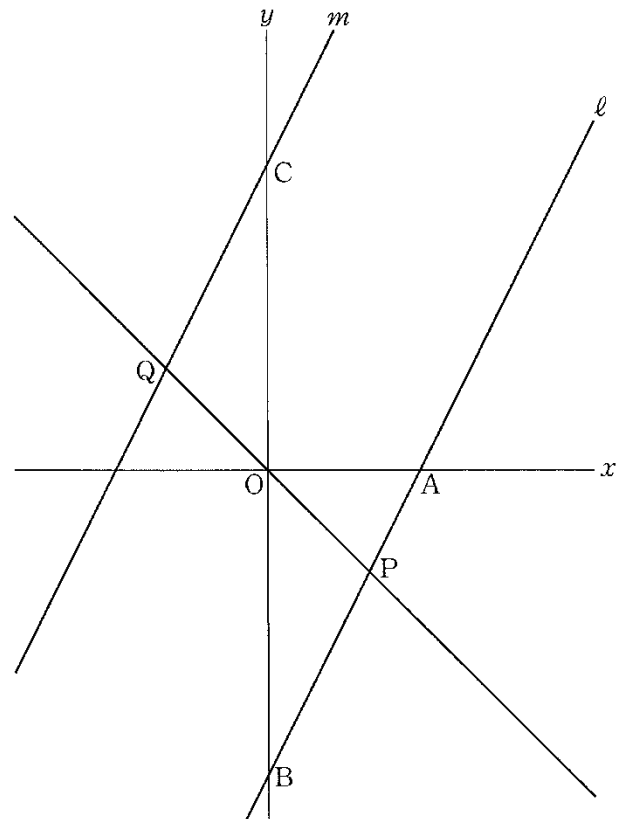
問2 点 Q の座標を求めなさい。

問3 直線 m の式を求めなさい。

問4 $\triangle APQ$ の面積を求めなさい。

問5 $\triangle AQC$ の面積は $\triangle APQ$ の面積の何倍か、求めなさい。

問6 直線 l 上に点 R をとり。四角形 $PRCQ$ の面積が四角形 $PACQ$ の面積の 2 倍になるとき、点 R の座標を求めなさい。ただし、点 R の x 座標は 2 より大きいとする。



解答欄

問1	B (,)
問2	Q (,)
問3	
問4	
問5	倍
問6	R (,)

解答

問1 B (0, −6)

問2 Q (−2, 2)

問3 $y=2x+6$

問4 6

問5 2 倍

問6 R (6, 6)

解説

問6

$\triangle OBP$ と $\triangle OCQ$ は

$OP=OQ$

$OB=OC=6$

$\angle BOP=\angle COP$ より

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので合同である。

よって $\triangle OBP=\triangle OCQ$

したがって

四角形 $PACQ$ = 四角形 $PACO$ + $\triangle OCQ$ = 四角形 $PACO$ + $\triangle OBP$ = $\triangle ABC$

よって四角形 $PRCQ=2(\text{四角形 } PACQ)$ のとき

$\triangle ABC=\triangle ACR$ だから $BA=AR$

R の x 座標は $3+3=6$, y 座標は $0+6=6$ R (6, 6)

【問 72】

図1のように、関数 $y = \frac{a}{x}$ …①のグラフ上に点 A があり、この点 A を通る直線 l がある。直線 l は y 軸と点 B で交わる。また、点 A, B の座標は、それぞれ $(2, 4)$, $(0, 3)$ である。
このとき、次の問1～問4に答えなさい。

(宮崎県 2010 年度)

問1 a の値を求めなさい。

問2 直線 l の式を求めなさい。

問3 図2は、図1において、①のグラフ上に、 x 座標が正である点 C をとり、この点 C から x 軸に垂線をひいたものである。また、この垂線と x 軸との交点を D とする。
このとき、 $\triangle COD$ の面積を求めなさい。

問4 図3は、図1において、①のグラフ上に、 x 座標が 8 である点 E をとり、この点 E を通り直線 l に平行な直線 m をひいたものである。また、直線 m と y 軸との交点を F とする。
このとき、点 B を通り、四角形 BF EA の面積を 2 等分する直線と線分 EF との交点の座標を求めなさい。

図1

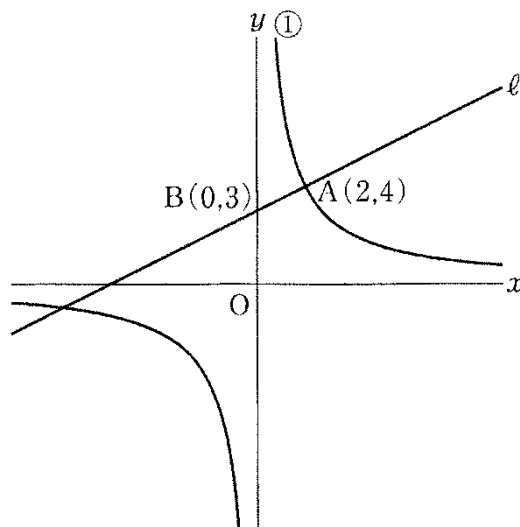


図2

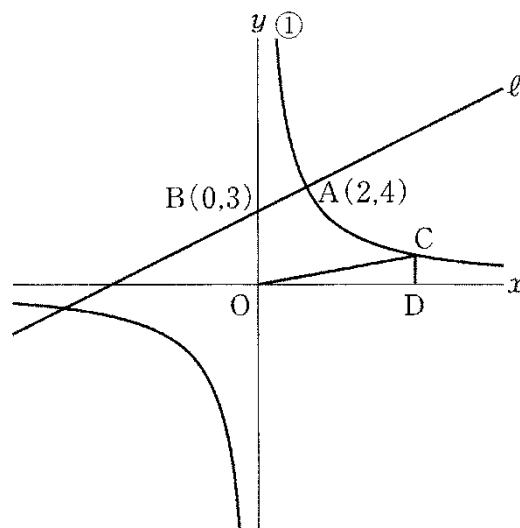
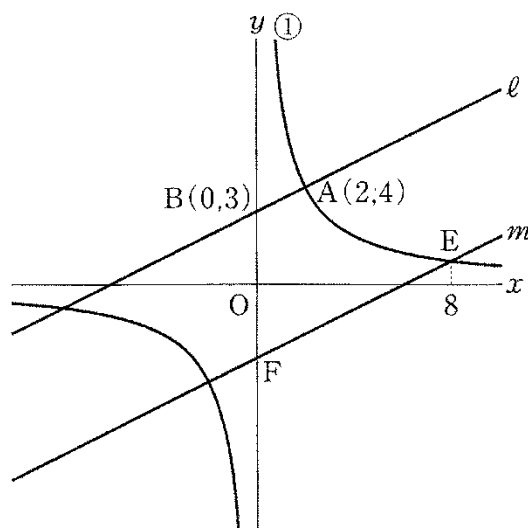


図3



解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	
問4	(,)

解答

問1 $a=8$

問2 $y=\frac{1}{2}x+3$

問3 4

問4 $\left(5, -\frac{1}{2}\right)$

解説

問4

E は $y=\frac{8}{x}$ 上の点で, x 座標は 8 より, y 座標は $\frac{8}{8}=1$ E (8, 1)

直線 m は直線 l に平行なので $y=\frac{1}{2}x+c$ とおく。

E を通るので $1=\frac{1}{2}\times 8+c$ $c=-3$ $y=\frac{1}{2}x-3$

よって F (0, -3) A を通り y 軸に平行な直線と直線 m との交点を G とすると

G の x 座標は 2 y 座標は $y=\frac{1}{2}x-3$ に $x=2$ を代入して $y=\frac{1}{2}\times 2-3=-2$ G (2, -2)

四角形 BFEA = 平行四辺形 BFGA + $\triangle AGE = (3+3) \times 2 + \frac{1}{2} \times (4+2) \times (8-2) = 12 + 18 = 30$

点 B を通り四角形 BFEA の面積を 2 等分する直線と直線 EF との交点を K とし

K の x 座標を h とすると $\frac{1}{2} \times (3+3) \times h = \frac{30}{2}$ $h=5$

E は直線 m 上の点だから $y=\frac{1}{2}x-3$ に $x=5$ を代入して $y=\frac{1}{2}\times 5-3=-\frac{1}{2}$

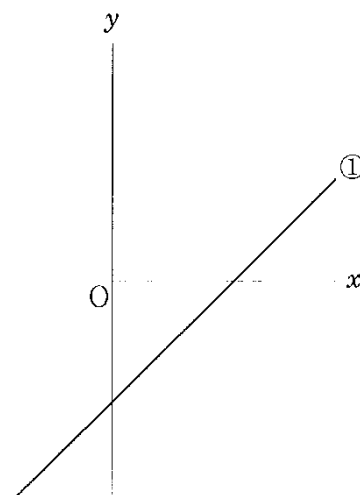
よって求める点 K の座標は $\left(5, -\frac{1}{2}\right)$

【問 73】

図のように、関数 $y=x-6$ …① のグラフがあります。点 O は原点とします。この図に、関数 $y=-2x+3$ …② のグラフをかき入れ、さらに、関数 $y=ax+8$ …③ のグラフをかき入れるとき、 a の値によっては、①、②、③のグラフによって囲まれる三角形ができるとき、できないときがあります。

①、②、③のグラフによって囲まれる三角形ができないときの a の値をすべて求めなさい。

(北海道 2011 年度)



解答欄

①	$a=$
②	$a=$
③	$a=$

解答

① $a=1$

② -2

③ $-\frac{11}{3}$

解説

三角形ができないのは、③の直線が①と②の交点を通るとき… (1)

③が①と平行になるとき… (2)

③が②と平行になるとき… (3)

の 3 つの場合。

(1) のとき $y=x-6$ と $y=-2x+3$ を連立方程式として解くと $x=3$, $y=-3$ よりその交点は $(3, -3)$

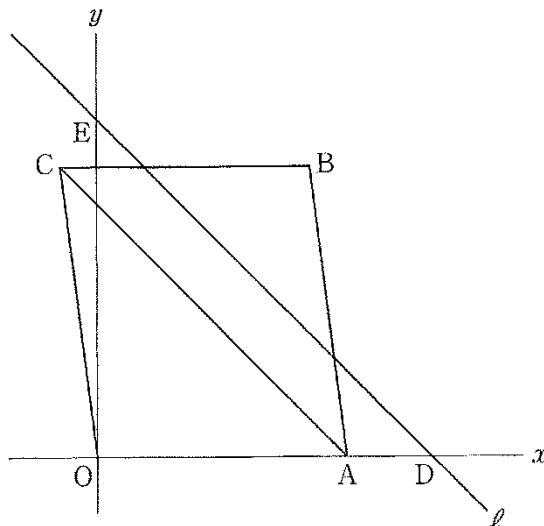
$$y=ax+8 \text{ に } x=3, y=-3 \text{ を代入して } -3=3a+8 \quad a=-\frac{11}{3}$$

(2), (3) のとき平行な直線は傾きが等しいので $a=1, -2$

【問 74】

図のような、4 点 $O(0, 0)$, $A(8, 0)$, $B(7, 12)$, $C(-1, 12)$ を頂点とする平行四辺形があります。また、対角線 AC と平行で切片が正の直線 l があり、この直線 l と x 軸, y 軸との交点をそれぞれ D , E とします。平行四辺形 $OABC$ の面積と三角形 ODE の面積が等しくなるとき、この直線 l の式を求めなさい。

(埼玉県 2011 年度 後期)



解答欄

$y=$

解答

$$y = -\frac{4}{3}x + 16$$

解説

$A(8, 0)$ と $C(-1, 12)$ を通る直線 AC の式を求めると、 $y = -\frac{4}{3}x + \frac{32}{3}$

直線 l を $y = ax + b$ とおくと直線 l と直線 AC は平行なので $a = -\frac{4}{3}$ $y = -\frac{4}{3}x + b$

直線 AC と y 軸との交点を F とすると $AF \parallel DE$ より

$$OF : OE = OA : OD$$

$$\frac{32}{3} : b = 8 : OD$$

$$OD = \frac{3}{4}b \quad (\text{平行四辺形 } OABC) = \triangle ODE \text{ より}$$

$$8 \times 12 = \frac{1}{2} \times b \times \frac{3}{4}b$$

$$\frac{3}{8}b^2 = 96$$

$$b^2 = 256$$

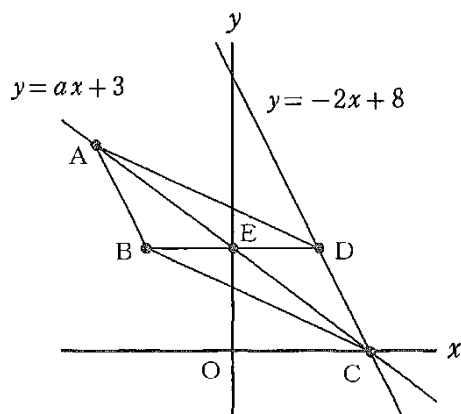
$$b > 0 \text{ より } b = 16$$

よって求める式は $y = -\frac{4}{3}x + 16$

【問 75】

図で、 O は原点、四角形 $ABCD$ は平行四辺形、 C は x 軸上の点である。 E は対角線 AC と BD との交点で、 y 軸上にある。また、 BD は x 軸と平行である。直線 AC の式が $y=ax+3$ (a は定数)、直線 DC の式が $y=-2x+8$ であるとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(愛知県 2011 年度 A)



(1) a の値を求めなさい。

(2) 平行四辺形 $ABCD$ の面積は $\triangle EOC$ の面積の何倍か、求めなさい。

解答欄

(1)	$a =$
(2)	倍

解答

(1) $a = -\frac{3}{4}$

(2) $\frac{5}{2}$ 倍

解説

(1)

C は $y = -2x + 8$ と y 軸との交点より、 $y = 0$ を代入して $0 = -2x + 8$ $x = 4$ $C(4, 0)$

$y = ax + 3$ はこの点を通るので $x = 4, y = 0$ を代入して $0 = 4a + 3$ $a = -\frac{3}{4}$

(2)

E は直線 AC の切片なので、 $E(0, 3)$

$BD \parallel x$ 軸より、点 D の y 座標は 3 $y = 3$ を $y = -2x + 8$ に代入して、 $3 = -2x + 8$ $x = \frac{5}{2}$ $D\left(\frac{5}{2}, 3\right)$

$$(\text{平行四辺形 } ABCD) = 4\triangle ECD = 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 3 = 15$$

$$\triangle EOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

よって平行四辺形 $ABCD$ は $\triangle EOC$ の $\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$ 倍

【問 76】

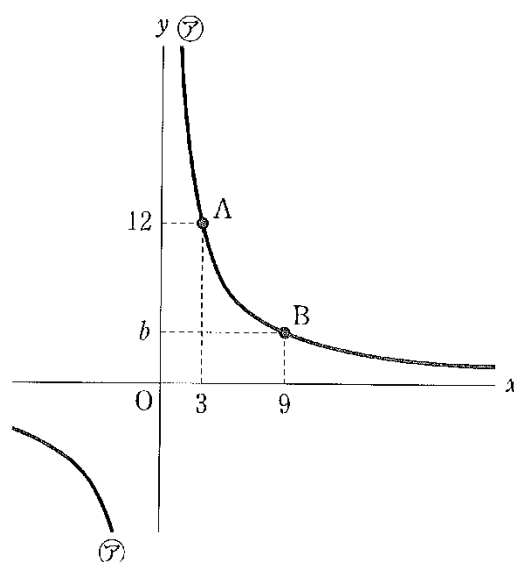
図のように、関数 $y = \frac{a}{x}$ …㉞のグラフ上に 2 点 A, B があり、
点 A の座標が (3, 12)、点 B の座標が (9, b) である。このとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2011 年度)

(1) a, b の値を求めなさい。

(2) 2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

(3) x 軸上に原点 O と異なる点 P をとり、 $\triangle OAB$ と $\triangle PAB$ の面積が等しくなるとき、点 P の座標を求めなさい。



解答欄

(1)	$a =$
	$b =$
(2)	$y =$
(3)	P (,)

解答

(1) $a = 36$ $b = 4$

(2) $y = -\frac{4}{3}x + 16$

(3) P (24, 0)

【問 77】

2 点 A (−2, 1), B (3, 5) 間の距離を求めよ。

(愛媛県 2011 年度)

解答欄

解答

$\sqrt{41}$

【問 78】

図のように、原点 O を通る直線 l と、点 $A(12, 0)$ を通る直線 m がある。直線 l と直線 m は、点 $B(8, 4)$ で交わっている。また、線分 OB 上に点 P 、線分 AB 上に点 Q をとり、2 点 P, Q から x 軸にひいた垂線と x 軸との交点をそれぞれ H, K とする。

四角形 $PHKQ$ が長方形のとき、次の問 1～問 3 に答えなさい。

(佐賀県 2011 年度 後期)

問1 直線 l の式を求めなさい。

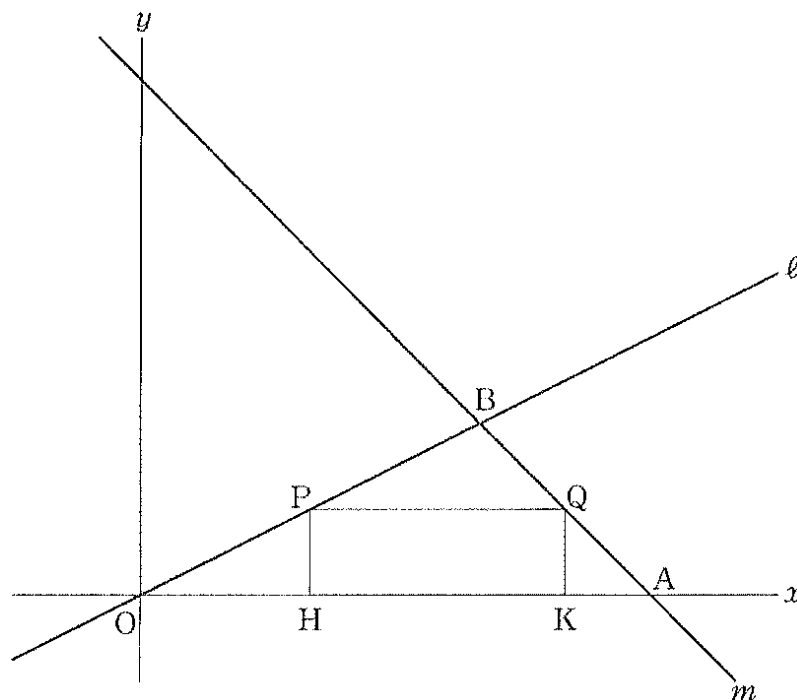
問2 直線 m の式を求めなさい。

問3 点 P の x 座標を a とするとき、次の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(1) 点 Q の座標を a を使って表しなさい。

(2) $PH:HK=1:7$ となるとき、 a の値を求めなさい。

(3) 長方形 $PHKQ$ の面積が 9 となるとき、 a の値をすべて求めなさい。



解答欄

問1		
問2		
問3	(1)	Q (,)
	(2)	
	(3)	

解答

問1 $y = \frac{1}{2}x$

問2 $y = -x + 12$

問3 (1) $Q\left(12 - \frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$ (2) $\frac{12}{5}$ (3) 2, 6

解説

問3

(2)

$$PH = \frac{a}{2}, HK = 12 - \frac{a}{2} - a = 12 - \frac{3}{2}a$$

$PH:HK = 1:7$ より

$$\frac{a}{2} : \left(12 - \frac{3}{2}a\right) = 1:7$$

$$\frac{7}{2}a = 12 - \frac{3}{2}a$$

$$5a = 12$$

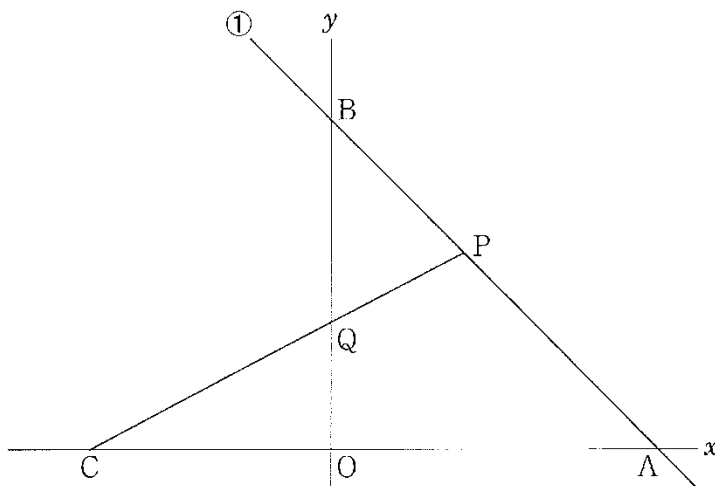
$$a = \frac{12}{5}$$

【問 79】

下の図のように、関数 $y = -x + 8 \cdots \textcircled{1}$ のグラフがあります。①のグラフと x 軸、 y 軸との交点をそれぞれ A、B とします。 x 軸上に点 C (−6, 0) を、線分 AB 上に点 P をとり、線分 CP と y 軸との交点を Q とします。点 O は原点とします。

$\triangle BPQ = \triangle COQ$ となるとき、点 P の座標を求めなさい。

(北海道 2012 年度)



解答欄

点P (,)

解答

$\triangle BPQ = \triangle COQ$ となるとき四角形 OAPQ が共通であるから $\triangle OAB = \triangle PCA$ となる。

$\triangle OAB$ の面積は $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$

点 P の座標を (a, b) とおくと $\triangle PCA$ の面積は $\frac{1}{2} \times 14 \times b = 32$

よって $b = \frac{32}{7}$

$y = -x + 8$ に $x = a$, $y = \frac{32}{7}$ を代入すると $a = \frac{24}{7}$

答 点 P $\left(\frac{24}{7}, \frac{32}{7}\right)$

解説

2 点 B, C を通る直線と 2 点 O, P を通る直線が平行のとき、 $\triangle BPQ = \triangle COQ$ となる。

直線 BC の傾きは、 $\frac{4}{3}$ であるから、直線 OP の式は、 $y = \frac{4}{3}x$

点 P は、関数 $y = -x + 8$ と直線 OP の交点であるから、連立方程式 $\begin{cases} y = -x + 8 \\ y = \frac{4}{3}x \end{cases}$ を解いて

$x = \frac{24}{7}$, $y = \frac{32}{7}$

答 点 P $\left(\frac{24}{7}, \frac{32}{7}\right)$

$\triangle ABO = \triangle BPQ + (\text{四角形 OAPQ})$ $\triangle APC = \triangle COQ + (\text{四角形 OAPQ})$ で

$\triangle BPQ = \triangle COQ$ より、 $\triangle ABO = \triangle APC$ P から x 軸に垂線をひき、交点を H とする。

また、A (8, 0), B (0, 8) だから、 $\triangle ABO = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$ $\triangle APC = \frac{1}{2} \times (8 + 6) \times PH = 7PH$

よって $7PH = 32$ $PH = \frac{32}{7}$ よって点 P の y 座標は $\frac{32}{7}$

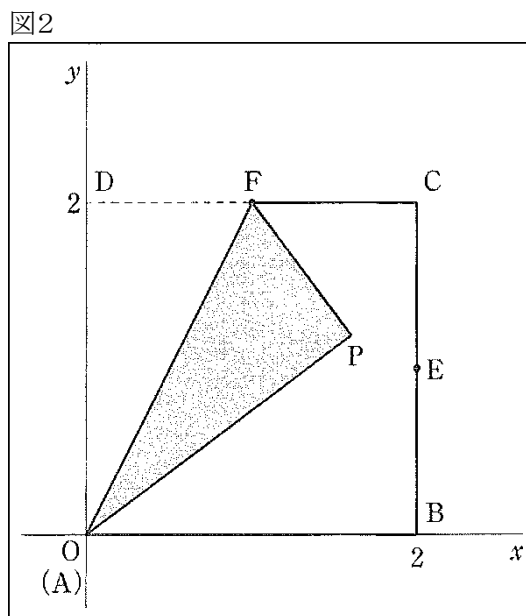
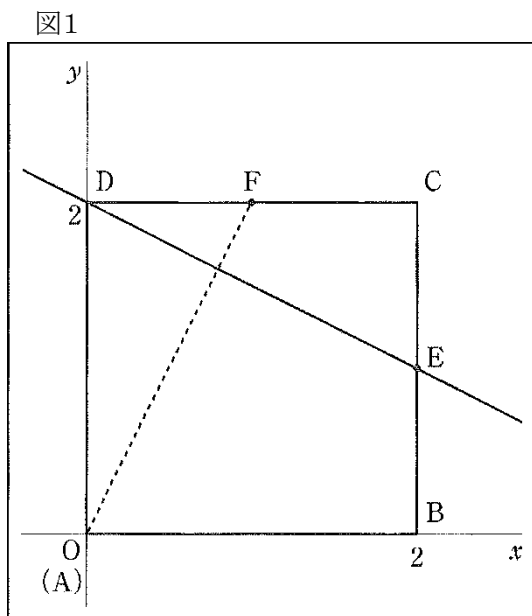
P は $y = -x + 8$ 上の点より $y = \frac{32}{7}$ を代入して $\frac{32}{7} = -x + 8$ $x = \frac{24}{7}$ P $\left(\frac{24}{7}, \frac{32}{7}\right)$

【問 80】

1 辺の長さが 2 cm の正方形の紙 ABCD があり, 辺 BC の中点を E, 辺 CD の中点を F とします。図1は, この紙を, 座標軸がかかっている用紙の上に, 点 A, B, C, D がそれぞれ点 $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 2)$, $(0, 2)$ に重なるように置いたものです。

このとき, 次の問1, 問2に答えなさい。ただし, 座標の 1 目もりを 1 cm とし, 紙の厚みは考えないものとします。

(岩手県 2012 年度)



問1 図1において, 2 点 D, E を通る直線の式を求めなさい。

問2 図2のように, 正方形 ABCD を AF を折り目として折り返します。折り返したあとの頂点 D の位置を P とするとき, 点 P の座標を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	

解答

問1 $y = -\frac{1}{2}x + 2$

問2 $\left(\frac{8}{5}, \frac{6}{5}\right)$

解説

問2

OFとDEの交点をHとする。

$\triangle DFH \sim \triangle DEC$ だから

$$\angle DHF = \angle DCE = 90^\circ$$

点Pは点DとDFについて対称な点より $DP \perp OF$

よってPは直線DE上の点で $DH = PH$

$$\triangle DEC \text{ において三平方の定理より } DE = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \text{ cm}$$

P, Hからy軸に垂線をひき交点をそれぞれK, Iとする。

$\triangle ODF \sim \triangle DHF$ だから

$$2 : DH = \sqrt{5} : 1$$

$$DH = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ cm}$$

$\triangle DHF \sim \triangle HID$ だから

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} : HI = 1 : \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$HI = \frac{4}{5}$$

$\triangle DKP$ で $IH \parallel KP$ より

$$\frac{4}{5} : KP = 1 : 2$$

$$KP = \frac{8}{5}$$

$$\text{よって P の } x \text{ 座標は } \frac{8}{5} \quad y = -\frac{1}{2}x + 2 \text{ に代入して } y = -\frac{1}{2} \times \frac{8}{5} + 2 = \frac{6}{5}$$

$$\text{よって } P\left(\frac{8}{5}, \frac{6}{5}\right)$$

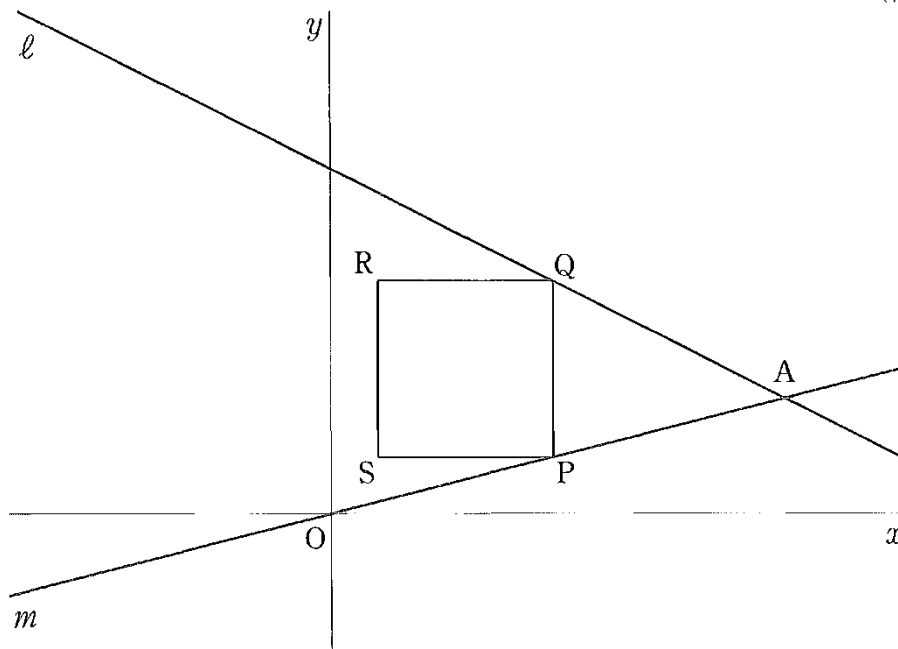
【問 81】

下の図のように、2 直線 l , m があり、 l , m の式はそれぞれ $y = -\frac{1}{2}x + 6$, $y = \frac{1}{4}x$ である。 l と m との交点を A とする。

また、線分 OA 上を動く点を P とし、 P を通り y 軸に平行な直線と l との交点を Q とする。さらに、四角形 $PQRS$ が正方形となるように 2 点 R , S をとる。ただし、 S の x 座標は P の x 座標より小さいものとする。

このとき、次の問1, 問2に答えなさい。

(福島県 2012 年度)



問1 点 A の座標を求めなさい。

問2 点 P の x 座標を t とする。

(1) 点 S が y 軸上にあるとき、 t の値を求めなさい。

(2) 正方形 $PQRS$ が y 軸によって 2 つの長方形に分けられるとき、できた長方形のいずれか一方の面積と $\triangle AQP$ の面積が等しくなる t の値をすべて求めなさい。

解答欄

問1	A (,)	
問2	(1)	
	(2)	

解答

問1 A (8, 2)

問2

(1) $\frac{24}{7}$

(2) $\frac{8}{5}, \frac{8}{3}$

解説

問2

(1)

点 P の x 座標が t のとき, $P\left(t, \frac{1}{4}t\right), Q\left(t, -\frac{1}{2}t+6\right)$ とおける。

$$PQ = -\frac{1}{2}t + 6 - \frac{1}{4}t = 6 - \frac{3}{4}t \quad S \text{ が } y \text{ 軸上にあるとき, } SP = t$$

$$\text{よって } 6 - \frac{3}{4}t = t \text{ より } t = \frac{24}{7}$$

(2)

RQ と y 軸, SP と y 軸との交点をそれぞれ H, K とする。

また, A から PQ に垂線をひき, 交点を J とする。

$$\text{長方形 PQHK} = \triangle APQ \text{ のとき } PQ \times PK = \frac{1}{2} \times PQ \times AJ \text{ より}$$

$$PK = \frac{1}{2} AJ$$

$$t = \frac{1}{2}(8-t) \text{ より } t = \frac{8}{3}$$

次に長方形 KHRS = $\triangle APQ$ のとき

$$PQ \times SK = \frac{1}{2} \times PQ \times AJ \text{ より}$$

$$SK = \frac{1}{2} AJ$$

$$6 - \frac{3}{4}t - t = \frac{1}{2}(8-t) \text{ より } t = \frac{8}{5}$$

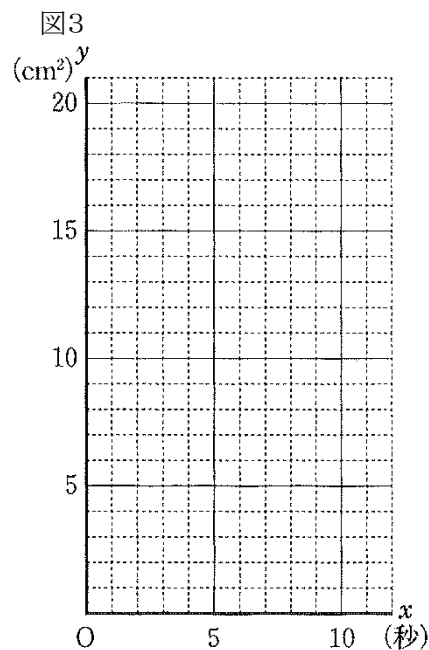
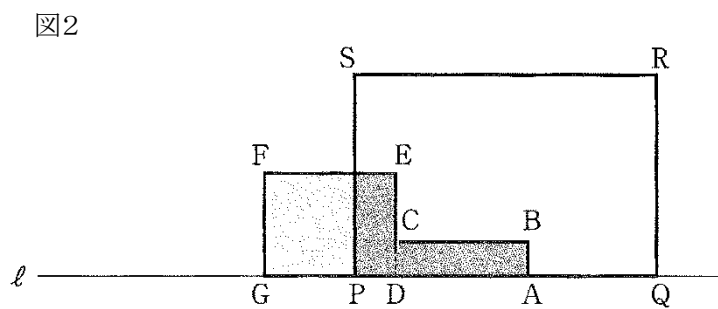
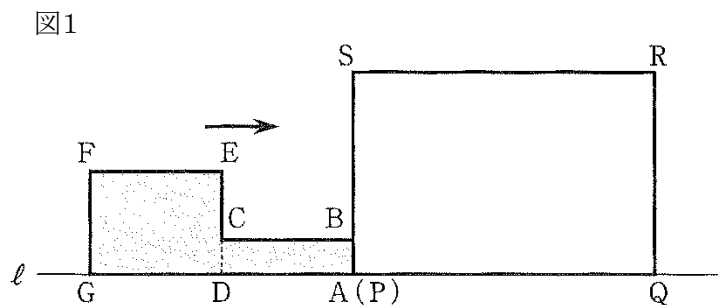
【問 82】

下の図1のように、長方形 ABCD と長方形 DEFG を組み合わせた L 字型の図形 ABCEFG があり、 $AB=1\text{ cm}$ 、 $AD=4\text{ cm}$ 、 $DE=3\text{ cm}$ 、 $DG=4\text{ cm}$ である。また、 $PQ=10\text{ cm}$ 、 $QR=6\text{ cm}$ の長方形 PQRS がある。これら 2 つの図形の辺 AG、PQ は直線 ℓ 上にあり、点 A と点 P は重なっている。この状態から、長方形 PQRS を固定し、L 字型の図形を直線 ℓ に沿って矢印の方向に秒速 1 cm で移動させ、点 A が点 Q と重なったときに停止させる。

図2は L 字型の図形が、途中まで移動したようすを表したものである。移動を始めてから x 秒後に 2 つの図形が重なる部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。

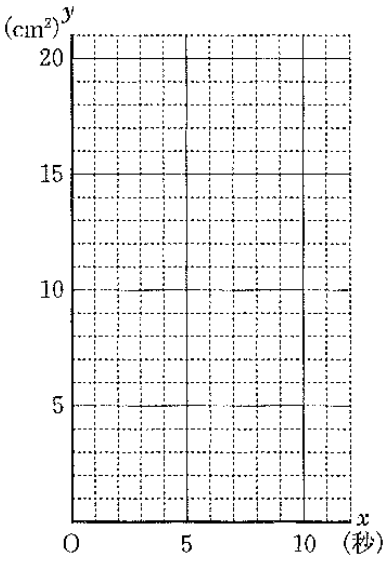
(茨城県 2012 年度)



問1 2 つの図形が重なる部分の面積が L 字型の図形 ABCEFG の面積の $\frac{1}{2}$ となるのは、移動を始めてから何秒後か求めなさい。

問2 移動を始めてから停止するまでの x と y の関係を表すグラフを、図3にかきなさい。ただし、図3の O は原点とする。

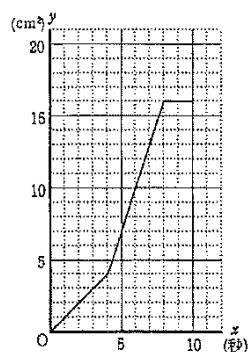
解答欄

問1	秒後
問2	

解答

問1 $\frac{16}{3}$ 秒後

問2



解説

問2

$0 \leq x \leq 4$ のとき、重なる部分は縦が 1 cm、横が x cm の長方形になるから $y = 1 \times x = x$

$4 \leq x \leq 8$ のとき重なる部分は縦が 1 cm 横が 4 cm の長方形と

縦が 3 cm 横が $(x - 4)$ cm の長方形を組み合わせた L 字型の図形になるから

$$y = 1 \times 4 + 3 \times (x - 4) = 3x - 8$$

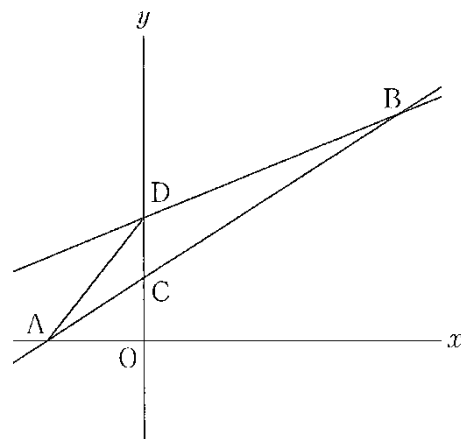
$8 \leq x \leq 10$ のとき重なる部分は図形 ABCEFG と一致するから $y = 1 \times 4 + 3 \times 4 = 16$

【問 83】

右の図のように、点 $A(-2, 0)$ と x 座標が 6 の点 B があり、直線 AB と y 軸との交点を C とします。また、点 B を通り傾き $\frac{1}{2}$ の直線と y 軸との交点を D とし、点 D の y 座標は、点 C の y 座標より大きいものとします。 $\triangle ABD$ の面積が 6 cm^2 となるとき、 2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

(埼玉県 2012 年度)



解答欄

$y =$

解答

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$$

解説

直線 AB を $y = mx + n$ とする。

$A(-2, 0)$ を通るので $0 = -2m + n$ $n = 2m$

よって直線 AB は $y = mx + 2m$ とおける。

B はこの直線上の点で、 x 座標が 6 より、 $B(6, 8m)$ とおける。

$\triangle ABD$ の面積が 6 cm^2 より

$$\frac{1}{2} \times CD \times 2 + \frac{1}{2} \times CD \times 6 = 6$$

$$CD + 3CD = 6$$

$$4CD = 6$$

$$CD = \frac{3}{2}$$

よって $D\left(0, 2m + \frac{3}{2}\right)$ とおける。

直線 DB の傾きは $\frac{1}{2}$ だから $\left\{8m - \left(2m + \frac{3}{2}\right)\right\} \div (6 - 0) = \frac{1}{2}$

$$\text{これを解いて } m = \frac{3}{4}$$

$$\text{したがって } n = 2m = 2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\text{よって } y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$$

【問 84】

図1で、点 O は原点、点 A の座標は $(0, -4)$ であり、直線 l は一次関数 $y = -x + 12$ のグラフを表している。

直線 l と y 軸との交点を B 、直線 l と x 軸との交点を C とする。

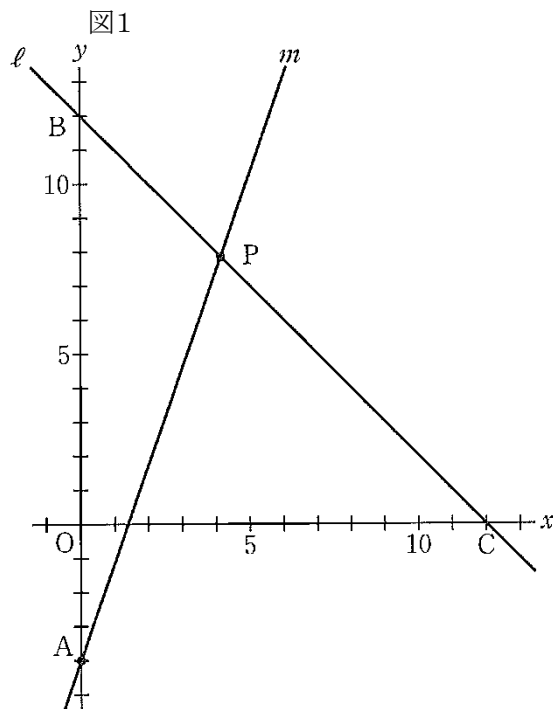
直線 l 上にあり、 x 座標が 12 より小さい正の数である点を P とする。2 点 A, P を通る直線を m とする。

座標軸の 1 目盛りを 1 cm として、次の各問に答えよ。

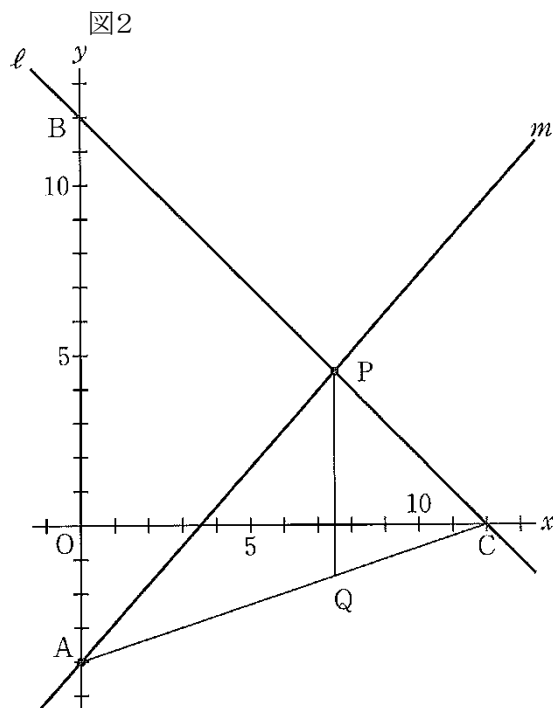
(東京都 2012 年度)

問1 点 P の x 座標が 2 のとき、直線 m の式を求めよ。

問2 線分 AP が x 軸により 2 等分されるとき、線分 BP の長さと線分 PC の長さの比を最も簡単な整数の比で表せ。



問3 右の図2は、図1において、点 A と点 C を結び、点 P を通り y 軸に平行な直線を引き、線分 AC との交点を Q とした場合を表している。 $\triangle CPQ$ の面積が 6 cm^2 のとき、点 P の座標を求めよ。



解答欄

問1	$y =$
問2	$BP:PC =$:
問3	(,)

解答

問1 $y=7x-4$

問2 $BP:PC=2:1$

問3 $(9, 3)$

解説

問2

AP と x 軸との交点を M, P から x 軸に垂線をひき, 交点を H とする。

P の x 座標を t とおくと P は $y=-x+12$ 上の点より, $P(t, -t+12)$ とおける。

$\triangle AOM$ と $\triangle PHM$ において

$AM=PM$, $\angle AOM=\angle PHM=90^\circ$, $\angle AMO=\angle PMH$ だから

直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので

$$\triangle AOM \equiv \triangle PHM$$

よって $PH=AO$

$$-t+12=4$$

$$t=8$$

よって $P(8, 4)$, $H(8, 0)$

また $B(0, 12)$, $C(12, 0)$

$PH \parallel BO$ より平行線と線分の比の定理から

$$BP:PC=OH:HC=8:(12-8)=8:4=2:1$$

問3

直線 AC の式を $y=mx-4$ とおく。

$$C(12, 0) \text{ を通るので } 0=12m-4 \quad m=\frac{1}{3}$$

$$\text{よって } y=\frac{1}{3}x-4$$

点 P と点 Q の x 座標を s とおくと $P(s, -s+12)$, $Q\left(s, \frac{1}{3}s-4\right)$ とおける。

$\triangle PQC=6 \text{ cm}^2$ より

$$\frac{1}{2} \times \left\{ (-s+12) - \left(\frac{1}{3}s-4 \right) \right\} \times (12-s) = 6$$

$$\text{整理して } \frac{4}{3}s^2 - 32s + 180 = 0$$

$$s^2 - 24s + 135 = 0$$

$$(s-9)(s-15) = 0$$

$$s=9, 15$$

$$0 < s < 12 \text{ より}$$

$$s=9$$

よって $P(9, 3)$

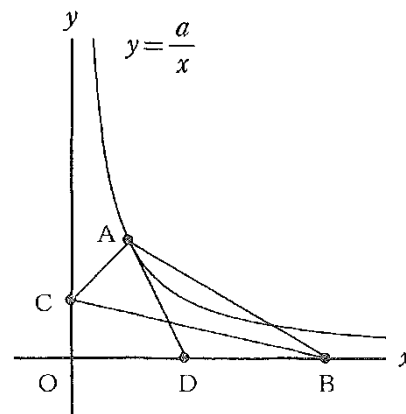
【問 85】

図で、 O は原点、 A は反比例の関係 $y = \frac{a}{x}$ (a は定数) のグラフ上の点である。また、 B は x 軸上の点、 C は y 軸上の点で、 D は線分 OB 上の点である。

点 A の座標が $(2, 4)$ 、点 B の x 座標が 9 、点 C の y 座標が 2 であるとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(愛知県 2012 年度 A)

(1) a の値を求めなさい。



(2) $\triangle ACB$ の面積と $\triangle ADB$ の面積が等しいとき、点 D の座標を求めなさい。

解答欄

(1)	$a =$
(2)	(,)

解答

(1) $a = 8$

(2) $\left(\frac{7}{2}, 0\right)$

解説

(2)

$\triangle ACB = \triangle ADB$ で、 AB が共通なので $AB \parallel CD$ 直線 CD は傾きが直線 AB と等しくなる。

$A(2, 4)$ 、 $B(9, 0)$ を通る直線の傾きは $-\frac{4}{7}$ 、直線 CD の切片は 2 より、直線 CD の式は $y = -\frac{4}{7}x + 2$

点 D の y 座標は 0 だから

$$0 = -\frac{4}{7}x + 2$$

$$x = \frac{7}{2}$$

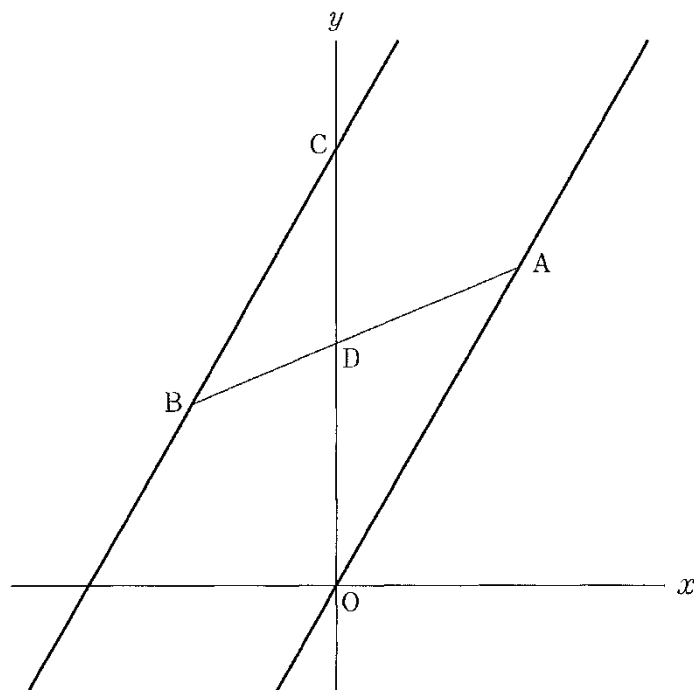
$$D\left(\frac{7}{2}, 0\right)$$

【問 86】

下の図のように、関数 $y=ax$ のグラフ上を $x>0$ の範囲で動く点 A があります。点 B $(-4, 5)$ を通り関数 $y=ax$ のグラフに平行な直線をひき、 y 軸との交点を C とします。また、線分 AB と y 軸との交点を D とします。ただし、 $a>0$ とします。

これについて、次の問1～問3に答えなさい。

(広島県 2012 年度)



問1 点 A の座標が $(4, 8)$ のとき、 a の値を求めなさい。

問2 $CD:DO=2:3$ となるとき、点 A の x 座標を求めなさい。

問3 $\triangle ABC$ の面積が 20 となるとき、直線 BC の式を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 2

問2 6

問3 $y = \frac{5}{4}x + 10$

解説

問2

BC // AO より, 平行線と線分の比の定理から

$$BD:DA = CD:DO = 2:3$$

A, B から x 軸に垂線をひき交点をそれぞれ H, K とすると

$$AH // DO // BK \text{ より } KO:OH = BD:DA$$

$$\text{よって } 4:OH = 2:3 \quad 2OH = 12 \quad OH = 6$$

よって A の x 座標は 6

問3

$$BC // AO \text{ より } \triangle ABC = \triangle OBC$$

$$\text{よって } \frac{1}{2} \times OC \times 4 = 20$$

$$OC = 10$$

直線 BC を $y = ax + 10$ とおき $x = -4, y = 5$ を代入すると

$$5 = -4a + 10$$

$$a = \frac{5}{4}$$

$$\text{したがって求める式は } y = \frac{5}{4}x + 10$$

【問 87】

右の図のように、点 $P(5, 3)$ を通る右下がりの直線 $y = ax + b$ と、 x 軸上の点 Q と y 軸上の点 R を通る直線 $y = cx + d$ がある。このとき、点 Q の x 座標は正の数、点 R の y 座標は負の数とする。

次の問1, 問2に答えなさい。

(山口県 2012 年度)

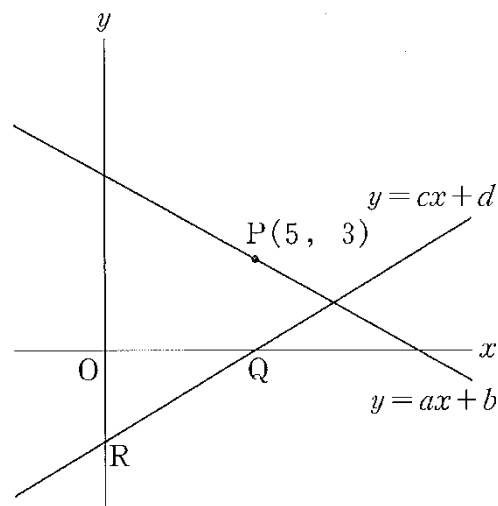
問1 a, b は、それぞれ正の数, 負の数のどちらか。次のア～エの中から正しい組み合わせを選び, 記号で答えなさい。

ア a は正の数, b は正の数

イ a は正の数, b は負の数

ウ a は負の数, b は正の数

エ a は負の数, b は負の数



問2 四角形 $ORQP$ が平行四辺形するとき, c, d の値をそれぞれ求めなさい。

解答欄

問1	
問2	$c =$, $d =$

解答

問1 ウ

問2 $c = \frac{3}{5}, d = -3$

解説

問2

四角形 $ORQP$ が平行四辺形の時

$RQ \parallel OP$ より $c = \frac{3}{5}$

また $OR = PQ = 3$ だから $R(0, -3)$

よって $d = -3$

【問 88】

図1～図3のように、点 $A(4, 2)$ で交わる2つの直線 ℓ , m がある。
 直線 ℓ の式は $y = \frac{1}{2}x$, 直線 m は傾きが -1 で、 y 軸と点 B で交わっている。また、 y 軸上に点 $C(0, 4)$ がある。原点を O として、次の問いに答えなさい。

(長崎県 2012 年度)

問1 直線 m の式を求めよ。

問2 $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

問3 直線 AC の式を求めよ。

問4 図2, 図3のように、点 P が線分 OA または線分 AB 上にあり、点 P を通り直線 AC に平行な直線と y 軸との交点を $Q(0, t)$ とする。また、 $\triangle OPQ$ の面積を S とするとき、次の(1)～(3)に答えよ。

(1) 図2において、 $t=2$ であるとき、 S の値を求めよ。

(2) 図3のように、点 P が線分 AB 上にあるとき、 S を t の式で表せ。

(3) S の値が $\triangle OAB$ の面積の $\frac{1}{2}$ となるときの t の値をすべて求めよ。

図1

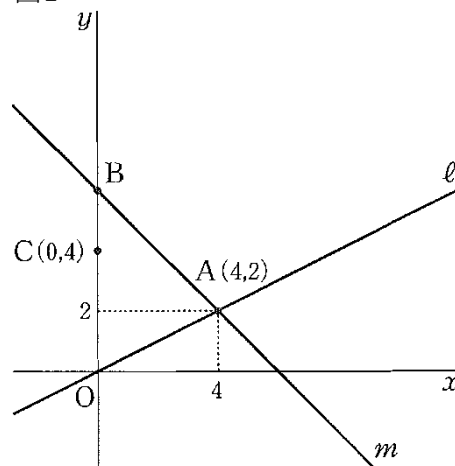


図2

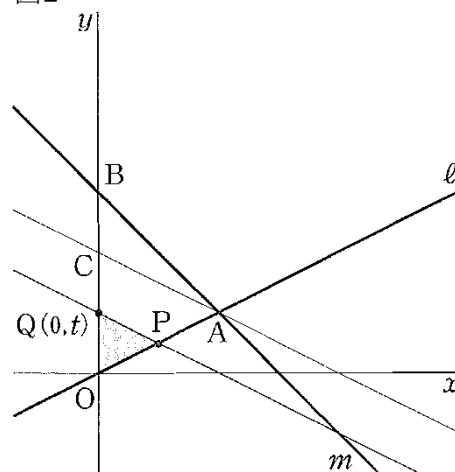
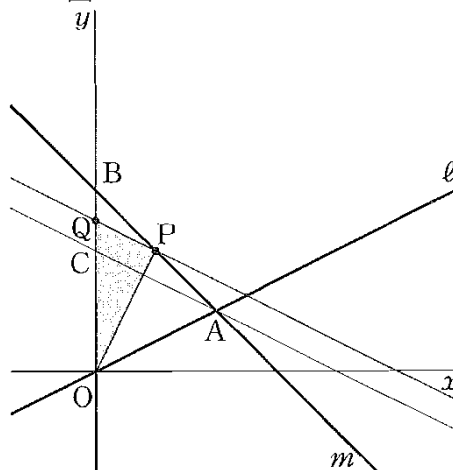


図3



解答欄

問1	$y=$	
問2		
問3	$y=$	
問4	(1)	$S=$
	(2)	$S=$
	(3)	

解答

問1 $y=-x+6$

問2 12

問3 $y=-\frac{1}{2}x+4$

問4 (1) $S=2$ (2) $S=6t-t^2$ (3) $2\sqrt{3}, 3+\sqrt{3}$

解説

問4

(3)

P が線分 OA 上にあるとき P は $y=\frac{1}{2}x$ と $y=-\frac{1}{2}x+t$ との交点より $\frac{1}{2}x=-\frac{1}{2}x+t$

これを x について解くと $x=t$

よって $S=\triangle OPQ=\frac{1}{2}\times t\times t=\frac{1}{2}t^2$

$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$ で $S=\frac{1}{2}\triangle OAB$ より

$\frac{1}{2}t^2=\frac{1}{2}\times 12$

$t^2=12$

$0\leq t\leq 4$ より $t=2\sqrt{3}$

P が線分 AB 上にあるとき

$6t-t^2=\frac{1}{2}\times 12$

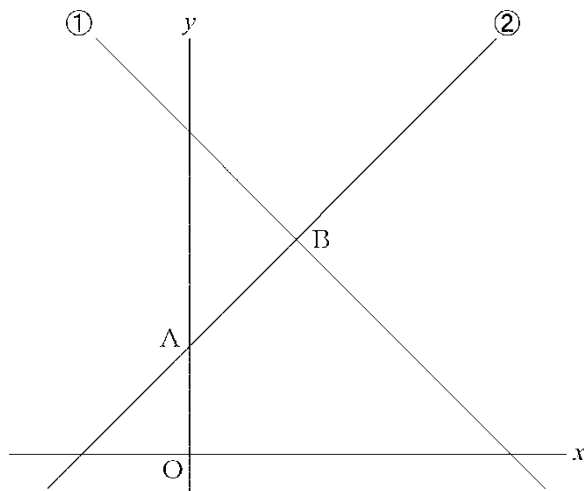
$t^2-6t+6=0$

$4\leq t\leq 6$ より

$t=3+\sqrt{3}$

【問 89】

下の図のように、2 つの関数 $y = -x + 6$ ……①, $y = x + 2$ ……② のグラフがあります。②のグラフと y 軸との交点を A, ①と②のグラフの交点を B とします。点 O は原点とします。



次の(1), (2)に答えなさい。

(北海道 2013 年度)

(1) 点 B の座標を求めなさい。

(2) ①のグラフ上に点 P をとり、点 P の x 座標を t とします。 $\angle BAP = 60^\circ$ のとき、 t の値を求めなさい。

ただし、 $t > 0$ とします。

解答欄

(1)	点 B (,)
(2)	$t =$

解答

(1) 点 B (2, 4)

(2) $t = 2 + 2\sqrt{3}$

解説

(1)

点 B は $y = -x + 6$ ……①と $y = x + 2$ ……②の交点より①, ②を連立方程式として解くと $x = 2, y = 4$

よって B(2, 4)

(2)

$y = -x + 6$ と y 軸との交点を C とすると C(0, 6) A(0, 2), B(2, 4)より $AC = 6 - 2 = 4$,

$AB = \sqrt{2^2 + (4 - 2)^2} = 2\sqrt{2}$ cm, $BC = \sqrt{2^2 + (6 - 4)^2} = 2\sqrt{2}$ cm $AB : BC : AC = 2\sqrt{2} : 2\sqrt{2} : 4$

$= 1 : 1 : \sqrt{2}$ より, $\triangle ABC$ は, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle BCA = 45^\circ$ の直角二等辺三角形 $\angle BAP = 60^\circ$

となる点 P は $t > 2$ の位置にある。 $\triangle ABP$ において, $AB : AP = 1 : 2$ だから, $AP = 2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$

P($t, -t + 6$) とすると, 三平方の定理より $AP^2 = t^2 + (2 + t - 6)^2 = t^2 + (t - 4)^2 = 2t^2 - 8t + 16$

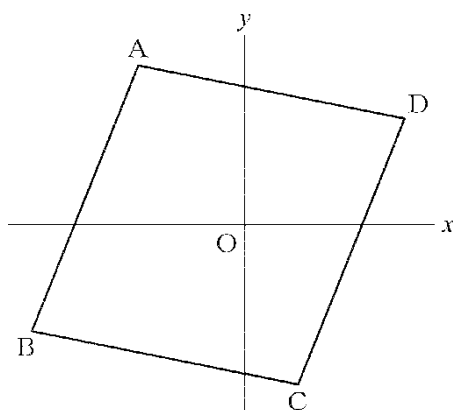
よって $2t^2 - 8t + 16 = (4\sqrt{2})^2$ $2t^2 - 8t - 16 = 0$ $t^2 - 4t - 8 = 0$

解の公式を利用して $t = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-8)}}{2 \times 1} = \frac{4 \pm 4\sqrt{3}}{2} = 2 \pm 2\sqrt{3}$ $t > 2$ より, $t = 2 + 2\sqrt{3}$

【問 90】

下の図で、点 A の座標は $(-2, 3)$ 、点 B の座標は $(-4, -2)$ 、点 D の座標は $(3, 2)$ である。四角形 ABCD が平行四辺形であるとき、点 C の座標を求めなさい。

(青森県 2013 年度 後期)



解答欄

解答

$(1, -3)$

解説

四角形 ABCD が平行四辺形であるとき $AB=DC$, $AB \parallel DC$ より

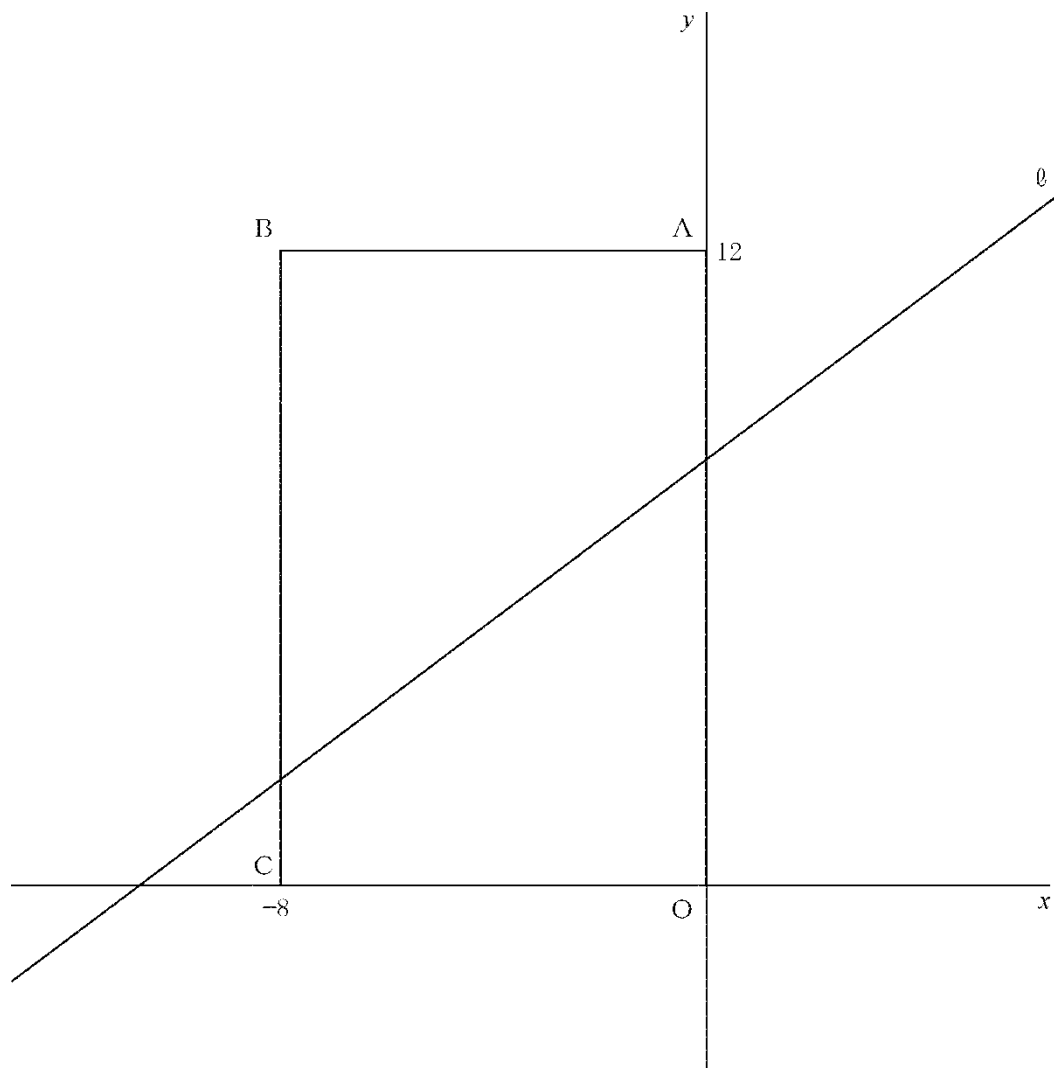
点 B から点 A には x が $-2 - (-4) = 2$, y が $3 - (-2) = 5$ 増加しているので
点 C から点 D にも同様に増加する。

よって C の x 座標は $3 - 2 = 1$, y 座標は $2 - 5 = -3$

C(1, -3)

【問 91】

下の図のように、4 点 $O(0, 0)$, $A(0, 12)$, $B(-8, 12)$, $C(-8, 0)$ を頂点とする長方形と直線 l があり、 l の傾きは $\frac{3}{4}$ である。



このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(福島県 2013 年度)

問1 直線 l が点 C を通るとき、 l の切片を求めなさい。

問2 辺 BC と直線 l との交点を P とし、 P の y 座標を t とする。また、 l が辺 OA または辺 AB と交わる点を Q とし、 $\triangle OQP$ の面積を S とする。

(1) 点 Q が辺 OA 上にあるとき、 S を t の式で表しなさい。

(2) $S=30$ となる t の値をすべて求めなさい。

解答欄

問1		
問2	(1)	$S=$
	(2)	

解答

問16

問2

(1) $S=4t+24$

(2) $\frac{3}{2}, 9$

解説

問1

直線 l を $y=\frac{3}{4}x+b$ とおく。

$C(-8, 0)$ を通るので $0=\frac{3}{4} \times (-8)+b$

$b=6$

よって式は $y=\frac{3}{4}x+6$ だから切片は 6

問2

(1)

$y=\frac{3}{4}x+6$ と OA の交点を $D(0, 6)$ とする。

点 Q が OA 上にあるとき $CD \parallel PQ$ で、 $P(-8, t)$ より、 $Q(0, 6+t)$ とおける。

このとき $S=\triangle OQP=\frac{1}{2} \times (6+t) \times 8=4t+24$

(2)

点 Q が OA 上にあるとき $0 \leq t \leq 6$ $S=4t+24$ より $S=30$ を代入して $30=4t+24$ $t=\frac{3}{2}$

点 Q が AB 上にあるとき $6 \leq t \leq 12$ PQ と y 軸との交点を R とすると、 $R(0, 6+t)$ とおける。

$AQ:RA=4:3$ だから

$AQ:(6+t-12)=4:3$

$3AQ=4(t-6)$

$AQ=\frac{4}{3}(t-6)$

よって $S=\triangle OQP=\triangle OPR-\triangle OQR=\frac{1}{2} \times (6+t) \times 8-\frac{1}{2} \times (6+t) \times \frac{4}{3}(t-6)=-\frac{2}{3}t^2+4t+48$

$S=30$ を代入して

$30=-\frac{2}{3}t^2+4t+48$

$t^2-6t-27=0$

$(t-9)(t+3)=0$

$6 \leq t \leq 12$ より

$t=9$

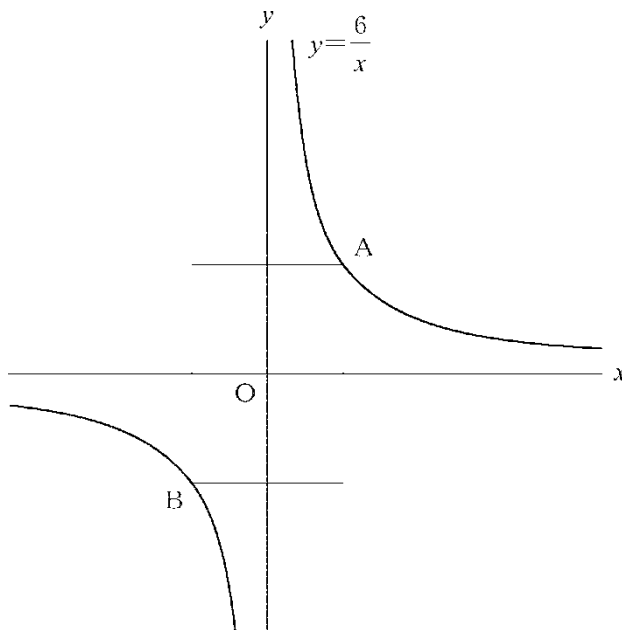
【問 92】

関数 $y = \frac{6}{x}$ のグラフ上に、 x 座標が 2 となる点 A がある。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。ただし、原点 O から点(1, 0)までの距離及び原点 O から点(0, 1)までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

(千葉県 2013 年度 後期)

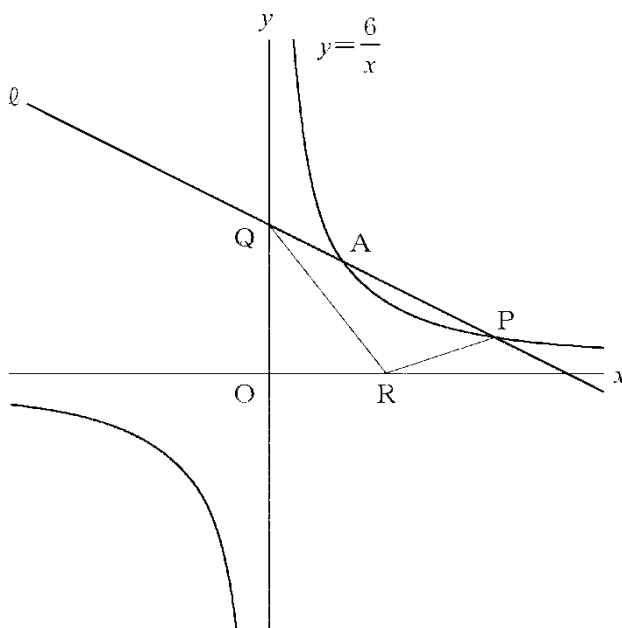
問1 下の図のように、関数 $y = \frac{6}{x}$ のグラフ上に x 座標が -2 の点 B をとり、2 点 A, B を頂点として、 x 軸に平行な辺と y 軸に平行な辺をもつ長方形をつくる。このとき、長方形の周の長さを求めなさい。



問2 下の図のように、点 A を通る直線 l は、関数 $y = \frac{6}{x}$ のグラフと点 P で、 y 軸と点 Q でそれぞれ交わっている。

$AP = 2AQ$ が成り立つとき、この 2 点 P, Q と x 軸上を動く点 R を頂点とする $\triangle PQR$ の周の長さが最小となるように、点 R の座標を求めなさい。

ただし、点 P の x 座標は、点 A の x 座標より大きいものとする。



解答欄

問1	cm
問2	(,)

解答

問1 20cm

問2 $\left(\frac{24}{5}, 0\right)$

解説

問1

A, B は $y = \frac{6}{x}$ のグラフ上の点より, それぞれの x 座標を代入して, 座標を求めると

A(2, 3), B(-2, -3)だから長方形の周の長さは $(2+2) \times 2 + (3+3) \times 2 = 8 + 12 = 20\text{cm}$

問2

A, P から x 軸に垂線をひき, 交点をそれぞれ H, K とおくと AH // PK より OH:OK=QA:QP=1:3

よって点 P の x 座標は $2 \times 3 = 6$ $y = \frac{6}{6} = 1$

よって, P(6, 1)

点 P と x 軸について対称な点 P' (6, -1)をとる。

△PQR の周の長さが最小となるのは QR+RP=QR+RP' が最小となるときだから

R が直線 QP' と x 軸との交点になるとき。

直線 l の式を求めると $y = -\frac{1}{2}x + 4$

よって Q(0, 4)

同様に直線 QP' の式を求めると $y = -\frac{5}{6}x + 4$

点 R の y 座標は 0 だから $0 = -\frac{5}{6}x + 4$

$x = \frac{24}{5}$

よって R $\left(\frac{24}{5}, 0\right)$

【問 93】

下の図のように、直線の式が $y = -\frac{3}{2}x + 6$ である直線 l があり、直線 l と x 軸、 y 軸との交点をそれぞれ、 A 、 B とする。

このとき、問1～問3に答えなさい。

(佐賀県 2013 年度 特色)

問1 点 A の座標を求めなさい。

問2 $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

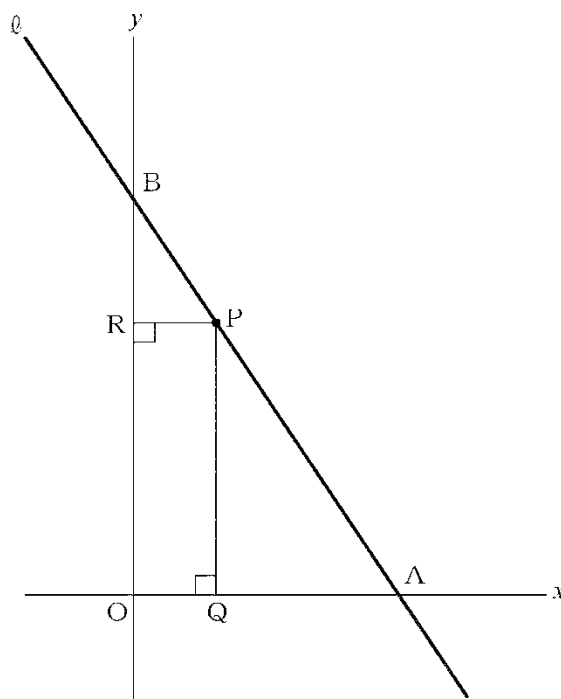
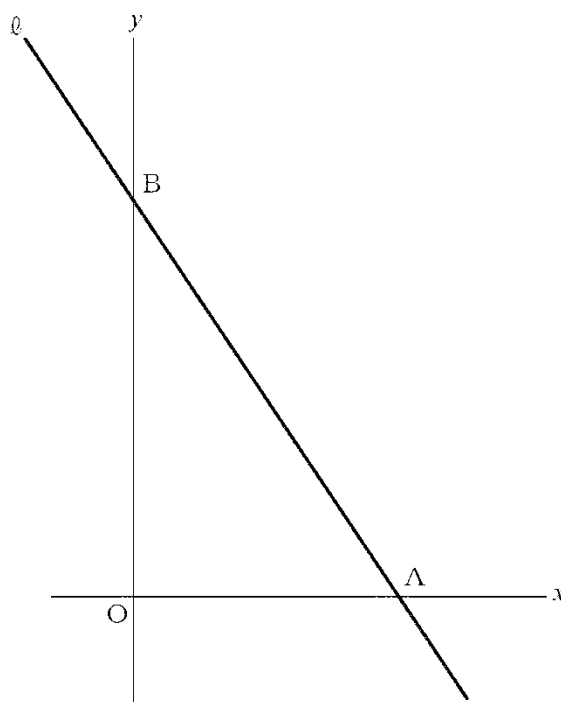
問3 線分 AB 上に点 P をとり、点 P から x 軸、 y 軸にそれぞれ垂線 PQ 、 PR をひく。

このとき、(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(1) 点 Q の座標が $(2, 0)$ となるとき、点 R の座標を求めなさい。

(2) $PQ = PR$ となるとき、点 P の座標を求めなさい。

(3) 四角形 $OQPR$ の面積が $\frac{9}{2}$ となるとき、点 P の x 座標を求めなさい。ただし、 $PQ > PR$ とする。



解答欄

問1	A (,)	
問2		
問3	(1)	R (,)
	(2)	P (,)
	(3)	

解答

問1 A (4, 0)

問2 12

問3

(1) R (0, 3)

(2) $P\left(\frac{12}{5}, \frac{12}{5}\right)$

(3) 1

解説

問1

$y = -\frac{3}{2}x + 6$ と x 軸との交点の y 座標は 0 より

$$0 = -\frac{3}{2}x + 6$$

$$x = 4$$

A(4, 0)

問2

$$B(0, 6) \text{ だから } \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$$

問3

(1)

Q(2, 0) のとき P は $y = -\frac{3}{2}x + 6$ 上の点だから $y = -\frac{3}{2} \times 2 + 6 = 3$ よって P(2, 3) R(0, 3)

(2)

$PQ = PR = t$ とおくと P(t , t)とおける。

P は $t = -\frac{3}{2}t + 6$ これを解いて $t = \frac{12}{5}$ よって $P\left(\frac{12}{5}, \frac{12}{5}\right)$

(3)

$OQ = t$ とおくと $P\left(t, -\frac{3}{2}t + 6\right)$ とおける。

四角形 OQPR の面積が $\frac{9}{2}$ より $t\left(-\frac{3}{2}t + 6\right) = \frac{9}{2}$

整理して $t^2 - 4t + 3 = 0$ ($t - 1$)($t - 3$) = 0 $t = 1, 3$ $PQ > PR$ より $t = 1$

【問 94】

次のように、 x と y についての 2 つの二元一次方程式

$$\boxed{\text{ア}} x + \boxed{\text{イ}} y = 10 \cdots \text{①}$$

$$\boxed{\text{ア}} x - \boxed{\text{イ}} y = 2 \cdots \text{②}$$

があります。

この 2 つの方程式の $\boxed{\text{ア}}$ には、1, 3, 5 のいずれか 1 つの数を当てはめ、 $\boxed{\text{イ}}$ には、2, 4, 6 のいずれか 1 つの数を当てはめます。

次の(1), (2)に答えなさい。

(北海道 2014 年度)

- (1) ①, ②の方程式を組にして、連立方程式をつくります。この連立方程式をみたす x, y の値がともに整数となるのは、 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ にそれぞれどのような数を当てはめたときですか、その数の組を 4 つ求めなさい。

- (2) ①, ②の方程式のグラフをかき、①, ②のグラフと y 軸によって囲まれてできる三角形をつくります。この三角形の面積が最小となる値を、次のように求めるとき、 $\boxed{\text{ウ}} \sim \boxed{\text{オ}}$ に当てはまる数を、それぞれ書きなさい。

(解答)

①のグラフと y 軸との交点を A, ②のグラフと y 軸との交点を B とし、①, ②のグラフと y 軸によって囲まれてできる三角形の底辺を辺 AB とすると、辺 AB の長さが最小となるときの値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

また、三角形の高さは、①のグラフと②のグラフの交点の x 座標であるから、三角形の高さが最小となるのは x 座標が $\boxed{\text{エ}}$ のときである。

よって、①, ②のグラフと y 軸によって囲まれてできる三角形の面積が最小となる値は $\boxed{\text{オ}}$ である。

解答欄

(1)	ア			イ		
	ア			イ		
	ア			イ		
	ア			イ		
(2)	ウ		エ		オ	

解答

(1)

ア 1 イ 2

ア 1 イ 4

ア 3 イ 2

ア 3 イ 4

(2)

ウ 2 エ $\frac{6}{5}$ オ $\frac{6}{5}$

解説

(1)

アを a , イを b とおく。

また, $ax=X$, $by=Y$ とおく。

$X+Y=10$ …①, $X-Y=2$ …②

①, ②を連立方程式として解くと $X=6$, $Y=4$

$ax=6$ について

a は 1, 3, 5 のどれかで

x は整数だから $a=1, 3$

同様に考えて

$by=4$ について

b は 2, 4, 6 のどれかで

y は整数より $b=2, 4$

よって(ア, イ)=(a, b)=(1, 2), (1, 4), (3, 2), (3, 4)

(2)

アを a , イを b とすると

$A\left(0, \frac{10}{b}\right)$, $B\left(0, -\frac{2}{b}\right)$ より AB が最も小さくなるのは $b=6$ のとき。

$$AB = \frac{10}{6} + \frac{2}{6} = 2 \cdots \text{ウ}$$

交点の x 座標は(1)より $\frac{6}{a}$

よってこの値が最も小さくなるのは $a=5$ のときだから $\frac{6}{5} \cdots \text{エ}$

したがって最小となる三角形の面積は $\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{6}{5} = \frac{6}{5} \cdots \text{オ}$

【問 95】

右の図で、直線①は $y = -x + 3$ 、直線②は $y = -\frac{3}{2}x + 6$ のグラフであり、直線③の傾きは 2 である。

点 A は①と②の交点、点 B は①と③の交点であり、点 C は②と③の交点で y 軸上にある。点 Q は①上の点で、点 A と点 B の間にある。

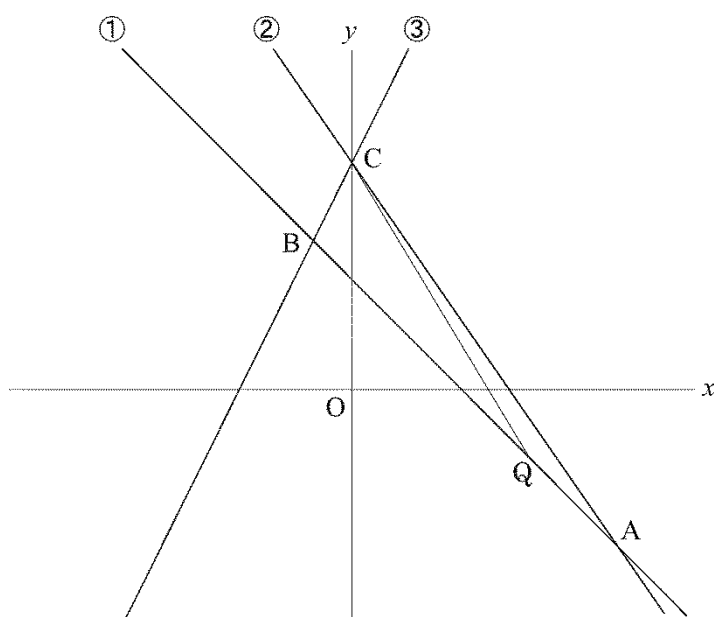
次の問1～問3に答えなさい。ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とする。

(青森県 2014 年度 後期)

問1 直線③の式を求めなさい。

問2 点 A の座標を求めなさい。

問3 $\triangle ACB$ と $\triangle ACQ$ の面積比が 4:1 になるとき、点 Q の座標を求めなさい。



解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 $y=2x+6$

問2 $(6, -3)$

問3 $\left(\frac{17}{4}, -\frac{5}{4}\right)$

解説

問1

直線③は傾きが2で、切片が②の $y=-\frac{3}{2}x+6$ と等しいので求める式は $y=2x+6$

問2

点Aは $y=-x+3$ …①と $y=-\frac{3}{2}x+6$ …②の交点より

①, ②を連立方程式として解くと $x=6, y=-3$

よって $A(6, -3)$

問3

Aを通りy軸に平行な直線と点Bを通りx軸に平行な直線をひき交点をHとする。

また, QからBHに垂線をひき, 交点をKとする。

点Bは直線 $y=-x+3$ …①と $y=2x+6$ …③の交点だから

①, ③を連立方程式として解くと $x=-1, y=4$ より $B(-1, 4)$ $H(6, 4)$

$\triangle ACB$ と $\triangle ACQ$ の面積比が4:1のとき $BA:QA=4:1$ だから

$\triangle BAH$ において

$QK \parallel AH$ より

$$BK:BH=BQ:BA=3:4$$

$$BK:7=3:4$$

$$4BK=21$$

$$BK=\frac{21}{4}$$

$$\text{点Kの}x\text{座標は}\frac{21}{4}-1=\frac{17}{4}$$

$$\text{点Qの}x\text{座標も}\frac{17}{4}$$

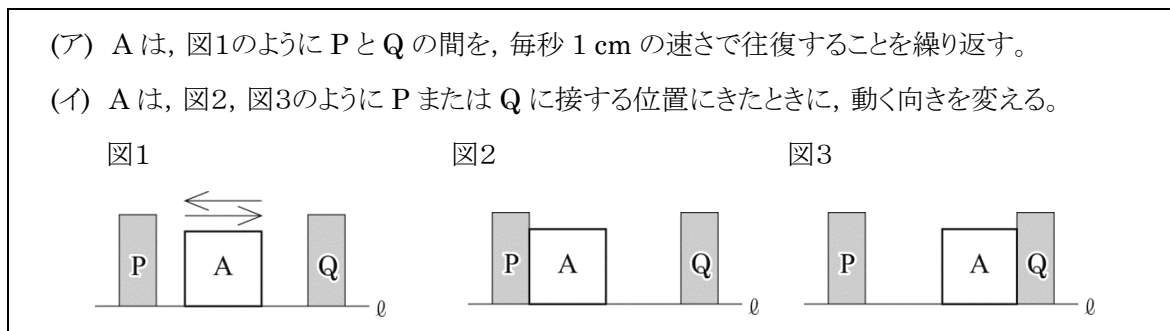
点Qは $y=-x+3$ 上の点より

$$y=-\frac{17}{4}+3=-\frac{5}{4}$$

$$\text{よって } Q\left(\frac{17}{4}, -\frac{5}{4}\right)$$

【問 96】

1辺の長さが 3 cm の正方形 A と、長方形 P, Q がある。これらを直線 ℓ 上に P, A, Q の順に置くと、A は次の (ア), (イ) のきまりに従い、 ℓ に沿って動く。



A, P, Q の他に、1 辺の長さが 3 cm の正方形 B がある。これらを図4のように、P と A, A と B, B と Q が互いに接するように ℓ 上に置く。

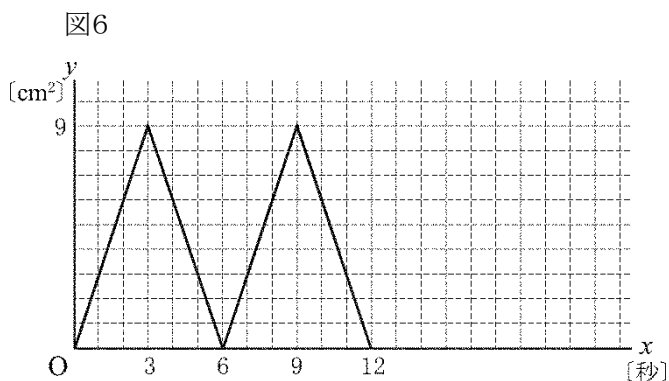
B と Q は動かない。A は図4の状態から Q に向かって動き始め、図5のように B と重なりながら、(ア), (イ) のきまりに従って動く。P は A が動き始めてから 12 秒後までは動かない。

A が動き始めてから x 秒後の、A と B が重なった部分の面積を y cm^2 とする。ただし、重なる部分がない場合は $y=0$ とする。

図6は、A が動き始めてから 12 秒後までの x と y の関係を表したグラフである。このとき、次の問1, 問2, 問3に答えなさい。

(栃木県 2014 年度)

問1 A が動き始めてから 2 秒後の、A と B が重なった部分の面積を求めなさい。



問2 A が動き始めて 9 秒後から 12 秒後までの x と y の関係を式で表しなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

問3 A が動き始めてから 12 秒後に P は Q に向かって動き始め、A よりも遅い一定の速さで、 ℓ に沿って動く。P が動き始めてから、A と P が最初に接するのは、A が動き始めてから 17 秒後である。そして、再び A と P が接するときに、P は停止する。このとき、次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) A が動き始めてから 17 秒後の、A と B が重なった部分の面積を求めなさい。

(2) P が停止するのは、A が動き始めてから何秒後か。

解答欄

問1	cm^2	
問2	答	
問3	(1)	cm^2
	(2)	秒後

解答

問1 6cm^2

問2

A が動き始めて 9 秒後から 12 秒後までのグラフの傾きは

$$\frac{0-9}{12-9} = -3$$

であるから, x と y の関係の式は $y = -3x + b$ と表すことができる。

グラフは点 $(12, 0)$ を通るから

$$0 = -3 \times 12 + b$$

よって $b = 36$

したがって, 求める式は $y = -3x + 36$

答 $y = -3x + 36$

問3 (1) 3cm^2 (2) $\frac{61}{3}$ 秒後

解説

問1 グラフより $x=2$ のとき $y=6$ よって 6cm^2

問2 $9 \leq x \leq 12$ のとき, グラフは, $(9, 9)$, $(12, 0)$ を通る直線である。傾きは $\frac{0-9}{12-9} = -3$ 求める式を $y = -3x + b$ と

し, $x=12, y=0$ を代入して, $0 = -3 \times 12 + b$ $b=36$ よって $y = -3x + 36$

(1) 17 秒間に A は 17 cm 移動する。A と B の重なった部分の面積は 6 秒周期で変化するので, $17 - 6 \times 2 = 5$ より, $x=5$ のときと同じだから, グラフより 3cm^2

(2) P は 5 秒間で 1cm 進んでいる。

よってその速さは $1 \div 5 = \frac{1}{5}$ より毎秒 $\frac{1}{5}$ cm A と P とが動く距離の合計は $2 \times 2 = 4\text{cm}$ だから, A と P が最初に接し

てから t 秒後に再び接するとすると, $t + \frac{1}{5}t = 4$ $t = \frac{10}{3}$

よって求める時間は $17 + \frac{10}{3} = \frac{61}{3}$ 秒後

【問 97】

図1のように、3つの長方形 ABCD, EFGH, PQRS がある。これらの長方形の辺 CD, GH, RS は直線 l 上にあり、 $AD=6\text{ cm}$, $CD=12\text{ cm}$, $RS=24\text{ cm}$, $CH=a\text{ cm}$, $AD < QR$ で、点 D と点 R は同じ位置にある。

この状態から、図2のように、2つの長方形 ABCD, EFGH を $CH=a\text{ cm}$ を保つたまま、直線 l に沿って矢印の方向に毎秒 1 cm の速さで、点 G が点 S に重なるまで移動させる。移動させ始めてから x 秒後に、2つの長方形が長方形 PQRS と重なっている部分の面積の和を $y\text{ cm}^2$ とする。図3は、 x と y の関係を表したグラフである。

次の問いに答えなさい。

(兵庫県 2014 年度)

問1 図3の ア , イ にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

問2 a の値を求めなさい。

問3 辺 GH, EH の長さはそれぞれ何 cm か、求めなさい。

問4 図3の ウ にあてはまる数を求めなさい。

図1

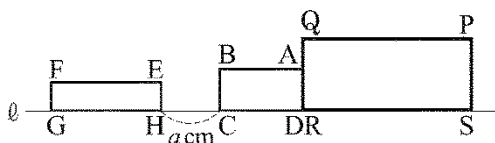


図2

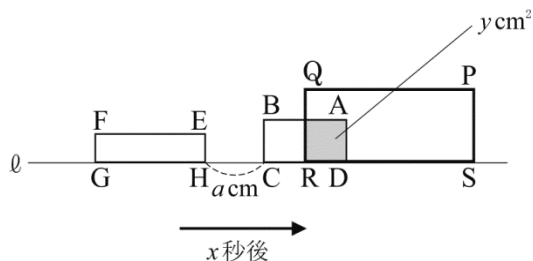
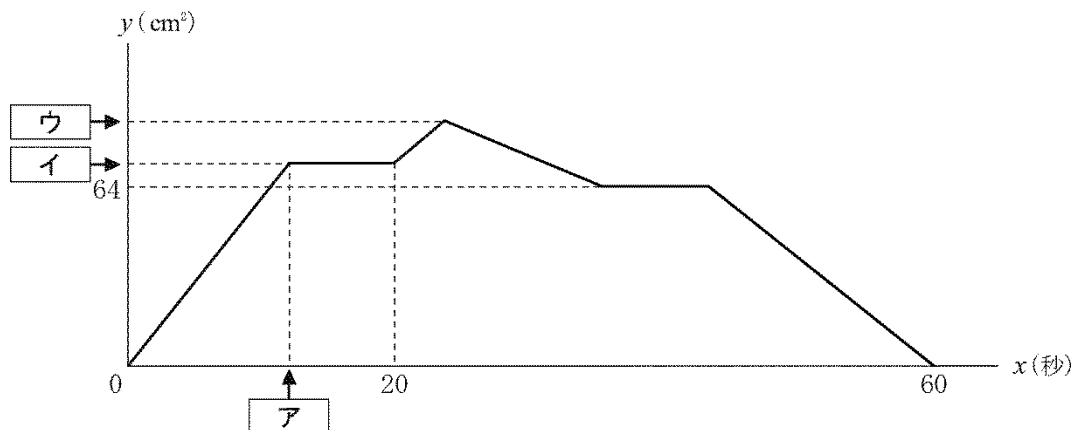


図3



解答欄

問1	ア	
	イ	
問2	$a=$	
問3	GH	cm
	EH	cm
問4		

解答

問1 ア 12 イ 72

問2 $a=8$

問3 GH=16cm EH=4cm

問4 8

解説

問1

x 秒後の DR は x cm と表せる。

グラフより, (ア, イ) は長方形 ABCD の点 C が点 R の位置に来たときだから

ア=DC=12 イ=長方形 ABCD の面積 $=6\times 12=72$

問2

$x=12$ から $x=20$ の間の重なりは長方形 ABCD の面積と一致し

その後長方形 EFGH との重なりは増加するので $12+a=20$ $a=8$

問3

$x=60$ のとき $y=0$ より, GS=60

よって GH $=60-24-12-8=16$ cm

重なり部分が長方形 EFGH との面積と一致するときに $y=64$ で一定になるときだから

長方形 EFGH の面積は 64cm^2

よって EH $=64\div 16=4$ cm

問4

ウは点 D が点 S の位置にある $x=24$ のときの y の値だから

重なり部分の面積は $6\times 12+4\times (24-20)=72+16=88\text{cm}^2$ よりウ=88

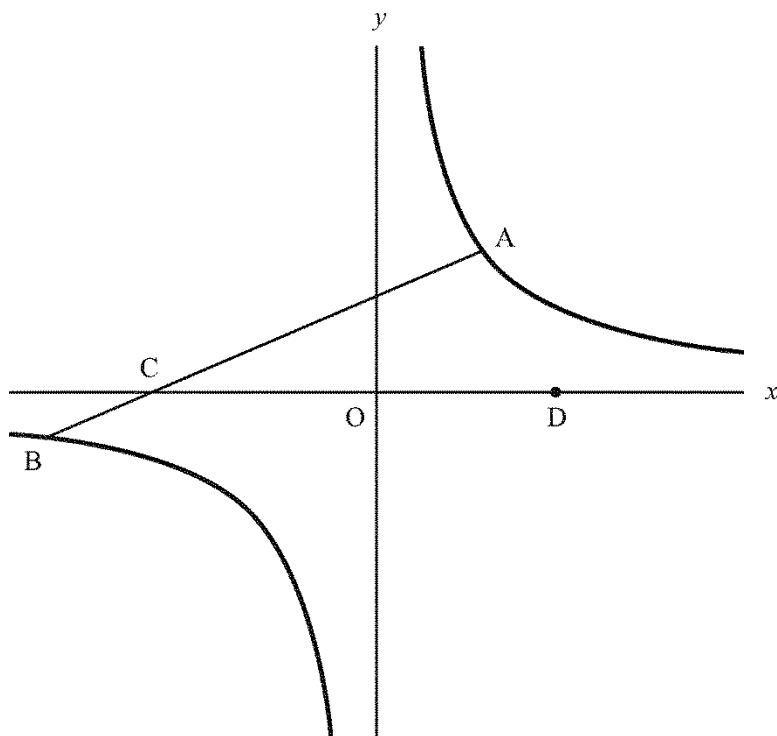
【問 98】

右の図のように、関数 $y = \frac{12}{x}$ のグラフ上を $x > 0$ の範囲で動く点 A, $x < 0$ の範囲で動く点 B があります。点 B の x 座標の絶対値は点 A の x 座標の 3 倍であり、線分 AB と x 軸との交点を C とします。また、 x 軸上に点 D(5, 0) があります。

これについて、次の問1・問2に答えなさい。

(広島県 2014 年度)

問1 点 A の x 座標が 2 のとき、直線 AD の式を求めなさい。



問2 $\triangle ABD$ の面積が 28 となるとき、 $\triangle ACD$ の面積を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	

解答

問1 $y = -2x + 10$

問2 21

解説

問1 点 A は $y = \frac{12}{x}$ 上の点で x 座標は 2 より、 $y = \frac{12}{2} = 6$ A(2, 6) 点 A と点 D(5, 0) を通る直線の傾きは、

$$\frac{0-6}{5-2} = -2 \quad y = -2x + b \text{ とおく。}$$

A を通るので $6 = -2 \times 2 + b$ $b = 10$ $y = -2x + 10$

問2 点 A, B から x 軸に垂線をひき、交点をそれぞれ H, K とおく。点 A の x 座標を t ($t > 0$) とおくと、 $A\left(t, \frac{12}{t}\right)$

点 B の x 座標は負の数で、 x 座標の絶対値は点 A の x 座標の 3 倍より、 $-t \times 3 = -3t$ 点 B も $y = \frac{12}{x}$ 上の点よ

$$\text{り、} y = -\frac{4}{t} \quad B\left(-3t, -\frac{4}{t}\right) \quad BK \parallel AH \text{ より、} BC:AC = BK:AH = \frac{4}{t} : \frac{12}{t} = 1:3$$

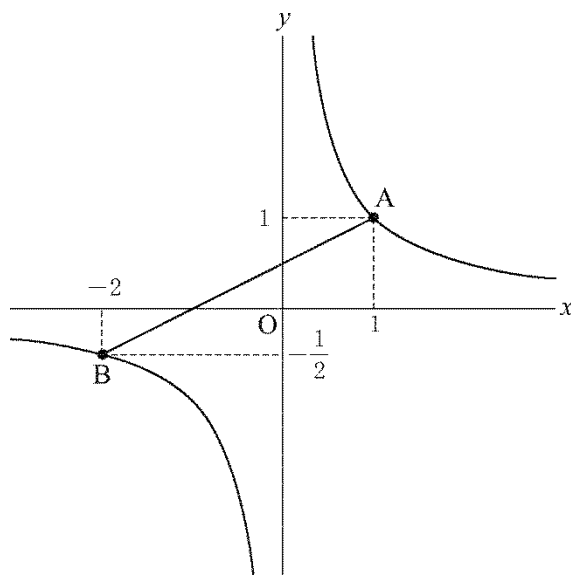
よって $\triangle ACD : \triangle ABD = AC:AB = 3:4$ $\triangle ACD : 28 = 3:4$ $\triangle ACD = 21$

【問 99】

図のように、関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上に 2 点 $A(1, 1)$, $B\left(-2, -\frac{1}{2}\right)$ があり、線分 AB をひいた。問1～問4に答えなさい。

(徳島県 2014 年度)

問1 a の値を求めなさい。



問2 点 O を回転の中心として、点 A を点対称移動した点の座標を求めなさい。

問3 線分 AB が正方形の 1 本の対角線となるときの、その正方形の面積を求めなさい。

問4 点 C が x 軸上にあり、 $\triangle ABC$ の面積が $\triangle OAB$ の面積の 4 倍になる。点 C の座標をすべて求めなさい。

解答欄

問1	$a =$
問2	(,)
問3	
問4	

解答

問1 $a=1$

問2 $(-1, -1)$

問3 $\frac{45}{8}$

問4 $(-5, 0), (3, 0)$

解説

問1

点 $A(1, 1)$ は $y = \frac{a}{x}$ 上の点より $1 = \frac{a}{1}$ $a=1$

問2

$A(1, 1)$ を点 O を回転の中心として点対称移動した点の座標は $(-1, -1)$

問3

$A(1, 1), B\left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

三平方の定理より

$$AB = \sqrt{(1+2)^2 + \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

AB を対角線とする正方形の面積は

$$\frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{5}}{2} \times \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{45}{8}$$

問4

直線 AB の式を求める。

$$\text{傾きは} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \div (1+2) = \frac{1}{2}$$

よって直線 AB を $y = \frac{1}{2}x + b$ とおく。

$$A \text{ を通るので } 1 = \frac{1}{2} + b \quad b = \frac{1}{2}$$

$$\text{よって直線 } AB \text{ は } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$\text{直線 } AB \text{ と } x \text{ 軸との交点を } D \text{ とすると点 } D \text{ の } y \text{ 座標は } 0 \text{ より } 0 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \quad x = -1$$

よって $D(-1, 0)$

$$\triangle AOB = \triangle AOD + \triangle BOD \text{ で}$$

点 C は x 軸上の点だから

$$\triangle ABC = \triangle ACD + \triangle BCD = 4\triangle OAB \text{ より}$$

$$CD = 4OD = 4$$

よって $C(3, 0), C(-5, 0)$

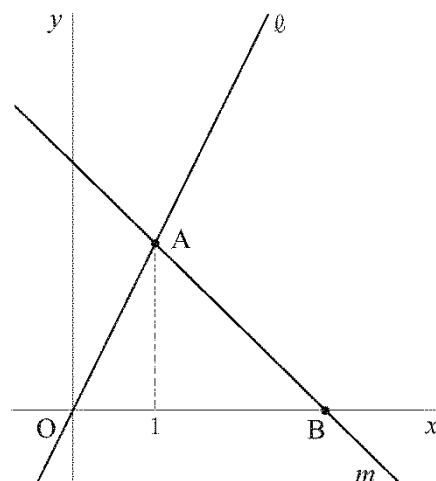
【問 100】

図において、 ℓ は関数 $y=2x$ のグラフで、 m は傾きが -1 の直線である。
 ℓ と m は点 A で交わり、点 A の x 座標は 1 である。また、 m と x 軸の交点を B とする。このとき、次の問1・問2に答えなさい。

(高知県 2014 年度 後期)

問1 点 B の座標を求めよ。

問2 x 軸上に x 座標が 2 である点 P をとり、点 P を通り y 軸に平行な直線が ℓ 、 m と交わる点をそれぞれ Q、R とする。このとき、三角形 AQR の面積を求めよ。



解答欄

問1	(,)
問2	

解答

問1 (3, 0)

問2 $\frac{3}{2}$

解説

問1

点 A は $y=2x$ 上の点で、 x 座標は 1 より、 $y=2 \times 1=2$ A(1, 2)

直線 AB は傾きが -1 より、その式を $y=-x+b$ とおくと A(1, 2) を通るので $2=-1+b$ $b=3$

よって直線 AB は $y=-x+3$

点 B は y 座標が 0 なので $0=-x+3$ $x=3$ B(3, 0)

問2

点 Q は $y=2x$ 上の点で x 座標は 2 より、 $y=2 \times 2=4$ Q(2, 4)

点 R は $y=-x+3$ 上の点で x 座標は 2 なので $y=-2+3=1$ R(2, 1)

A から QR に垂線をひき交点を H とすると

$$AH=2-1=1$$

$$QR=4-1=3$$

$$\triangle AQR = \frac{1}{2} \times QR \times AH = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{3}{2}$$

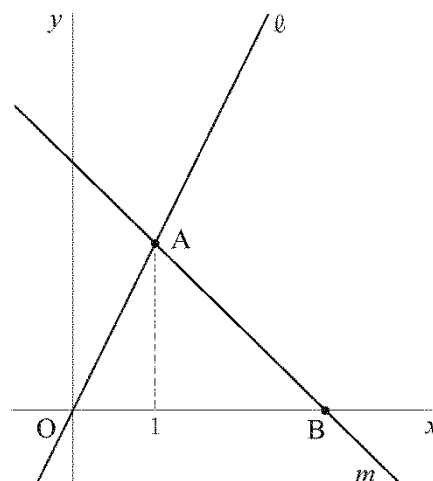
【問 101】

図において、 l は関数 $y=2x$ のグラフで、 m は傾きが -1 の直線である。 l と m は点 A で交わり、点 A の x 座標は 1 である。また、 m と x 軸の交点を B とする。このとき、次の問1・問2に答えなさい。

(高知県 2014 年度 後期)

問1 点 B の座標を求めよ。

問2 x 軸上に x 座標が正である点 P をとり、点 P を通り y 軸に平行な直線が l 、 m と交わる点をそれぞれ Q 、 R とするとき、次の(1)・(2)の問いに答えよ。



(1) 点 P の x 座標が 2 のとき、三角形 AQR の面積を求めよ。

(2) 三角形 AQR の面積と三角形 BPR の面積が等しくなるとき、点 P の x 座標を求めよ。

解答欄

問1	(,)	
問2	(1)	
	(2)	

解答

問1 (3, 0)

問2 (1) $\frac{3}{2}$ (2) $\sqrt{3}$

解説

問1

点 A は $y=2x$ 上の点で、 x 座標は 1 より、 $y=2 \times 1=2$ $A(1, 2)$ 直線 AB は傾きが -1 より、その式を $y=-x+b$ とおくと、 $A(1, 2)$ を通るので、 $2=-1+b$ $b=3$ よって、直線 AB は $y=-x+3$ 点 B は y 座標が 0 なので、 $0=-x+3$ $x=3$ $B(3, 0)$

問2

(1) 点 Q は $y=2x$ 上の点で x 座標は 2 より、 $y=2 \times 2=4$ $Q(2, 4)$ 点 R は $y=-x+3$ 上の点で x 座標は 2 なので、 $y=-2+3=1$ $R(2, 1)$ A から QR に垂線をひき、交点を H とすると、 $AH=2-1=1$ $QR=4-1=3$

$$\triangle AQR = \frac{1}{2} \times QR \times AH = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{3}{2}$$

(2) 点 P の x 座標を t とすると、 $Q(t, 2t)$ 、 $R(t, -t+3)$ と表せる。 $\triangle AQR = \frac{1}{2} \times (2t+t-3) \times (t-1) = \frac{1}{2} (3t-3)(t-1)$

$$-1) \quad \triangle BPR = \frac{1}{2} \times (-t+3) \times (3-t) = \frac{1}{2} (-t+3)(3-t) \quad \triangle AQR = \triangle BPR \quad \text{より} \quad \frac{1}{2} (3t-3)(t-1) = \frac{1}{2} (-t+3)(3-t)$$

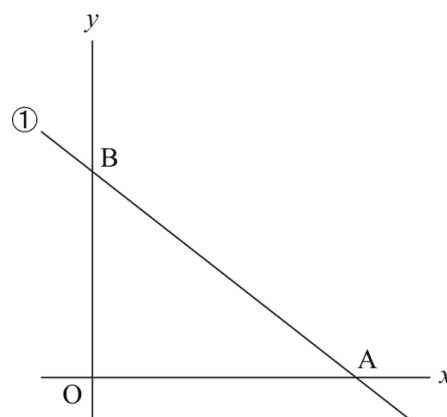
$$(3t-3)(t-1) = (-t+3)(3-t) \quad 3t^2-3t-3t+3 = -3t+t^2+9-3t \quad 2t^2=6 \quad t^2=3$$

$$t > 0 \text{ より } t = \sqrt{3}$$

【問 102】

図のように、 x 軸、 y 軸とそれぞれ点 A, B で交わる直線①があります。
点 O は原点とします。点 B の y 座標が 4, $\triangle OAB$ の面積が 10 のとき、
直線①の式を求めなさい。

(北海道 2015 年度)



解答欄

解答

$$y = -\frac{4}{5}x + 4$$

解説

$\triangle OAB = 10$ より

$$\frac{1}{2} \times OA \times 4 = 10$$

$$2OA = 10$$

$$OA = 5$$

よって直線①の式は $y = -\frac{4}{5}x + 4$

【問 103】

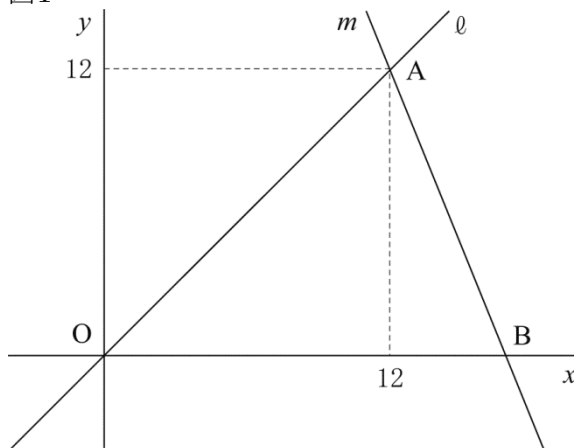
図1のように、2 直線 l , m があり、点 A (12, 12) で交わっている。 l の式は $y=x$ であり、 m の傾きは -3 である。また、 m と x 軸との交点を B とする。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(福島県 2015 年度)

問1 点 B の座標を求めなさい。

図1

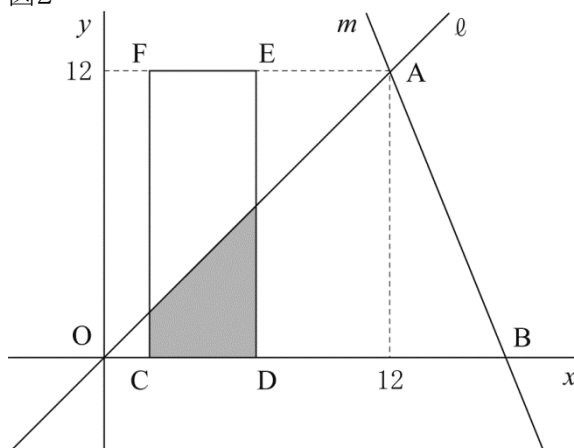


問2 下の図2のように、 $\triangle AOB$ の辺 OB 上に点 C をとり、四角形 $CDEF$ が長方形となるように 3 点 D , E , F をとる。ただし、 D は x 軸上にとり、 D の x 座標は C の x 座標より 4 だけ大きく、 E の y 座標は 12 とする。

また、 C の x 座標を t とし、 $\triangle AOB$ と長方形 $CDEF$ が重なっている部分の面積を S とする。

(1) $t=8$ のとき、 S の値を求めなさい。

図2



(2) $S=34$ となる t の値をすべて求めなさい。

解答欄

問1	B (,)	
問2	(1)	
	(2)	

解答

問1 B (16, 0)

問2 (1) 40 (2) $\frac{13}{2}$, 11

解説

問1

直線 AB の傾きは -3 より, その式を $y = -3x + b$ とする。

この直線は A(12, 12) を通るので $12 = -3 \times 12 + b$ $b = 48$

よって $y = -3x + 48$

点 B はこの直線と x 軸との交点だから $y = 0$ $0 = -3x + 48$ $x = 16$

よって B(16, 0)

問2

(1)

$t = 8$ のとき, 直線 $y = x$ と FC, ED の交点をそれぞれ G, H とすると G(8, 8), H(12, 12)

このとき重なった部分は台形 GCDH になる。

よって $S = \frac{1}{2} \times (8 + 12) \times 4 = 40$

(2)

$0 \leq t \leq 8$ のとき FC, ED は直線 $y = x$ と交わる。

交点をそれぞれ P_1 , Q_1 とすると $P_1(t, t)$, $Q_1(t + 4, t + 4)$

重なった部分は台形 P_1CDQ_1 になるので

$S = \frac{1}{2} \times (t + t + 4) \times 4 = 4t + 8$ $S = 34$ より

$34 = 4t + 8$

$t = \frac{13}{2}$

$8 \leq t \leq 12$ のとき FC は $y = x$ と交わり ED は $y = -3x + 48$ と交わる。

それぞれの交点を P_2 , Q_2 とすると

$P_2(t, t)$

$Q_2(t + 4, -3(t + 4) + 48)$

(12, 0) を R とすると

重なった部分は

(台形 P_2CRA) + (台形 $ARDQ_2$)

$= \frac{1}{2} \times (t + 12) \times (12 - t) + \frac{1}{2} \times \{12 - 3(t + 4) + 48\} \times (t + 4 - 12) = -2t^2 + 36t - 120$

$S = 34$ より

$-2t^2 + 36t - 120 = 34$

$2t^2 - 36t + 154 = 0$

$t^2 - 18t + 77 = 0$

$(t - 7)(t - 11) = 0$

$t = 7, 11$

$8 \leq t \leq 12$ より

$t = 11$

$t \geq 12$ では

$S < 34$ だから

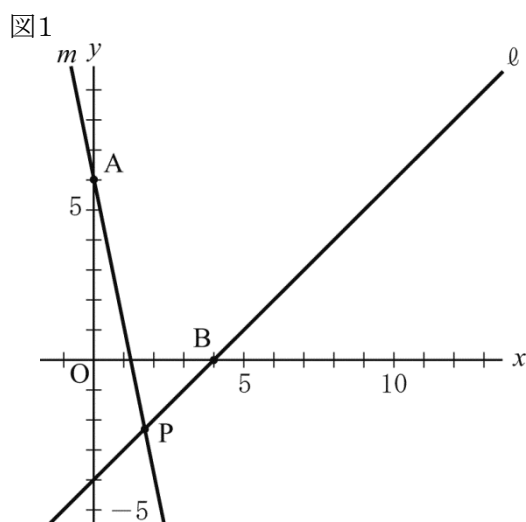
$t = \frac{13}{2}, 11$

【問 104】

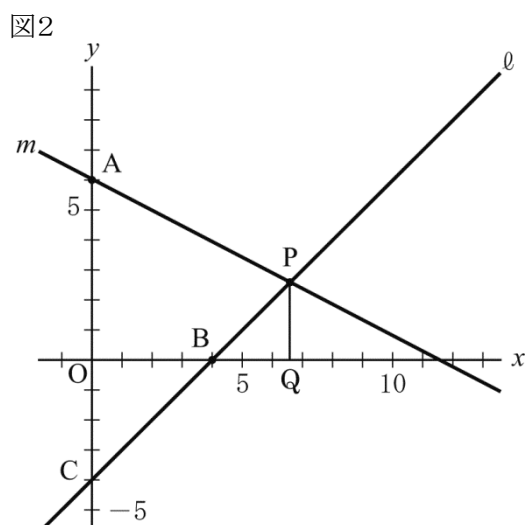
右の図1で、点 O は原点、点 A の座標は $(0, 6)$ であり、直線 ℓ は一次関数 $y = x - 4$ のグラフを表している。点 B は直線 ℓ 上にあり、座標は $(4, 0)$ である。直線 ℓ 上にある点を P とし、2 点 A, P を通る直線を m とする。座標軸の 1 目盛りを 1 cm として、次の各問に答えよ。

(東京都 2015 年度)

問1 点 P の y 座標が -2 のとき、点 P の x 座標を求めよ。



問2 点 P が点 B に一致するとき、直線 m の式を求めよ。



問3 右の図2は、図1において、点 P の x 座標が 4 より大きい数であるとき、直線 ℓ と y 軸との交点を C とし、点 P を通り y 軸に平行な直線を引き、 x 軸との交点を Q とした場合を表している。 $\triangle ACP$ の面積が $\triangle BQP$ の面積の 5 倍になるとき、線分 PQ の長さは何 cm か。

解答欄

問1	
問2	$y =$
問3	cm

解答

問1 2

問2 $y = -\frac{3}{2}x + 6$

問3 4cm

解説

問1

点 P は直線 $y = x - 4$ 上の点で y 座標が -2 より $-2 = x - 4$ $x = 2$

問2

直線 m は A(0, 6) を通るので求める直線の式を $y = ax + 6$ とおく。

点 P が B(4, 0) と一致し、直線 m はこの点を通るので

$x = 4, y = 0$ を代入して

$$0 = 4a + 6$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

よって求める式は $y = -\frac{3}{2}x + 6$

問3

点 P の x 座標を $t(t > 4)$ とおくと P は $y = x - 4$ 上の点より P($t, t - 4$) と表せる。

$$\text{このとき } \triangle ACP = \frac{1}{2} \times (6 + 4) \times t = 5t$$

$$\triangle BQP = \frac{1}{2} \times (t - 4) \times (t - 4) = \frac{1}{2} (t - 4)^2$$

$$\triangle ACP = 5\triangle BQP \text{ より}$$

$$5t = 5 \times \frac{1}{2} (t - 4)^2$$

これを整理すると

$$(t - 8)(t - 2) = 0$$

$$t = 2, 8$$

$$t > 4 \text{ より}$$

$$t = 8$$

よって求める線分 PQ の長さは点 P の y 座標と一致するので

$$t - 4 = 8 - 4 = 4\text{cm}$$

【問 105】

下の図1のような長方形の封筒と、図2のような厚紙があり、 $EL=2\text{ cm}$, $LK=a\text{ cm}$, $KJ=2\text{ cm}$, $JI=2\text{ cm}$, $IH=2\text{ cm}$, $HG=1\text{ cm}$, $FG=6\text{ cm}$ である。この封筒の中に、点 C と点 G が重なるように厚紙を入れて、図3のように、厚紙を、封筒の辺 BC に沿って、点 F が点 C に重なるまで、矢印の向きに引き出す。2 点 C , G の距離を $x\text{ cm}$ としたとき、封筒から出ている厚紙の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。図4は、 x と y の関係をグラフに表したものである。このとき、次の問1～問4に答えなさい。ただし、点 C と点 G が重なっているときは $y=0$ とする。

(新潟県 2015 年度)

図1

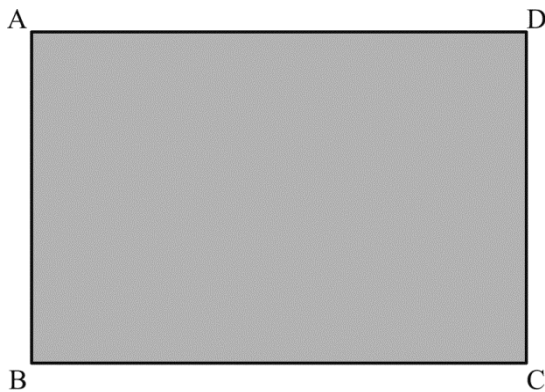


図2

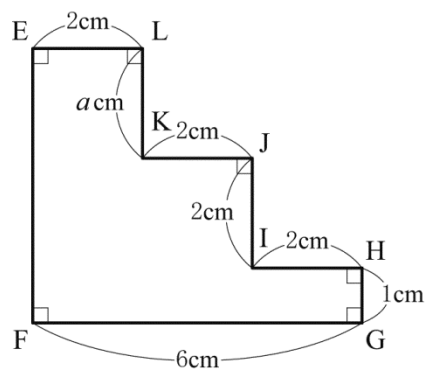


図3

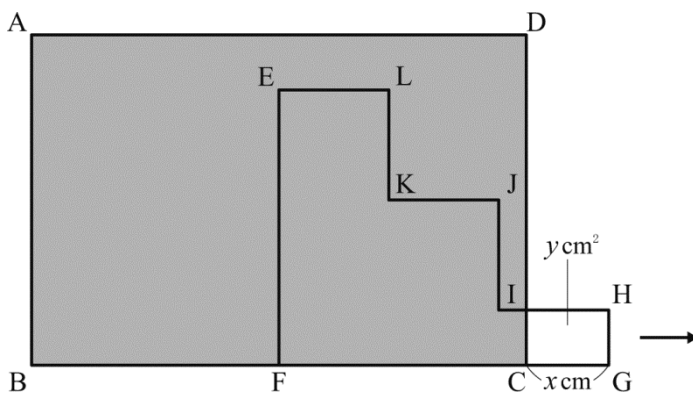
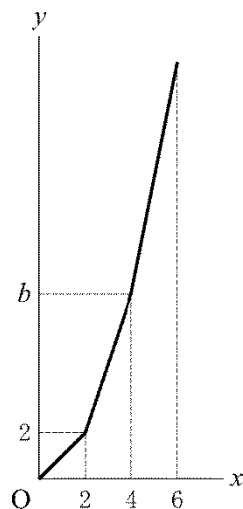


図4



問1 図4のグラフ中の b の値を答えなさい。

問2 $2 \leq x \leq 4$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

問3 図4について、 $4 \leq x \leq 6$ のとき、グラフの傾きを、 a を用いて表しなさい。

問4 $a=2$, $y=9$ のとき、 x の値を求めなさい。

解答欄

問1	$b=$
問2	
問3	
問4	[求め方] 答 $x=$

解答

問1 $b=8$

問2 $y=3x-4$

問3 $a+3$

問4 〔求め方〕 省略 答 $x = \frac{21}{5}$

解説

問1

点 I, 点 K から辺 FG に垂線をひき, 交点をそれぞれ P, Q とする。

$x=4$ のとき封筒から出ている厚紙の面積=(四角形 KQPJ)+(四角形 IPGH)で求めることができるから

$$3 \times 2 + 1 \times 2 = 6 + 2 = 8$$

問2

$2 \leq x \leq 4$ のとき辺 DC と辺 KJ が交わる。

このとき $y=3 \times (x-2)+1 \times 2=3x-6+2=3x-4$

問3

$$4 \leq x \leq 6 \text{ のとき } y = (a+3) \times (x-4) + 3 \times 2 + 1 \times 2 = (a+3)x - 4a - 4$$

よって傾きは $a+3$ となる。

問4

$y=9$ のとき $4 \leq x \leq 6$ である。

$a=2$ のとき $y=5x-12$ だから

$$9 = 5x - 12$$

$$5x=21$$

$$x = \frac{21}{5}$$

【問 106】

下の図1のように、長方形 ABCD と正方形 DEFG を組み合わせた L 字型の図形 ABCEFG と、長方形 PQRS が直線 l 上に並んでおり、点 A と S は重なっている。また、 $AB=3\text{ cm}$, $AD=4\text{ cm}$, $DG=6\text{ cm}$, $PQ=8\text{ cm}$, $PS=14\text{ cm}$ である。

長方形 PQRS を固定し、L 字型の図形 ABCEFG を直線 l にそって、矢印の方向に頂点 G が P に重なるまで移動させる。図2のように、線分 AS の長さを $x\text{ cm}$ とするとき、長方形 PQRS と L 字型の図形 ABCEFG が重なっている図形の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。

このとき、あとの問いに答えなさい。

(富山県 2016 年度)

図1

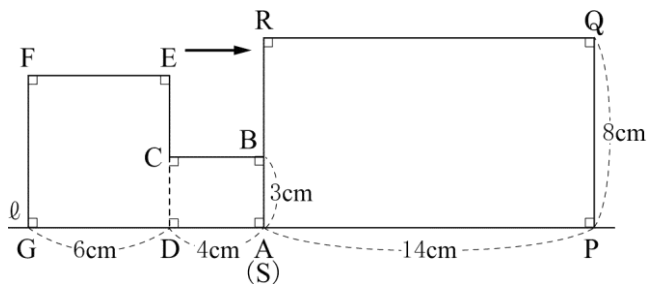
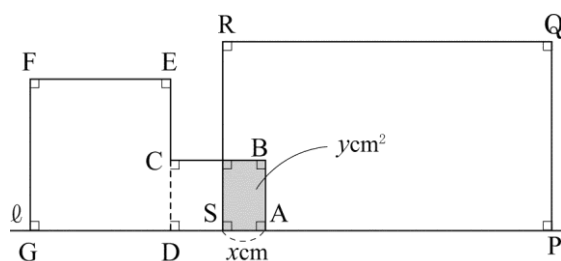


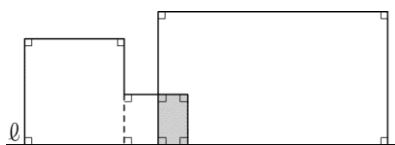
図2



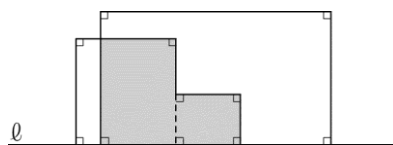
問1 $x=7$ のとき、 y の値を求めなさい。

問2 x の変域が $18 < x < 24$ のとき、2 つの図形の位置関係を表す図をア～オの中から選び、記号で答えなさい。

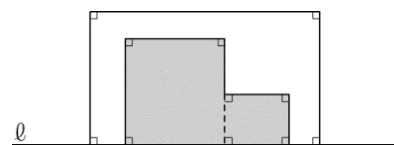
ア



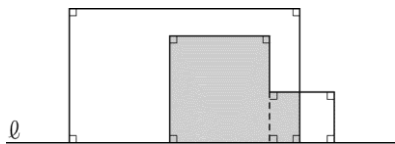
イ



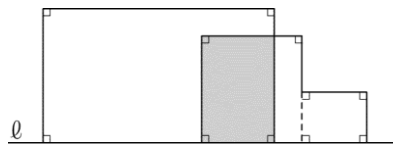
ウ



エ

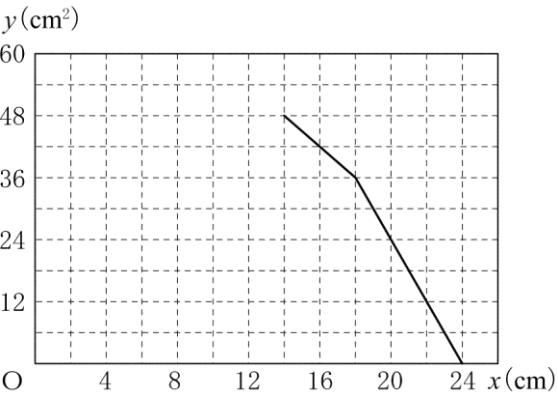


オ



問3 x の変域が $0 \leq x \leq 4$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

問4 右の図3は x と y の関係を表すグラフの一部である。このグラフを完成させなさい。



問5 重なってできる図形の面積が L 字型の図形 ABCEFG の面積の半分となる時、 x の値は 2 つある。その値をそれぞれ求めなさい。

解答欄

問1	$y =$
問2	
問3	$y =$
問4	
問5	$x =$, $x =$

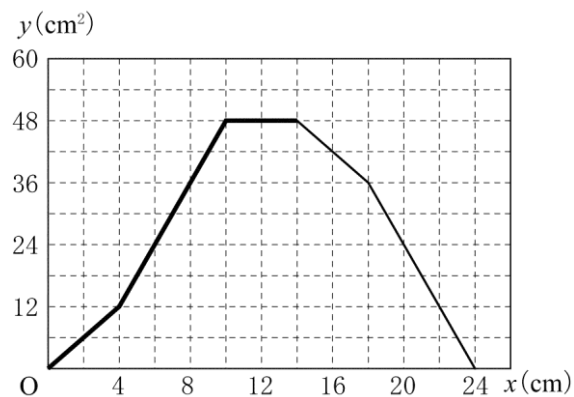
解答

問1 $y=30$

問2 オ

問3 $y=3x$

問4



問5 $x=6, x=20$

解説

問1

$x=7$ cm のとき $AD=4$, $DS=3$ となるので $y=4 \times 3 + 3 \times 6 = 30$

問2

$x=18$ のとき点 G は S から右 8 cm のところ

$x=24$ のとき点 G は点 P の位置となるので

$18 < x < 24$ のときの 2 つの図形の位置関係はオである。

問3 $y=3x$

問4

問2の図において

$0 \leq x \leq 4$ のときアの図で $y=3x$

$4 \leq x \leq 10$ のときイの図で $y=3 \times 4 + (x-4) \times 6$ すなわち $y=6x-12$

$10 \leq x \leq 14$ のとき $y=3 \times 4 + 6^2 = 48$

これらを図示すると解答例にあるグラフとなる。

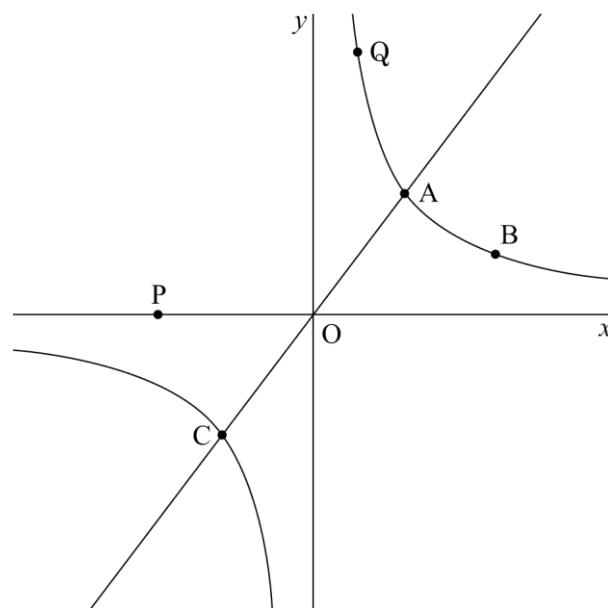
問5

$y=48 \div 2 = 24$ になるときの x の値を求めればグラフより $x=6, 20$

【問 107】

右の図で、曲線は関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフであり、点 O は原点である。2 点 A, B は曲線上の点であり、それぞれの座標は $(3, 4), (6, 2)$ である。2 点 O, A を通る直線と曲線との交点のうち、 A 以外の交点を C とする。また、点 P は x 軸上の点である。点 Q は曲線上の点で、その x 座標は正の数である。各問いに答えよ。

(奈良県 2016 年度)



問1 a の値を求めよ。

問2 線分 AP と線分 BP の長さの和が最小となるとき、
線分 AP と線分 BP の長さの和を求めよ。

問3 点 Q を通り x 軸に平行な直線と y 軸との交点を R とする。点 Q の x 座標が大きくなるにつれて、 $\triangle OQR$ の面積の値はどのように変化するか。次のア～オのうち、正しいものを 1 つ選び、その記号を書け。

- ア 大きくなる。
- イ 大きくなってから小さくなる。
- ウ 小さくなる。
- エ 小さくなってから大きくなる。
- オ 一定である。

問4 点 P の x 座標が負の数であるとき、線分 OA と線分 BP との交点を S とする。 $\triangle APS$ の面積と $\triangle CBS$ の面積が等しくなるとき、点 P の x 座標を求めよ。

解答欄

問1	
問2	
問3	
問4	

解答

問1 12

問2 $3\sqrt{5}$

問3 オ

問4 -9

解説

問1

$$y = \frac{a}{x} \text{ に } x=3, y=4 \text{ を代入して } 4 = \frac{a}{3}$$

$$a=12$$

問2

B(6, 2)と x 軸について対称な点 $B'(6, -2)$ をとると $BP = B'P$

また、 $AP + B'P$ が最小になるのは3点A, P, B' が一直線上にあるときだから

直線 AB' と x 軸との交点をPとすればよい。

このとき、 $AP + BP = AP + B'P = AB'$ となる。

点D(3, -2)をとって $\triangle ADB'$ をつくると $AD = 4 - (-2) = 6$, $DB' = 6 - 3 = 3$

$\angle ADB' = 90^\circ$ だから三平方の定理より

$$AB' = \sqrt{AD^2 + DB'^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

問3

$$Q\left(t, \frac{12}{t}\right) \text{ とすると } R\left(0, \frac{12}{t}\right)$$

$$\text{よって } \triangle OQR = \frac{1}{2} \times RQ \times OR = \frac{1}{2} \times t \times \frac{12}{t} = 6$$

$\triangle OQR$ の面積は一定だから正しいのはオ。

問4

点Cは原点Oについて点Aと対称だから $C(-3, -4)$

また $\triangle APC = \triangle APS + \triangle SPC$

$\triangle BPC = \triangle CBS + \triangle SPC$

よって $\triangle APS = \triangle CBS$ のとき $\triangle APC = \triangle BPC$ が成り立つ。

この2つの三角形の底辺をPCにとれば高さが等しくなるには $AB \parallel PC$ になればよい。

点Pは点Cを通り直線ABに平行な直線と x 軸との交点になる。

直線PCの式を $y = ax + b$ とすると

$$\text{傾き } a \text{ は、直線 } AB \text{ の傾きと等しいから } a = \frac{2-4}{6-3} = -\frac{2}{3}$$

$$\text{したがって } y = -\frac{2}{3}x + b$$

$C(-3, -4)$ を通るから

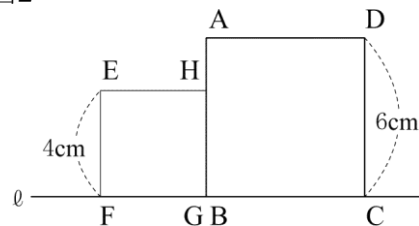
$$-4 = -\frac{2}{3} \times (-3) + b \quad b = -6 \quad y = -\frac{2}{3}x - 6 \text{ に } y=0 \text{ を代入して, } 0 = -\frac{2}{3}x - 6 \quad x = -9$$

よって点Pの x 座標は-9

【問 108】

図2のように、直線 ℓ 上に1辺の長さが6 cm の正方形 ABCD と、1 辺の長さが 4 cm の正方形 EFGH を辺 HG が辺 AB と重なるようにおく。正方形 EFGH は次の動き方にしたがって直線 ℓ 上を移動する。

図2



【正方形 EFGH の動き方】

毎秒 1 cm の速さで直線 ℓ 上を右方向へ移動し、辺 EF が辺 DC と重なった後は、毎秒 2 cm に速さを変えて直線 ℓ 上を右方向へ移動する。

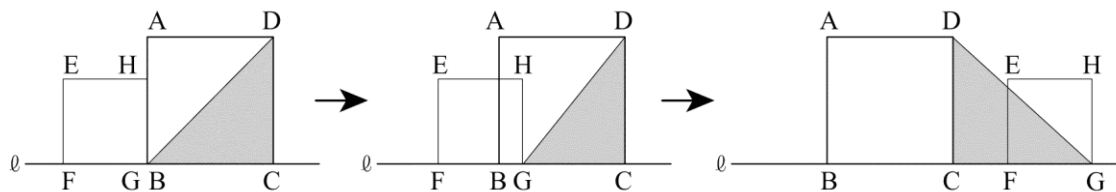
正方形 EFGH が動き始めてからの $\triangle CDG$ の面積について考える。

図3は正方形 EFGH が動き始める前、図4、図5は正方形 EFGH が動き始めてから 1 秒後、11 秒後の $\triangle CDG$ のようすをそれぞれ示したものである。

図3 動き始める前

図4 1 秒後

図5 11 秒後



次の(1), (2)に答えなさい。

(島根県 2016 年度)

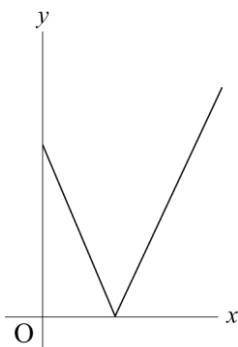
(1) 正方形 EFGH が動き始めてから 1 秒後の $\triangle CDG$ の面積を求めなさい。

(2) 正方形 EFGH が動き始めてから x 秒後の $\triangle CDG$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。次の①, ②に答えなさい。

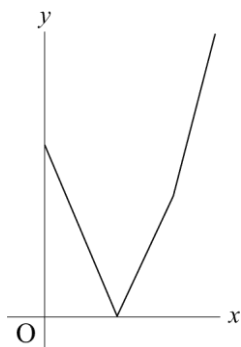
① 辺 HG が辺 DC と重なるまでの y を x の式で表しなさい。ただし、 x の変域は求めなくてよい。

② x と y の関係を表すグラフとして最も適当なものを、次のア～エから 1 つ選び、記号で答えなさい。

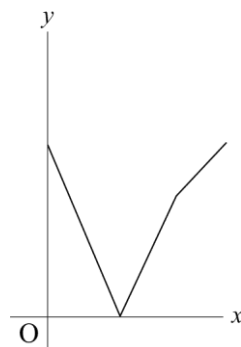
ア



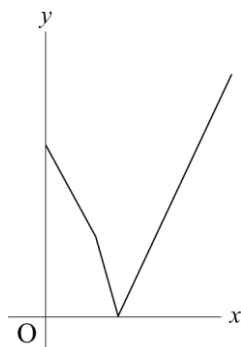
イ



ウ



エ



解答欄

(1)	cm^2	
(2)	①	$y =$
	②	

解答

(1) 15cm^2

(2) ① $y = -3x + 18$ ② イ

解説

(1)

1秒後の $\triangle CDG$ は $GC=5\text{cm}$, $CD=6\text{cm}$ なので

$$\text{面積} = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15\text{cm}^2$$

(2)

①

$GC=6-x\text{ cm}$ なので

$$y = \frac{1}{2} \times (6-x) \times 6 = -3x + 18\text{cm}^2$$

②

$0 \leq x \leq 6$ のとき $y = -3x - 18$

$6 \leq x \leq 10$ のとき $y = \frac{1}{2} \times (x-6) \times 6 = 3x - 18$

$10 \leq x$ のとき $y = \frac{1}{2} \times \{2(x-10) + 4\} \times 6 = 6x - 48$

これらをグラフにするとイとなる。

【問 109】

図1のように、 $AB=12\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ 、 $CD=8\text{ cm}$ 、 $FA=12\text{ cm}$ の図形 $ABCDEF$ と、 $PQ=18\text{ cm}$ 、 $QR=10\text{ cm}$ の長方形 $PQRS$ が平面上にあり、点 B と点 P が直線 ℓ 上の同じ位置にある。

図2のように、長方形 $PQRS$ を固定し、図形 $ABCDEF$ を直線 ℓ にそって点 A が点 Q の位置にくるまで矢印 ($\longrightarrow$) の方向に平行移動させる。 $PB=x\text{ cm}$ のとき、2 つの図形の重なった部分 (色をつけた部分) の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。図3は、 x と y の関係を途中までグラフに表したものである。

このとき、次の問1～問6に答えなさい。

(佐賀県 2016 年度 特色)

図1

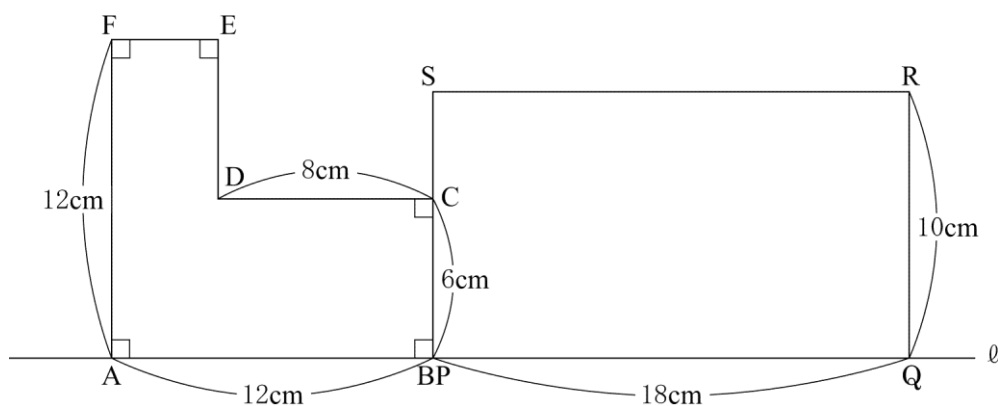


図2

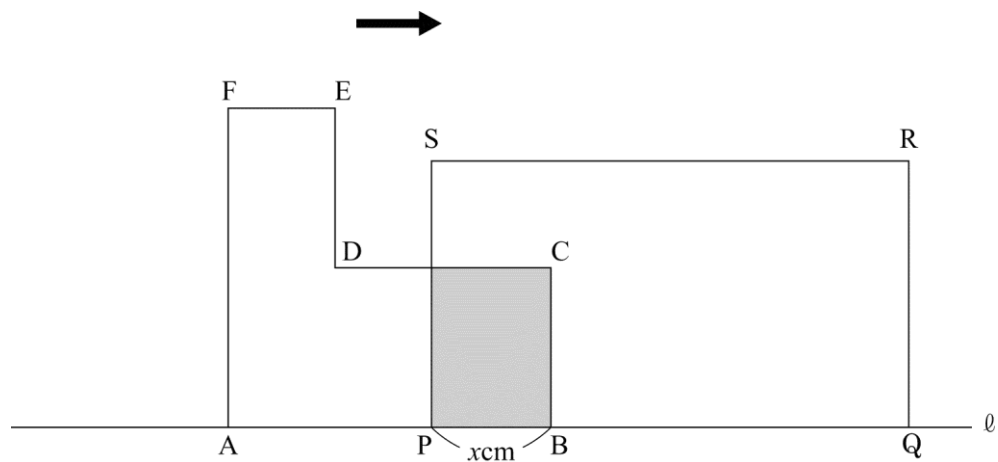
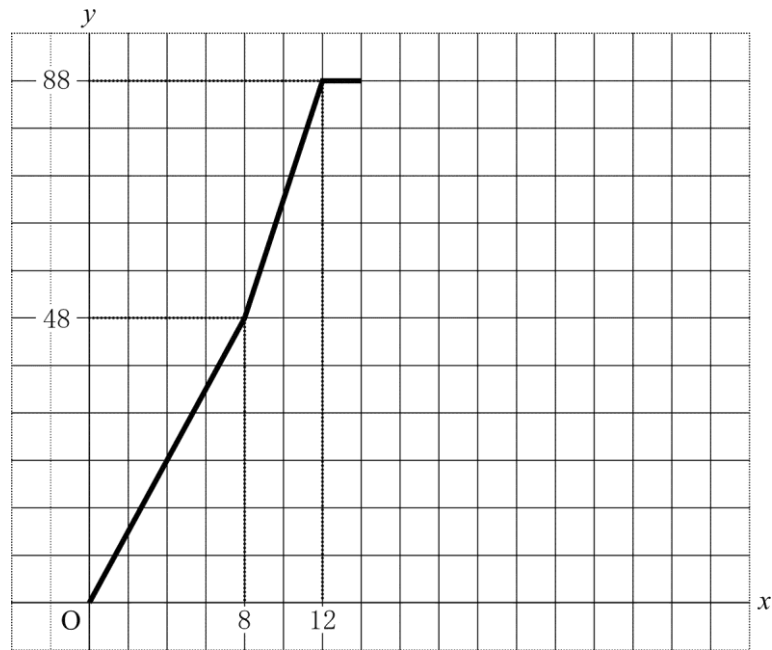


図3



問1 点 A が点 Q の位置にきたとき, x の値を求めなさい。

問2 x の値が 0 から 4 まで増加するとき, y の増加量を求めなさい。

問3 x の変域が $8 \leq x \leq 12$ のとき, x と y の関係を式に表しなさい。

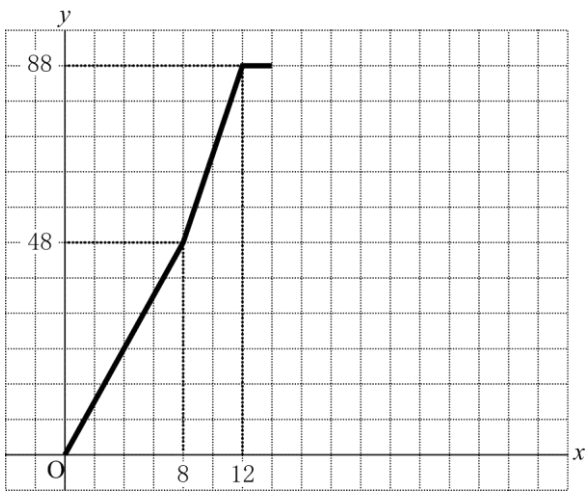
問4 次のaにあてはまる最も大きい数を求めなさい。

x の変域が $12 \leq x \leq$ のとき, x がどんな値をとっても, y の値は 88 となる。

問5 点 A が点 Q の位置にくるまで, x と y の関係を表すグラフを完成させなさい。

問6 y の値が 58 となる x の値をすべて求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	
問4	
問5	 The graph shows a piecewise linear function on a coordinate plane. The x-axis is labeled x and the y-axis is labeled y. The origin is marked O. The function starts at $(0,0)$, passes through $(8,48)$, and $(12,88)$, where it becomes horizontal. Dashed lines indicate the coordinates of these points.
問6	

解答

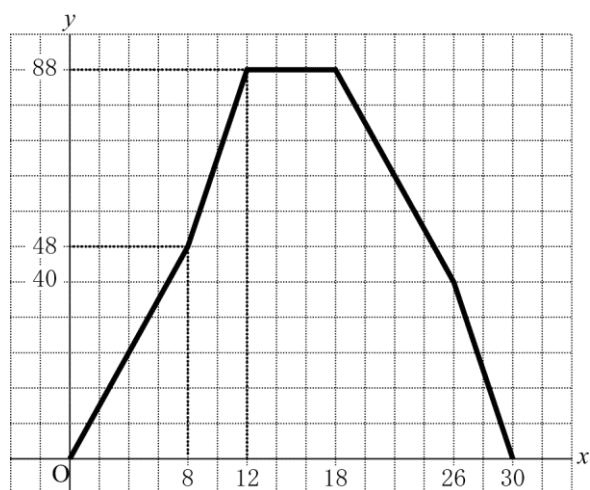
問1 30

問2 24

問3 $y=10x-32$

問4 18

問5



問6 9, 23

解説

問1

$$x=PQ+AB=18+12=30$$

問2

$$x=0 \text{ のとき } y=0$$

$$x=4 \text{ のとき } y=6 \times 4=24$$

$$\text{よって } y \text{ の増加量は } 24-0=24$$

問3

図3より $8 \leq x \leq 12$ のときグラフは点(8, 48), (12, 88) を通る直線になる。

$$\text{直線の傾きは } \frac{88-48}{12-8}=10$$

求める式を $y=10x+b$ とすると

$$48=10 \times 8+b$$

$$b=-32$$

$$\text{よって } y=10x-32$$

問4

$y=88$ となるのは点 A が点 P の位置にきてから、点 B が点 Q の位置にくるまで。

すなわち $x=AB=12$ のときから $x=PQ=18$ のときまでである。

$$\text{よって } a=18$$

問5

問4より

$$12 \leq x \leq 18 \text{ のとき } y=88$$

$$\text{点 D が辺 RQ 上にくるとき } x=DC+PQ=8+18=26$$

$$y=10 \times (12-8)=40$$

よって $18 \leq x \leq 26$ のときグラフは点(18, 88), (26, 40) を通る直線になる。

また $x=30$ のとき $y=0$ となるから

$26 \leq x \leq 30$ では点(26, 40), (30, 0) を通る直線になる。

問6

問5でかいたグラフから $y=58$ となるのは

$8 \leq x \leq 12$ のときと $18 \leq x \leq 26$ のときの 2 回ある。

$$8 \leq x \leq 12 \text{ のとき } 58=10x-32 \text{ より } x=9$$

$18 \leq x \leq 26$ のときグラフから式を求めると

$$y=-6x+196 \quad 58=-6x+196 \quad 58=-6x+196 \text{ より } x=23$$

【問 110】

下の図のように、3 点 $A(6, 5)$, $B(-2, 3)$, $C(2, 1)$ を頂点とする $\triangle ABC$ がある。

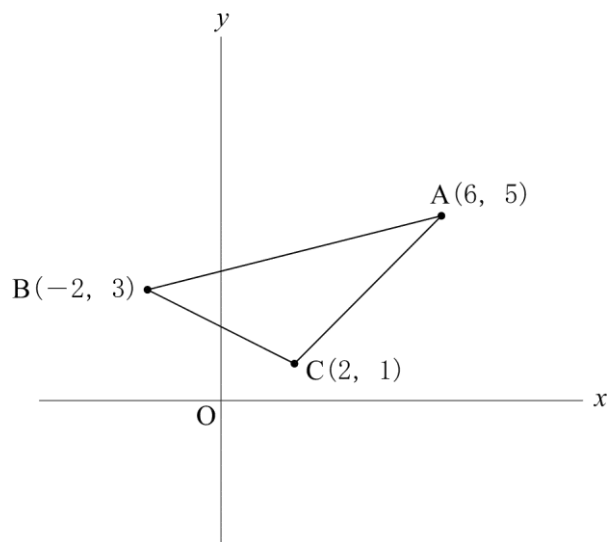
このとき、(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2016 年度 一般)

(1) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

(2) 点 A を通り、直線 BC に平行な直線の式を求めなさい。

(3) 直線 OC 上に点 P をとり、 $\triangle OPB$ と四角形 $OCAB$ の面積が等しくなるようにする。このとき、点 P の座標を求めなさい。ただし、点 P の x 座標は正とする。



解答欄

(1)	
(2)	
(3)	P (,)

解答

(1) 12

$$(2) y = -\frac{1}{2}x + 8$$

(3) P (8, 4)

解説

(1)

C を通り x 軸に平行な直線と A を通り y 軸に平行な直線
B を通り y 軸に平行な直線との交点をそれぞれ D, E とすると
D(6, 1), E(-2, 1)

四角形 ABED は $AD \parallel BE$ の台形で, ED が高さになる。

$AD = 5 - 1 = 4$, $BE = 3 - 1 = 2$, $DE = 6 - (-2) = 8$ より

$$\text{面積} = \frac{1}{2} \times (4 + 2) \times 8 = 24$$

$$\triangle ABC = \text{台形 ABED} - \triangle ACD - \triangle BCE = 24 - \frac{1}{2} \times (6 - 2) \times 4 - \frac{1}{2} \times \{2 - (-2)\} \times 2 = 12$$

(2)

求める直線を $y = ax + b$ とする。

$$\text{傾き } a \text{ は直線 BC の傾きと等しいから } a = \frac{1-3}{2-(-2)} = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + b \text{ は A(6, 5) を通るから}$$

$$5 = -\frac{1}{2} \times 6 + b$$

$$b = 8$$

$$\text{よって求める式は } y = -\frac{1}{2}x + 8$$

(3)

点 P の x 座標は点 C の x 座標より大きくなる。

$$\text{ここで, } \triangle OPB = \triangle OCB + \triangle PBC$$

$$\text{四角形 OCAB} = \triangle OCB + \triangle ABC \text{ より}$$

$$\triangle OPB \text{ と四角形 OCAB の面積が等しいとき } \triangle PBC = \triangle ABC$$

したがって $AP \parallel BC$ となるから点 P は直線 OC と(2)で求めた直線との交点になる。

$$\text{直線 OC の式は } y = \frac{1}{2}x$$

$$\text{これと } y = -\frac{1}{2}x + 8 \text{ を連立方程式として解くと}$$

$$x = 8, y = 4$$

よって P(8, 4)

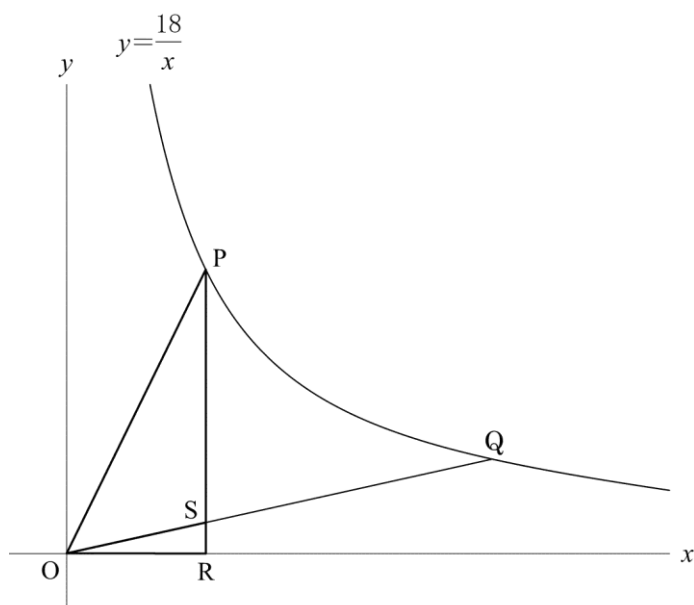
【問 111】

下の図のように、関数 $y = \frac{18}{x} (x > 0)$ のグラフ上に 2 点 P, Q があり、点 Q の x 座標は点 P の x 座標の 3 倍である。また、点 P を通り y 軸に平行な直線と x 軸との交点を R とし、線分 PR と線分 OQ の交点を S とする。

次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(大分県 2016 年度)

(1) $\triangle OPR$ の面積を求めなさい。



(2) $\triangle OPS$ の面積を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) 9

(2) 8

解説

点 P の x 座標を a とすると $P\left(a, \frac{18}{a}\right)$, $Q\left(3a, \frac{6}{a}\right)$, $R(a, 0)$

(1)

$$\triangle OPR = \frac{1}{2} \times a \times \frac{18}{a} = 9$$

(2)

直線 OQ は、 $y = \frac{2}{a^2}x$ と表せて、 $x = a$ を代入すると $y = \frac{2}{a}$ より、 $S\left(a, \frac{2}{a}\right)$ となる。

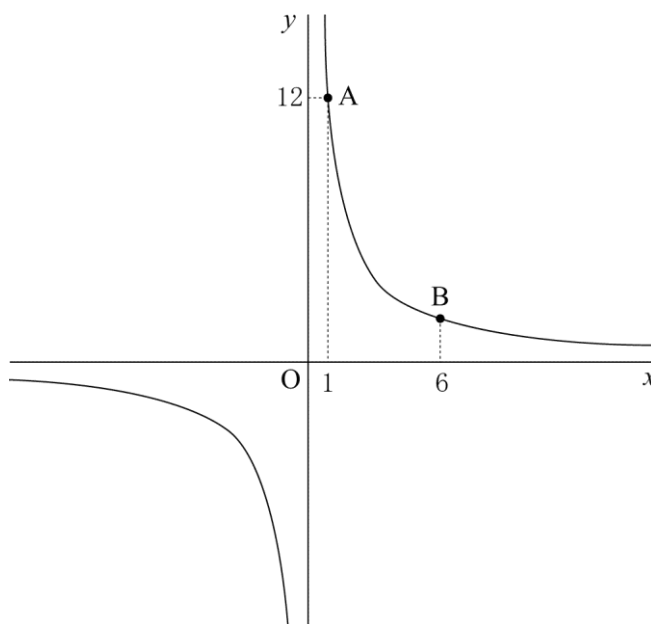
$$\text{よって } \triangle OSR = \frac{1}{2} \times a \times \frac{2}{a} = 1 \quad \triangle OPS = \triangle OPR - \triangle OSR = 9 - 1 = 8$$

【問 112】

$y = \frac{12}{x}$ のグラフ上に点 A (1, 12) と点 B があり、
点 B の x 座標は 6 である。このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2016 年度)

問1 点 B の y 座標を求めなさい。



問2 直線 AB の方程式を求めなさい。

問3 $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。ただし、座標の 1 目もりは 1 cm とする。

問4 2 点 A, B の間にある曲線 $y = \frac{12}{x}$ 上の点と直線 AB 上の点で、 x 座標, y 座標の値がともに整数である点はいくつあるか答えなさい。ただし、点 A と点 B を除くものとする。

解答欄

問1	B (6 ,)
問2	$y =$
問3	cm^2
問4	個

解答

問1 B (6, $\boxed{2}$)

問2 $y = -2x + 14$

問3 35cm^2

問4 7 個

解説

問1

$$y = \frac{12}{x} \text{ に } x=6 \text{ を代入して } y = \frac{12}{6} = 2$$

問2

$$A(1, 12), B(6, 2) \text{ であるから傾きは } \frac{2-12}{6-1} = -2$$

直線の式を $y = -2x + b$ とおくと

$$2 = -2 \times 6 + b \quad b = 14 \quad \text{より}$$

$$y = -2x + 14$$

問3

直線 AB と x 軸との交点は $0 = -2x + 14$ より $x = 7$

C(7, 0) とすると OC を底辺, 高さ 12 の三角形から $\triangle OBC$ の面積を引けばよい。

$$\text{よって } \frac{1}{2} \times 7 \times 12 - \frac{1}{2} \times 7 \times 2 = \frac{1}{2} \times 7 \times 10 = 35\text{cm}^2$$

問4

2 点 A, B の間にあり $y = \frac{12}{x}$ ($1 < x < 6$) なので曲線上にある x 座標, y 座標とも整数の点は

$x = 2, 3, 4$ の 3 点

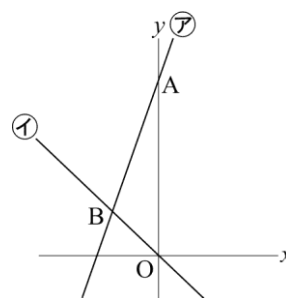
同様に $y = -2x + 14$ ($1 < x < 6$) より 4 点

よって計 7 個

【問 113】

右の図において、㊷は関数 $y=3x+8$ ，㊸は関数 $y=-x$ のグラフであり，点 A は㊷と y 軸の交点，点 B は㊷と㊸の交点である。このとき，直線 AO を軸として△OABを1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし，原点 O から (1, 0)，(0, 1) までの距離をそれぞれ 1 cm とする。また，円周率を π とする。

(秋田県 2017 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

点 B から y 軸に垂直な線をひき y 軸との交点を P とすると

求める立体の体積は BP を半径とする円を底面とする高さ AP, PO の円錐の体積の和になる。

点 B の座標を求めると $y=3x+8$, $y=-x$ の交点だから B(-2, 2)

よって求める立体の体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times (6+2) = \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 114】

平面上において、 $AB=2\text{ cm}$ 、 $BC=3\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ 、 $EF=10\text{ cm}$ 、 $FG=6\text{ cm}$ 、 $\angle EFG=90^\circ$ の直角三角形 EFG がある。直線 ℓ 、直線 m は $\ell \perp m$ であり、図1～図3のように、長方形 $ABCD$ の辺 DA が直線 ℓ 上、直角三角形 EFG の辺 EF が直線 m 上にある。図1は頂点 D 、 E が重なっていることを表しており、図3は辺 FG が直線 ℓ に重なっていることを表している。長方形 $ABCD$ と直角三角形 EFG は《ルール》にしたがって移動する。

《ルール》

2つの図形は図1の状態から同時に動き始める。長方形 $ABCD$ は、図1の状態から図2、図3のように直線 ℓ に沿って矢印 ($\rightarrow$) の方向に毎秒 0.5 cm の速さで移動する。直角三角形 EFG は、図1の状態から図2、図3のように直線 m に沿って矢印 ($\uparrow$) の方向に毎秒 1 cm の速さで移動する。

図1

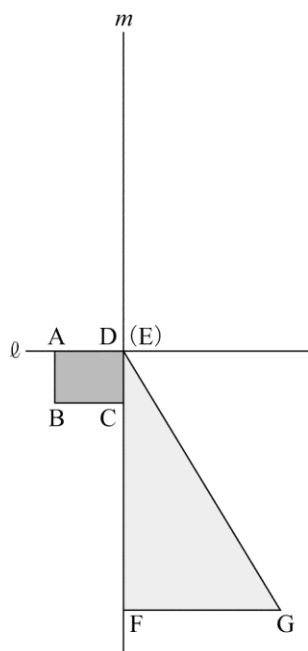


図2

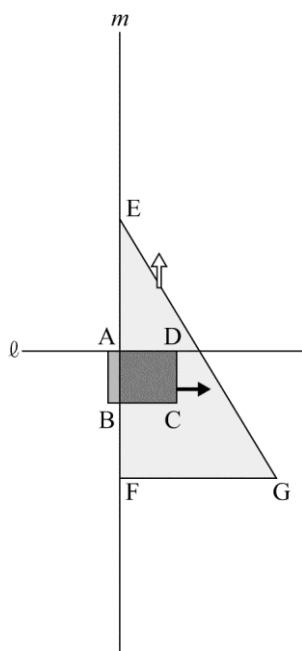
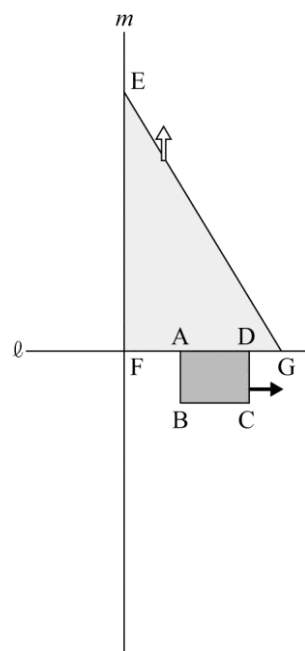


図3



2つの図形が移動を始めてから x 秒後に長方形 $ABCD$ と直角三角形 EFG が重なってできる部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。ただし、図1、図3のときは $y=0$ とする。次の問1～問3に答えなさい。

(秋田県 2017 年度)

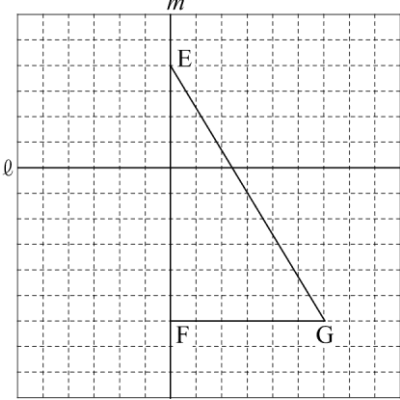
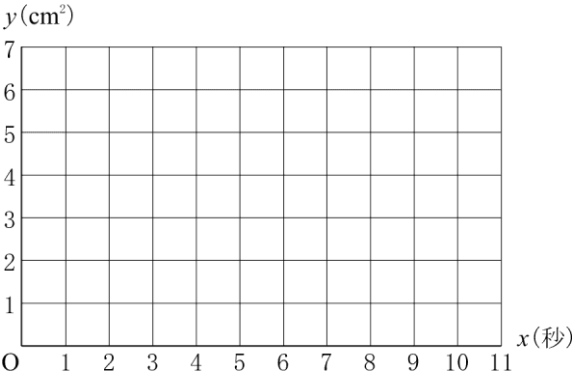
問1 $x=4$ のとき、

- (1) 長方形 $ABCD$ を解答欄にしたがってかきなさい。ただし、長方形 $ABCD$ の内側をぬりつぶさなくてもよい。
- (2) y の値を求めなさい。

問2 図1から図3の状態になるまでの x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

問3 図1から図3の状態になるまでの間で、 $y=\frac{9}{8}$ のときの x の値をすべて求めなさい。

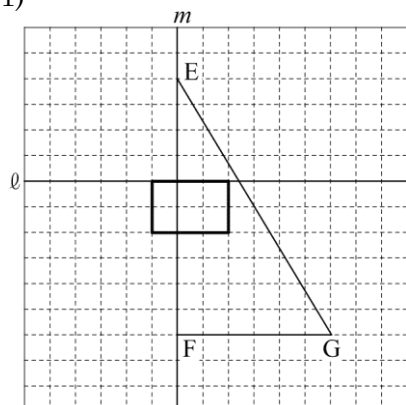
解答欄

問1	(1)	
	(2)	$y=$
問2		
問3	$x=$	

解答

問1

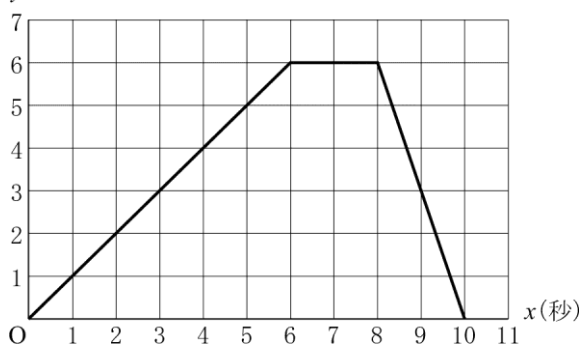
(1)



(2) $y=4$

問2

$y(\text{cm}^2)$



問3 $x=\frac{9}{8}, \frac{77}{8}$

解説

問1

(1)

長方形 ABCD は毎秒 0.5cm の速さで右へ移動するから

$x=4$ のとき、図1の状態から、解答用紙で右へ $0.5 \times 4 = 2$ (ます分) 移動した位置にある。

(2)

(1)から、重なっている部分は縦 2 cm、横 2 cm の長方形なので $y=2 \times 2=4$

問2

y の値が増加するのは辺 AB が直線 m と重なるまでで

$0 \leq x < 6$ のとき一定の割合で増加する。

また $x=6$ のとき 2 つの図形は完全に重なる。

y の値が減少しはじめるのは辺 FG の位置が辺 BC より上になったとき。

辺 FG と辺 BC が重なるのが $x=8$ のときだから $6 \leq x < 8$ のときまで y の値は一定で

$8 \leq x < 10$ のとき y の値は一定の割合で減少する。

よって $x=6$ とき $y=2 \times 3=6$ で $x=10$ とき $y=0$ となるからそれぞれの点を結びグラフを作成する。

問3

問2のグラフから $y=\frac{9}{8}$ となるのは

$0 \leq x < 6$, $8 \leq x < 10$ のそれぞれの範囲で 1 回ずつあることがわかる。

よって $0 \leq x < 6$ のとき $2 \times 0.5x = \frac{9}{8}$ $x = \frac{9}{8}$

また $8 \leq x < 10$ のとき問2から x と y の関係を表す式は $y = -3x + 30$

よって $\frac{9}{8} = -3x + 30$ $x = \frac{77}{8}$

解答

問1

あ 1 い 2

問2

$$(1) y = \frac{1}{3}x + 4$$

(2)

う 9 え 5

解説

問1

点 P は直線 l 上にあるから $y = -3x + 9$ に $x = -1$ を代入して、 $y = -3 \times (-1) + 9 = 12$

問2

(1)

直線 m が $\triangle ACB$ の面積を 2 等分するとき、点 P は線分 AB の中点となる。

点 P から x 軸に垂線をひき、 x 軸との交点を Q とすると、 $OQ:QB = AP:PB = 1:1$

点 B は直線 l と x 軸との交点だから、 $y = -3x + 9$ に $y = 0$ を代入して、 $0 = -3x + 9$ $x = 3$

よって $OB = 3$ より、 $OQ = QB = \frac{3}{2}$ だから、 $Q\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ となり、点 P の x 座標は $\frac{3}{2}$

点 P は直線 l 上にあるから、 $y = -3x + 9$ に $x = \frac{3}{2}$ を代入して、 $y = -3 \times \frac{3}{2} + 9 = \frac{9}{2}$

よって点 P の y 座標は $\frac{9}{2}$

したがって直線 m は 2 点 $C(-12, 0)$ 、 $P\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$ を通るので

傾きは $\left(\frac{9}{2} - 0\right) \div \left\{\frac{3}{2} - (-12)\right\} = \frac{9}{2} \div \frac{27}{2} = \frac{1}{3}$ より

直線 m の式を $y = \frac{1}{3}x + b$ とすると $x = -12$

$y = 0$ を代入して $0 = \frac{1}{3} \times (-12) + b$

$b = 4$

よって直線 m の式は $y = \frac{1}{3}x + 4$

(2)

まず、点 D の座標を求めると、点 B と y 軸を対称の軸として線対称だから、 $B(3, 0)$ より $D(-3, 0)$

次に、点 P の x 座標を p とおくと、直線 l 上の点だから y 座標は $-3p + 9$ となる。

よって $\triangle CDP$ の面積を求めると $\triangle CDP = \frac{1}{2} \times \{(-3) - (-12)\} \times (-3p + 9) = -\frac{27}{2}p + \frac{81}{2}$

また、 $\triangle ACP$ の面積は、 $\triangle ACB$ の面積から $\triangle PCB$ の面積を引いたものになるので

$\triangle ACP = \frac{1}{2} \times \{3 - (-12)\} \times 9 - \frac{1}{2} \times \{3 - (-12)\} \times (-3p + 9) = \frac{45}{2}p$

よって $\triangle CDP$ の面積が $\triangle ACP$ の面積の $\frac{2}{5}$ 倍になるから

$-\frac{27}{2}p + \frac{81}{2} = \frac{2}{5} \times \frac{45}{2}p$ が成り立つ。

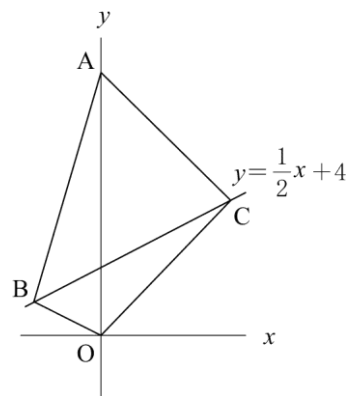
これを整理すると $x = \frac{9}{5}$

したがって点 P の x 座標は $\frac{9}{5}$

【問 116】

図で、 O は原点、 A は y 軸上の点、 B 、 C は直線 $y = \frac{1}{2}x + 4$ 上の点で、 $\triangle AOC$ の面積は $\triangle ABO$ の面積の 2 倍、 $\triangle ABC$ の面積は $\triangle BOC$ の面積の 3 倍である。点 B の x 座標が -4 のとき、原点 O を通り、四角形 $ABOC$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

(愛知県 2017 年度 A)



解答欄

$y =$

解答

$$y = 7x$$

解説

まず、四角形 $ABOC$ の面積を求める。

$\triangle AOC$ と $\triangle ABO$ は底辺が AO で共通だから、 $\triangle AOC = 2 \times \triangle ABO$ より、 $\triangle AOC$ の高さは $\triangle ABO$ の高さの 2 倍になる。

よって、点 B の x 座標が -4 だから、点 B と y 軸の距離は 4 になるので、点 C と y 軸の距離は 8 になり、 x 座標は 8 とわかる。

これより、 $y = \frac{1}{2}x + 4$ と y 軸の交点の座標が $(0, 4)$ だから

$$\triangle BOC = \frac{1}{2} \times 4 \times (4 + 8) = 24 \text{ で、} \triangle ABC = 24 \times 3 = 72$$

$$\text{よって四角形 } ABOC = \triangle BOC + \triangle ABC = 24 + 72 = 96$$

次に $\triangle ABO$ の面積を求め点 A の座標を求める。

$$\text{四角形 } ABOC = 96 \text{ より、} \triangle ABO = 96 \times \frac{1}{3} = 32 \text{ だから } \triangle ABO = \frac{1}{2} \times AO \times 4 = 32 \text{ が成り立つ。}$$

$$\text{よって } AO = 16 \text{ より、} A(0, 16)$$

$$\text{ここで、点 } A \text{ と点 } C \text{ を通る直線 } l \text{ の式を求めると } C(8, 8) \text{ より } y = -x + 16$$

四角形 $ABOC$ の面積を 2 等分する直線の式と点 A と点 C を通る直線の交点を P とすると点 P は直線 l 上の点で、 $\triangle ABO + \triangle AOP = \triangle POC$ となる。

$$\triangle ABO + \triangle AOP = 96 \times \frac{1}{2} \text{ より、} 32 + \triangle AOP = 48 \quad \triangle AOP = 16$$

点 P の x 座標を p とおくと

$$\triangle AOP = \frac{1}{2} \times 16 \times p = 8p \text{ となるから } 8p = 16 \text{ で } p = 2$$

したがって $P(2, 14)$ となるから求める直線の式は、 $y = 7x$

1 辺の長さが 12 cm の正方形が 2 つある。右の図 1 のように、それぞれの正方形から 1 辺の長さが 4 cm の正方形を 4 つ切り取ってできた図形を図形 P、図形 Q とし、それぞれの底辺を AB、CD とする。

図 1

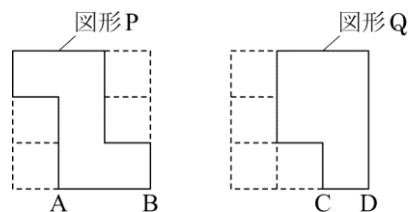
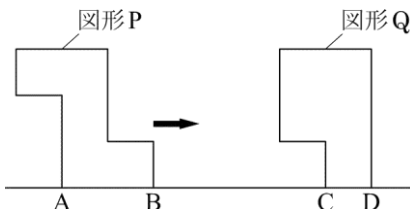


图2



(京都府 2017 年度 前期)

問3 2 回目に y の値が 60 になるのは, 1 回目に y の値が 60 になったときから何秒後か求めよ。

問1	$x=2$ のとき $y=$
	$x=5$ のとき $y=$
問2	AC= cm
	$y=$
問3	秒後

解答

問1

$$x=2 \text{ のとき } y=24$$

$$x=5 \text{ のとき } y=52$$

問2

$$AC=(x-8) \text{ cm}$$

$$y=-12x+160$$

問3 $\frac{4}{3}$ 秒後

解説

問1

$$x=2 \text{ のとき } y=8 \times 2 + 4 \times 2 = 24$$

$$x=5 \text{ のとき } y=4 \times 5 + 4 \times 4 + 4 \times 4 = 52$$

問2

$x=0$ のとき点 B が点 C の位置にくるから、点 A は点 C の左側にあり $AC=8 \text{ cm}$

$x=8$ のとき点 A が点 C の位置にくるから

$8 < x < 12$ のとき点 A は点 C の右側にくる。

よって $8 < x < 12$ のときの線分 AC の長さは点 A が x 秒間に動いた長さから 8 cm をひいて求められる。

点 A は毎秒 1 cm の速さで動くから、 $1 \times x - 8 = x - 8 \text{ cm}$

また、このときの y を x の式で表すと $y = 4 \times \{8 - (x - 8)\} + 8 \times \{4 - (x - 8)\} = -12x + 160$

問3

$0 \leq x \leq 4$ のとき $0 \leq y \leq 48$ だから $y=60$ とはならない。

$4 \leq x \leq 8$ のとき $48 \leq y \leq 64$ だから $y=60$ となる x の値が存在する。

このときの y を x の式で表すと

$$y = 4 \times x + 4 \times 4 + 4 \times 4 = 4x + 32$$

$y = 4x + 32$ に $y=60$ を代入すると

$$60 = 4x + 32$$

$$x = 7$$

$4 \leq x \leq 8$ を満たし適する。

$8 \leq x \leq 12$ のとき $16 \leq y \leq 64$ だから $y=60$ となる x の値が存在する。

このときの y を x の式で表すと

問2より $y = -12x + 160$ となるから

$y = -12x + 160$ に $y=60$ を代入すると

$$60 = -12x + 160$$

$$x = \frac{25}{3}$$

$8 \leq x \leq 12$ を満たし適する。

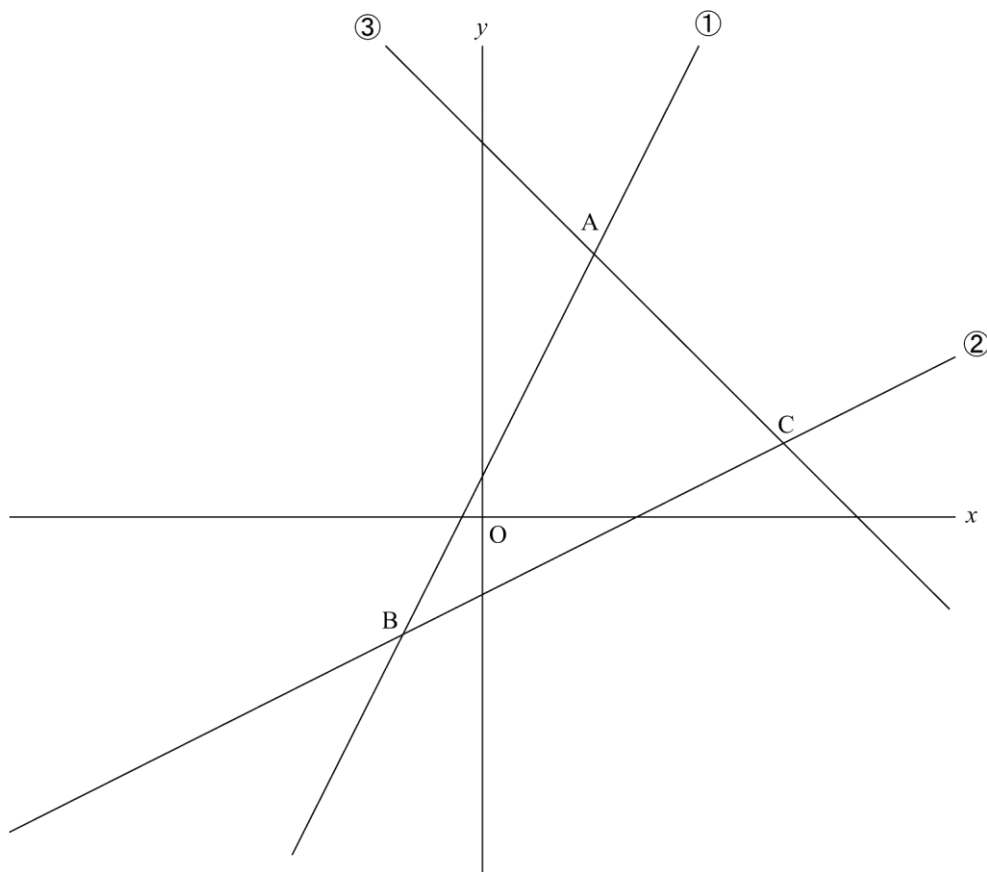
$$\text{よって } \frac{25}{3} - 7 = \frac{4}{3} \text{ 秒後}$$

【問 118】

下の図で、直線①、直線②、直線③の式は、それぞれ $y=2x+1$, $y=\frac{1}{2}x-2$, $y=ax+b$ (a, b は定数, $a<0$) である。点 A は直線①と直線③の交点で、点 A の座標は $(3, 7)$ である。点 B は、直線①と直線②の交点である。点 C は、直線②と直線③の交点である。

次の問1、問2は最も簡単な数で、問3は指示にしたがって答えよ。

(福岡県 2017 年度)



問1 直線②と x 軸の交点を D とし、線分 OD の中点を E とする。 y 軸上に点 F を $AF+FE$ の長さが最も短くなるようにとるとき、点 F の y 座標を求めよ。

問2 x 軸上の $x<0$ に対応する部分に点 G を、 $\triangle ABC$ の面積と $\triangle GBC$ の面積が等しくなるようにとるとき、点 G の x 座標を求めよ。

問3 点 B から直線③に垂線をひき、直線③との交点を H とする。 $AH=CH$ となるとき、点 C の x 座標を t とし、方程式をつくって点 C の座標を求めよ。解答は、解く手順にしたがってかき、答の の中には、あてはまる最も簡単な数を記入せよ。

解答欄

問1	
問2	
問3	〔解答〕 答 求める点 C の座標は, , である。

解答

問1 $\frac{14}{5}$

問2 -11

問3

〔解答〕

点 B の座標は $(-2, -3)$ である。

点 C の座標は $\left(t, \frac{1}{2}t-2\right)$ と表せる。

$BH \perp AC$, $AH=CH$ より

直線 BH は線分 AC の垂直二等分線だから

$BA=BC$ である。

$BA^2=BC^2$ より

$$5^2+10^2=(t+2)^2+\left(\frac{1}{2}t-2+3\right)^2$$

これを解くと, $t=8, -12$

$t=8$ のとき, 点 C の座標は $(8, 2)$ で,

直線③の傾きは負になるので, 問題にあう。

$t=-12$ のとき, 点 C の座標は $(-12, -8)$ で,

直線③の傾きは正になるので, 問題にあわない。

答 求める点 C の座標は, $(8, 2)$ である。

解説

問1

$y=\frac{1}{2}x-2$ に $y=0$ を代入すると, $0=\frac{1}{2}x-2$ $x=4$ だから, D(4, 0)となるから, E(2, 0)

ここで, 点 E'(-2, 0) をとると, y 軸が線分 E'E の垂直二等分線になるから, $FE'=FE$ が成り立つ。

$AF+FE=AF+FE'$ だから, 線分 AE' 上に点 F があるとき $AF+FE'$ の長さが最も短くなることがわかる。

2 点 A(3, 7), E'(-2, 0) を通る直線の傾きは, $\frac{7-0}{3-(-2)}=\frac{7}{5}$ だから, $y=\frac{7}{5}x+p$ に $x=-2, y=0$ を代入して整

理すると, $p=\frac{14}{5}$ よって, 点 F の y 座標は p の値に等しいから, 点 F の y 座標は, $\frac{14}{5}$

問2

x 軸上に x 座標が負の点 G を $\triangle ABC=\triangle GBC$ となるようにとるとき, 2 つの三角形に共通する辺 BC を底辺としたときの高さが等しくなるから, $GA \parallel BC$ が成り立つ。

平行な 2 直線の傾きは等しいから, 直線 GA の式は, $y=\frac{1}{2}x+q$ と表される。

A(3, 7)より $y=\frac{1}{2}x+q$ に $x=3, y=7$ を代入して整理すると $q=\frac{11}{2}$

点 G は x 軸上の点だから $y=\frac{1}{2}x+\frac{11}{2}$ に $y=0$ を代入して整理すると $x=-11$

問3

$BH \perp AC$, $AH=CH$ より, 直線 BH は線分 AC の垂直二等分線だから, $BA=BC$ となることを利用する。

まず, 点 B の座標を求め, 点 C の座標を t を使って表す。

次に, $BA=BC$ より, $BA^2=BC^2$ だから, 三平方の定理を使って, BA^2 と BC^2 を求める。

これより t の値を求め, 直線③の傾きが負になることから t の値を確定させる。

【問 119】

右の図のように、4 点 A (1, 1), B (5, 7),
C (2, -5), D (6, -5) がある。

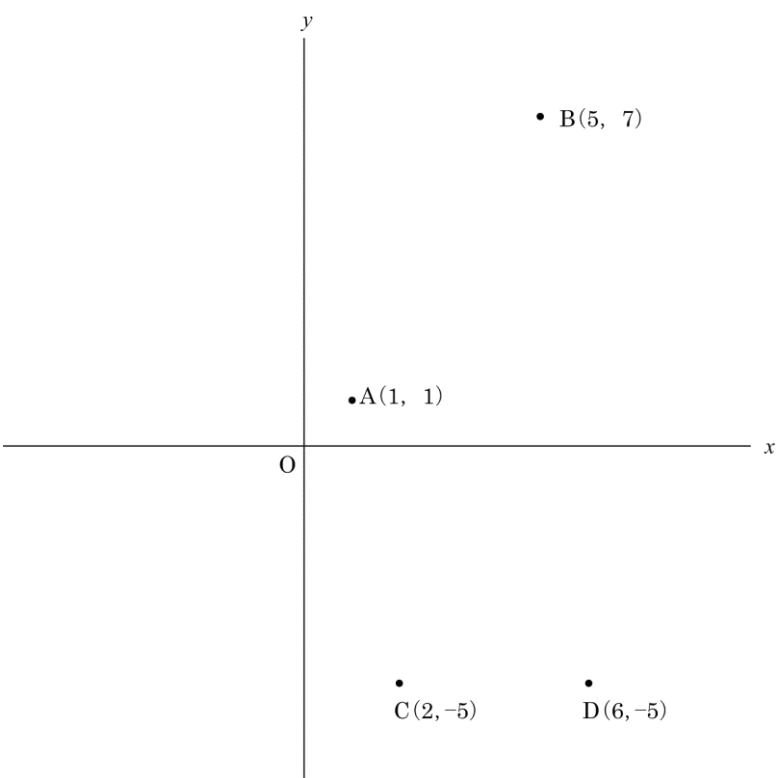
このとき、(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2017 年度 一般)

(1) 直線 AB の式を求めなさい。

(2) 直線 AB と直線 CD の交点 E の座標
を求めなさい。

(3) $\triangle ACD$ の面積を S_1 , $\triangle ADB$ の面積を S_2 とするとき、 $S_1:S_2$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。



解答欄

(1)	
(2)	E (,)
(3)	$S_1:S_2=$:

解答

$$(1) y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$(2) E(-3, -5)$$

$$(3) S_1:S_2=4:9$$

解説

(1)

$$A(1, 1), B(5, 7) \text{より, 直線 AB の傾きは, } \frac{7-1}{5-1} = \frac{3}{2}$$

$$\text{直線 AB の式を } y = \frac{3}{2}x + b \text{ として } x=1, y=1 \text{ を代入すると } 1 = \frac{3}{2} \times 1 + b \quad b = -\frac{1}{2}$$

$$\text{よって求める式は } y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$

(2)

$$C(2, -5), D(6, -5) \text{より, 直線 CD の式は } y = -5 \quad y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \text{ に } y = -5 \text{ を代入して整理すると, } x = -3$$

$$\text{よって } E(-3, -5)$$

(3)

$$\triangle ACD \text{ の面積は底辺を CD として } S_1 = \frac{1}{2} \times (6-2) \times \{1 - (-5)\} = 12$$

$$\triangle ADB \text{ の面積は } S_2 = \triangle BED - \triangle AED = \frac{1}{2} \times \{6 - (-3)\} \times \{7 - (-5)\} - \frac{1}{2} \times \{6 - (-3)\} \times \{1 - (-5)\} = 27$$

$$\text{よって } S_1:S_2=12:27=4:9$$

【問 120】

図1のように、関数 $y = \frac{6}{x}$ …①のグラフと直線 l が 2 点 A, B で交わり、点 A, B の x 座標はそれぞれ、2, 6 である。

このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(宮崎県 2017 年度)

問1 関数①の特徴について、次の(ア)～(エ)のうち、正しいものには○、まちがっているものには×を書きなさい。

(ア) x の値を 2 倍, 3 倍, 4 倍, $\cdots$ すると, y の値も 2 倍, 3 倍, 4 倍, $\cdots$ となっていく。

(イ) 対応する x と y の値の積は、つねに 6 である。

(ウ) グラフは, x 軸や y 軸に接したり, 交わったりしない。

(エ) グラフは、放物線とよばれる曲線である。

問2 直線 l の式を求めなさい。

問3 図2は、図1において、線分 OA , OB をひき、 $\triangle AOB$ をつくったものである。このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

(2) y 軸上に、 y 座標が負である点 P をとり、 $\triangle APB$ の面積が $\triangle AOB$ の面積の 4 倍となるようにする。このとき、点 P の y 座標を求めなさい。

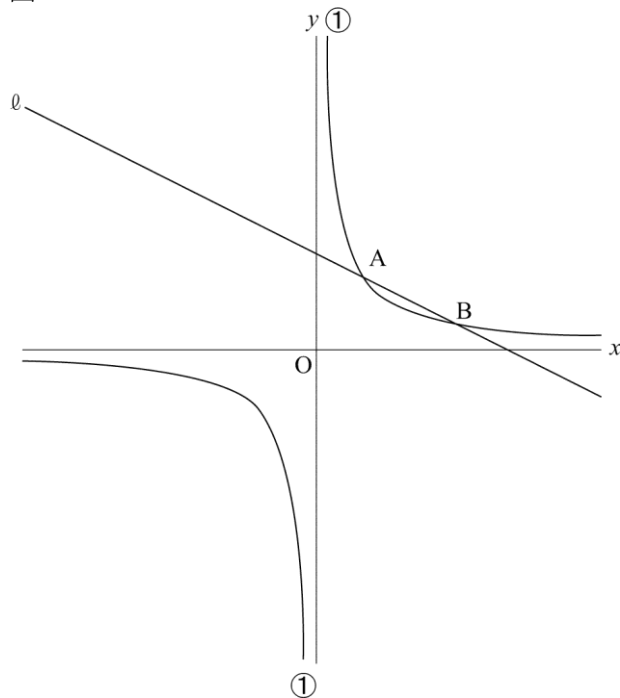
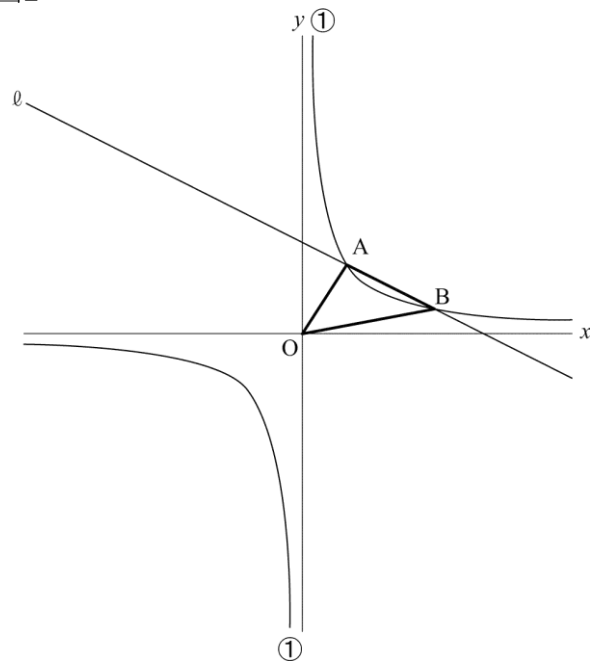


图2



解答欄

問1	(ア)		(イ)		(ウ)		(エ)	
問2								
問3	(1)							
	(2)	$y =$						

解答

問1 (ア) × (イ) ○ (ウ) ○ (エ) ×

問2 $y = -\frac{1}{2}x + 4$

問3 (1) 8 (2) $y = -12$

解説

問1

(ア)

①のグラフは、反比例のグラフなので x の値が 2 倍, 3 倍, 4 倍, …すると y の値は, $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, になるので×

(イ)

$y = \frac{6}{x}$ より $xy = 6$ となるから x と y の値の積はつねに 6 だから○

(ウ)

反比例のグラフなので x 軸や y 軸に接したり交わったりしないので○

(エ)

反比例のグラフなので放物線ではなく双曲線だから×

問2

点 A の x 座標 2 を $y = \frac{6}{x}$ に代入すると $y = 3$ より, A(2, 3)

点 B の x 座標 6 を $y = \frac{6}{x}$ に代入すると $y = 1$ より, B(6, 1)

点 A, B を通る直線の傾きは $\frac{3-1}{2-6} = -\frac{1}{2}$

直線 l の式を $y = -\frac{1}{2}x + b$ とすると A(2, 3) を通るから $3 = -\frac{1}{2} \times 2 + b$ $b = 4$

よって $y = -\frac{1}{2}x + 4$

問3

(1)

原点と点 A を通る直線の式は $y = \frac{3}{2}x$

点 B を通り $y = \frac{3}{2}x$ に平行な直線の式を $y = \frac{3}{2}x + c$ とすると

$1 = \frac{3}{2} \times 6 + c$ より $c = -8$ となり $y = \frac{3}{2}x - 8$

この直線と x 軸との交点を D とすると $D\left(\frac{16}{3}, 0\right)$

このとき, $\triangle AOB$ と $\triangle AOD$ は, 底辺 AO が共通で高さも等しいので, 面積が等しくなるから

$\triangle AOB = \triangle AOD = \frac{1}{2} \times \frac{16}{3} \times 3 = 8$

(2)

直線 l と y 軸との交点を E とする。

このとき $\triangle APB = \triangle EPB - \triangle EPA$ だから, P(0, $-p$) とすると

$\triangle APB = \frac{1}{2} \times (4+p) \times 6 - \frac{1}{2} \times (4+p) \times 2 = 8 + 2p$

これが $\triangle AOB$ の面積の 4 倍と等しくなるから $8 + 2p = 8 \times 4$ $p = 12$

よって点 P の y 座標は -12

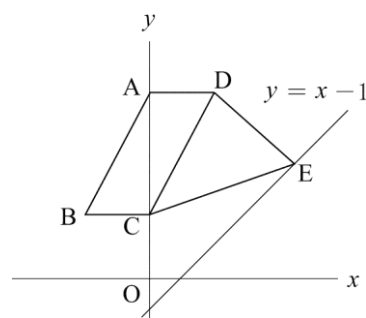
【問 121】

図で、 O は原点、四角形 $ABCD$ は平行四辺形で、 A, C は y 軸上の点、辺 AD は x 軸に平行である。また、 E は直線 $y=x-1$ 上の点である。

点 A, B の座標がそれぞれ $(0, 6), (-2, 2)$ で、平行四辺形 $ABCD$ の面積と $\triangle DCE$ の面積が等しいとき、点 E の座標を求めなさい。

ただし、点 E の x 座標は正とする。

(愛知県 2018 年度 B)



解答欄

(,)

解答

(5, 4)

解説

四角形 $ABCD$ の面積は、 $2 \times (6-2) = 8$ である。

直線 BC 、直線 AD と関数 $y=x-1$ のグラフとの交点をそれぞれ

F, G とすると、点 F の y 座標は点 B の y 座標と等しく 2 なので $F(3, 2)$

同じように考えて $G(7, 6)$ である。

よって点 E が点 F と一致するとき

$$\triangle DCE = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

点 E が点 G と一致するとき

$$\triangle DCE = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10 \text{ だから点 } E \text{ は線分 } FG \text{ 上にある。}$$

ここで四角形 $CFGD$ の面積は

$$\frac{1}{2} \times (5+3) \times 4 = 16$$

点 E の x 座標を t とすると $E(t, t-1)$ だから

$$\triangle CFE = \frac{1}{2} \times 3 \times (t-1-2) = \frac{3}{2} (t-3)$$

$$\triangle DEG = \frac{1}{2} \times 5 \times \{6-(t-1)\} = \frac{5}{2} (7-t)$$

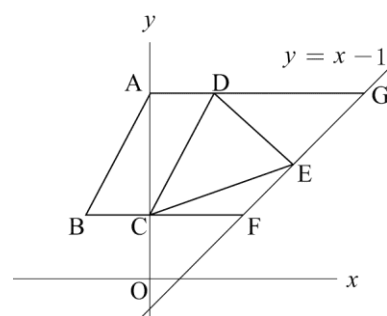
$$\text{よって } 16 - \frac{3}{2} (t-3) - \frac{5}{2} (7-t) = 8$$

$$32 - 3(t-3) - 5(7-t) = 16$$

$$2t = 10$$

$$t = 5$$

したがって $E(5, 4)$



【問 122】

右の図のように、関数 $y=ax+b$ …㉔のグラフ上に 2 点 A, B があり、点 A の座標が (1, 9), 点 B の座標が (-2, 0) である。

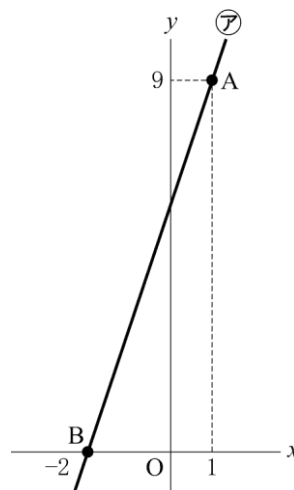
このとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2018 年度)

(1) a, b の値を求めなさい。

(2) 原点を O とし、 $\triangle OAB$ を、 x 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし、円周率は π とし、座標軸の 1 目もりを 1 cm とする。



解答欄

(1)	$a=$
	$b=$
(2)	cm^3

解答

(1)

$$a=3$$

$$b=6$$

(2) $54\pi \text{ cm}^3$

解説

(1)

$$\text{㉔のグラフは 2 点 A, B を通るから } a=\frac{9-0}{1-(-2)}=3$$

$$y=3x+b \text{ に } x=1, y=9 \text{ を代入すると } 9=3\times 1+b \quad b=6$$

(2)

座標が(1, 0)の点を C とする。

$\triangle OCA$ を x 軸を軸として 1 回転させてできる立体は半径が 9cm の円を底面とする高さ 1cm の円すいだから

$$\text{その体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 1 = 27\pi \text{ cm}^3$$

また $\triangle BCA$ を x 軸を軸として 1 回転させてできる立体は半径が 9cm の円を底面とする高さ 3cm の円すいだから

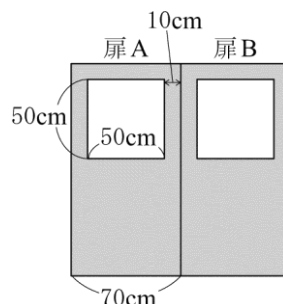
$$\text{その体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 3 = 81\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{よって求める立体の体積は } 81\pi - 27\pi = 54\pi \text{ cm}^3$$

【問 123】

花子さんの教室の入り口の 2 枚の長方形の扉は、それぞれを左右に動かすと重なり、図1のように、はめ込まれた正方形の透明なガラスを通して向こう側が見えています。花子さんは、透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の面積が、扉が動くことで、変化していくことに興味をもち、調べたことを次のようにまとめました。後の問1から問3に答えなさい。ただし、扉 A と扉 B は形と大きさが同じで、図1は、入り口の扉が閉まっている状態を表しているものとし、このときの扉 A と扉 B の重なりはないものとします。

図1



(滋賀県 2018 年度)

調べたこと

扉 B は動かさず、扉 A だけを右に動かしたとき、扉 A の位置によって、透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の個数や面積が変わる様子を調べ、表の①から③のように整理しました。

表

	①	②	③
扉 A の位置			
四角形の個数	2つ	3つ	1つ
四角形の面積の和	$P+R$	$P+Q+R$	Q

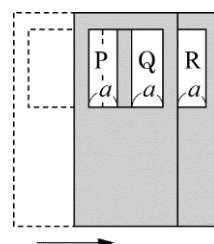
P: 扉 A の透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の面積

Q: 扉 A と扉 B の透明なガラスが重なった部分を通して向こう側が見えている四角形の面積

R: 扉 B の透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の面積

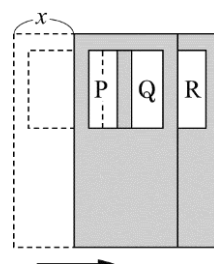
問1 花子さんは、調べたことの②の状態にあるとき、扉 A を右に動かし続けると、右の図2のように、P, Q, R が等しくなるときがあることに気がつきました。そのときの、1 つの四角形の横の長さを a cm として、 a の値を求めなさい。

図2



問2 花子さんは、調べたことの②の状態にあるときの、 $P+Q+R$ の値の変化について考えました。図3のように、扉 A を右に動かしたとき、 $P+Q+R$ の値はどのように変化しますか。扉 A が左端の位置から右に x cm 動いたときの $P+Q+R$ を y cm^2 として、 x と y の関係式を用いて説明しなさい。

図3



問3 花子さんは、扉 A が入り口の扉がしまっている状態から扉 B とぴったりと重なるまで動くとき、透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の面積の和の変化について調べました。四角形の面積の和がもっとも小さくなるとき、その面積は何 cm^2 になりますか。求めなさい。

解答欄

問1	$a=$	
問2		
問3	cm^2	

解答

問1 $a=20$

問2

x と y の関係式は、 $y=-50x+5000$ となるので y は x の 1 次関数である。

変化の割合が負であるので

x の値が大きくなると y の値は小さくなるから

$P+Q+R$ の値は減っていく。

問3 2000cm^2

解説

問1

扉 A、B のガラスの部分は 1 辺が 50cm の正方形である。

P、Q、R が等しくなるとき扉 A のガラスの部分の横の長さ 50cm について

$$2a+10=50$$

$$2a=40$$

$$a=20$$

問2

$$P+Q=50\times 50-50\times 10=2000\text{cm}^2$$

$$R=50\times 50-50(x-10)=2500-50x+500=-50x+3000\text{cm}^2$$

$$P+Q+R=-50x+5000(\text{cm}^2)\text{だから } y=-50x+5000$$

よって y は x の 1 次関数で、変化の割合が負だから、 x の値が大きくなると、 y の値は小さくなる。

問3

四角形の面積の和は、 $0\leq x\leq 20$ のとき、 $P+R$ の①

$20\leq x\leq 60$ のとき $P+Q+R$ の②

$60\leq x\leq 70$ のとき Q の③になる。

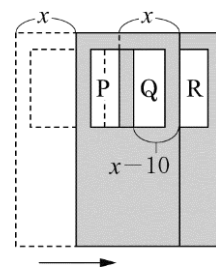
四角形の面積の和の変化は、 x の値が大きくなるにつれて

①②ではだんだん小さくなり

③ではだんだん大きくなる。

したがって、 $x=60$ のとき、四角形の面積の和はもっとも小さくなる。

$y=-50x+5000$ に $x=60$ を代入して、 $y=2000$ その面積は 2000cm^2 である。



【問 124】

Mさんは、同じ大きさの本を重ねてひもでくくり、束を作ることにした。図1は、横の長さが 15 cm であり、厚さが 2 cm である本を束ねた状態を示している。図2は、図1で示した本の束を正面から見たときの様子を表す模式図である。

図2において、四角形 ABCD は $BC=15\text{ cm}$ の長方形であり、長方形 ABCD の周の長さを「ひもの長さ」と定める。「束ねた本の冊数」が x のときの「ひもの長さ」を $y\text{ cm}$ とし、「束ねた本の冊数」が 1 増えるごとに「ひもの長さ」は 4 cm ずつ長くなるものとする。また、 $x=1$ のとき $y=34$ であるとする。

図1

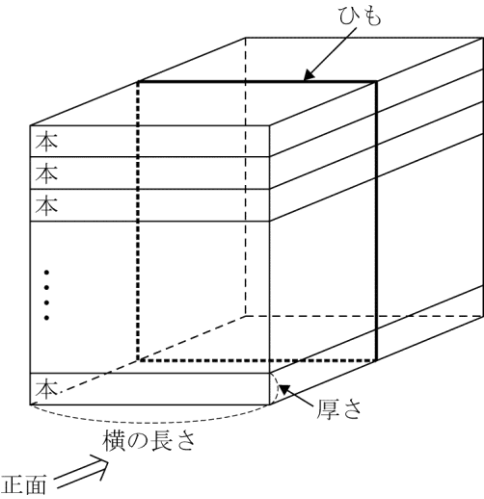
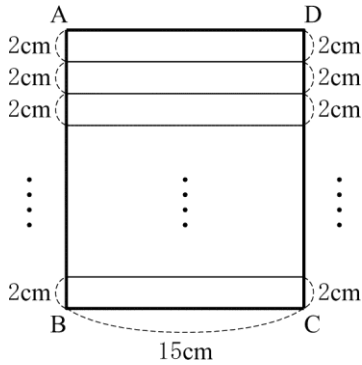


図2



次の問いに答えなさい。

(大阪府 2018 年度 A)

問1 次の表は、 x と y との関係を示した表の一部である。表中の(ア), (イ)に当てはまる数をそれぞれ書きなさい。

x	1	2	...	4	...	9	...
y	34	38	...	(ア)	...	(イ)	...

問2 x を自然数として、 y を x の式で表しなさい。

問3 $y=102$ となるときの x の値を求めなさい。

解答欄

問1	(ア)	
	(イ)	
問2	$y=$	
問3		

解答

問1

(ア) 46

(イ) 66

問2 $y=4x+30$

問3 18

解説

問1

y の値は 34 から 4 ずつ増えていくから $x=n$ のときは $y=34+4(n-1)$ となる。

よって、 $x=4$ のとき $y=34+4\times 3=46$ で、 $x=9$ のとき $y=34+4\times 8=66$ である。

問2

問1で n を x におきかえると $y=34+4(x-1)=4x+30$

問3

問2より $102=4x+30$

$4x=72$

$x=18$

【問 125】

Mさんは、同じ大きさの本を重ねてひもでくり、束を作ることにした。図1は、厚さが同じである本を束ねた状態を示している。横の長さが 15 cm であり、厚さが 2 cm である本だけを束ねたものを束Pとし、横の長さが 18 cm であり、厚さが 3 cm である本だけを束ねたものを束Qとする。図2、図3は、それぞれ束P、束Qを正面から見たときのようなすを表す模式図である。

図2において、四角形 ABCD は $BC=15$ cm の長方形であり、長方形 ABCD の周の長さを「束Pのひもの長さ」と定める。「束Pの本の冊数」が 1 増えるごとに「束Pのひもの長さ」は 4 cm ずつ長くなるものとし、「束Pの本の冊数」が 1 のとき「束Pのひもの長さ」は 34 cm であるとする。

図3において、四角形 EFGH は $FG=18$ cm の長方形であり、長方形 EFGH の周の長さを「束Qのひもの長さ」と定める。「束Qの本の冊数」が 1 増えるごとに「束Qのひもの長さ」は 6 cm ずつ長くなるものとし、「束Qの本の冊数」が 1 のとき「束Qのひもの長さ」は 42 cm であるとする。

図1

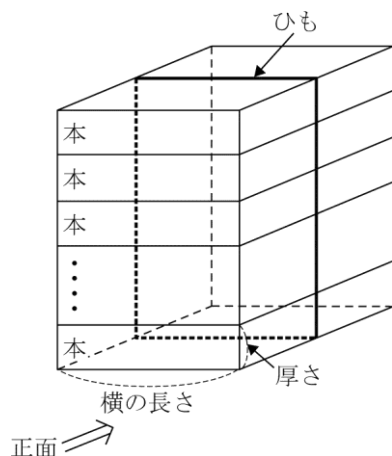


図2

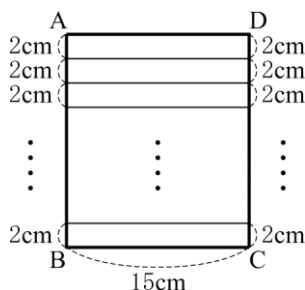
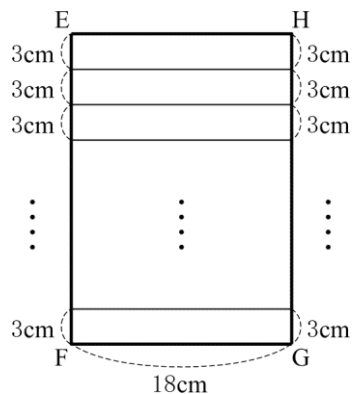


図3



次の問いに答えなさい。

(大阪府 2018 年度 B)

問1 束Pについて考える。「束Pの本の冊数」が x のときの「束Pのひもの長さ」を y cm とする。

(1) 次の表は、 x と y との関係を示した表の一部である。表中の(ア)、(イ)に当てはまる数をそれぞれ書きなさい。

x	1	2	...	4	...	9	...
y	34	38	...	(ア)	...	(イ)	...

(2) x を自然数として、 y を x の式で表しなさい。

(3) $y=102$ となるときの x の値を求めなさい。

問2 Mさんは、束Pと束Qを作るとき、それぞれの束のひもの長さの合計が 260 cm になるようにしようと考えた。

「束Pの本の冊数」を s とし、「束Qの本の冊数」を t とする。「束Pの本の冊数」と「束Qの本の冊数」との合計が 40 であり、「束Pのひもの長さ」と「束Qのひもの長さ」との合計が 260 cm となるときの s, t の値をそれぞれ求めなさい。求め方も書くこと。ただし、 s, t はともに自然数であるとする。

解答欄

問1	(1)	(ア)	
		(イ)	
	(2)	$y=$	
	(3)		
問2	[求め方] $s=$, $t=$		

解答

問1

(1)

(ア) 46

(イ) 66

(2) $y=4x+30$

(3) 18

問2

〔求め方〕

本の冊数の合計が 40 だから

$$s+t=40\cdots\textcircled{ア}$$

ひもの長さの合計が 260 cm だから

$$(4s+30)+(6t+36)=260\cdots\textcircled{イ}$$

ア, イを連立させて解くと

$$s=23, t=17$$

解説

問1

(1)

y の値は 34 から 4 ずつ増えていくから $x=n$ のときは $y=34+4(n-1)$ となる。

よって、 $x=4$ のとき $y=34+4\times 3=46$ で、 $x=9$ のとき $y=34+4\times 8=66$ である。

(2)

(1)で n を x におきかえると、 $y=34+4(x-1)=4x+30$

(3)

(2)より、 $102=4x+30$ $4x=72$ $x=18$

問2

東Pの本の冊数は s だから、問1(2)より、東Pのひもの長さは $(4s+30)\text{cm}$

同様に、東Qの本の冊数が t のとき、東Qのひもの長さは $42+6(t-1)=(6t+36)\text{cm}$

よって $s+t=40\cdots\textcircled{1}$

$$(4s+30)+(6t+36)=260\cdots\textcircled{2}$$

$$\textcircled{2}より 2s+3t=97\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}\times 2より t=17$$

これを①に代入して $s=23$

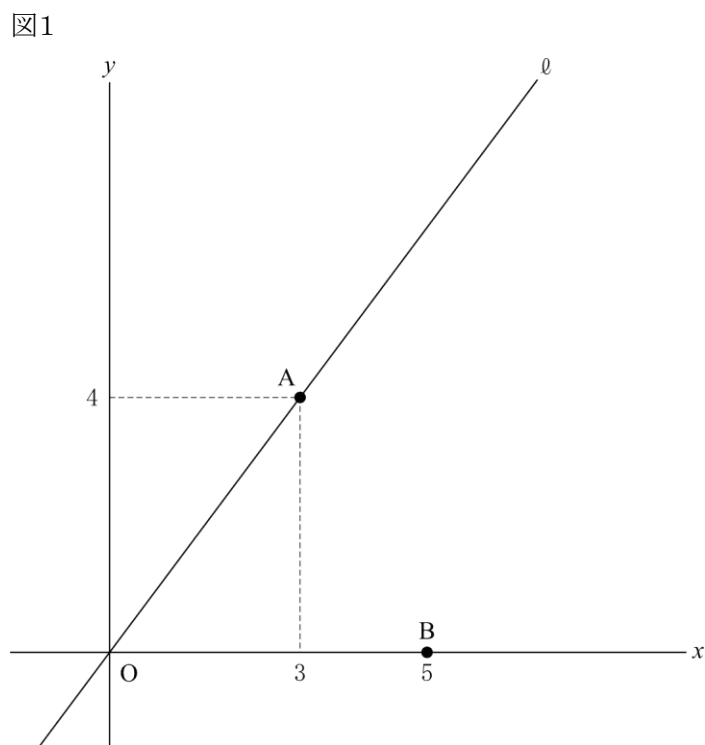
この解は問題にあっている。

したがって東Pの本の冊数は 23 冊、東Qの本の冊数は 17 冊

【問 126】

図1のように、原点 O を通る直線 ℓ 上に点 $A(3, 4)$ 、 x 軸上に点 $B(5, 0)$ がある。次の(1)～(3)に答えなさい。

(島根県 2018 年度)



- (1) 直線 ℓ の傾きを求めなさい。
- (2) 2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。
- (3) $\angle AOB$ の二等分線を表す直線の傾きを求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答

(1) $\frac{4}{3}$

(2) $y = -2x + 10$

(3) $\frac{1}{2}$

解説

(1)

O(0, 0)とA(3, 4)の間で x の増加量は 3, y の増加量は 4 だから傾きは $\frac{4}{3}$

(2)

A(3, 4), B(5, 0)より 2 点 A, B を通る直線の式を $y = ax + b$ とすると $a = \frac{0-4}{5-3} = -2$

$y = -2x + b$ に $x = 5, y = 0$ を代入すると, $0 = -2 \times 5 + b$ $b = 10$

よって求める直線の式は $y = -2x + 10$

(3)

C(3, 0)とする。

直角三角形となる△OCA で三平方の定理より

$$OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ だから}$$

△OBA は $OA = OB$ の二等辺三角形である。

よって∠AOB の二等分線は辺 AB を垂直に 2 等分する。

辺 AB の中点を M, 辺 BC の中点を N とすると

$$\text{中点連結定理より } AC \parallel MN, MN = \frac{1}{2} AC = 2$$

よって点 M は直線 AB 上にある y 座標が 2 の点だから

$$2 = -2x + 10$$

$$x = 4 \text{ より } M(4, 2)$$

したがって∠AOB の二等分線は 2 点 O, M を通る直線だから傾きは $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

【問 127】

図 1 のように、すべての道路が直角に交わっている町がある。4 本の道路に囲まれた長方形はすべて合同であり、点 O, A, B, C, D のように長方形の頂点に位置している点を交差点と呼ぶことにする。

北の方向または東の方向にだけ道路を進み、交差点 O から交差点 C まで最短経路で移動したときの距離の合計は 180 m であり、交差点 C から交差点 D まで最短経路で移動したときの距離の合計は 130 m であった。次の問 1, 問 2 に答えなさい。

なお、図 1 の道路に示した太線は、交差点 O から交差点 C までの最短経路の 1 つを示したものである。

(群馬県 2019 年度 後期)

問 1 OA と OB の長さをそれぞれ求めなさい。

問 2 図 2 のように、交差点 O から交差点 D まで真っすぐな道路を新たにつくった。次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) 道路 OD を交差点 O から交差点 D に向かって進み、最初に道路と交わる点を E とする。このとき、BE の長さを求めなさい。

(2) 図 2 で色を付けて示した三角形の土地 T の面積を求めなさい。

図 1

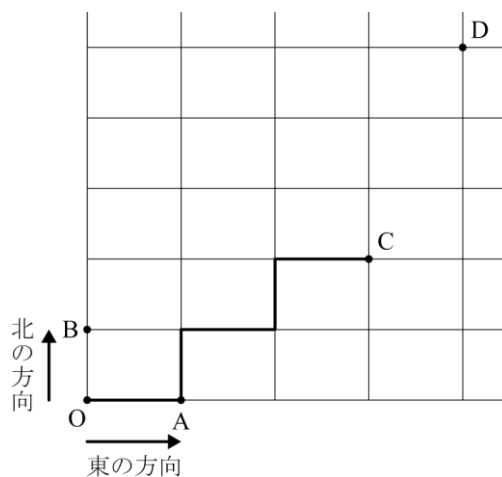
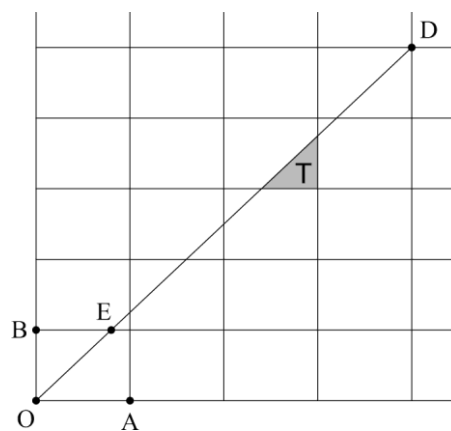


図 2



問 1	OA= m, OB= m	
問 2	(1)	m
	(2)	m ²

解答

問 1

OA の長さを x m, OB の長さを y m とすると

$$\begin{cases} 3x+2y=180 & \cdots\textcircled{1} \\ x+3y=130 & \cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

② $\times$ 3-①より

$$7y=210$$

$$y=30$$

②に代入して

$$x=40$$

$x=40$, $y=30$ は問題に適している。

OA=40m, OB=30m

問 2

(1) 32m

(2) 270m^2

解説

問 1

OA= x m, OB= y m とおく。

右に 3 区画, 上に 2 区画移動したときの距離の合計は 180m, 右に 1 区画, 上に 3 区画移動したときの距離の合計は 130m だから, 式に表すと $3x+2y=180\cdots\cdots\textcircled{1}$, $x+3y=130\cdots\cdots\textcircled{2}$ となる。

② $\times$ 3-①より, $7y=210$ $y=30$ $y=30$ を②に代入すると $x+3\times 30=130$ $x+90=130$ $x=40$ $x=40$, $y=30$ は問題に適しているから, OA=40m, OB=30m

問 2

(1)

図 2 で直線 OA を x 軸, 直線 OB を y 軸として考える。

点 D の座標は(160, 150)だから, 直線 OD を表す式は $y=\frac{15}{16}x\cdots\cdots\textcircled{3}$ である。

点 E の y 座標は 30 だから $y=30$ を③に代入すると $x=32$

よって, BE=32m

(2)

$y=90$ を③に代入すると $x=96$, $x=120$ を③に代入すると $y=\frac{225}{2}$ である。

よって, 求める面積は $\frac{1}{2}\times(120-96)\times\left(\frac{225}{2}-90\right)=\frac{1}{2}\times 24\times\frac{45}{2}=270(\text{m}^2)$

【問 128】

右の図 1 で、点 O は原点、直線 ℓ は一次関数 $y = -x + 9$ のグラフを表している。

直線 ℓ と x 軸との交点を A 、直線 ℓ 上にある点を P とする。

次の各問に答えよ。

(東京都 2019 年度)

問 1 次の 中の「お」「か」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

点 P の x 座標が -4 のとき、点 P の y 座標は、 おか である。

問 2 右の図 2 は、図 1 において、点 P の x 座標が 9 より小さい正の数であるとき、 y 軸上にあり、 y 座標が -3 である点を B 、 y 軸を対称の軸として点 P と線対称な点を Q 、2 点 B 、 Q を通る直線を m とし、点 A と点 B 、点 B と点 P 、点 P と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。
次の (1)、(2) に答えよ。

(1) 点 P が点 $(2, 7)$ のとき、直線 m の式を、次のア～エのうちから選び、記号で答えよ。

ア $y = -5x - 3$

イ $y = -3x - 5$

ウ $y = -2x - 3$

エ $y = 5x - 3$

(2) $\triangle BPQ$ の面積が $\triangle BAP$ の面積の 2 倍になるとき、点 P の x 座標を求めよ。

図 1

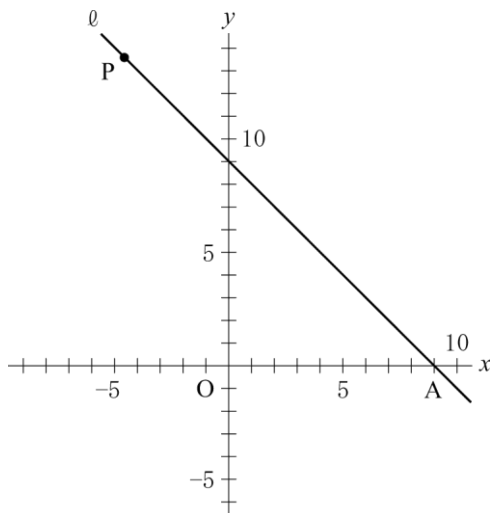
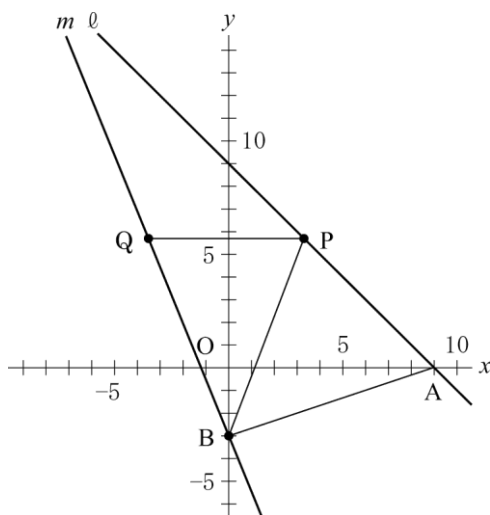


図 2



解答欄

問 1	お	
	か	
問 2	(1)	
	(2)	

解答

問 1

お 1

か 3

問 2

(1) ア

(2) 6

解説

問 1

点 P は直線 l 上にあり、 x 座標が -4 だから、 $x = -4$ を $y = -x + 9$ に代入して $y = 13$

問 2

(1)

点 P の座標が $(2, 7)$ だから、点 Q の座標は $(-2, 7)$ 。直線 m は点 B と点 Q を通る直線だから

$$y = \frac{-3-7}{0-(-2)}x - 3 = -5x - 3 \quad \text{よって、} y = -5x - 3$$

(2)

直線 BP と x 軸の交点を R とすると、 $\triangle BAP$ で、 $\triangle BAP = \triangle BAR + \triangle PRA$ だから、2 つの三角形に共通な辺 AR を底辺とみたときの高さの和は、 $\triangle BPQ$ で、辺 PQ を底辺とみたときの高さに等しい。

よって、 $\triangle BPQ$ の面積が $\triangle BAP$ の面積の 2 倍のとき、 $PQ = 2AR$ ……①

点 P の x 座標を t ($0 < t < 9$) とおくと、 $PQ = 2t$ ……② 直線 PB の式は $y = \frac{-t+9-(-3)}{t-0}x - 3$ より、

$$y = \frac{-t+12}{t}x - 3 \quad \text{点 R の交点の } x \text{ 座標は } x = \frac{-3t}{t-12} \quad \text{したがって、} AR = 9 + \frac{3t}{t-12} \text{……③}$$

$$\text{②, ③を①に代入すると } 2t = 18 + \frac{6t}{t-12} \quad (t-9)(t-12) = 3t \quad t^2 - 24t + 108 = 0 \quad (t-6)(t-18) = 0$$

$0 < t < 9$ より、 $t = 6$

【問 129】

右の図 1 のように、縦、横ともに 1 cm の等しい間隔で直線が引かれた方眼紙があり、縦線と横線の交点に、点 A, B, C, D, E, F, Q, R がある。

点 P は、A を出発して、線分 AB, BC, CD, DE, EF, FA 上を、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow A$ の順に A まで動く。

点 P が、A を出発してから x cm 動いたときの $\triangle PQR$ の面積を y cm² とするとき、次の問いに答えなさい。

(富山県 2019 年度)

問 1 $x=4$ のとき、 y の値を求めなさい。

問 2 点 P が C から D まで動くときの、 x の変域を求めなさい。

問 3 右の図 2 は、 x と y の関係を表したグラフの一部である。このグラフを完成させなさい。

問 4 $\triangle PQR$ の面積が 6 cm² となる x の値は 2 つある。その値をそれぞれ求めなさい。

図 1

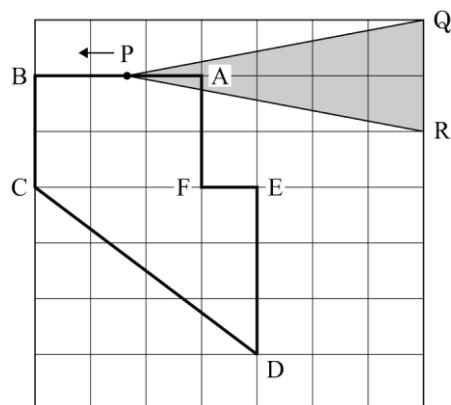
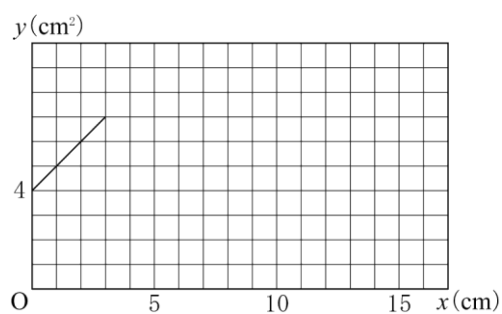


図 2



解答欄

問 1	$y =$
問 2	$\leq x \leq$
問 3	
問 4	$x =$, $x =$

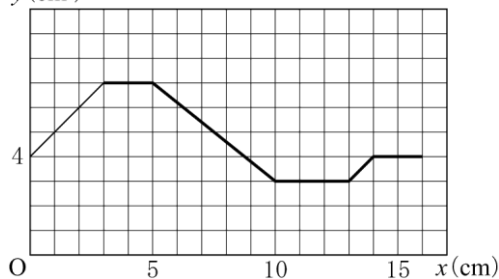
解答

問 1 $y=7$

問 2 $5 \leq x \leq 10$

問 3

$y(\text{cm}^2)$



問 4 $x=2$, $x=\frac{25}{4}$

解説

問 1

$AB=3\text{cm}$, $BC=2\text{cm}$ だから, $x=4$ のとき, 点 P は線分 BC の中点にある。

このとき, $\triangle PQR = \frac{1}{2} \times QR \times PR = \frac{1}{2} \times 2 \times 7 = 7(\text{cm}^2)$

問 2

点 P が C 上にあるのは $x=5$ のとき。また, $\triangle CDE$ は $CE=4\text{cm}$, $DE=3\text{cm}$, $\angle CED=90^\circ$ の直角三角形だから, 三平方の定理より, $CD^2=CE^2+DE^2=4^2+3^2=25$ $CD>0$ だから, $CD=\sqrt{25}=5(\text{cm})$

よって, 点 P が D 上にあるのは $x=5+5=10$ のときだから, 求める x の変域は $5 \leq x \leq 10$

問 3

$\triangle PQR$ は, 線分 QR を底辺とすると, 高さは点 P と直線 QR との距離になる。また, $QR=2\text{cm}$ だから,

高さを $h\text{cm}$ とすると, $\triangle PQR = \frac{1}{2} \times 2 \times h = h(\text{cm}^2)$ よって, 高さの値がそのまま面積の値になる。 x と y の関係を, 点 P がどの線分上にあるかによって, 場合分けすると,

- ・線分 AB 上 ($0 \leq x \leq 3$)…点 A と直線 QR の距離は 4cm だから, $x=0$ のとき $y=4$ x の値が 1 増加すると y の値も 1 増加するから, $x=3$ のとき $y=7$

- ・線分 BC 上 ($3 \leq x \leq 5$)…高さは 7cm で一定だから, $y=7$ で一定。

- ・線分 CD 上 ($5 \leq x \leq 10$)…点 C から点 D まで 5cm 移動するとき, 高さは 4cm 減少して, $7-4=3(\text{cm})$ になる。したがって, $x=10$ のとき $y=3$

- ・線分 DE 上 ($10 \leq x \leq 13$)…高さは 3cm で一定だから, $y=3$ で一定。

- ・線分 EF 上 ($13 \leq x \leq 14$)… x の値が 1 増加すると y の値も 1 増加するから, $x=14$ のとき $y=4$

- ・線分 FA 上 ($14 \leq x \leq 16$)…高さは 4cm で一定だから, $y=4$ で一定。

よって, $(0, 4)$, $(3, 7)$, $(5, 7)$, $(10, 3)$, $(13, 3)$, $(14, 4)$, $(16, 4)$ を順に線分で結べばよい。

問 4

$y=6$ となるのは, 点 P が線分 AB 上にあるとき ($0 \leq x \leq 3$) と線分 CD 上にあるとき ($5 \leq x \leq 10$)

- ・線分 AB 上… $AP=2\text{cm}$ のときだから, $x=2$

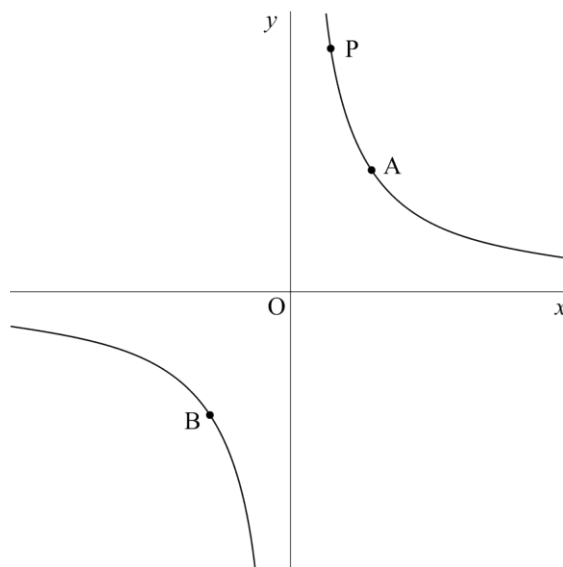
- ・線分 CD 上… x が 5 から 10 まで 5 増加すると, y は 7 から 3 まで 4 減少するから, y が 1 減少するのは x

が $\frac{5}{4}$ 増加するとき。よって, $y=6$ のときの x の値は, $5 + \frac{5}{4} = \frac{25}{4}$

【問 130】

右の図で、曲線は関数 $y = \frac{a}{x}$ ($a > 0$) のグラフであり、点 O は原点である。2 点 A , B は曲線上の点であり、その座標はそれぞれ $(2, 3)$, $(-2, -3)$ である。また、点 P は曲線上を動く点で、その x 座標は正の数である。各問いに答えよ。

(奈良県 2019 年度)



問 1 a の値を求めよ。

問 2 点 P の x 座標と y 座標の関係を正しく述べたものを、次のア～エから 1 つ選び、その記号を書け。

- ア x 座標と y 座標の和は一定である。
- イ y 座標から x 座標をひいた差は一定である。
- ウ x 座標と y 座標の積は一定である。
- エ y 座標を x 座標でわった商は一定である。

問 3 点 P の座標が $(6, 1)$ のとき、(1), (2) の問いに答えよ。

- (1) x 座標, y 座標がともに整数となる点のうち, $\triangle OAP$ の内部と周上にある点の個数を求めよ。
- (2) 線分 BP と x 軸との交点を C とし, 線分 AB 上に点 D をとる。 $\triangle BCD$ の面積と四角形 $ADCP$ の面積が等しくなるとき, 点 D の座標を求めよ。

解答欄

問 1		
問 2		
問 3	(1)	個
	(2)	(,)

解答

問 1 6

問 2 ウ

問 3

(1) 11 個

(2) $\left(\frac{2}{3}, 1\right)$

解説

問 1

点 A(2, 3) は関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点だから、 $y = \frac{a}{x}$ に $x=2$, $y=3$ を代入して、 $3 = \frac{a}{2}$ $a=6$

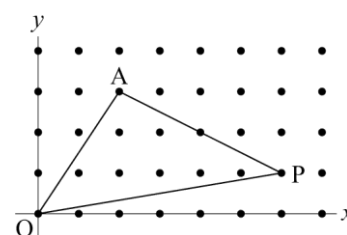
問 2

点 P の座標を (p, q) とすると、点 P は関数 $y = \frac{6}{x}$ のグラフ上の点だから、 $y = \frac{6}{x}$ に $x=p$, $y=q$ を代入して、 $q = \frac{6}{p}$ $pq=6$ これは点 P の x 座標 p と点 P の y 座標 q の積が一定の値 6 になることを表しているの、ウが正しい。

問 3

(1)

O(0, 0), A(2, 3), P(6, 1) より、直線 OA の式は $y = \frac{3}{2}x$, 直線 OP の式は $y = \frac{1}{6}x$ 直線 AP の傾きは、 $\frac{1-3}{6-2} = -\frac{1}{2}$ だから、直線 AP の式を $y = -\frac{1}{2}x + b$ と
して $x=6$, $y=1$ を代入すると、 $1 = -\frac{1}{2} \times 6 + b$ $b=4$ よって、直線 AP の



式は $y = -\frac{1}{2}x + 4$

よって、右の図のようになるから、 $\triangle OAP$ の内部と周上にある点の個数は 11 個。

(2)

$\triangle BCD$ の面積と四角形 ADCP の面積が等しいとき、 $\triangle BCD = \frac{1}{2} \triangle ABP$ となる。

ここで、点 B は原点 O について点 A と対称な位置にあるので、 $OA=BO$ だから、 $\triangle OBP = \frac{1}{2} \triangle ABP$

よって、 $\triangle BCD = \triangle OBP$ であればよい。

さらに、 $\triangle BCD = \triangle BCO + \triangle OCD$, $\triangle OBP = \triangle BCO + \triangle OCP$ だから、 $\triangle OCD = \triangle OCP$ であればよ

いので、 $OC \parallel DP$ となり、点 D の y 座標と点 P の y 座標は等しく 1 である。直線 OA の式は $y = \frac{3}{2}x$ だか

ら、 $y=1$ を代入して、 $1 = \frac{3}{2}x$ $x = \frac{2}{3}$ よって、点 D の座標は $\left(\frac{2}{3}, 1\right)$

【問 131】

図 1 において，双曲線①は関数 $y = -\frac{12}{x}$ のグラフである。

次の問 1 ～問 3 に答えなさい。

(山口県 2019 年度)

問 1 関数 $y = -\frac{12}{x}$ について， x の値を 4 倍にすると， y の値は何倍になるか。答えなさい。

問 2 図 2 のように，双曲線①上の点 A と y 軸上の点 B を通る直線②があり，2 点 A，B の y 座標はそれぞれ 2， -3 である。
直線②の式を求めなさい。

問 3 図 3 のように，2 点 C，E は双曲線①上にあり，点 C の座標は $(-4, 3)$ である。点 F の座標は $(2, 3)$ で，四角形 CDEF が，長方形となるように点 D をとる。

また，直線③は関数 $y = \frac{1}{2}x - 2$ のグラフであり，

直線③と，2 つの線分 CD，EF の交点をそれぞれ P，Q とする。

四角形 CPQF の面積は，四角形 EQPD の面積の何倍か。求めなさい。

図 1

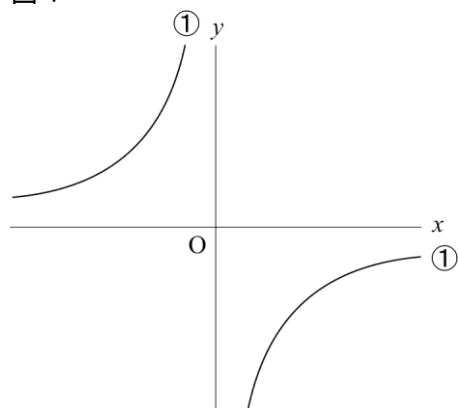


図 2

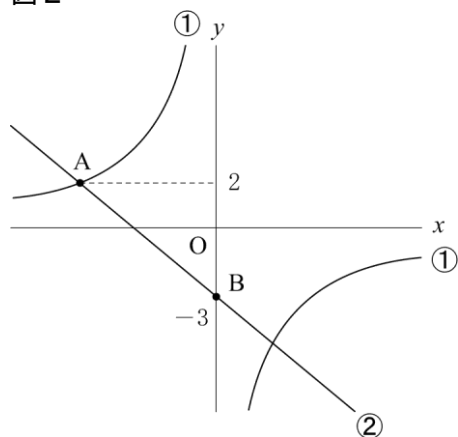
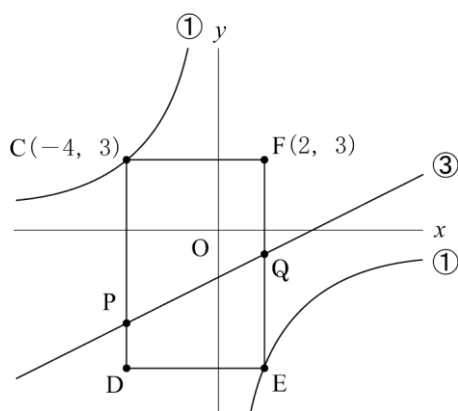


図 3



解答欄

問 1	倍
問 2	
問 3	倍

解答

問1 $\frac{1}{4}$ 倍

問2 $y = -\frac{5}{6}x - 3$

問3 $\frac{11}{7}$ 倍

解説

問1

$y = -\frac{12}{x}$ は反比例の式だから、 x の値が 4 倍になると y の値は $\frac{1}{4}$ 倍になる。

問2

点 A の x 座標は、 $y = -\frac{12}{x}$ に $y = 2$ を代入して、 $2 = -\frac{12}{x}$ $x = -\frac{12}{2} = -6$ よって、A(-6, 2)

また、B(0, -3)より、直線 AB の式は $y = ax - 3$ とおける。点 A を通るから、 $x = -6$, $y = 2$ を代入して、 $2 = a \times (-6) - 3$ $6a = -5$ $a = -\frac{5}{6}$ よって、 $y = -\frac{5}{6}x - 3$

問3

2点 C, F は y 座標が等しいから、長方形 CDEF の辺 CF は x 軸に平行である。したがって、辺 FE

は y 軸に平行だから、点 E の x 座標は 2 y 座標は、 $y = -\frac{12}{x}$ に $x = 2$ を代入して、 $y = -\frac{12}{2} = -6$

よって、E(2, -6) また、点 D は x 座標が点 C, y 座標が点 E と等しいから、D(-4, -6)

点 P の y 座標は、 $y = \frac{1}{2}x - 2$ に $x = -4$ を代入して、 $y = \frac{1}{2} \times (-4) - 2 = -4$ よって、P(-4, -4)

同様に、点 Q の y 座標は、 $y = \frac{1}{2}x - 2$ に $x = 2$ を代入して、 $y = \frac{1}{2} \times 2 - 2 = -1$ よって、Q(2, -1)

ここで、四角形 CPQF と四角形 EQPD は、どちらも台形で、それぞれの高さ CF, DE が等しいので、面積の比は、(上底+下底)の比である(CP+FQ) : (PD+QE)で求められる。

CP = 3 - (-4) = 7, FQ = 3 - (-1) = 4, PD = -4 - (-6) = 2, QE = -1 - (-6) = 5 より、

四角形 CPQF : 四角形 EQPD = (CP+FQ) : (PD+QE) = (7+4) : (2+5) = 11 : 7

よって、四角形 CPQF の面積は、四角形 EQPD の面積の $\frac{11}{7}$ 倍である。

【問 132】

図 1 のように、直線 ℓ と直線 m があり、直線 ℓ の式が $y = -x + 8$ 、直線 m の式が $y = 2x + 2$ である。直線 ℓ と x 軸の交点を A 、直線 m と y 軸の交点を B 、2 直線 ℓ 、 m の交点を C とする。

このとき、次の問 1～問 5 に答えなさい。

(佐賀県 2019 年度 特色)

問 1 点 A の x 座標を求めなさい。

問 2 点 C の座標を求めなさい。

問 3 直線 $y = ax - 4$ が点 A を通るとき、 a の値を求めなさい。

問 4 直線 $y = ax - 4$ が、両端の点を含む線分 AC 上の点を通るとき、 a の値の範囲を求めなさい。

問 5 図 2 のように、四角形 $ADCB$ が平行四辺形となるように、点 D をとる。ただし、点 D の x 座標、 y 座標はともに正とする。

このとき、(1)、(2) の問いに答えなさい。

(1) 点 D の座標を求めなさい。

(2) 直線 $y = ax - 4$ が平行四辺形 $ADCB$ の面積を 2 等分するとき、 a の値を求めなさい。

図 1

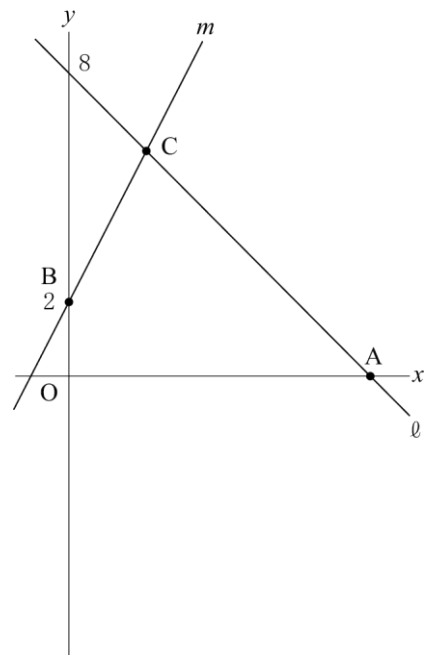
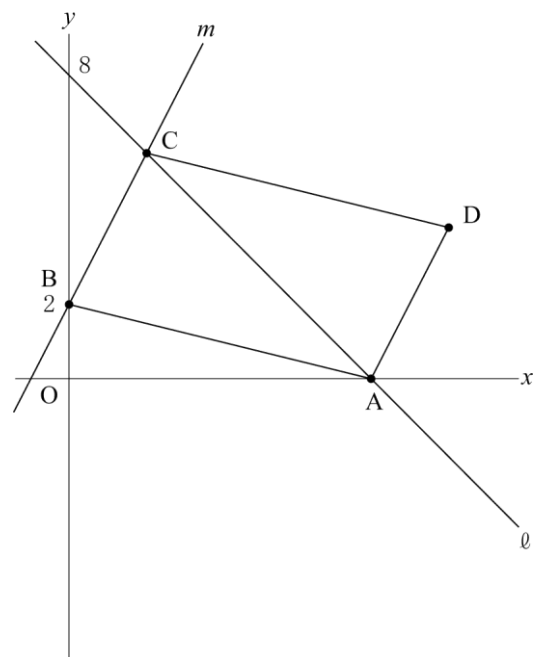


図 2



解答欄

問 1		
問 2	C(,)	
問 3	$a=$	
問 4		
問 5	(1)	D(,)
	(2)	$a=$

解答

問 1 8

問 2 C(2, 6)

問 3 $a=\frac{1}{2}$

問 4 $\frac{1}{2} \leq a \leq 5$

問 5

(1) D(10, 4)

(2) $a=\frac{7}{5}$

解説

問 1

点 A は直線 l と x 軸との交点だから、 $y=-x+8$ に $y=0$ を代入して、 $0=-x+8$ $x=8$

問 2

点 C は直線 l と直線 m の交点だから、 $-x+8=2x+2$ $-3x=-6$ $x=2$

$x=2$ を $y=-x+8$ に代入して、 $y=6$ よって、点 C の座標は(2, 6)

問 3

$y=ax-4$ は点 A を通るから、この式に $x=8$, $y=0$ を代入して、 $0=8a-4$ $a=\frac{1}{2}$

問 4

直線 $y=ax-4$ は点 A を通るとき傾き a が最小で、点 C を通るとき傾き a が最大になる。 $y=ax-4$

に $x=2$, $y=6$ を代入すると、 $6=2a-4$ $2a=10$ $a=5$ よって、 a の値の範囲は $\frac{1}{2} \leq a \leq 5$

問 5

(1) 四角形 ADCB は平行四辺形だから、辺 BC と辺 AD の長さは等しく平行である。点 C は点 B から x 軸方向へ 2, y 軸方向へ 4 だけ平行移動した点だから、点 D は点 A から x 軸方向へ 2, y 軸方向へ 4 だけ平行移動した点である。よって、点 D の x 座標は $x=8+2=10$, y 座標は $y=0+4=4$ である。したがって、点 D の座標は、(10, 4)

(2) 直線 $y=ax-4$ が平行四辺形 ADCB の面積を 2 等分するのは、対角線の交点(線分 AC の中点)を通るときである。線分 AC の中点の x 座標は $x=\frac{2+8}{2}=5$ で、 y 座標は $y=\frac{6+0}{2}=3$ である。

よって、 $y=ax-4$ に $x=5$, $y=3$ を代入すると、 $3=5a-4$ $5a=7$ $a=\frac{7}{5}$

【問 133】

図のように 2 点 $A(-1, 2)$, $B(2, 8)$ がある。2 点 A , B を通る直線と y 軸との交点を C とし, x 軸を対称の軸として, 点 C を対称移動した点を D とする。

このとき, (1)～(4)の各問いに答えなさい。

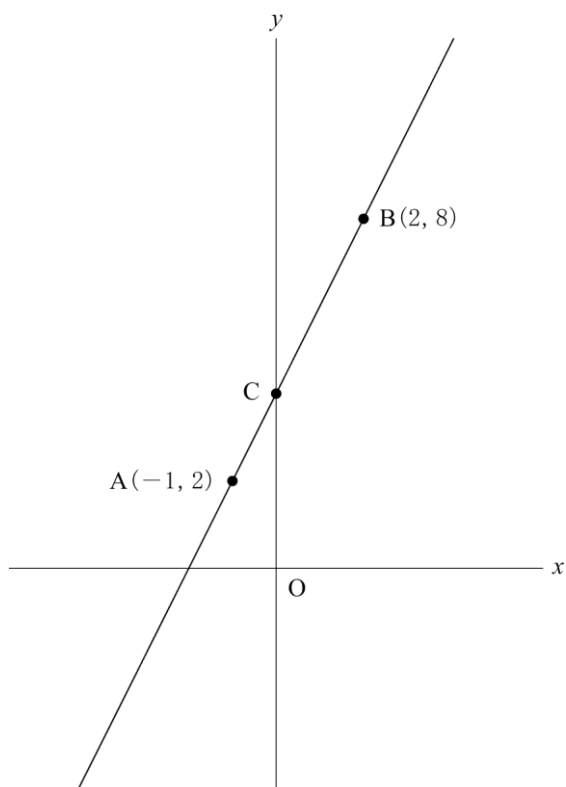
(佐賀県 2019 年度 一般)

(1) 2 点 A , B を通る直線の式を求めなさい。

(2) 点 D の座標を求めなさい。

(3) $\triangle ABD$ の面積を求めなさい。

(4) x 軸上に点 P がある。 $\triangle ABP$ の面積が $\triangle ABD$ の面積と等しくなるような点 P の x 座標を すべて 求めなさい。



解答欄

(1)	
(2)	D (,)
(3)	
(4)	

解答

(1) $y=2x+4$

(2) $D(0, -4)$

(3) 12

(4) $-6, 2$

解説

(1)

2点 A, B を通る直線の傾きは, $\frac{8-2}{2-(-1)}=2$ 求める直線の式を $y=2x+b$ として, $x=2$,

$y=8$ を代入すると, $8=2 \times 2+b$ $b=4$ よって, 求める直線の式は $y=2x+4$

(2)

点 C は 2 点 A, B を通る直線と y 軸との交点だから, (1) より, 点 C の y 座標は 4 $C(0, 4)$

点 D は x 軸を対称の軸として点 C を対称移動した点だから, 点 D は y 軸上にあり, $OC=OD$ となる点なので, $D(0, -4)$

(3)

$$\triangle ABD = \triangle ADC + \triangle BDC = \frac{1}{2} \times 8 \times 1 + \frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 12$$

(4)

2 点 A, B を通る直線((1) より $y=2x+4$ のグラフ)と x 軸との交点を E とすると, $E(-2, 0)$

$\triangle ABP = \triangle BPE - \triangle APE = \triangle ABD$ で, (3) より $\triangle ABD = 12$ だから, $\triangle BPE - \triangle APE = 12 \cdots \textcircled{1}$

点 P の x 座標を p とすると,

$p < -2$ のとき, $EP = -2 - p$ だから, $\triangle BPE - \triangle APE = \frac{1}{2} \times (-2 - p) \times 8 - \frac{1}{2} \times (-2 - p) \times 2$ より,

$$\triangle BPE - \triangle APE = -3p - 6 \cdots \textcircled{2} \quad \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より}, -3p - 6 = 12 \quad p = -6$$

$p > -2$ のとき, $EP = p - (-2) = p + 2$ だから, $\triangle BPE - \triangle APE = \frac{1}{2} \times (p + 2) \times 8 - \frac{1}{2} \times (p + 2) \times 2$ より,

$$\triangle BPE - \triangle APE = 3p + 6 \cdots \textcircled{3} \quad \textcircled{1}, \textcircled{3} \text{より}, 3p + 6 = 12 \quad p = 2$$

【問 134】

図 1 のように、2 点 $A(8, 0)$ 、 $B(0, 8)$ があり、線分 OA 、 OB を半径とするおうぎ形 OAB がある。また、点 $P(1, 0)$ と、 $\widehat{AB}$ 上に x 座標が 1 である点 Q がある。

なお、ある点の x 座標と y 座標がともに整数であるとき、その点を格子点という。

このとき、次の問 1～問 4 に答えなさい。

(佐賀県 2019 年度 一般)

問 1 線分 PQ の長さを求めなさい。

問 2 両端の点を含む線分 PQ 上にある格子点の個数を求めなさい。

問 3 おうぎ形 OAB の内部および周上にある格子点の個数を求めなさい。

問 4 図 2 のように、おうぎ形 OAB と直線 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ がある。

このとき、図 2 の灰色をつけた部分の内部および周上にある格子点の個数を求めなさい。

図 1

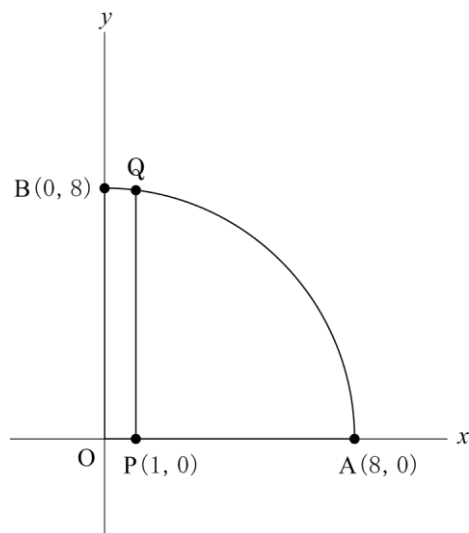
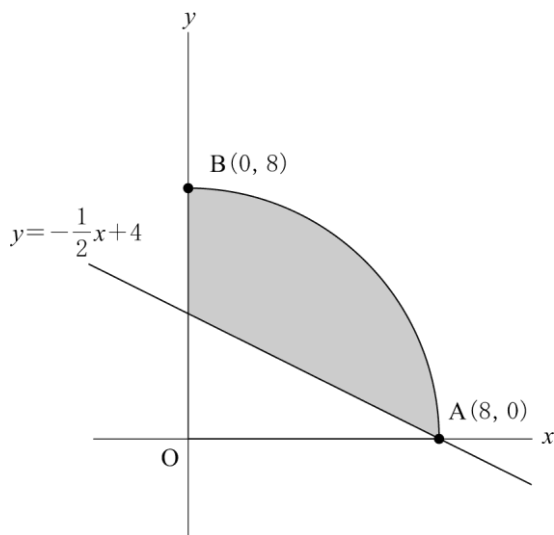


図 2



解答欄

問 1	
問 2	個
問 3	個
問 4	個

解答

問1 $3\sqrt{7}$

問2 8 個

問3 58 個

問4 38 個

解説

問1

$\triangle OPQ$ は $OP=1$, $OQ=8$, $\angle OPQ=90^\circ$ の直角三角形だから

三平方の定理より, $PQ=\sqrt{8^2-1^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$

問2

問1より, $PQ=\sqrt{63}(=3\sqrt{7})$ であり, $7=\sqrt{49}$, $8=\sqrt{64}$ だから, $7<3\sqrt{7}<8$ よって, 両端の点を含む線分 PQ 上にある格子点は, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(1, 4)$, $(1, 5)$, $(1, 6)$, $(1, 7)$ の 8 個である。

問3

x 軸上にあり x 座標が n である点を P_n , $\widehat{AB}$ 上にあり x 座標が n である点を Q_n とする。

$n=0$ のとき, 点 P_0 は点 O , 点 Q_0 は点 B と一致する。線分 P_0Q_0 上にある格子点は, $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(0, 2)$, $(0, 3)$, $(0, 4)$, $(0, 5)$, $(0, 6)$, $(0, 7)$, $(0, 8)$ の 9 個。

$n=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ のとき, $\triangle OP_nQ_n$ は $OP_n=n$, $OQ_n=8$, $\angle OP_nQ_n=90^\circ$ の直角三角形だから, 三平方の定理より, $P_nQ_n=\sqrt{8^2-n^2}=\sqrt{64-n^2}$

$n=1, 2, 3$ のとき, $7<P_nQ_n<8$ だから, 線分 P_nQ_n 上にある格子点の個数はそれぞれ 8 個ずつ。

$n=4, 5$ のとき, $6<P_nQ_n<7$ だから, 線分 P_nQ_n 上にある格子点の個数はそれぞれ 7 個ずつ。

$n=6$ のとき, $5<P_6Q_6<6$ だから, 線分 P_6Q_6 上にある格子点の個数は 6 個。

$n=7$ のとき, $3<P_7Q_7<4$ だから, 線分 P_7Q_7 上にある格子点の個数は 4 個。

また, $n=8$ のとき, 点 P_8 , 点 Q_8 はともに点 A と一致するから, 格子点の個数は $A(8, 0)$ の 1 個。

よって, 格子点の個数は, $9+8\times 3+7\times 2+6+4+1=58$ (個)

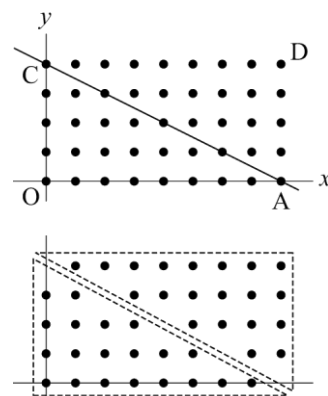
問4

直線 $y=-\frac{1}{2}x+4$ と y 軸との交点を C とすると, $C(0, 4)$

また, $D(8, 4)$ とすると, 四角形 $OADC$ の内部および周上にある格子点の個数は, $5\times 9=45$ (個)

直線 $y=-\frac{1}{2}x+4$ 上にある格子点は x 座標が偶数のものに限られるから, $(0, 4)$, $(2, 3)$, $(4, 2)$, $(6, 1)$, $(8, 0)$ の 5 個。

四角形 $OADC$ の内部および周上にある 45 個の格子点のうち, 直線 $y=-\frac{1}{2}x+4$ より下にあるのは, $(45-5)\div 2=20$ (個)だから, 求める格子点の個数は, 問3で求めた 58 個から先ほどの 20 個をひいて, $58-20=38$ (個)



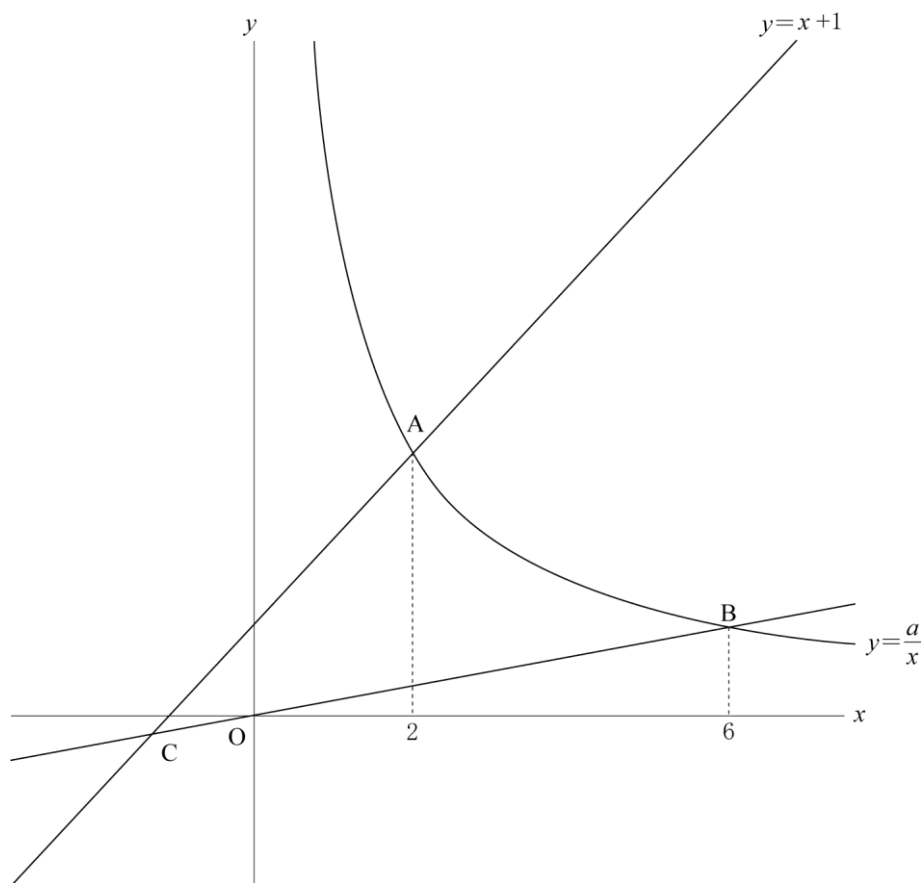
【問 135】

下の図 1 のように、関数 $y=\frac{a}{x}$ ($x>0$) のグラフ上に 2 点 A, B があり、それぞれの x 座標は 2, 6 である。関数 $y=\frac{a}{x}$ ($x>0$) と関数 $y=x+1$ のグラフは、点 A で交わる。また、原点と点 B を通る直線と、関数 $y=x+1$ のグラフの交点を C とする。ただし、 $a>0$ とする。

次の問 1 ～問 3 に答えなさい。

(大分県 2019 年度)

図 1

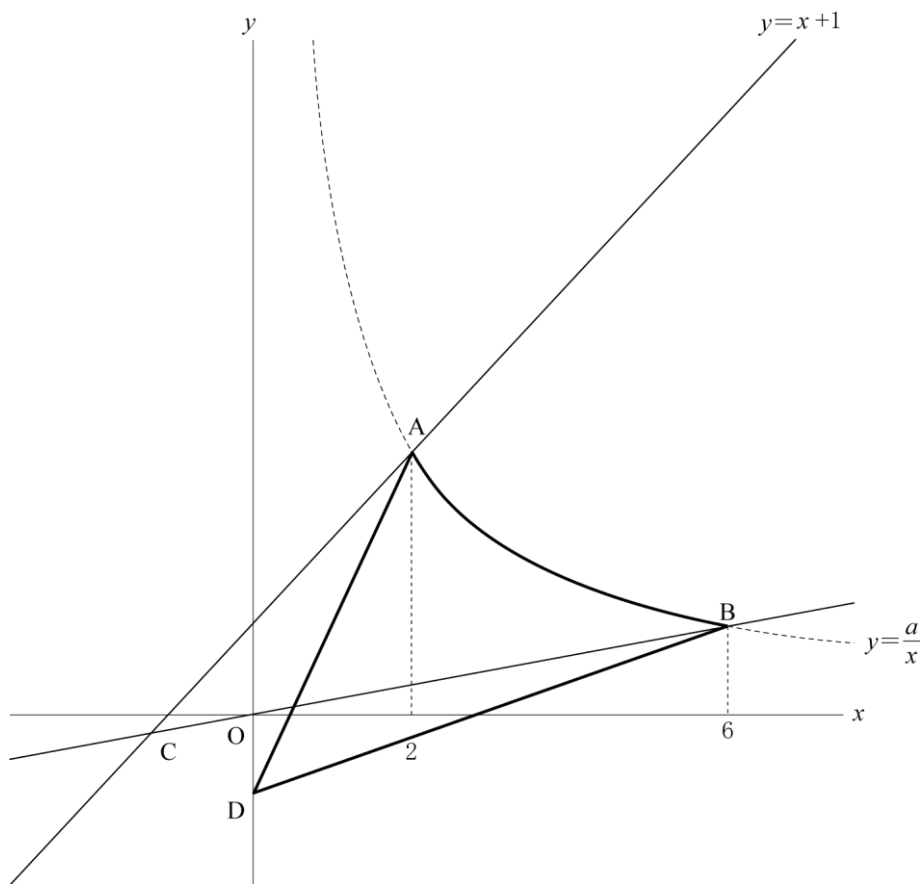


問 1 a の値を求めなさい。

問 2 点 C の座標を求めなさい。

- 問3 下の図2のように、 y 軸上に点 D をとり、関数 $y=\frac{a}{x}$ ($2\leq x\leq 6$) のグラフと、線分 DA , DB で囲まれた図形の面積が、関数 $y=\frac{a}{x}$ ($2\leq x\leq 6$) のグラフと、線分 CA , CB で囲まれた図形の面積と等しくなるようにする。
- 点 D の y 座標を求めなさい。ただし、点 D の y 座標は負とする。

図2



解答欄

問1	$a =$
問2	$C(\quad , \quad)$
問3	y 座標

解答

問 1 $a=6$

問 2 $C\left(-\frac{6}{5}, -\frac{1}{5}\right)$

問 3 y 座標 $-\frac{4}{5}$

解説

問 1

点 A は $y=x+1$ 上の点で x 座標が 2 だから, $y=2+1=3$ よって, 点 A の座標は(2, 3)

$y=\frac{a}{x}$ に $x=2$, $y=3$ を代入すると $a=6$

問 2

点 B は $y=\frac{6}{x}$ 上の点だから, $x=6$ を代入して $y=1$ よって, 点 B の座標は(6, 1)

直線 OB を表す式は $y=\frac{1}{6}x$ だから, $y=x+1$ と $y=\frac{1}{6}x$ を連立して解くと $x=-\frac{6}{5}$, $y=-\frac{1}{5}$

よって, 点 C の座標は $\left(-\frac{6}{5}, -\frac{1}{5}\right)$

問 3

直線 AB と平行で点 C を通る直線と y 軸との交点が D である。直線 AB の傾きは $\frac{1-3}{6-2}=-\frac{1}{2}$ より,

直線 CD の傾きは $-\frac{1}{2}$ だから, 式を $y=-\frac{1}{2}x+b$ とおいて $x=-\frac{6}{5}$, $y=-\frac{1}{5}$ を代入すると,

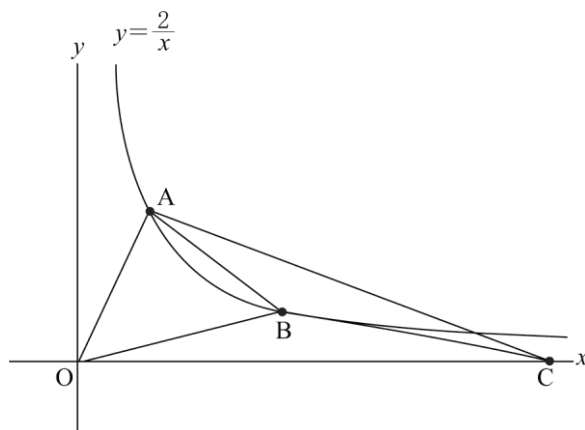
$-\frac{1}{5}=-\frac{1}{2}\times\left(-\frac{6}{5}\right)+b$ $b=-\frac{4}{5}$ よって, 点 D の y 座標は $-\frac{4}{5}$

【問 136】

図で、 O は原点、 A 、 B は関数 $y = \frac{2}{x}$ のグラフ上の点で、 x 座標はそれぞれ 1、3 である。また、 C は x 軸上の点で、 x 座標は正である。

$\triangle AOB$ の面積と $\triangle ABC$ の面積が等しいとき、点 C の座標を求めなさい。

(愛知県 A 2020 年度)



解答欄

(,)

解答

(8, 0)

解説

点 A 、 B は関数 $y = \frac{2}{x}$ のグラフ上にあり、 x 座標はそれぞれ 1、3 なので、点 A の y 座標は $y = \frac{2}{1} = 2$ 、点 B の y 座標は $y = \frac{2}{3}$

よって、直線 AB の式を $y = ax + b$ とおくと
点 A を通ることから $2 = a + b \cdots \text{①}$

また、点 B を通ることから、 $\frac{2}{3} = 3a + b \cdots \text{②}$

①、②を連立方程式として解くと、

$$(a, b) = \left(-\frac{2}{3}, \frac{8}{3}\right)$$

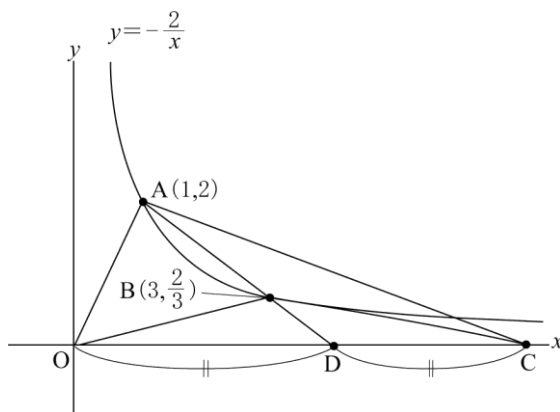
$$\Rightarrow \text{直線 } AB \text{ の式は } y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$$

直線 AB と x 軸との交点を D とすると、

$$\text{点 } D \text{ の } y \text{ 座標は } 0 \text{ なので、} 0 = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3} \Rightarrow x = 4 \text{ よって、点 } D \text{ の座標は } (4, 0) \text{ である。}$$

ここで、点 C を $OD = DC$ となる点であるとする、 $\triangle AOD = \triangle ADC$ 、 $\triangle BOD = \triangle BDC$ だから、 $\triangle AOB = \triangle ABC$ となるため、題意を満たす。

よって、 $OD = 4$ なので、 $OC = 8$ ゆえに、点 C の座標は $(8, 0)$

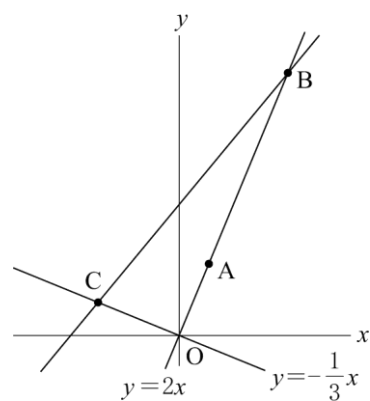


【問 137】

図で、 O は原点、 A 、 B はともに直線 $y=2x$ 上の点、 C は直線 $y=-\frac{1}{3}x$ 上の点であり、点 A 、 B 、 C の x 座標はそれぞれ 1 、 4 、 -3 である。

このとき、点 A を通り、 $\triangle OBC$ の面積を二等分する直線と直線 BC との交点の座標を求めなさい。

(愛知県 B 2020 年度)



解答欄

(,)

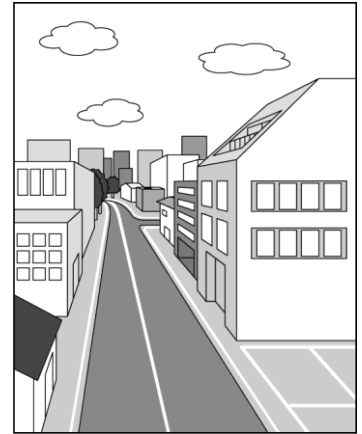
解答

$$\left(-\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right)$$

【問 138】

太郎さんは、道路側が斜めに切り取られたような建物を見て、興味をもち調べると、その建物は、周辺の日当たりなどを確保するためのきまりにもとづいて建てられていることがわかった。そのきまりについて、次のように、真横から見た模式図をかいてまとめた。問 1～問 4 に答えなさい。

(岡山県 2020 年度 一般)



<太郎さんのまとめ 1>

直線 ℓ を平らな地面とみなす。また、2 点 O 、 A は直線 ℓ 上の点で、線分 OA を道路とし、線分 OA の長さを道路の幅とみなす。

きまり I

建物は、道路側に (直線 AB から) はみ出さないようにする。

あわせて建物は、図 1 で、 $OA : AB = 4 : 5$ となる直線 OB を越えてはいけない。

きまり II

建物は、きまり I にもとづいて建てなければならない。ただし、道路の幅が 12 m 以上 のときは、図 2 で、直線 OB を越えてもよいが、 $OC = 1.25 \times OA$ 、 $OC : CD = 2 : 3$ となる直線 OD を越えてはいけない。これは、直線 CD より道路から遠い部分に適用される。

【図 1、2 の説明】

- ・色 () のついた図形を建物とみなし、点 B は図 1 と図 2 の、点 D 、 E 、 H は図 2 の建物とみなす図形の周上の点
- ・点 C 、 G は、半直線 OA 上の点
- ・ $\ell \perp AB$ 、 $\ell \perp CD$ 、 $\ell \perp GE$
- ・点 E は、点 D を通り、直線 ℓ に平行な直線と直線 OB の交点
- ・点 F は、直線 AB と直線 DE の交点
- ・点 H は、直線 OE と直線 CD の交点

図 1

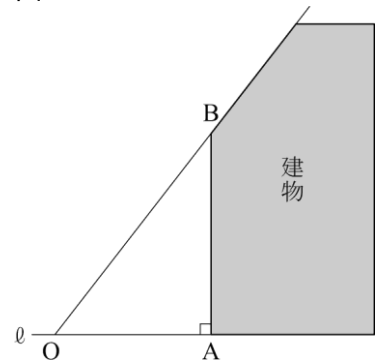
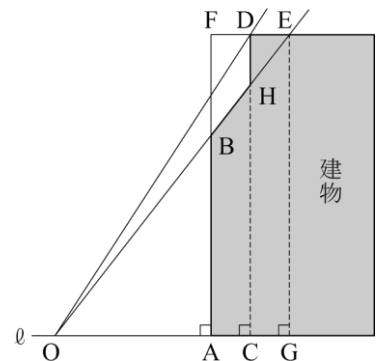


図 2



問 1 点 A を通り、直線 ℓ に垂直な直線を定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。

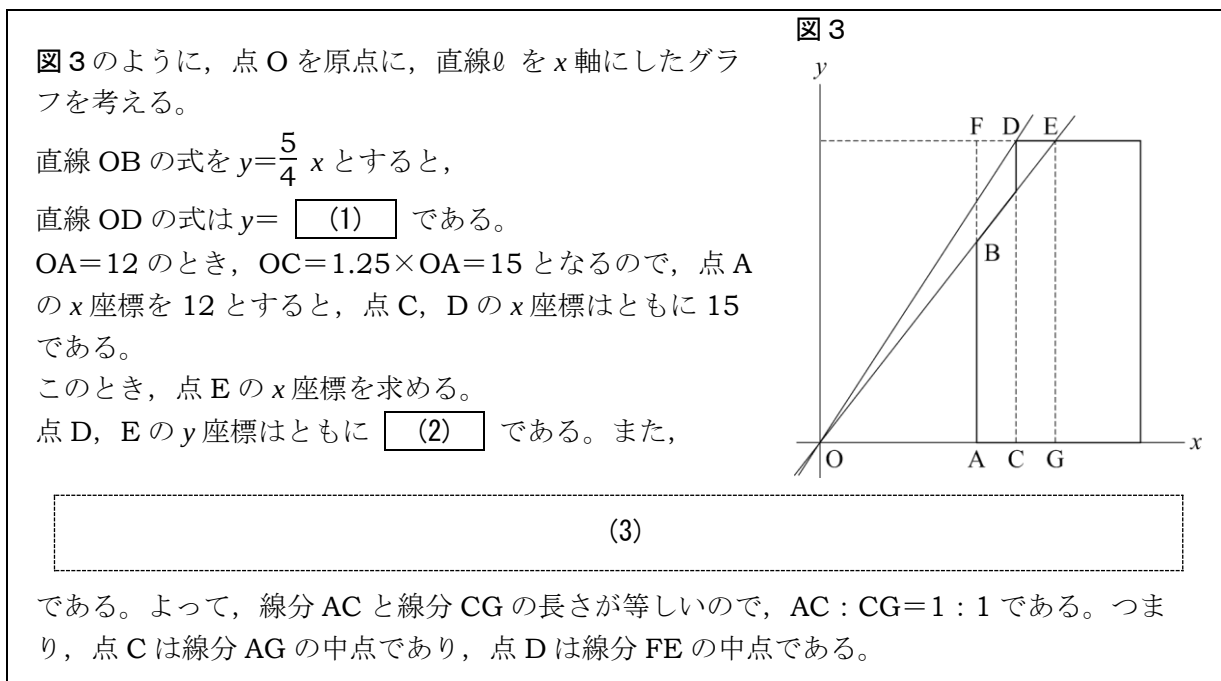
問 2 図 1 において、 $OA = 12 \text{ m}$ のとき、線分 AB の長さを求めなさい。

問3 太郎さんは、道路の幅が 12 m できまりⅡが適用されたとき、図2をもとに図3を作成し、点 C、D の特徴について考えた。

(1) , (2) には適当な数または式を書きなさい。

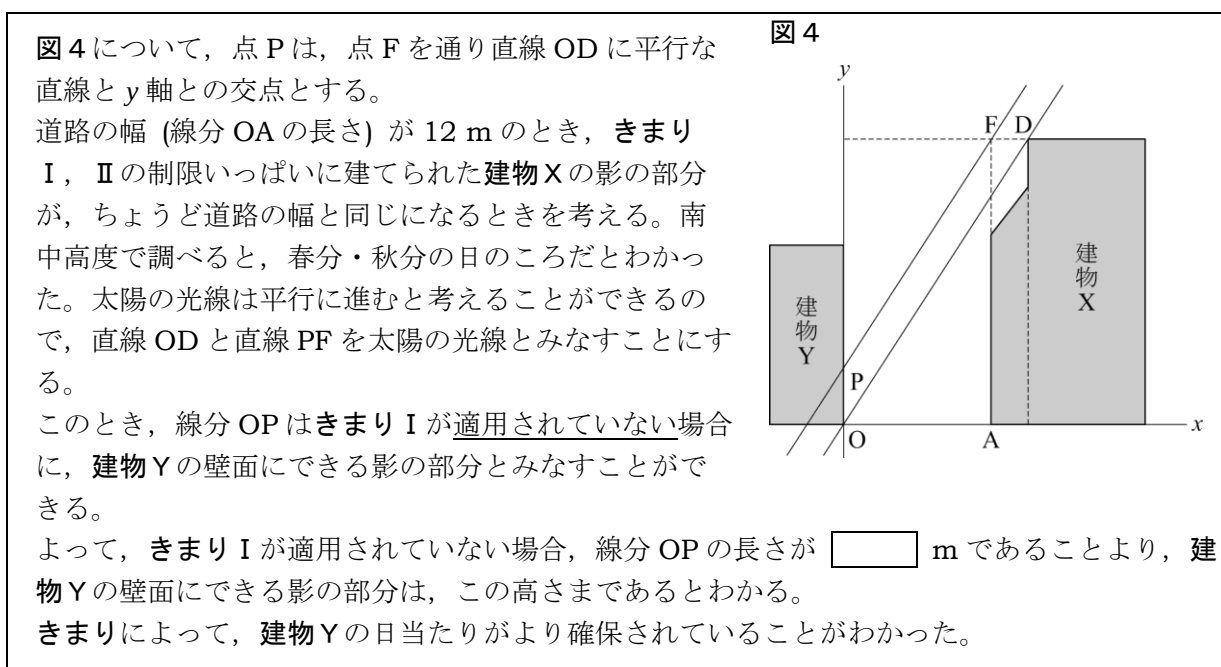
また、(3) には点 E の x 座標を求める過程の続きを書き、＜太郎さんのまとめ2＞を完成させなさい。

＜太郎さんのまとめ 2＞



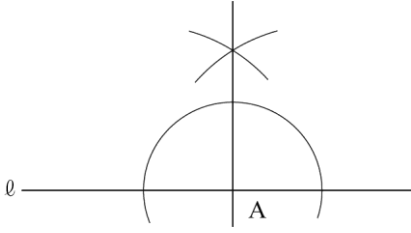
問 4 太郎さんは、問 3 の図 3 をもとに図 4 を作成し、建物 X と道路をはさんで向かいあう建物 Y の壁面にできる建物 X の影について考えた。□ に適当な数を書き、＜太郎さんのまとめ 3＞を完成させなさい。

＜太郎さんのまとめ3＞



解答

問 1



問 2 15 (m)

問 3

(1) $\frac{3}{2}x$

(2) $\frac{45}{2}$

(3)

点 E は、直線 $y = \frac{5}{4}x$ 上の点であることから、 $\frac{45}{2} = \frac{5}{4}x$ が成り立つ。

よって、 $x = 18$ であるから、点 E の x 座標は 18

問 4 $\frac{9}{2}$ (m)

解説

問 2

OA : AB = 12 : 5 AB = $5 \times 12 \div 4 = 15$ (m)

問 3

(1) OC : CD = 2 : 3 より、 $y = \frac{CD}{OC}x = \frac{3}{2}x$

(2) 直線 OD の式 : $y = \frac{3}{2}x$ に点 C の x 座標、 $x = 15$ を代入して、 $y = \frac{45}{2}$

(3) (例) 直線 OB の式 : $y = \frac{5}{4}x$ に点 E の y 座標、 $y = \frac{45}{2}$ を代入して、 $\frac{45}{2} = \frac{5}{4}x$ これを解いて、 $x = 18$

問 4

問 3 (3) より、直線 PF は、点 F $\left(12, \frac{45}{2}\right)$ を通り直線 OD : $y = \frac{3}{2}x$ に平行な直線だから、P の y 座標を p とす

ると、PF : $y = \frac{3}{2}x + p$ と表される。この式に $x = 12$ 、 $y = \frac{45}{2}$ を代入して、 $\frac{45}{2} = \frac{3}{2} \times 12 + p$

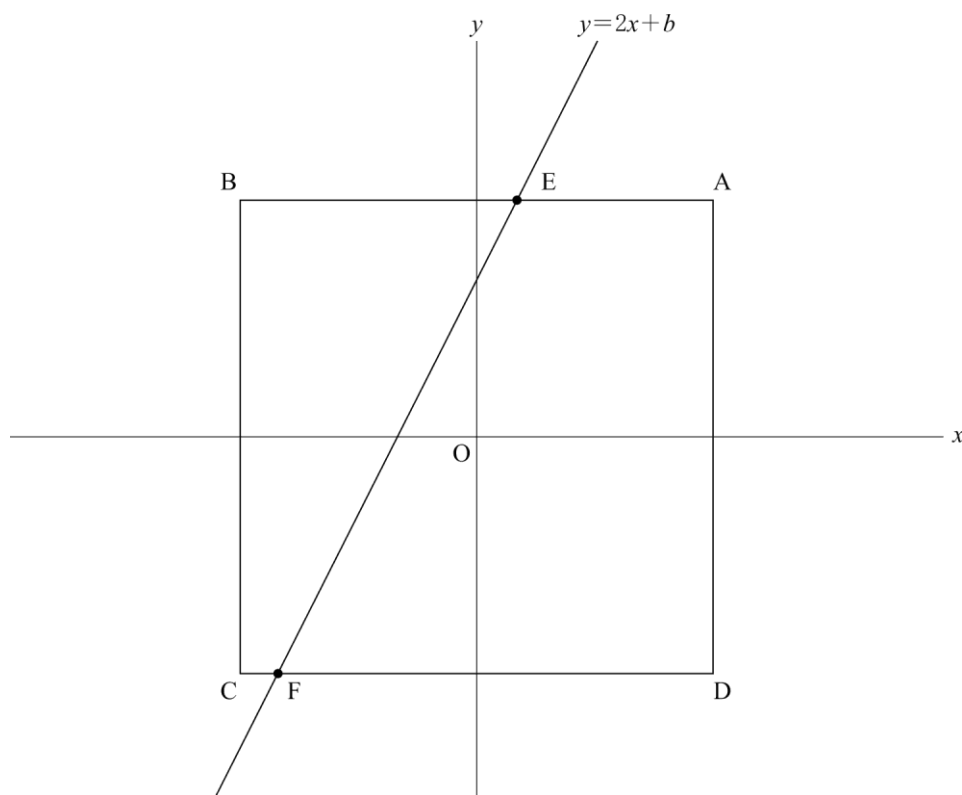
これを解いて、 $p = \frac{9}{2}$ したがって、OP = $\frac{9}{2}$ (m)

【問 139】

図のように、4 点 $A(3, 3)$, $B(-3, 3)$, $C(-3, -3)$, $D(3, -3)$ を頂点とする正方形 $ABCD$ がある。また、辺 AB , 辺 CD とそれぞれ交点 E , F をもつ直線 $y=2x+b$ がある。

このとき、次の (1)～(3) の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2020 年度 特色)



(1) 直線 $y=2x+b$ が点 $(1, 3)$ を通るとき、 b の値を求めなさい。

(2) $b=2$ のとき、四角形 $AEFD$ の面積を求めなさい。

(3) 四角形 $AEFD$ の面積が 12 のとき、 b の値を求めなさい。

解答欄

(1)	$b=$
(2)	
(3)	$b=$

解答

(1) $b=1$

(2) 24

(3) $b=-2$

解説

(2)

$y=2x+2$ において, $y=3$ のとき, $x=\frac{1}{2}$ より, $E\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ 。 $y=-3$ のとき, $x=-\frac{5}{2}$ より, $F\left(-\frac{5}{2}, -3\right)$

よって, $AE=\frac{5}{2}$, $FD=\frac{11}{2}$ となる。四角形 AEFD は台形であるので求める面積は $\left(\frac{5}{2}+\frac{11}{2}\right)\times 6\times \frac{1}{2}=24$

(3)

$y=2x+b$ において, $y=3$ のとき, $x=\frac{3-b}{2}$ より, $E\left(\frac{3-b}{2}, 3\right)$ 。 $y=-3$ のとき, $x=\frac{-3-b}{2}$ より,

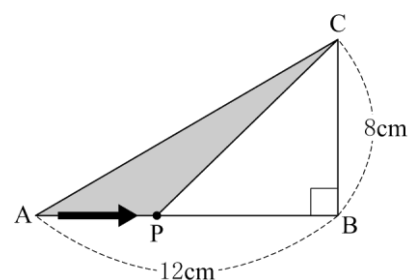
$F\left(\frac{-3-b}{2}, -3\right)$ 。 よって, $AE=\frac{3+b}{2}$, $FD=\frac{9+b}{2}$ となる。四角形 AEFD は台形であるので面積は

$\frac{3+b}{2}+\frac{9+b}{2}\times 6\times \frac{1}{2}=3b+18$ 。これが 12 となるので, $3b+18=12$ より, $b=-2$

【問 140】

右の図の $\triangle ABC$ は、 $AB=12\text{ cm}$ 、 $BC=8\text{ cm}$ 、 $\angle B=90^\circ$ の直角三角形である。点 P は、 $\triangle ABC$ の辺上を、毎秒 1 cm の速さで、 A から B を通して C まで動くとする。点 P が A を出発してから x 秒後の $\triangle APC$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とすると、次の各問に答えなさい。

(沖縄県 2020 年度)

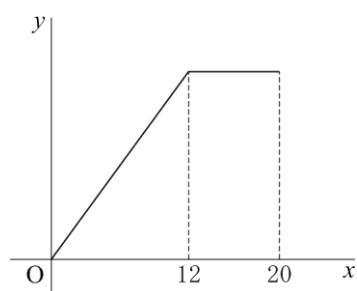


問 1 点 P が A を出発してから4秒後の y の値を求めなさい。

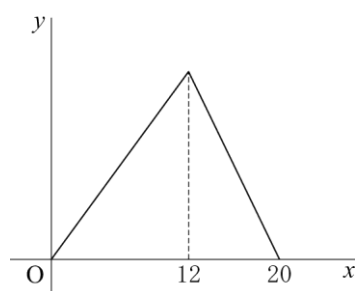
問 2 点 P が辺 AB 上を動くとき、 y を x の式で表しなさい。

問 3 x と y の関係を表すグラフとして最も適するものを、次のア～エのうちから1つ選び、記号で答えなさい。

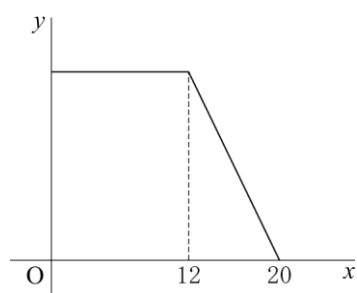
ア



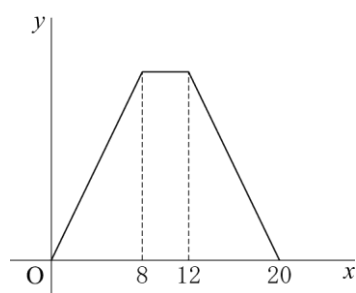
イ



ウ



エ



問 4 $\triangle APC$ の面積が 36 cm^2 となるのは、点 P が A を出発してから何秒後と何秒後であるか求めなさい。

解答欄

問 1	$y=$
問 2	$y=$
問 3	
問 4	秒後と 秒後

解答

問 1 $y=16$

問 2 $y=4x$

問 3 イ

問 4 秒後と 秒後

解説

問 1

点 P が A を出発してから 4 秒後は、 $AP=4\text{cm}$ なので、そのときの $\triangle APC$ の面積は、

$\frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16(\text{cm}^2)$ したがって、 $y=16$

問 2

点 P が辺 AB 上を動くとき、 $AP=x(\text{cm})$ と表せる。

したがって、 $y=\frac{1}{2} \times x \times 8 = 4x$

問 3

$0 \leq x \leq 12$ のとき、問 2 より x, y の関係式は、 $y=4x$

$12 \leq x \leq 20$ のときは、右図のように点 P は辺 BC 上にあるので、

$AB+BC=20(\text{cm})$ 、 $AB+BP=x(\text{cm})$ より、 $CP=20-x(\text{cm})$

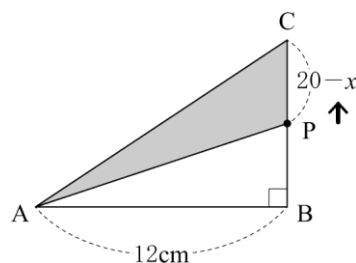
であることから、 $y=\frac{1}{2} \times (20-x) \times 12 = -6x+120$ となるので、最も適するグラフはイとわかる。

問 4

$0 \leq x \leq 12$ のとき、 $y=4x$ に $y=36$ を代入して、 $36=4x$ $x=9$

$12 \leq x \leq 20$ のとき、 $y=-6x+120$ に $y=36$ を代入して、 $36=-6x+120$ $x=14$

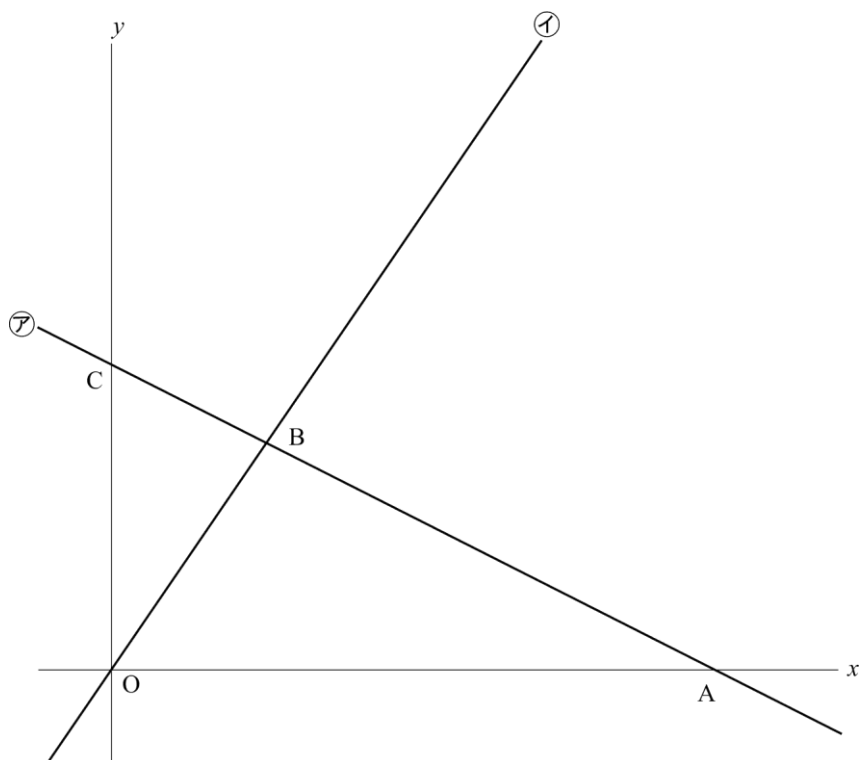
以上より、9 秒後と 14 秒後。



【問 141】

次の図のように、2 点 $A(8, 0)$ 、 $B(2, 3)$ がある。直線㉞は 2 点 A 、 B を通り、直線㉟は 2 点 O 、 B を通る。点 C は、直線㉞と y 軸の交点である。次の問 1～問 3 に答えなさい。

(秋田県 2021 年度)



問 1 線分 AB の長さを求めなさい。ただし、原点 O から $(0, 1)$ 、 $(1, 0)$ までの距離を、それぞれ 1 cm とする。

問 2 直線㉞の式を求めなさい。求める過程も書きなさい。

問 3 直線㉟上に、 x 座標が 2 より大きい点 P をとる。 $\triangle COP$ の面積と $\triangle BAP$ の面積が等しくなるとき、点 P の x 座標を求めなさい。

解答欄

問 1	cm
問 2	〔過程〕 答
問 3	

解答

問 1 $3\sqrt{5}$ cm

問 2

〔過程〕

求める直線㉑の式を $y=ax+b$ とすると、

この直線は、2 点 A (8, 0), B (2, 3) を通るので、傾きは、

$$a = \frac{3-0}{2-8} = -\frac{1}{2}$$

したがって、求める直線の式は、 $y = -\frac{1}{2}x + b$ と表すことができる。

この直線は (8, 0) を通るから、

$$y = -\frac{1}{2}x + b \text{ に、} x=8, y=0 \text{ を代入すると、} 0 = -\frac{1}{2} \times 8 + b$$

これを解くと、 $b=4$

よって、

$$y = -\frac{1}{2}x + 4$$

答

$$y = -\frac{1}{2}x + 4$$

問 3 3

解説

問 1 点 B から x 軸に垂線をおろし、 x 軸との交点を H とする

(図 4)。H の座標は (2, 0) である。△ABH で三平方の定理を使う

と、 $AB^2 = AH^2 + BH^2$

$$AB^2 = (8-2)^2 + 3^2 \quad AB^2 = 45 \quad AB > 0 \text{ より、} AB = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

問 2 通る 2 点の座標が分かっているので、それを利用して直線の式を求める。

問 3 直線㉑の式は、比例の式で B(2, 3) を通るので、 $y = \frac{3}{2}x$

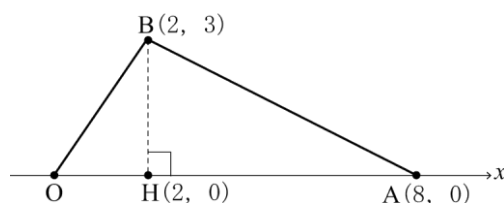
点 P の x 座標を t とおくと、 $y = \frac{3}{2}x$ 上にあることから、 y 座標は $\frac{3}{2}t$ と表すことができる。 $\triangle COP = \frac{1}{2} \times CO \times (P$

$$\text{の } x \text{ 座標}) = \frac{1}{2} \times 4 \times t = 2t$$

$$\triangle BAP = \triangle AOP - \triangle AOB = \frac{1}{2} \times AO \times (P \text{ の } y \text{ 座標}) - \frac{1}{2} \times AO \times (B \text{ の } y \text{ 座標}) = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{3}{2}t - \frac{1}{2} \times 8 \times 3$$

$$= 6t - 12 \quad \triangle COP \text{ の面積と } \triangle BAP \text{ の面積が等しくなればよいので、} 2t = 6t - 12 \quad t = 3$$

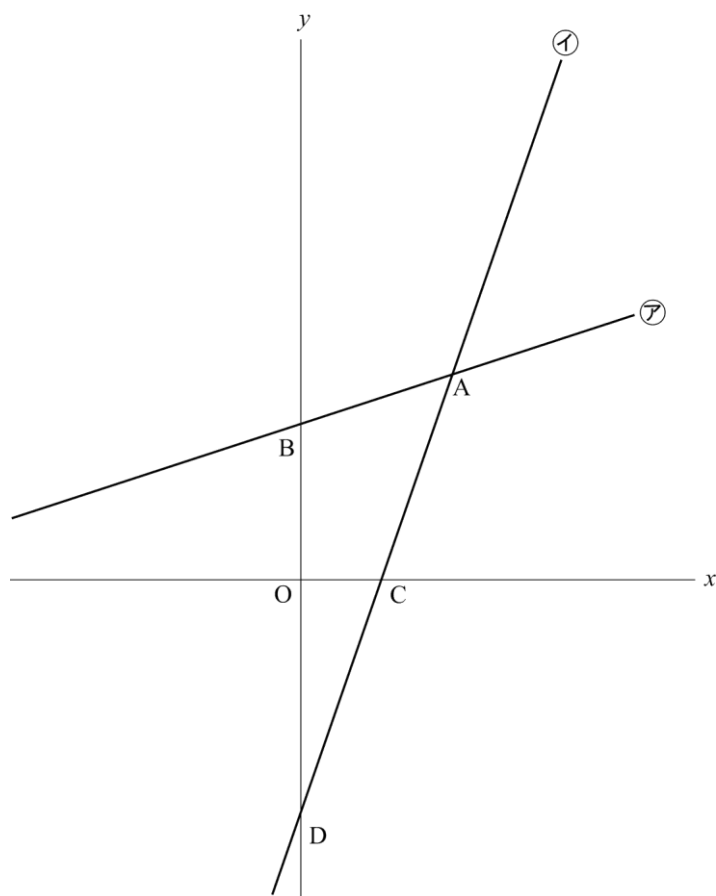
図 4



【問 142】

次の図のように、2点 $A(3, 4)$ 、 $B(0, 3)$ がある。直線㉔は2点 A 、 B を通り、直線㉓は関数 $y=3x-5$ のグラフである。点 C は直線㉓と x 軸の交点、点 D は直線㉓と y 軸の交点である。次の問1、問2に答えなさい。

(秋田県 2021 年度)



問1 2点 B 、 C を通る直線の式を求めなさい。求める過程も書きなさい。

問2 直線㉓上に、 x 座標が正である点 P をとる。

(1) 線分 BD の長さと線分 PD の長さが等しくなるとき、点 P の x 座標を求めなさい。

(2) 点 P の x 座標が3より大きいとき、直線 OP と直線㉔の交点を Q とする。 $\triangle OBQ$ の面積と $\triangle APQ$ の面積が等しくなるとき、点 P の x 座標を求めなさい。

解答欄

問 1	〔過程〕	
問 2	答	
	(1)	
	(2)	

解答

問 1

〔過程〕

点 C は x 軸上の点であるから、 y 座標は 0 である。

$y=3x-5$ に $y=0$ を代入すると、

$$0=3x-5$$

$$x=\frac{5}{3}$$

よって、点 C の座標は $(\frac{5}{3}, 0)$ である。

直線 BC は y 軸上の点 B (0, 3) を通るから、切片は 3 である。

したがって、直線 BC の式は、 $y=ax+3$ と表すことができる。

この直線は $(\frac{5}{3}, 0)$ を通るから、

$$y=ax+3 \text{ に } x=\frac{5}{3}, y=0 \text{ を代入すると、 } 0=\frac{5}{3}a+3$$

$$\text{これを解くと、 } a=-\frac{9}{5}$$

$$\text{よって、 } y=-\frac{9}{5}x+3$$

答

$$y=-\frac{9}{5}x+3$$

問 2

$$(1) \frac{4\sqrt{10}}{5}$$

$$(2) \frac{24}{5}$$

解説

問 1 直線が通る 2 点の座標が分かれば直線の式が求められるということ
を念頭に置き、点 C の座標を求めればよい。

問 2

(1) 点 P の x 座標を t とおくと、点 P は $y=3x-5$ 上にあるので、 y 座標は $3t-5$ と表すことができる。点 P を通り y 軸に平行な直線と、点 D を通り x 軸に平行な直線の交点を E とする (図 5)。

$$\triangle PDE \text{ で三平方の定理より、}$$

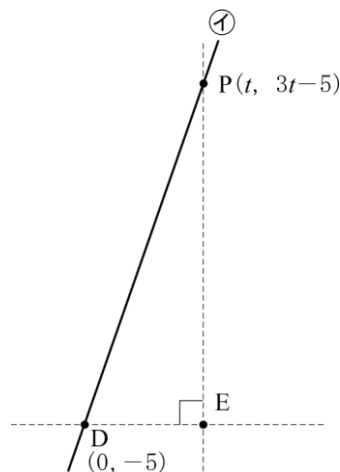
$$PD^2 = DE^2 + PE^2$$

$$PD^2 = (t-0)^2 + \{3t-5-(-5)\}^2 = 10t^2 \quad PD \text{ の長さが BD の長さと}$$

$$\text{等しくなればよいので、 } 10t^2 = 8^2 \quad t^2 = \frac{32}{5} \quad t > 0 \text{ より、 } t = \frac{4\sqrt{10}}{5}$$

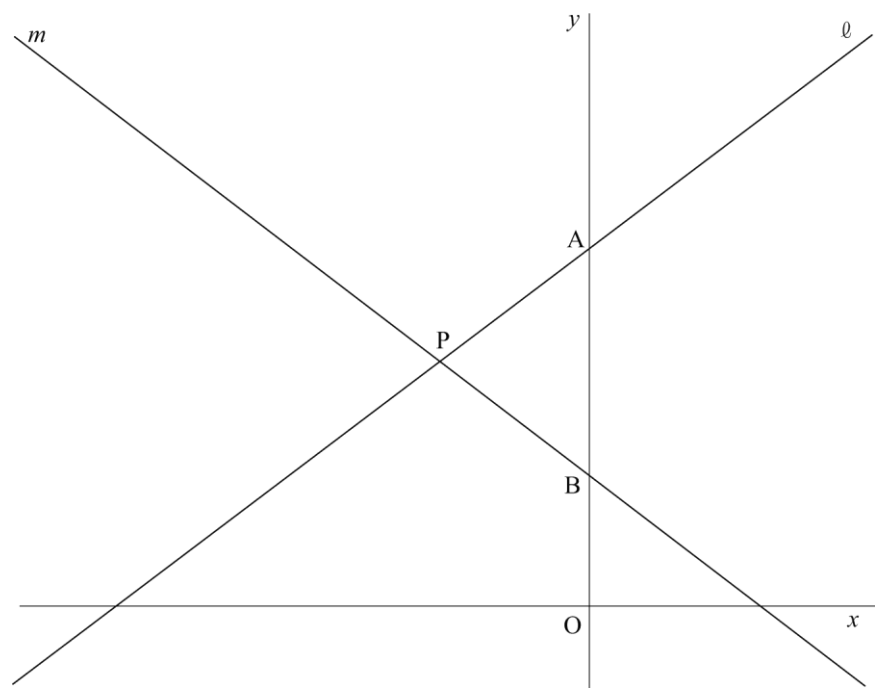
(3) $\triangle POD = (\text{四角形 ODAQ}) + \triangle APQ$, $\triangle BAD = (\text{四角形 ODAQ}) + \triangle OBQ$ で、 $\triangle APQ$ と $\triangle OBQ$ の面積が等しくなるとき、 $\triangle POD$ と $\triangle BAD$ の面積が等しくなる。点 P の x 座標を s とおくと、 $\triangle POD = \frac{1}{2} \times OD \times (\text{点 P の } x \text{ 座標}) = \frac{1}{2} \times 5 \times s$ $\triangle BAD = \frac{1}{2} \times BD \times (\text{点 A の } x \text{ 座標}) = \frac{1}{2} \times 8 \times 3$ となるので、 $\triangle POD = \triangle BAD$ $\frac{1}{2} \times 5 \times s = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 \quad s = \frac{24}{5}$

図 5



【問 143】

下の図のように、2 直線 ℓ , m があり、 ℓ , m の式はそれぞれ $y=\frac{1}{2}x+4$, $y=-\frac{1}{2}x+2$ である。 ℓ と y 軸との交点、 m と y 軸との交点をそれぞれ A , B とする。また、 ℓ と m との交点を P とする。



このとき、次の問 1，問 2 に答えなさい。

(福島県 2021 年度)

- 問 1 点 P の座標を求めなさい。
- 問 2 y 軸上に点 Q をとり、 Q の y 座標を t とする。ただし、 $t>4$ とする。 Q を通り x 軸に平行な直線と ℓ , m との交点をそれぞれ R , S とする。
- (1) $t=6$ のとき、 $\triangle PRS$ の面積を求めなさい。
- (2) $\triangle PRS$ の面積が $\triangle ABP$ の面積の 5 倍になるときの t の値を求めなさい。

解答欄

問 1	P (,)	
問 2	(1)	
	(2)	

解答

問1 $P(-2, 3)$

問2

(1) 18

(2) $t=3+\sqrt{5}$

解説

問1

点 P は、直線 $\ell: y = \frac{1}{2}x + 4$ と、直線 $m: y = -\frac{1}{2}x + 2$ との交点だから、これらの式を連立方程式として解くと、 $x = -2$, $y = 3$ よって、 $P(-2, 3)$

問2

(1)

$t=6$ ということは、 $Q(0, 6)$ であり、2点 R, S の y 座標も 6 である。

点 R は、直線 $\ell: y = \frac{1}{2}x + 4$ 上にあるので、 $y=6$ を代

入して、 $6 = \frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow x = 4$

$\Rightarrow R(4, 6)$

点 S は、直線 $m: y = -\frac{1}{2}x + 2$ 上にあるので、 $y=6$ を

代入して、 $6 = -\frac{1}{2}x + 2$

$\Rightarrow x = -8$

$\Rightarrow S(-8, 6)$

よって、 $RS = 4 - (-8) = 12$

底辺を RS としたときの $\triangle PRS$ の高さは、 $6 - 3 = 3$

したがって、 $\triangle PRS = \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18$

(2)

$AB = 4 - 2 = 2$ であり、底辺を AB としたときの $\triangle ABP$ の高さは、 $0 - (-2) = 2$

したがって、 $\triangle ABP = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

点 R は、直線 $\ell: y = \frac{1}{2}x + 4$ 上にあるので、

$y=t$ を代入して、 $t = \frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow x = 2t - 8$

$\Rightarrow R(2t - 8, t)$

点 S は、直線 $m: y = -\frac{1}{2}x + 2$ 上にあるので、 $y=t$ を代入して、 $t = -\frac{1}{2}x + 2$

$\Rightarrow x = -2t + 4$

$\Rightarrow S(-2t + 4, t)$

よって、 $RS = 2t - 8 - (-2t + 4) = 4t - 12$

底辺を RS としたときの $\triangle PRS$ の高さは、 $t - 3$

したがって、 $\triangle PRS = \frac{1}{2} \times (4t - 12) \times (t - 3) = 2(t - 3)^2$

よって、 $\triangle PRS = 5\triangle ABP$ より、 $2(t - 3)^2 = 5 \times 2 \Rightarrow t = 3 \pm \sqrt{5} \Rightarrow t > 4$ より、 $t = 3 + \sqrt{5}$

図1

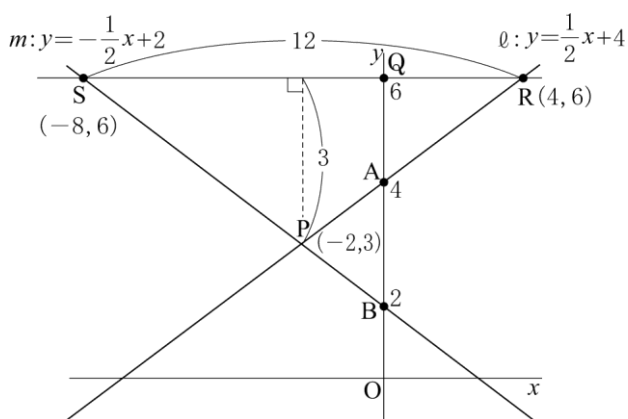
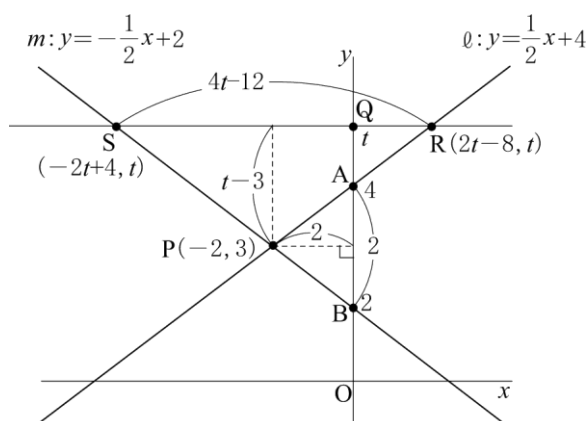


図2



【問 144】

右の図 1 で、点 O は原点、点 A の座標は $(-12, -2)$ であり、直線 ℓ は一次関数 $y = -2x + 14$ のグラフを表している。

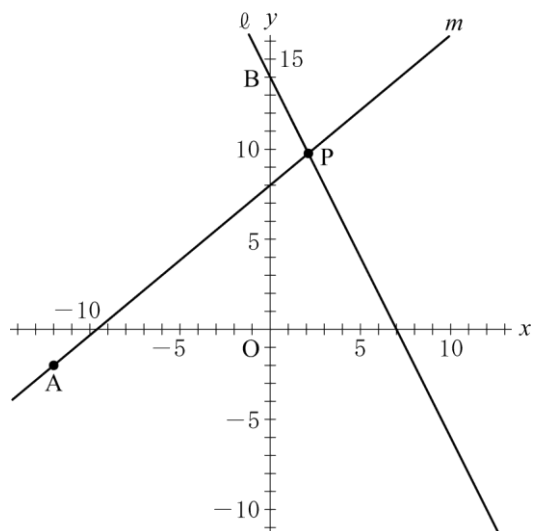
直線 ℓ と y 軸との交点を B とする。

直線 ℓ 上にある点を P とし、2 点 A, P を通る直線を m とする。

次の各問に答えよ。

(東京都 2021 年度)

図 1



問 1 次の 中の「え」に当てはまる数字を答えよ。

点 P の y 座標が 10 のとき、点 P の x 座標は え である。

問 2 次の ① と ② に当てはまる数を、下のア～エのうちからそれぞれ選び、記号で答えよ。

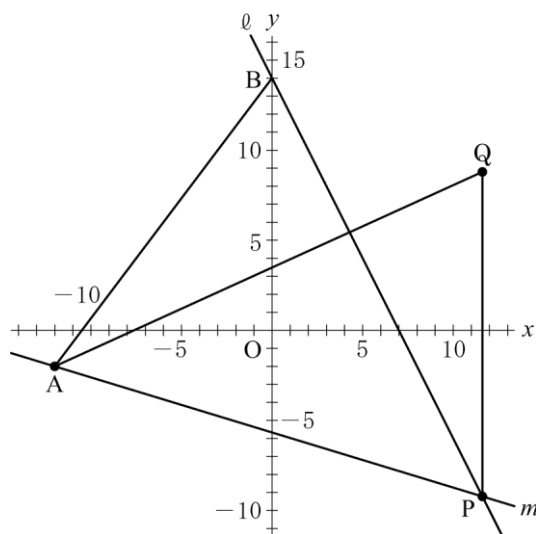
点 P の x 座標が 4 のとき、直線 m の式は、 $y =$ ① $x +$ ② である。

①	ア	$-\frac{1}{2}$	イ	$\frac{1}{2}$	ウ	1	エ	2
②	ア	4	イ	5	ウ	8	エ	10

問 3 右の図 2 は、図 1 において、点 P の x 座標が 7 より

図 2

大きい数であるとき、 x 軸を対称の軸として点 P と線対称な点を Q とし、点 A と点 B 、点 A と点 Q 、点 P と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。 $\triangle APB$ の面積と $\triangle APQ$ の面積が等しくなるとき、点 P の x 座標を求めよ。



問 1	え	
問 2	①	
	②	
問 3		

解答

問 1 え 2

問 2

①イ

②ア

問 3 12

解説

問 1

点 P は、直線 $\ell: y = -2x + 14$ 上にあるので、 $y = 10$ を代入して、 $10 = -2x + 14 \Rightarrow x = 2$

問 2

問 1 と同様に、 $x = 4$ を $y = -2x + 14$ に代入して、 $y = -2 \times 4 + 14 = 6 \Rightarrow P(4, 6)$

直線 m は一次関数であり、2 点 $A(-12, -2)$ 、 $P(4, 6)$ を通るので、 $y = ax + b$ にそれぞれの点の座標を代入すると、連立方程式 $\begin{cases} -2 = -12a + b \\ 6 = 4a + b \end{cases}$ ができる。これを解くと、 $a = \frac{1}{2}$ 、 $b = 4$

よって、直線 m の式は、 $y = \frac{1}{2}x + 4$

問 3

$\triangle APB$ と $\triangle APQ$ は、底辺 AP を共有しているので、 $AP \parallel BQ$ であれば、面積が等しくなる(図)。

点 P の x 座標を t ($t > 7$) とおくと、点 P は、直線 $\ell: y = -2x + 14$ 上にあるので、 $y = -2t + 14$

よって、 $P(t, -2t + 14)$

点 Q は x 軸を対称の軸として点 P と線対称な点なので、点 P と点 Q の x 座標は等しく、 y 座標は符号違いとなる。よって、 $Q(t, 2t - 14)$

直線 AP の傾きは、 $\frac{-2t + 14 - (-2)}{t - (-12)} = \frac{-2t + 16}{t + 12}$

直線 BQ の傾きは、 $\frac{2t - 14 - 14}{t - 0} = \frac{2t - 28}{t}$

$AP \parallel BQ$ より、直線 AP と直線 BQ の傾きが等しいので、

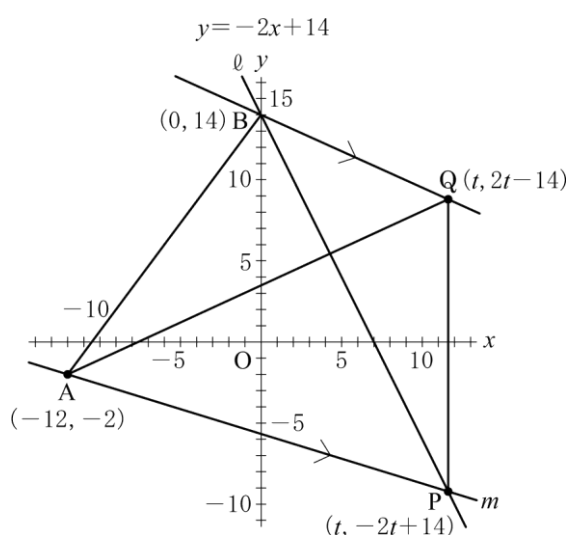
$$\frac{-2t + 16}{t + 12} = \frac{2t - 28}{t}$$

両辺に $t(t + 12)$ をかけると、 $t(-2t + 16) = (t + 12)(2t - 28) \Rightarrow -2t^2 + 16t = 2t^2 - 4t - 336$

$\Rightarrow -4t^2 + 20t + 336 = 0 \Rightarrow t^2 - 5t - 84 = 0 \Rightarrow (t - 12)(t + 7) = 0$

$t > 7$ より、 $t = 12$

図



【問 145】

図 1 のような、縦 5 cm、横 12 cm の長方形 ABCD のセロハンがある。

辺 AD 上に点 P をとり、点 A が直線 AD 上の点 A' にくるようにセロハンを点 P で折り返すと、図 2 や図 3 のように、セロハンが重なった部分の色が濃くなった。

AP の長さを x cm、セロハンが重なって色が濃くなった部分の面積を y cm² とする。

次の問 1 ～問 4 に答えなさい。

(岐阜県 2021 年度)

問 1 表中のア、イに当てはまる数を求めなさい。

x (cm)	0	…	2	…	6	…	8	…	12
y (cm ²)	0	…	10	…	ア	…	イ	…	0

問 2 x の変域を次の (1)、(2) とするとき、 y を x の式で表しなさい。

(1) $0 \leq x \leq 6$ のとき

(2) $6 \leq x \leq 12$ のとき

問 3 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。 ($0 \leq x \leq 12$)

問 4 セロハンが重なって色が濃くなった部分の面積が、重なっていないセロハンの部分の面積の 2 倍になるときがある。このときの AP の長さのうち、最も長いものは何 cm であるかを求めなさい。

図 1

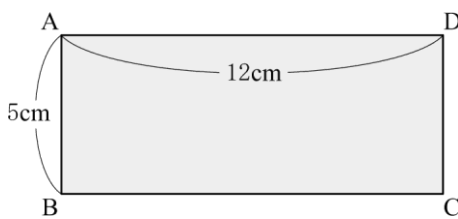
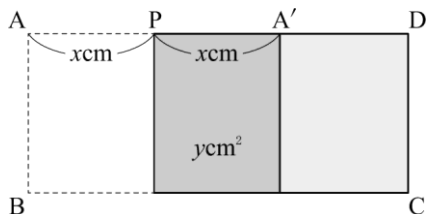
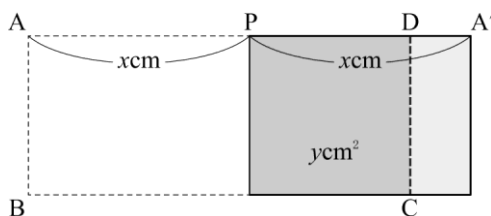


図 2



(点 A' が辺 AD 上にくるとき)

図 3



(点 A' が辺 AD の延長線上にくるとき)

解答欄

問 1	ア	
	イ	
問 2	(1)	$y =$
	(2)	$y =$
問 3		
問 4	cm	

解答

問 1

ア 30

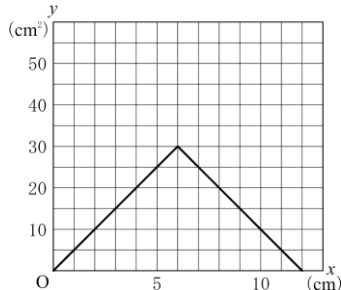
イ 20

問 2

(1) ($y=$) $5x$

(2) ($y=$) $-5x+60$

問 3



問 4 7.2 (cm)

解説

問 1

ア

$x=6$ のとき、セロハンの様子は、図 1 のようになる。

$AP=A'P=6(\text{cm})$ より、 A' と D は一致する。

よって、セロハンが重なった部分の面積は、

$$5 \times 6 = 30 (\text{cm}^2)$$

イ

$x=8$ のとき、セロハンの様子は、図 2 のようになる。

$$PD=AD-AP=4(\text{cm})$$

よって、セロハンが重なった部分の面積は、 $5 \times 4 = 20 (\text{cm}^2)$

問 2

(1)

$0 \leq x \leq 6$ のとき、すなわち、点 A' が辺 AD 上にくるとき、セロハンの様子は、図 3 のようになる。

$AP=A'P=x(\text{cm})$ より、セロハンが重なった部分の面積 y は、 $y=5x$

(2)

$6 \leq x \leq 12$ のとき、すなわち、点 A' が辺 AD の延長線上にくるとき、セロハンの様子は、図 4 のようになる。

$PD=AD-AP=12-x(\text{cm})$ より、セロハンが重なった部分の面積 y は、 $y=5 \times (12-x) = -5x+60$

問 4

条件を満たす AP の長さのうち、最も長いものを求めるので、 $6 \leq x \leq 12$ のときから考える。重なっていないセロハンの部分は、図 4 における長方形 $DCB'A'$ なので、その横の長さは、 $DA'=A'P-PD=x-(12-x)=2x-12(\text{cm})$ 、面積は、 $5 \times (2x-12) = 10x-60 (\text{cm}^2)$

よって、 $-5x+60=2(10x-60)$ 、 $x=\frac{36}{5}$ これは $6 \leq x \leq 12$

を満たすので、 $\frac{36}{5} \text{cm}$

図 1

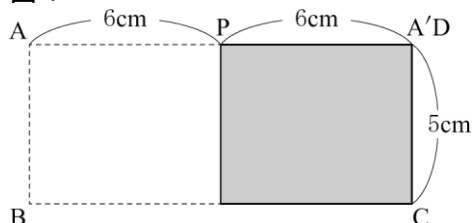


図 2

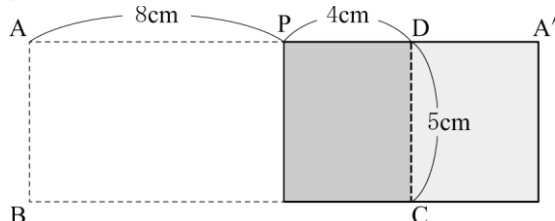


図 3

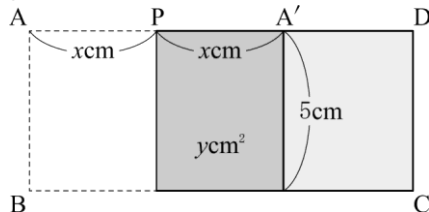
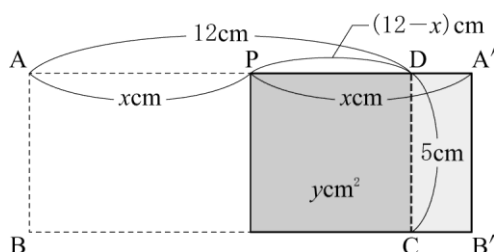


図 4

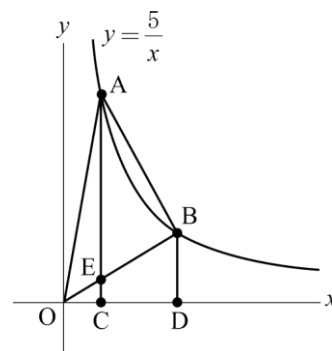


【問 146】

図で、 O は原点、 A 、 B は関数 $y = \frac{5}{x}$ のグラフ上の点で、点 A 、 B の x 座標はそれぞれ 1、3 であり、 C 、 D は x 軸上の点で、直線 AC 、 BD はいずれも y 軸と平行である。また、 E は線分 AC と BO との交点である。

四角形 $ECDB$ の面積は $\triangle AOB$ の面積の何倍か、求めなさい。

(愛知県 B 2021 年度)



解答欄

倍

解答

$\frac{1}{3}$ 倍

解説

図 1 のように、点 C の x 座標は、点 A の x 座標と等しいので、1 であり、点 D の x 座標は、点 B の x 座標と等しいので、3 である。
 $EC \parallel BD$ より、 $\triangle OBD$ において、平行線と線分の比から、 $OE : OB = OC : OD = 1 : 3$

よって、 $\triangle AOE : \triangle AOB = 1 : 3$ より、 $\triangle AOE = \frac{1}{3} \triangle AOB$

点 A の y 座標は、 $y = \frac{5}{1} = 5$ 、点 B の y 座標は、 $y = \frac{5}{3}$ だから、 $EC :$

$BD = OC : OD = 1 : 3$ より、 $EC : \frac{5}{3} = 1 : 3 \Rightarrow EC = \frac{5}{9}$

よって、 $AE : EC = \left(5 - \frac{5}{9}\right) : \frac{5}{9} = 8 : 1$ より、 $\triangle AOE : \triangle EOC = 8 : 1$

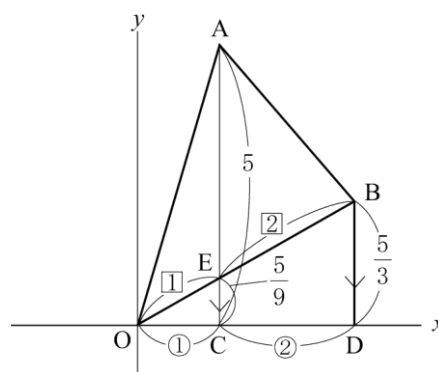
すなわち、 $\triangle EOC = \frac{1}{8} \triangle AOE = \frac{1}{8} \times \frac{1}{3} \triangle AOB = \frac{1}{24} \triangle AOB$

$\triangle EOC \sim \triangle BOD$ より、相似比は、 $OC : OD = 1 : 3$ だから、面積比は、 $\triangle EOC : \triangle BOD = 1^2 : 3^2 = 1 : 9$

よって、 $\triangle EOC : (\text{四角形 } ECDB) = 1 : 8$ より、

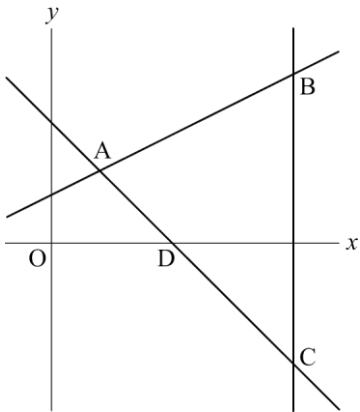
$(\text{四角形 } ECDB) = 8 \triangle EOC = 8 \times \frac{1}{24} \triangle AOB = \frac{1}{3} \triangle AOB$

よって、四角形 $ECDB$ の面積は、 $\triangle AOB$ の $\frac{1}{3}$ 倍である。



【問 147】

右の図のように、直線 $y=\frac{1}{2}x+2$ と直線 $y=-x+5$ が点 A で交わっている。直線 $y=\frac{1}{2}x+2$ 上に x 座標が 10 である点 B をとり、点 B を通り y 軸と平行な直線と直線 $y=-x+5$ との交点を C とする。また、直線 $y=-x+5$ と x 軸との交点を D とする。



このとき、次の問 1・問 2 に答えよ。
(京都府 2021 年度 中期)

問 1 2 点 B, C の間の距離を求めよ。また、点 A と直線 BC との距離を求めよ。

問 2 点 D を通り△ACB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

解答欄

問 1	2 点 B, C の間の距離
	点 A と直線 BC との距離
問 2	$y=$

解答

問 1

2 点 B, C の間の距離 12

点 A と直線 BC との距離 8

問 2 $y = \frac{23}{25}x - \frac{23}{5}$

解説

問 1

点 B は, x 座標が 10 で, 直線 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 上の点なので, $y = \frac{1}{2} \times 10 + 2 = 7 \Rightarrow B(10, 7)$

直線 BC と y 軸は平行なので, 点 C の x 座標も 10 である。点 C は, 直線 $y = -x + 5$ 上の点なので, $y = -10 + 5 = -5 \Rightarrow C(10, -5)$

よって, $BC = 7 - (-5) = 12$

点 A は, 2 直線 $y = \frac{1}{2}x + 2$, $y = -x + 5$ の交点なので, 2 つの式を連立して解くと, $(x, y) = (2, 3) \Rightarrow A(2, 3)$

よって, 点 A と直線 BC との距離は, $10 - 2 = 8$

問 2

線分 AC の中点を M とすると, $A(2, 3)$, $C(10, -5)$

より, $M\left(\frac{2+10}{2}, \frac{3+(-5)}{2}\right) \Rightarrow M(6, -1)$

BD//EM となるような, 点 E を直線 BC 上にとる。

$\triangle EDC = \triangle EDM + \triangle EMC = \triangle EBM + \triangle EMC = \triangle BMC = \frac{1}{2} \triangle ACB$ より, 点 D を通り $\triangle ACB$ の面積を 2 等分する直線は, 直線 DE である。

点 D は, y 座標が 0 で, 直線 $y = -x + 5$ 上の点なので, $0 = -x + 5 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow D(5, 0)$

$B(10, 7)$, $D(5, 0)$ より, 直線 BD の傾きを求めると, $\frac{7-0}{10-5} = \frac{7}{5}$ である。

DC//EM より, 直線 BD と直線 EM の傾きは等しいので, 直線 EM の傾きも $\frac{7}{5}$ である。

よって, 直線 EM の式を $y = \frac{7}{5}x + b$ とおき, 点 M の座標 $(6, -1)$ を代入すると,

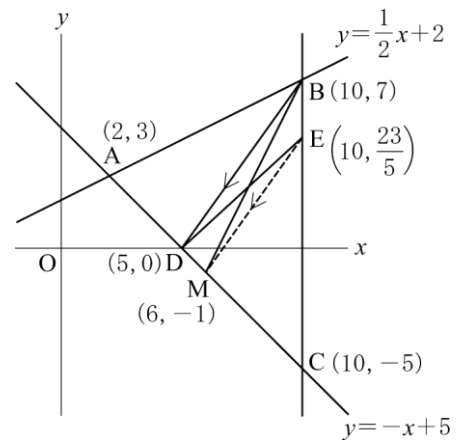
$$-1 = \frac{7}{5} \times 6 + b \Rightarrow b = -\frac{47}{5} \quad \text{よって, 直線 EM の式は, } y = \frac{7}{5}x - \frac{47}{5}$$

点 E は, x 座標が 10 で, 直線 $y = \frac{7}{5}x - \frac{47}{5}$ 上の点なので, $y = \frac{7}{5} \times 10 - \frac{47}{5} = \frac{23}{5} \Rightarrow E\left(10, \frac{23}{5}\right)$

よって, 直線 DE の式を $y = mx + n$ とおき, 点 D の座標 $(5, 0)$, 点 E の座標 $\left(10, \frac{23}{5}\right)$ を代入して, できた

連立方程式を解くと, $m = \frac{23}{25}$, $n = -\frac{23}{5}$

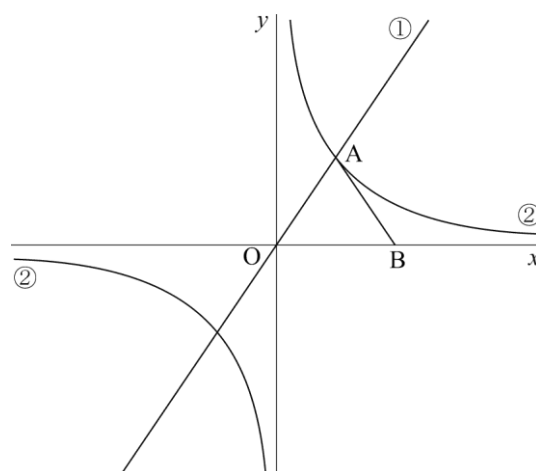
よって, 直線 DE の式は, $y = \frac{23}{25}x - \frac{23}{5}$



【問 148】

図において、①は原点 O を通る直線、②は関数 $y = \frac{6}{x}$ のグラフである。①と②は 2 つの交点をもつものとし、そのうちの x 座標が正である点を A とする。 $AO = AB$ となる点 B を x 軸上にとり、三角形 AOB をつくる。このとき、次の問 1 ～問 3 に答えなさい。

(高知県 A 2021 年度)



問 1 点 A の x 座標が 2 のとき、点 A の y 座標を求めよ。

問 2 三角形 AOB が直角二等辺三角形となるときの直線①の式を求めよ。

問 3 三角形 AOB の面積は、点 A が②のグラフ上のどの位置にあっても、常に同じ値であることが言える。点 A の x 座標を m とすると、 m がどんな値であっても、三角形 AOB の面積は一定であることを、言葉と式を使って説明せよ。

解答欄

問 1	
問 2	
問 3	

解答

問 1 3

問 2 $y=x$

問 3

$\triangle AOB$ は $AO=AB$ である二等辺三角形なので、点 A の x 座標が m より、底辺 OB の長さは $2m$ となる。

また、点 A は②のグラフ上の点なので、点 A の座標が $\left(m, \frac{6}{m}\right)$ となることから、 $\triangle AOB$ の高さは $\frac{6}{m}$ となる。

よって、 $\triangle AOB$ の面積は $2m \times \frac{6}{m} \times \frac{1}{2} = 6$ である。

したがって、 m がどんな値であっても、 $\triangle AOB$ の面積は一定である。

解説

問 1

$x=2$ を $y=\frac{6}{x}$ に代入して、 $y=3$

問 2

点 A から x 軸に垂線 AH をおろす (図)。 $\angle AOB=45^\circ$ なので、 $\triangle OAH$ も直角二等辺三角形である。よって、 $AH=OH$ となり、 $AH=OH=a$ とおく (ただし、 $a>0$)。このとき、点 A の座標は (a, a) と表せるので、 x

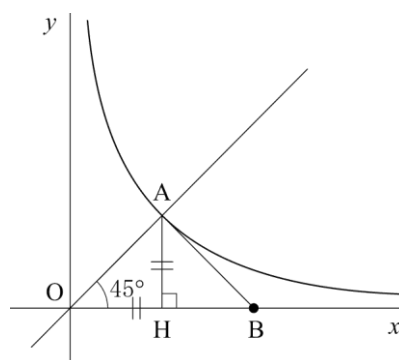
$=a$, $y=a$ を $y=\frac{6}{x}$ に代入すると、 $a=\frac{6}{a}$ $a^2=6$ $a>0$ より、 $a=\sqrt{6}$

よって、点 A $(\sqrt{6}, \sqrt{6})$ であり、この点と原点を通る直線の式は、 $y=x$

問 3

『 $AO=AB$ 』という条件を『点 B の x 座標が点 A の x 座標の 2 倍』ととらえ、 $\triangle AOB$ の底辺 OB の長さを $2m$ と表して考える。

図



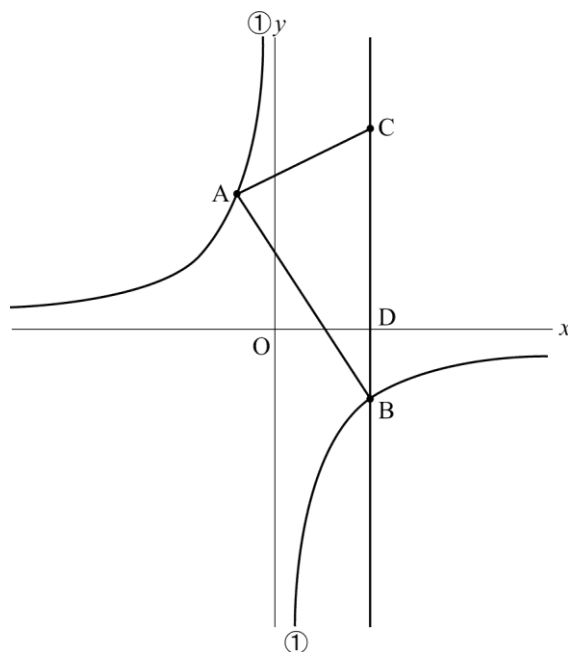
【問 149】

図のように、関数 $y = \frac{a}{x}$ …① のグラフ上に 2 点 A, B
があり、点 A の座標は $(-2, 6)$ 、点 B の

x 座標は 4 である。また、点 C $(4, 9)$ をとり、直線
BC と x 軸との交点を D とする。

線分 AB, AC をひくとき、次の (1)～(3) の問いに答え
なさい。

(宮崎県 2021 年度)



(1) a の値を求めなさい。

(2) $\triangle ABC$ の辺 AC 上にある点のうち、 x 座標、 y 座標がともに整数である点は、頂点 A, C も含めて、全部で何個あるか求めなさい。

(3) 点 D を通り、 $\triangle ABC$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

解答欄

(1)	$a =$
(2)	個
(3)	

解答

(1) $a = -12$

(2) 4 個

(3) $y = -\frac{7}{4}x + 7$

解説

(1)

$y = \frac{a}{x}$ に $x = -2$, $y = 6$ を代入すると, $a = -12$

(2)

2 点 A, C を通る直線の式は, $y = \frac{1}{2}x + 7$ である。辺 AC 上にある点のうち, x 座標の値が整数である点は, $x = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ である。このうち y 座標の値である $\frac{1}{2}x + 7$ が整数となるのは, $\frac{1}{2}x$ が整数となるときなので, $x = -2, 0, 2, 4$ の 4 個である。

(3)

求めるのは, 右図のような直線 PD の式である。点 B は, $x = 4$ で $y = -\frac{12}{x}$ 上の点なので, その座標は $(4, -3)$ である。

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times (\text{点 A から線分 BC までの距離})$$

$$= \frac{1}{2} \times \{9 - (-3)\} \times \{4 - (-2)\} = 36 \quad \text{求める直線と AC との交点を P とすると,}$$

$\triangle CDP = 18$ となればよい。このとき $CD = 9$ なので, CD を底辺としたときの $\triangle CDP$ の高さが 4 となればよい。これは点 P と線分 CB の距離である

ので, 点 P の x 座標は 0 であることが分かる。 $x = 0$ を直線 AC の式 $y = \frac{1}{2}x + 7$ に代入すると, $y = 7$

したがって, 求める直線は点 D $(4, 0)$ と点 P $(0, 7)$ を通るので, $y = -\frac{7}{4}x + 7$

