6.二次方程式の利用 文章問題① 整数・規則性関係・その他

整数・規則性関係・その他

【問 1】

ある数 x, y があり, x を2乗して 4 をひいた数は, y を3倍して 1 を加えた数と等しくなる。x と y の関係を等式で表しなさい。

（秋田県 2003 年度）

解答欄

解答
$x^2-3y-5=0$
解説
$x^2-4=3y+1$ など

【問 2】

ある正の数 x を2乗して 5 を加えるところを, 間違えて x を2倍して 5 を加えたので, 正しい答えより 24 小さくなった。ある正の数 x を求めよ。

（京都府 2003 年度）

解答欄

$x=$

解答
$x=6$
解説
ある正の数 x を2乗して 5 を加えると x^2+5
x を2倍して 5 を加えると $2x+5$
x^2+5 の方が $2x+5$ より 24 大きいことより方程式をつくる。
$x^2+5=2x+5+24$
$x^2-2x-24=0$
$(-6)\times(+4)=-24$, $(-6)+(+4)=-2$ より, $(x-6)(x+4)=0$ $x=6$, -4
x は正の数なので $x=6$

【問 3】

次の，先生とAさん，Bさんの会話文を読んで，下の⑴，⑵に答えなさい。

（山口県 2003 年度）

先　生：連続する3つの正の整数があります。一番小さい数と一番大きい数の積から真ん中の数の2倍をひくと 62 になっています。方程式を使って，この連続する3つの正の整数を求めてごらん。

Aさん：3つの正の整数のうち，真ん中の数を x として方程式をつくると $(x-1)(x+1)-2x=62$ となりました。

Bさん：一番小さい数を x として方程式をつくることもできると思います。

先　生：そうだね。どちらの方程式でも求めることができるんだよ。

⑴　下線部の方法で方程式をつくりなさい。

⑵　会話文で先生が問いかけている連続する3つの正の整数を求めなさい。

解答欄

(1)	=62
(2)	，　　，

解答

(1) $x(x+2)-2(x+1)=62$

(2) 8，9，10

解説

⑴

一番小さい数を x とすると，真ん中の数は $x+1$，一番大きい数は $x+2$ となり

$x(x+2)-2(x+1)=62$

⑵

上の方程式のかっこをはずすと，$x^2+2x-2x-2=62$，$x^2=64$，$x=\pm 8$

$x>0$ だから $x=8$

よって求める3つの正の整数は 8，9，10

【問 4】

図は，ある月のカレンダーである。この中のある数を x とする。x のすぐ真上の数と x の右どなりの数をかけたものは，x に 3 を加えた数を9倍したものに等しい。このとき，x を求めなさい。

ただし，x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

（佐賀県 2003 年度）

日	月	火	水	木	金	土
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

解答欄

解答
$(x-7)(x+1)=9(x+3)$
これを解いて$x=17,\ -2$
x は正の数だから$x=17$
これは問題にあっている。
答 17
解説
題意より，$(x-7)(x+1)=9(x+3)$　$x^2-6x-7=9x+27$　$x^2-15x-34=0$
$(x-17)(x+2)=0$　$x=17,\ -2$　x は正の数だから $x=17$　これは問題にあっている。

【問 5】

大小 2 つの自然数がある。大きい数は小さい数より 4 大きく，この 2 つの数の積は，この 2 つの数の和を 5 倍した数より 4 小さい。大きい数と小さい数をそれぞれ求めなさい。

（群馬県 2004 年度）

解答欄

解答
大きい数 12，小さい数 8
解説
小さい数を a とすると大きい数は $a+4$ とおける。
$a(a+4)=5\{a+(a+4)\}-4$
$a^2-6a-16=0$
$(a-8)(a+2)=0$
$a=8,\ -2$
a は自然数なので，$a=8$
答　大きい数 12，小さい数 8

【問 6】

ある数 x を2乗すると x より 2 大きくなります。このとき，ある数 x をすべて求めなさい。

（宮城県 2005 年度）

解答欄

解答
-1, 2
解説
$x^2=x+2$
$x^2-x-2=0$
$(x+1)(x-2)=0$ より
$x=-1$, 2

【問 7】

ある正の整数 a を2乗してから3倍しなければならないのに，誤って3倍してから2乗したため，答えが 216 大きくなってしまった。このとき，a の値を求めなさい。

（茨城県 2005 年度）

解答欄

$a=$

解答
$a=6$
解説
a を2乗してから3倍した数は $a^2\times3=3a^2$
3倍してから2乗した数は $(a\times3)^2=9a^2$ だから
$9a^2=3a^2+216$ より
$6a^2=216$
$a^2=36$
$a=\pm6$
$a>0$ より $a=6$

【問 8】

a, b, c の3つの正の数があり，これらは次の①，②の関係を満たしている。

① b は a より 12 大きく，c は a の2倍である。

② c の2乗から a の2乗を引くと，b の6倍になる。

このとき a, b, c の値を次のようにして求めた。［ア］ ～ ［ク］ に適する数や式を答えなさい。

（島根県 2005 年度）

（解答） a を x とするとき，b, c を x を用いて表すと，

①より b は ［ア］ ，c は ［イ］ と表せる。

これを用いると②は，(［イ］)$^2-x^2=6\times$(［ア］)と書け，

これを整理すると，x^2-2x-［ウ］ $=0$ となり，

これを解いて $x=$ ［エ］ ，［オ］ であるが，$a>0$ より $a=$ ［カ］ となる。

よって，①より $b=$ ［キ］ ，$c=$ ［コ］(これは条件を満たす)

答 $a=$ ［カ］ ，$b=$ ［キ］ ，$c=$ ［ク］

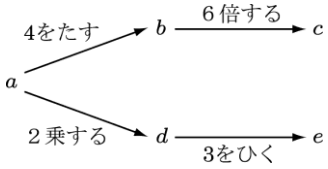
解答欄

ア	イ	ウ	エ
オ	カ	キ	ク

解答
ア $x+12$
イ $2x$
ウ 24
エ -4
オ 6(またはエ 6，オ-4)
カ 6
キ 18
ク 12
解説
ア ①より $b=x+12$
イ ①より $c=2x$
ウ ②より$(2x)^2-x^2=6\times(x+12)$　$4x^2-x^2=6x+72$　$3x^2-6x-72=0$　$x^2-2x-24=0$
エ～カ ウより，この方程式を解くと$(x+4)(x-6)=0$　$x=-4$, 6　$a>0$ より $a=6$
キ・ク アとイより $b=6+12=18$, $c=2\times6=12$

【問 9】

図は，整数 a, b, c, d, e の関係を表したものである。a に 4 をたすと b に，b を6倍すると c になる。また，a を2乗すると d に，d から 3 をひくと e になる。このとき，次の⑴～⑶の問いに答えなさい。



（高知県 2005 年度）

⑴ d を b の式で表せ。

⑵ c が a の3倍に等しくなるとき，c の値を求めよ。

⑶ a が正の数であるとき，c と e が等しくなるような a の値を求めよ。

解答欄

⑴	$d=$
⑵	$c=$
⑶	$a=$

解答
⑴ $d=(b-4)^2$
⑵ $c=-24$
⑶ $a=9$
解説
⑴ $b=a+4$…①，$d=a^2$…② ①より，$a=b-4$ これを②に代入して，$d=(b-4)^2$
⑵ $c=6b=6(a+4)$ これが a の3倍に等しいから，$6(a+4)=3a$，この方程式を解いて，$a=-8$ よって，$c=6(-8+4)=-24$
⑶ $e=d-3=a^2-3$ $c=e$ より，$6(a+4)=a^2-3$，この方程式を解くと，$a>0$ なので，$a=9$

【問 10】

連続する3つの正の整数がある。まん中の数の2倍に 27 をたした数が，最も大きい数の2乗から最も小さい数の2倍をひいた数に等しい。このとき，連続する3つの整数を求めなさい。ただし，方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

（佐賀県 2005 年度）

解答欄

解答

3つの正の整数のうち，最も小さい数をxとすると，
他の2数は，$x+1$，$x+2$となり，
$2(x+1)+27=(x+2)^2-2x$
これを解いて，$x=\pm 5$
x は正の整数だから，$x=5$
このとき，3つの整数は，5，6，7
答　連続する3つの整数は，5，6，7

解説

3つの正の整数のうち，最も小さい数を x とすると，他の2数は，$x+1$，$x+2$ となり，$2(x+1)+27=(x+2)^2-2x$
これを解いて，$x=\pm 5$　x は正の整数だから，$x=5$ このとき，3つの整数は5，6，7

答　連続する3つの整数は5，6，7

【問 11】

2 つの解が $x=2$，-3 となるような二次方程式を 1 つ書きなさい。

（青森県 2006 年度）

解答欄

解答

$x^2+x-6=0$

解説

$(x-a)(x-b)=0$ の解は，$x=a$，b だから，$(x-2)(x+3)=0$ の解は $x=2$，-3 になる。
また，この式の両辺を k 倍$(k\neq 0)$した $k(x-2)(x+3)=0$ でもよい。よって $x^2+x-6=0$ など。

【問 12】

右は，ある月のカレンダーである。このカレンダーの中のある数を x とする。x の真下の数に x の左どなりの数をかけて 15 を加えた数は，x に 16 をかけて 13 をひいた数と等しくなる。このとき，このカレンダーの中のある数 x を求めなさい。求める過程も書きなさい。

（福島県　2006 年度）

日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

解答欄

求める過程

このカレンダーの中のある数x

解答
[求め方の例]
x の真下の数は $x+7$，x の左どなりの数は $x-1$ と表せるから
$(x+7)(x-1)+15=16x-13$
展開して整理すると
$x^2-10x+21=0$
$(x-3)(x-7)=0$
これを解くと　$x=3$，$x=7$
x の真下と x の左どなりに数がなければならないから
$x=3$
答　このカレンダーの中のある数 x は　3
解説
x の真下の数は，1 週間後だから $x+7$，左どなりは 1 日前だから $x-1$ と表せる。よって，関係を式に表すと，$(x+7)(x-1)+15=16x-13$　$x^2-10x+21=0$　$(x-3)(x-7)=0$　$x=3$，7　7 の左どなりに数字はないから，7 は問題にあわない。よって，$x=3$

【問 13】

連続した 2 つの正の整数がある。この 2 つの整数の和の 2 乗は，この 2 つの整数のそれぞれの 2 乗の和より 112 大きくなる。小さい方の正の整数を x として二次方程式をつくり，それを解いて連続した 2 つの正の整数を求めよ。

（愛媛県 2006 年度）

解答欄

解答

小さい方の正の整数を x とすると，

連続する 2 つの正の整数は，x，$x+1$ となり，

$\{x+(x+1)\}^2 = x^2+(x+1)^2+112$

これを解くと，$x^2+x-56 = 0$

$(x+8)(x-7) = 0$

$x = -8,\ 7$

x は正の整数だから，$x = -8$ は問題に適していない。

$x = 7$ のとき，2 数は 7，8 となり，これは問題に適している。

答 7，8

【問 14】

一郎さんは，傾きの変わらない長い坂道で，ボールを足で押さえて立っていましたが，足をはなしたら，ボールが転がり始めました。ボールが転がり始めてから 3 秒後に，一郎さんがボールを追いかけ始めたところ，坂道の途中でボールに追いつきました。ボールは転がり始めてから t 秒間に $\frac{1}{3}t^2$ m 進み，一郎さんは毎秒 4 m の速さで追いかけました。

このとき，一郎さんがボールを追いかけ始めてから追いつくまでの時間を求めなさい。ただし，一郎さんがボールを追いかけ始めてから追いつくまでの時間を x 秒として方程式をつくり，それを解く過程も書きなさい。

（岩手県　2007 年度）

解答欄

一郎さんがボールを追いかけ始めてから追いつくまでの時間を x 秒とする。

答　　秒

解答
一郎さんがボールを追いかけ始めてから追いつくまでの時間を x 秒とする。
ボールが転がり始めてから，一郎さんが追いつくまでの時間は，$x+3$ 秒である。
（ボールが転がる距離）＝（一郎さんの進む距離）であるから
$\frac{1}{3}(x+3)^2=4x$
両辺を 3 倍し，展開して整理すると
$x^2-6x+9=0$
$(x-3)^2=0$
$x-3=0$
$x=3$
答 3 秒
解説
一郎さんがボールを追いかけ始めてから追いつくまでの時間が x 秒だから，その間に一郎さんは $4x$ m 進む。また，ボールはその位置まで $(x+3)$ 秒かかっているから，$\frac{1}{3}(x+3)^2$ m 進む。この距離が等しいので，$\frac{1}{3}(x+3)^2=4x$　$(x+3)^2=12x$　$x^2-6x+9=0$　$(x-3)^2=0$　$x=3$ 秒

【問 15】

a を自然数, b を素数とするとき, $a^2-16=3b$ を満たす a, b の値の組をすべて求めなさい。求め方も書くこと。

（大阪府 2007 年度 前期）

解答欄

求め方 a, b の値の組

解答
求め方
与えられた式より $(a-4)(a+4)=3b$
左辺において, a は自然数だから, $a+4$ は 5 以上の整数となる。
また, b は素数だから, 右辺を二つの自然数の積で表すと $1\times 3b$ または $3\times b$
したがって,「$a-4=1$, $a+4=3b$」…①
または「$a-4=3$, $a+4=b$」…②
①の場合, $\begin{cases} a=5 \\ b=3 \end{cases}$ となり, この a, b の値は問題に適している。
②の場合, $\begin{cases} a=7 \\ b=11 \end{cases}$ となり, この a, b の値は問題に適している。
よって $\begin{cases} a=5 \\ b=3 \end{cases}$ $\begin{cases} a=7 \\ b=11 \end{cases}$

【問 16】

2 けたの自然数がある。この自然数の一の位の数は十の位の数より 3 小さい。また，十の位の数の 2 乗は，もとの自然数より 15 小さい。もとの自然数の十の位の数を a として方程式をつくり，もとの自然数を求めなさい。

（栃木県 2009 年度）

解答欄

答 （　　）

解答
一の位の数は十の位の数より 3 小さいから
もとの自然数は $10a+(a-3)$ と表される。
十の位の数の 2 乗は，もとの自然数より 15 小さいから
$a^2=\{10a+(a-3)\}-15$
$a^2-11a+18=0$
$(a-2)(a-9)=0$
$a=2,\ 9$
この場合，a は 3 以上でなければならないから
$a=9$
よって，もとの自然数は 96
答 96
解説
もとの自然数の十の位の数を a とすると，一の位の数は十の位の数より 3 小さいので，$a-3$ とおける。よって，もとの自然数は $10a+(a-3)$ 十の位の数の 2 乗はもとの自然数より 15 小さいので，$a^2=10a+(a-3)-15$ $a^2-11a+18=0$ $(a-2)(a-9)=0$ $a=2,\ 9$ a が 2 とき，一の位が負の数になってしまうので問題に合わない。よって，$a=9$
もとの自然数は 96

【問 17】

ある正の数 x に 4 を加えて 2 乗するところを，誤って，x に 2 を加えて 4 倍したため，正しい答えより 29 小さくなった。この正の数 x を求めなさい。

（千葉県 2009 年度）

解答欄

$x=$

解答

$x=3$

解説

方程式にすると，$(x+4)^2=4(x+2)+29$　$x^2+8x+16=4x+8+29$　$x^2+4x-21=0$　$(x+7)(x-3)=0$　$x=-7, 3$

$x>0$ より，$x=3$

【問 18】

次の表は，1 から 50 までの連続する自然数を，上から下へ 5 つずつ，左から右へ，順に並べたものである。

1	6	11	16	21	26	31	36	41	46
2	7	12	17	22	27	32	37	42	47
3	8	13	18	23	28	33	38	43	48
4	9	14	19	24	29	34	39	44	49
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

明さんは，この表から「縦に並んだ連続する 3 つの自然数で，$3^2+4^2=5^2$ のように，小さい方の 2 数の 2 乗の和が，最も大きい数の 2 乗と等しくなる場合がある」ことを見つけた。次に，明さんは，表で □ の 12，17，22 や 24，29，34 などのような順に，横に並んだ 3 つの自然数に着目した。そして「横に並んだ 3 つの自然数で，小さい方の 2 数の 2 乗の和が，最も大きい数の 2 乗と等しくなる場合はあるだろうか」という疑問をもち，最も小さい数を x として，二次方程式をつくって考えることにした。

（長野県 2009 年度）

(1) 横に並んだ 3 つの自然数のうち，最も大きい数を，x を用いた文字の式で表しなさい。

(2) x についての二次方程式をつくりなさい。

(3) 小さい方の 2 数の 2 乗の和が，最も大きい数の 2 乗と等しくなる横に並んだ 3 つの自然数を求め，左から小さい順に書きなさい。

解答欄

(1)			
(2)			
(3)			

解答

(1)$x+10$，　(2)$x^2+(x+5)^2=(x+10)^2$，　(3)15，20，25

【問 19】

連続した 3 つの正の整数がある。最も小さい数とまん中の数の和の 3 倍は，最も大きい数の 2 乗より 64 小さくなる。最も小さい正の整数を x として二次方程式をつくり，それを解いて連続した 3 つの正の整数を求めよ。

（愛媛県 2009 年度）

解答欄

解

最も小さい正の整数を x とすると，

答

解答

最も小さい正の整数を x とすると，

連続する 3 つの正の整数は，x，$x+1$，$x+2$ となり，

$3\{x+(x+1)\}=(x+2)^2-64$

これを解くと，$x^2-2x-63=0$

$(x+7)(x-9)=0$

$x=-7$，9

x は正の整数だから，$x=-7$ は問題に適していない。

$x=9$ のとき，3 数は 9，10，11 となり，これは問題に適している。

答　9，10，11

【問 20】

同じ大きさの玉を使い,【規則】①, ②にしたがって, n 段重ねの立体をつくる。ただし, n は 2 以上の自然数とする。このとき, 次の問1～問4に答えなさい。

（鹿児島県 2009 年度）

【規則】

① いちばん下の段には, 縦横に n 個ずつの玉を, 正方形の形にぴったりとつめて並べ, 1から順に自然数の番号を 1 つずつつける。たとえば, $n=3$ のときは図 1 のようになる。

② 下の段において, 縦横に 2 個ずつ隣り合って並んでいる 4 個の玉のすべての間に, 玉を 1 個ずつ積み重ねて上の段をつくり, ①と同じように 1 から順に自然数の番号を 1 つずつつける。この操作を, いちばん上の段の玉が 1 個になるまで続ける。たとえば, $n=3$ のときは図 2 のようになる。

問1 4 段重ねの立体をつくるには, 全部で何個の玉が必要か。

問2 6 段重ねの立体で, 5 の倍数の番号のついた玉は全部で何個あるか。

図 1

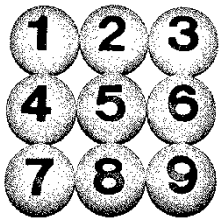
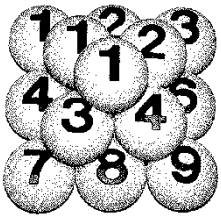


図 2



問3 図 2 の 3 段重ねの立体では, ちょうど 2 回使われる番号は 2, 3, 4 であり, それぞれ玉は, 2 個ずつ全部で 6 個ある。n 段重ねの立体で, ちょうど 2 回使われる番号のついた玉は, 全部で何個あるか。n を用いて表せ。

問4 n 段重ねの立体をつくるとき, 下から 2 段目まで積み重ねたところ, ちょうど 145 個の玉を必要とした。このとき, n の値を求めよ。ただし, n についての方程式と計算過程も書くこと。

解答欄

問1	個
問2	個
問3	個
問4	方程式と計算過程 答 $n=$

解答

問1　30 個

問2　16 個

問3　$4n-6$ 個

問4
いちばん下の段とその上の段の玉の個数は
それぞれ n^2 個と$(n-1)^2$ 個であるから
$n^2+(n-1)^2=145$
$n^2-n-72=0$
$(n+8)(n-9)=0$
$n=-8,\ n=9$
$n\geqq 2$ より $n=9$
答　$n=9$
解説
問3
n 段重ねの立体で，ちょうど 2 回使われる番号は，いちばん下の段とその真上の段にだけ共通な数字である。
いちばん下の段の玉は，1 から n^2
下から 2 段目の玉は，1 から$(n-1)^2$
下から 3 段目の玉は，1 から$(n-2)^2$
いちばん下の段と，その真上の段にだけ共通な数字の個数は
$2\times\{(n-1)^2-(n-2)^2\}=2(n^2-2n+1-n^2+4n-4)=2(2n-3)=4n-6$ 個

【問 21】

ある正の数 x がある。x の 2 乗から 12 をひいた数は，x に 6 を加えて 2 倍した数に等しい。このとき，x の値を求めよ。x の値を求める過程も，式と計算を含めて書け。

（香川県　2010 年度）

解答欄

〔x の値を求める過程〕

答　x の値

解答

〔x の値を求める過程〕

x の 2 乗から 12 をひいた数は x^2-12，x に 6 を加えて 2 倍した数は $2(x+6)$ と表される。したがって，$x^2-12=2(x+6)$

整理すると，$x^2-2x-24=0$，$(x+4)(x-6)=0$

よって，$x=-4$　または　$x=6$

x は正の数だから，$x=6$ は問題にあうが，$x=-4$ は問題にあわない。

答　x の値　6

【問 22】

連続した 3 つの自然数があり，最も大きい数と 2 番目に大きい数の 2 つの数の積は，最も小さい数の 6 倍より 20 大きくなった。

このとき，最も小さい自然数を x として，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（佐賀県 2011 年度 後期）

(1) 最も大きい数と 2 番目に大きい数を，それぞれ x を使って表しなさい。

(2) 3 つの自然数を求めなさい。ただし，x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

(1)	最も大きい数	
	2 番目に大きい数	
(2)		

解答

(1) 最も大きい数 $x+2$ ，2 番目に大きい数 $x+1$

(2)

$(x+1)(x+2)=6x+20$

$x^2-3x-18=0$

$(x+3)(x-6)=0$

$x=-3,\ 6$

$x>0$ より

$x=6$

答 6, 7, 8

【問 23】

2 つのさいころ A, B を同時に投げて, A の出た目を a, B の出た目を b として, 二次方程式 $x^2+ax-ab=0$ をつくります。この二次方程式の 1 つの解が $x=-6$ となるときの a, b の値ともう 1 つの解を, 2 組求めなさい。

（北海道　2012 年度）

解答欄

$a=$　　, $b=$　　, $x=$
$a=$　　, $b=$　　, $x=$

解答
・$a=3$, $b=6$, $x=3$　　・$a=4$, $b=3$, $x=2$

【問 24】

1 個 100 円で売ると, 1 日に 240 個売れる商品がある。この商品は 1 円値下げすることに, 1 日あたり 4 個多く売れる。この商品を x 円値下げした日の売り上げは 25600 円であった。このとき, x の方程式をつくり, 何円値下げしたかを求めなさい。

（栃木県　2012 年度）

解答欄

答　　円

解答
$(100-x)(240+4x)=25600$
$-4x^2+160x-1600=0$
$x^2-40x+400=0$
$(x-20)^2=0$
したがって $x=20$
答　20 円
解説
x 円値下げしたときの 1 個の商品の値段は $100-x$ (円) で, 1 日に売れる商品の数は, $240+4x$ (個)と表せる。この 1 日の売り上げが 25600 円より, $(100-x)(240+4x)=25600$
$-4x^2+160x-1600=0$　$x^2-40x+400=0$　$(x-20)^2=0$　$x=20$ (円)

【問 25】

ある数 x を 2 乗した数と，x に 3 を加えて 2 倍した数との和は 69 になります。ある数 x をすべて求めなさい。

（宮城県 2013 年度 前期）

解答欄

解答

-9, 7

解説

$x^2+2(x+3)=69$

$x^2+2x-63=0$

$(x+9)(x-7)=0$

$x=-9$, 7

【問 26】

ある正の数 x を 2 乗しなければならないところを，間違えて 2 倍したため答えが 24 小さくなった。この正の数 x の値を求めなさい。

（神奈川県 2013 年度）

解答欄

$x=$

解答

$x=6$

解説

$2x$ は x^2 よりも 24 小さいので $2x=x^2-24$

整理して $x^2-2x-24=0$

$(x-6)\ (x+4)=0$

$x=6$, -4

x は正の数より $x=6$

【問 27】

1～20 までの正の整数から 3 つの数を選び, それぞれ A, B, C とする。B は A より 5 小さい数であり, C は A の 2 倍より 1 小さい数である。

整数 A を x とするとき, (1)～(3)の各問いに答えなさい。

（佐賀県 2013 年度 一般）

(1) 整数 B を x を用いて表しなさい。

(2) 整数 C を x を用いて表しなさい。

(3) A と B の積が C を 3 倍したものより 25 小さいとき, 整数 A, B, C をそれぞれ求めなさい。

ただし, x についての方程式をつくり, 答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

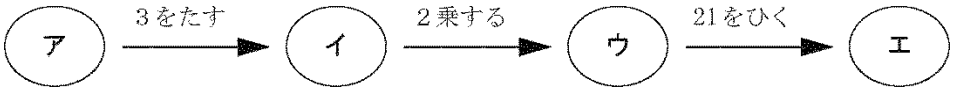
(1)	
(2)	
(3)	

解答
(1)$x-5$
(2)$2x-1$
(3)
$x(x-5)+25=\quad 3(2x-1)$
$x^2-11x+28=\quad 0$
$(x-4)(x-7)=\quad 0$
$x=\quad 4,\ 7$
A, B, C は 1 から 20 までの正の整数だから
$x=4$ のとき
A は 4, B は−1, C は 7 となり問題にあわない。
$x=7$ のとき
A は 7, B は 2, C は 13 となり問題にあっている。
答 整数 A は 7, B は 2, C は 13
解説
(1)
B は A より 5 小さいので, $x-5$
(2)
C は A の 2 倍より 1 小さいので, $2x-1$
(3)
A と B の積が C の 3 倍より 25 小さいので, $x(x-5)=3(2x-1)-25 \quad x^2-5x=6x-3-25$
$x^2-11x+28=0 \quad (x-4)(x-7)=0 \quad x=4,\ 7$ A, B, C は 1 から 20 までの整数だから
$x=4$ のとき, A＝4, B＝−1, C＝7 となり, 問題に合わない。
$x=7$ のとき, A＝7, B＝2, C＝13 となり, 問題に合う。

【問 28】

下の図で，ある数をアに当てはめると，イ，ウ，エの数は，書いてある計算のルールにしたがって順に決まっていく。ある数 x をアに当てはめて順に計算していくと，エの数が x を 10 倍した数と等しくなった。このとき，x についての方程式をつくり，x の値を求めなさい。

（熊本県 2014 年度）



解答欄

方程式
x の値

解答
方程式 $(x+3)^2-21=10x$
x の値 -2, 6
解説
x に 3 をたした数を 2 乗して 21 をひくと x の 10 倍になるので
$(x+3)^2-21=10x$
$x^2+6x+9-21=10x$
$x^2-4x-12=0$
$(x-6)(x+2)=0$
$x=6, -2$

【問 29】　工場 A では，製品 P の出荷数について，1 年目に 100 個出荷し，2 年目には 1 年目より x 割多く出荷し，3 年目には 2 年目より $2x$ 割多く出荷する計画を立てた。

このとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県　2015 年度）

問1　$x=1$ のとき，工場 A において，2 年目に出荷する製品 P の個数を求めなさい。

問2　工場 A において，3 年目に製品 P を 208 個出荷するとき，x についての方程式をつくり，x の値を求めなさい。ただし，$x>0$ とする。なお，答えを導くまでの途中経過も書きなさい。

解答欄	問1	個
	問2	答　$x=$

問1　110 個

問2

2 年目の出荷数は $100\left(1+\frac{x}{10}\right)$ 個だから,

$100\left(1+\frac{x}{10}\right)\left(1+\frac{2x}{10}\right)=208$

展開して整理すると,

$2x^2+30x-108=0$

解答　両辺を 2 で割ると,

$x^2+15x-54=0$

$(x-3)(x+18)=0$

したがって,

$x=3,\ x=-18$

$x>0$ だから, $x=-18$ は問題に適していない。

$x=3$ は問題に適している。

したがって, $x=3$

答　$x=3$

解説　問1

$x=1$ のとき, 製品 P の出荷数は, 1 年目に 100 個, 2 年目には 1 年目より 1 割多いから

$100\times\left(1+\frac{1}{10}\right)=100\times\frac{11}{10}=110$ 個

問2

製品 P の出荷数は

1 年目に 100 個

2 年目には 1 年目より x 割多いから $100\left(1+\frac{x}{10}\right)$ 個

3 年目は 2 年目より $2x$ 割多いから $100\left(1+\frac{x}{10}\right)\left(1+\frac{2x}{10}\right)$ 個と表せる。

3 年目には 208 個出荷するので $100\left(1+\frac{x}{10}\right)\left(1+\frac{2x}{10}\right)=208$　$(10+x)(10+2x)=208$

展開して整理すると $2x^2+30x-108=0$

$x^2+15x-54=0$

$(x-3)(x+18)=0$

$x=3,\ -18$

$x>0$ より

$x=3$

【問 30】

a, b は自然数とする。2 次方程式 $x^2+ax-b=0$ について, 次の問1～問3に答えなさい。

（岐阜県 2016 年度）

問1 $a=3$, $b=1$ のとき, 2 次方程式を解きなさい。

問2 $x=-6$, $x=3$ がともに 2 次方程式の解であるとき, a, b の値の組 (a, b) を求めなさい。

問3 $x=-3$ が 2 次方程式の 1 つの解であるとき, a, b の値の組は 2 つある。2 つの a, b の値の組(a, b) を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$

問2 (3, 18)

問3 (1, 6) , (2, 3)

解説

問1 $x^2+3x-1=0$ 解の公式より $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-1)}}{2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$

問2 $x=-6$ を代入すると$(-6)^2-6a-b=0$ $6a+b=36$…① $x=3$ を代入すると, $3^2+3a-b=0$
$3a-b=-9$…② ①+②より $9a=27$ $a=3$, ②に代入して $b=18$ よって, $(a, b)=(3, 18)$

問3 $x=-3$ を代入すると$(-3)^2-3a-b=0$ 変形して $3(3-a)=b$ b は自然数なので, $a=1$ のとき,
$b=6$ $a=2$ のとき $b=3$ よって, $(a, b)=(1, 6), (2, 3)$

【問 31】

4 つの数 a, b, c, d について, $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ab-cd$ とする。

たとえば, $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}=2\times3-4\times5=-14$ である。$\begin{vmatrix} x & x \\ 1 & 3x \end{vmatrix}=3$ をみたす x の値を求めよ。

（鹿児島県　2016 年度）

解答欄

$x=$

解答

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{21}}{2}$

解説

$x^2-1\times3x=3$

$x^2-3x-3=0$

解の公式より

$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times(-3)}}{2}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{21}}{2}$

【問 32】

2 次方程式 $x^2-5x-6=0$ の大きい方の解が, 2 次方程式 $x^2+ax-24=0$ の解の 1 つになっている。このときの a の値として正しいものを次の1～4の中から 1 つ選び, その番号を答えなさい。

（神奈川県　2017 年度）

1　$a=-2$　　2　$a=5$　　3　$a=10$　　4　$a=23$

解答欄

解答

1

解説

$x^2-5x-6=0$

$(x+1)(x-6)=0$

$x=-1, 6$

大きい方の解が $x^2+ax-24=0$ の解の 1 つになっているから

$x=6$ を代入して整理すると

$a=-2$

【問 33】

下の表は，1 段目に，1 から 20 までの自然数を，2 段目に，1 から 20 までの自然数を 2 乗した数を，それぞれ小さい順に左からかいたものの一部である。

1	2	3	4	5	6	…	20	←1段目
1	4	9	16	25	36	…	400	←2段目

この表において，

2	3
4	9

のように並んだ 4 つの数の組を

x	a
b	c

とする。

4 つの数 x, a, b, c の和が 242 となるとき，x についての 2 次方程式をつくり，x の値を求めなさい。ただし，答えを求めるまでの過程もかきなさい。

（山口県　2017 年度）

解答欄

〔解〕

答え　$x=$

解答
〔解〕
$a=x+1$, $b=x^2$, $c=(x+1)^2$
であり
4 つの数 x, a, b, c の和が 242 だから
$x+(x+1)+x^2+(x+1)^2=242$
$2x^2+4x-240=0$
両辺を 2 で割って
$x^2+2x-120=0$
$(x+12)(x-10)=0$
$x=-12$, 10
x は自然数だから $x=-12$ は問題にあわない。
また, $x=10$ のとき $a=11$, $b=100$, $c=121$ となり問題にあう。
答え $x=10$
解説
$a=x+1$, $b=x^2$, $c=(x+1)^2$ と表されるから, $x+a+b+c=242$ より,
$x+(x+1)+x^2+(x+1)^2=242$　$x+x+1+x^2+x^2+2x+1=242$　$2x^2+4x-240=0$
$x^2+2x-120=0$　$(x+12)(x-10)=0$　$x=-12$, 10
x は 1 から 19 までの自然数だから, $x=10$ は問題にあっているが, $x=-12$ は問題にあっていない。

【問 34】

3 つの正の整数 A, B, C がある。B は A より 5 大きい数であり, C は B より 5 大きい数である。整数 A を x とするとき, (1)～(3)の各問いに答えなさい。

（佐賀県　2017 年度　特色）

(1) 整数 B を, x を用いて表しなさい。

(2) A が 6 のとき, 整数 C を求めなさい。

(3) A を 2 乗した数が, B と C の和に等しいとき, 整数 A, B, C をそれぞれ求めなさい。ただし, x についての方程式をつくり, 答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	A＝　　, B＝　　, C＝

解答
(1)　$x+5$
(2)　16
(3)
A＝x, B＝$x+5$, C＝$x+10$ で
A^2＝B＋C より
$x^2=(x+5)+(x+10)$
$(x+3)(x-5)=0$
$x=-3, 5$
A は正の整数だから,
$x=-3$ は問題にあわない。
$x=5$ のとき, 3 つの正の整数は
5, 10, 15 となり問題にあっている。
答　A＝5, B＝10, C＝15
解説
(1)
B は A より 5 大きいから, B＝A＋5＝$x+5$
(2)
C は B より 5 大きいから, C＝B＋5＝$x+5+5=x+10$
A が 6 のとき, $x=6$ だから, C＝6＋10＝16
(3)
A を 2 乗した数が B と C の和に等しいから, A^2＝B＋C より, $x^2=(x+5)+(x+10)$
整理すると, $(x+3)(x-5)=0$　$x=-3, 5$　A は正の整数だから, $x=5$
$x=5$ のとき, B＝5＋5＝10　C＝5＋10＝15　A＝5, B＝10, C＝15 は問題にあっている。

【問 35】

ある数 x と，x を 2 乗した数との和は 3 である。このとき，x についての方程式をつくり，x の値を求めなさい。

（熊本県　2017 年度）

解答欄

方程式
x の値

解答

方程式　$x+x^2=3$

x の値　$\dfrac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

解説

x についての方程式は $x+x^2=3$ だから整理して

$x^2+x-3=0$

解の公式より

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$

$=\dfrac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

【問 36】

図1のような，正方形の紙とマグネットが，それぞれたくさんある。

図2のように，正方形の紙を，その一部が重なるように縦と横に並べ，マグネットでとめて，黒板に掲示することにした。ただし，マグネットは，正方形の紙の上下左右に 1 か所ずつとめるものとし，2 枚の紙が重なっている部分は，1 個のマグネットでとめるものとする。

例えば，図2のように，縦に 2 列，横に 2 列の計 4 枚の紙を掲示するときは，12 個のマグネットでとめることになる。

このとき，下の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（宮崎県　2017 年度）

図1

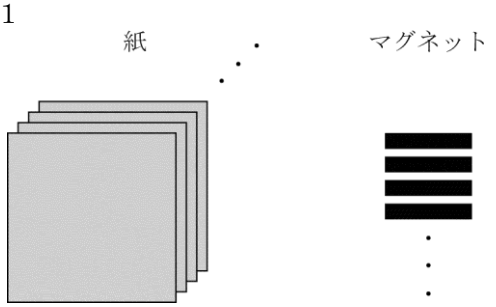
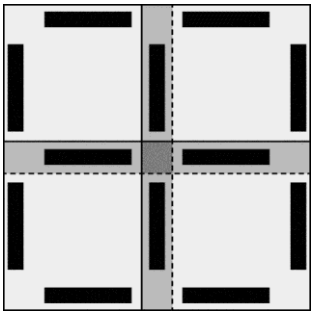


図2



(1) 縦に 3 列，横に 3 列の計 9 枚の紙を掲示するとき，使うマグネットは全部で何個か求めなさい。

(2) 「縦に 3 列，横に 3 列」のように，縦と横の列の数が同じになるように，紙を掲示したとき，使ったマグネットは全部で 180 個であった。

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 掲示した紙の，縦と横の列の数をそれぞれ x 列として，方程式をつくりなさい。

② 掲示した紙は全部で何枚か求めなさい。

解答欄

(1)		個
(2)	①	
	②	枚

解答
(1)　24 個
(2)
①　$2x^2+2x=180$
②　81 枚
解説
(1)
計 9 枚の正方形の紙の縦をとめるのに縦に並んだ 3 枚分で 3 個使い，それが 4 列分あるので，12 個。
同様に横をとめるのに横に並んだ 3 枚分で 3 個使い，それが 4 列分あるので，12 個。
よって合わせて 24 個。
(2)
①
x 列なので，正方形の紙の縦をとめるのに縦に並んだ x 枚分で x 個使い，それが$(x+1)$列分あるので，$x(x+1)$個。
同様に横をとめるのに横に並んだ x 枚分で x 個使い，それが $(x+1)$ 列分あるので，$x(x+1)$ 個。
よって，合わせて $x(x+1)+x(x+1)=2x^2+2x$ 個
これが 180 個だから，$2x^2+2x=180$
②
①　より
$2x^2+2x=180$
$x^2+x-90=0$
$(x+10)(x-9)=0$
$x=-10,\ 9$
よって $x>0$ だから
9 列になり，掲示した紙は全部で $9\times9=81$ 枚

【問 37】

商品 A は，1 個 120 円で売ると 1 日あたり 240 個売れ，1 円値下げするごとに 1 日あたり 4 個多く売れるものとする。

次の問1～問3に答えなさい。

（岐阜県 2018 年度）

問1 1 個 110 円で売るとき，1 日で売れる金額の合計はいくらになるかを求めなさい。

問2 x 円値下げするとき，1 日あたり何個売れるかを，x を使った式で表しなさい。

問3 1 個 120 円で売るときよりも，1 日で売れる金額の合計を 3600 円増やすためには，1 個何円で売るとよいかを求めなさい。

解答欄

問1	円
問2	個
問3	円

解答
問1 30800 円
問2 $(4x+240)$個
問3 90 円
解説
問1
10 円値下げして 110 円とすると，$4\times10=40$ 個多く売れるから
1 個 110 円で売るときの 1 日で売れる金額の合計は，$110\times(240+40)=30800$ 円
問2
x 円値下げすると $4x$ 個多く売れるから，1 日あたり売れる個数は$(240+4x)$個
問3
x 円値下げして売ったとすると，1 個あたりの値段は$(120-x)$円で
売れた個数は$(240+4x)$個だから$(120-x)(240+4x)-120\times240=3600$ $(120-x)(60+x)-120\times60=900$
$(x-120)(x+60)+7200=-900$ $x^2-60x-7200+7200=-900$ $x^2-60x+900=0$ $(x-30)^2=0$ $x=30$
よって売った値段は 1 個 $120-30=90$ 円である。

【問 38】

(1)～(3)の各問いに答えなさい。

（佐賀県 2019 年度 一般）

(1) 10 以下の素数をすべて書きなさい。

(2) 次の自然数の中から素数をすべて選び，書きなさい。

12，23，35，37，49，50，51，71，85，87，91

(3) ある素数 x を 2 乗したものに 52 を加えた数は，x を 17 倍した数に等しい。
このとき，素数 x を求めなさい。
ただし，x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	素数 x は

解答
(1)　2，3，5，7
(2)　23，37，71
(3)
$x^2+52=17x$
$x^2-17x+52=0$
$(x-4)(x-13)=0$
$x=4$，13
x は素数だから，$x=4$ は問題にあわない。
$x=13$ のとき，これは問題にあっている。
素数 x は　13
解説
(1)
素数は 1 とその数自身しか約数に持たない数だから，2，3，5，7
1 は素数ではないことに注意する。
(2)
100 より小さい数のうち素数でない数は，必ず 10 より小さい素数(2，3，5，7)のいずれかでわり切れるから，2，3，5，7 でわり切れない数が素数である。12，50 は 2 で，51，87 は 3 で，35，85 は 5 で，49，91 は 7 でわり切れるので，残った 23，37，71 が素数である。
(3)
ある素数 x を 2 乗したものに 52 を加えた数は，x を 17 倍した数に等しいので，
$x^2+52=17x$　$x^2-17x+52=0$　$(x-4)(x-13)=0$　$x=4$，13　x は素数だから，$x=4$ は問題にあわない。
$x=13$ は問題にあっている。

【問 39】

右のカレンダーの中にある 3 つの日付の数で，次の①～③の関係が成り立つものを求める。

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

① 最も小さい数と 2 番目に小さい数の 2 つの数は，上下に隣接している。

② 2 番目に小さい数と最も大きい数の 2 つの数は，左右に隣接している。

③ 最も小さい数の 2 乗と 2 番目に小さい数の 2 乗との和が，最も大きい数の 2 乗に等しい。

次の**問 1**，**問 2** に答えなさい。

（岐阜県 2020 年度）

問 1　2 番目に小さい数を x とすると，

(1)　①から，最も小さい数を x を使った式で表しなさい。

(2)　②から，最も大きい数を x を使った式で表しなさい。

(3)　①，②，③から，x についての 2 次方程式をつくり，$x^2+ax+b=0$ の形で表しなさい。

問 2　3 つの数を求めなさい。

解答欄

問 1	(1)	
	(2)	
	(3)	＝0
問 2		

解答

問１

(1)　$x-7$

(2)　$x+1$

(3)　$x^2-16x+48=0$

問２　5，12，13

解説

問１

(3)

(1)，(2)より，最も小さい数の２乗と２番目に小さい数の２乗との和が，最も大きい数の２乗に等しいことから，$(x-7)^2+x^2=(x+1)^2$　よって式を変形して，$x^2-16x+48=0$

問２

$x^2-16x+48=0$ より，$(x-12)(x-4)=0$　　$x=4$，12

$x=4$ のとき，最も小さい数は $x-7=-3$ となり，これは条件を満たさない。

$x=12$ のとき，最も小さい数は $x-7=5$，最も大きい数は $x+1=13$ であり，これは条件を満たす。

求める３つの数は，5，12，13。

【問 40】

太郎さんは庭に，次の 2 つの条件 1 ，2 を満たすような長方形の花だんを作ることにした。

(条件)

1 横の長さは，縦の長さより 5 m 長い。

2 花だんの面積は，24 m^2 である。

縦の長さを x m として方程式をつくると，次のようになる。

ア ＝24

したがって，この方程式を解くと，x＝ イ ， ウ となる。

x＝ イ は，縦の長さとしては適していないから，縦の長さは ウ m である。

このとき，上の ア には当てはまる式を，イ ，ウ には当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

（茨城県 2021 年度）

解答欄

ア	
イ	
ウ	

解答

ア　$x(x+5)$

イ　-8

ウ　3

【問 41】

連続する 2 つの自然数がある。この 2 つの自然数の積は，この 2 つの自然数の和より 55 大きい。このとき，連続する 2 つの自然数を求めなさい。

（新潟県 2021 年度）

解答欄

〔求め方〕

答

解答
〔求め方〕
連続する 2 つの自然数は，n を自然数とすると，n，$n+1$ とおける。
2 つの自然数の積は，和より 55 大きいから
$n(n+1)=n+n+1+55$
$(n-8)(n+7)=0$
n は自然数だから $n=8$
求める 2 つの自然数は 8，9
答　8，9

【問 42】

連続する 3 つの自然数を，それぞれ 2 乗して足すと 365 であった。

もとの 3 つの自然数のうち，もっとも小さい数を求めなさい。

（愛知県 A 2021 年度）

解答欄

解答
10
解説
連続する 3 つの自然数のうち，もっとも小さい数を x とすると，連続する 3 つの自然数は，
x，$x+1$，$x+2$ と表せる。
それぞれ 2 乗して足すと，$x^2+(x+1)^2+(x+2)^2=365 \Rightarrow x^2+2x-120=0$
$(x+12)(x-10)=0 \Rightarrow x$ は自然数なので，$x=10$

【問 43】

差が 1 である大小 2 つの正の数がある。これらの積が 3 であるとき，2 つの数のうち，大きい方を求めなさい。

（山口県 2021 年度）

解答欄

解答

$\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$

解説

差が 1 である大小 2 つの正の数のうち

大きい方を x とすると，小さい方は，$x-1$ と表せる。

2 つの数の積が 3 であることから

$x(x-1)=3 \quad \Rightarrow \quad x^2-x-3=0$

2 次方程式の解の公式より

$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{2}$

$x>0$ より

$x=\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$