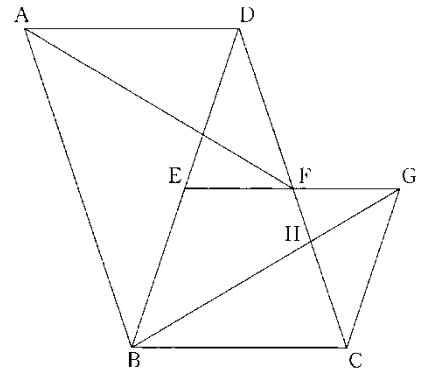


3. 合同の証明と長さ・求積などの複合問題 【2004 年度出題】

【問 1】

図において、四角形ABCDは平行四辺形であり、 $BD=CD=9\text{cm}$ である。線分BD, CDの中点をそれぞれE, Fとし、線分EFをF側に延長した線上に、四角形EBCGが平行四辺形になるように点Gをとり、BGとCDとの交点をHとする。あとの問いに答えなさい。

(山形県 2004 年度)



1 $\triangle FGH$ と $\triangle CBH$ は相似である。 $\triangle FGH$ と $\triangle CBH$ の相似比を求めなさい。

2 FHの長さを求めなさい。

3 この図において、 $\angle BHD=90^\circ$ であるとき、BHの長さを求めなさい。

4 $\triangle ADF$ と $\triangle BCG$ が合同であることを証明したい。次の証明を完成させなさい。

<証明>

$\triangle ADF$ と $\triangle BCG$ において

仮定より、 $DF=FC=DE=EB$

平行四辺形EBCGの対辺はそれぞれ等しいので

$EB=CG$

したがって、 $DF=CG$ …①

解答欄

1	:
2	cm
3	cm
4	<証明> △ADF と△BCG において, 仮定より, $DF=FC=DE=EB$ 平行四辺形 EBCG の対辺はそれぞれ等しいので, $EB=CG$ したがって, $DF=CG$ …①

解答

1 1:2

2 1.5cm

3 $3\sqrt{5}$ cm

4

<証明>

△ADFと△BCGにおいて

仮定より $DF=FC=DE=EB$

平行四辺形 EBCG の対辺はそれぞれ等しいので

$EB=CG$

したがって $DF=CG$ …①

平行四辺形 ABCD の対辺はそれぞれ等しいので

$AD=BC$ …②

$AD \parallel BC$ で、錯角が等しいから

$\angle BDA=\angle DBC$

二等辺三角形 DBC の底角は等しいので

$\angle DBC=\angle DCB$

したがって $\angle BDA=\angle DCB$ …③

$BD \parallel CG$ で、錯角が等しいので

$\angle BDC=\angle GCD$ …④

③, ④より $\angle BDA+\angle BDC=\angle DCB+\angle GCD$ だから

$\angle ADF=\angle BCG$ …⑤

①, ②, ⑤より

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ADF \equiv \triangle BCG$

解説

1

$\triangle DEF \equiv \triangle CGF$ より, $EF=GF$ $EF=\frac{1}{2}BC$ より, $GF=\frac{1}{2}BC$

よって, $\triangle FGH$ と $\triangle CBH$ の相似比は, $\frac{1}{2}:1=1:2$

2

$FH=\frac{1}{3}FC=\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}DC=\frac{1}{3} \times \frac{9}{2}=\frac{3}{2}=1.5\text{cm}$

3

$DH=DF+FH=4.5+1.5=6$

また $DB=9$ より

直角三角形 DBH において

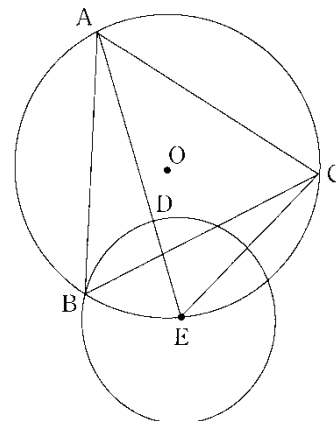
$BH=\sqrt{9^2-6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}\text{ cm}$

【問 2】

図のように、正三角形ABCの三つの頂点A, B, Cを通る円Oがあり、円Oの弧BC上の点Eを中心として点Bを通る円がある。点Eを中心とする円と線分AEとの交点をDとし、点Cと点Eを結んだ。

次の太郎さんと花子さんの会話文を読んで、後の(1), (2)の問いに答えなさい。

(群馬県 2004 年度)



太郎: 点Bと点E, 点Bと点Dを結んでみると, $\triangle BED$ は正三角形に見えるけれど本当かな。

花子: 確かめてみましょう。

太郎: 円周角の定理から, $\angle ACB = \angle \text{ア}$ が成り立つね。

$\triangle ABC$ は正三角形だから, $\angle \text{ア} = 60^\circ$ だよ。

花子: 点Eは円の中心なので, $EB = \text{イ}$ となるのね。

太郎: だから, $\triangle BED$ は正三角形になるというわけだね。

(1) ア , イ に適する記号をそれぞれ入れなさい。

(2) $\triangle BED$ が正三角形であることを用いて, $\triangle ABD$ と $\triangle CBE$ が合同になることを証明しなさい。

解答欄

(1)	ア	
	イ	
(2)	(証明)	

解答

(1)

ア $\angle AEB$ イ ED

(2)

(証明)

$\triangle ABD$ と $\triangle CBE$ において

$\triangle ABC$ は正三角形より

$AB = CB \cdots \textcircled{1}$

円周角の定理により

$\angle BAD = \angle BCE \cdots \textcircled{2}$

また

$\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 60^\circ - \angle DBC \cdots \textcircled{3}$

$\angle CBE = \angle DBE - \angle DBC = 60^\circ - \angle DBC \cdots \textcircled{4}$

$\textcircled{3}, \textcircled{4}$ より

$\angle ABD = \angle CBE \cdots \textcircled{5}$

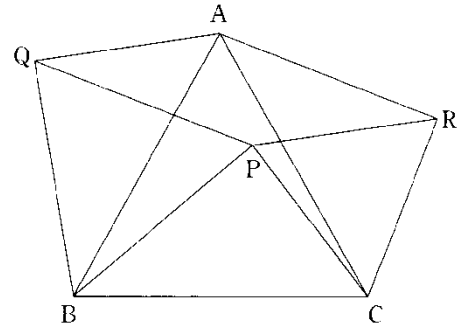
$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{5}$ より

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABD \equiv \triangle CBE$

【問 3】

右の図のように、正三角形 ABC の辺を除く内部に点 P をとって $\triangle PBC$ をつくり、 $\triangle PBC$ の辺 PB , PC をそれぞれ 1 辺とする正三角形 QBP , 正三角形 RPC を、 $\triangle PBC$ の外部につくります。このとき、 $\triangle PBC$ と $\triangle QBA$ が合同であることが証明されれば、四角形 $AQPR$ が平行四辺形であることは、次のように証明できます。



四角形 $AQPR$ が平行四辺形であることの証明

$$\triangle PBC \equiv \triangle QBA \quad \cdots (\ast)$$

よって、 $PC = QA$

$\triangle RPC$ は正三角形だから、 $PC = PR$

したがって、 $QA = PR \quad \cdots (\text{ア})$

また、 $(\ast)$ を証明するのと同じようにして $\triangle PBC \equiv \triangle RAC$

よって、 $PB = RA$

$\triangle QBP$ は正三角形だから、 $PB = PQ$

したがって、 $RA = PQ \quad \cdots (\text{イ})$

(ア) と (イ) から、2 組の向かいあう辺がそれぞれ等しいので、四角形 $AQPR$ は平行四辺形である。

このとき、次の各問に答えなさい。

(埼玉県 2004 年度)

(1) $\triangle PBC$ と $\triangle QBA$ が合同であることを証明しなさい。

(2) $\triangle PBC$ に条件をつけ加えると、四角形 $AQPR$ は平行四辺形の特別な形になるときがあります。そのときの四角形の名称を一つ答え、その四角形となるために、 $\triangle PBC$ につけ加える条件を答えなさい。

解答欄

(1)	(証明)		
(2)	四角形の名称		
	つけ加える条件		

解答

(1)

(証明)

$\triangle PBC$ と $\triangle QBA$ において

$\triangle ABC$ が正三角形だから

$BC=BA$ —①

$\angle ABC=60^\circ$ —②

$\triangle QBP$ が正三角形だから

$BP=BQ$ —③

$\angle QBP=60^\circ$ —④

②より, $\angle PBC = \angle ABC - \angle ABP = 60^\circ - \angle ABP$

④より, $\angle QBA = \angle QBP - \angle ABP = 60^\circ - \angle ABP$

$\angle ABP$ は共通だから

$\angle PBC = \angle QBA$ —⑤

①, ③, ⑤から

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle PBC \equiv \triangle QBA$

(2)

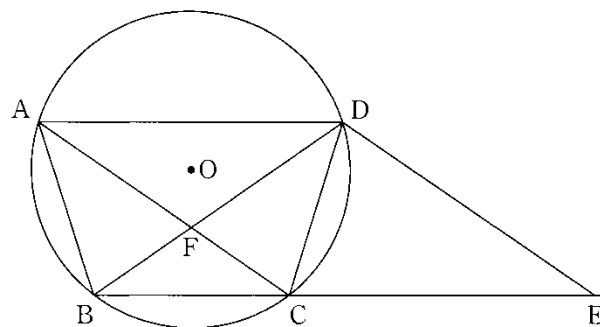
(四角形の名称) (例) ひし形

(つけ加える条件) $PB=PC$

【問 4】

右の図のように、円 O の周上に 4 点 A, B, C, D を、四角形 $ABCD$ が $AD \parallel BC$ となるようにとる。また、線分 BC の延長上に点 E を、 $AC \parallel DE$ となるようにとる。線分 AC と線分 BD との交点を F とするとき、次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2004 年度)



(ア) 三角形 ABD と三角形 CDE が合同であることを次の

ように証明した、空欄にあてはまるものとして最も適するものを、 ～ には【A 群】から、

～ には【B 群】から、それぞれ 1 つずつ選び、その番号を書きなさい。

[証明]

$\triangle ABD$ と $\triangle CDE$ において、

まず、2 組の向かい合う辺がそれぞれ平行なので、

四角形 $ACED$ は平行四辺形である。

平行四辺形の向かい合う辺は等しいから、

…①

次に、 から、

$\angle ADB = \angle ACB$ …②

また、 $AC \parallel DE$ より

から、

$\angle ACB = \angle DEC$ …③

②, ③より、 $\angle ADB = \angle DEC$ …④

さらに、 $AD \parallel BC$ より平行線の錯角は等しいから、

…⑤

④, ⑤より、 $\angle DBC = \angle DEC$ …⑥

よって、⑥より $\triangle DBE$ は二等辺三角形となるので、

…⑦

①, ④, ⑦より、 から、

$\triangle ABD \equiv \triangle CDE$

【A 群】

1. 平行線の錯角は等しい

2. 平行線の同位角は等しい

3. 弧 $\widehat{AB}$ に対する円周角は等しい

4. 弧 $\widehat{BC}$ に対する円周角は等しい

5. 3 辺がそれぞれ等しい

6. 2 辺とその間の角がそれぞれ等しい

7. 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しい

【B 群】

1. $AB=DC$

2. $AC=BD$

3. $AD=CE$

4. $BD=DE$

5. $\angle ABD=\angle ACD$

6. $\angle ADB=\angle DBC$

7. $\angle BAC=\angle BDC$

(イ) $BC=3\text{ cm}$, $CE=5\text{ cm}$, $CE=DE$ のとき, 線分 AF の長さを求めなさい。

解答欄

(ア)	(a)		(b)		(c)		(d)	
(イ)	cm							

解答

(ア) (a) 3 (b) 3 (c) 2 (d) 6 (e) 4 (f) 6

(イ) $\frac{25}{8}\text{ cm}$

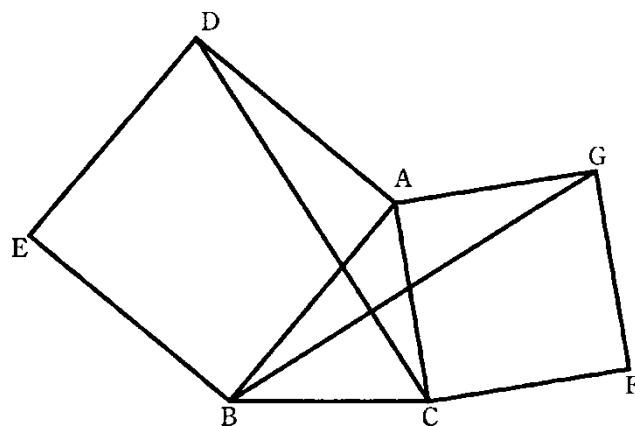
解説

(イ)
 $CE=DE=AC=5$
 $\triangle AFD$ と $\triangle CFB$ において
 $AD \parallel BC$ より $\angle FAD = \angle FCB$, $\angle FDA = \angle FBC$
2 組の角がそれぞれ等しいから $\triangle AFD \sim \triangle CFB$
よって $AF:FC=AD:BC=5:3$
 $AF=5 \times \frac{5}{5+3} = \frac{25}{8}\text{ cm}$

【問 5】

図のように、 $\triangle ABC$ の 2 辺 AB , AC をそれぞれ 1 辺とする正方形 $ADEB$, $ACFG$ を $\triangle ABC$ の外側につくる。このとき、 $\triangle ABG \equiv \triangle ADC$ であることを証明しなさい。ただし、 $\angle BAC$ は 90° より小さいものとする。

(新潟県 2004 年度)



解答欄

〔証明〕

解答

〔証明〕

$\triangle ABG$ と $\triangle ADC$ において

仮定より

$AB = AD \cdots \text{ア}$

$AG = AC \cdots \text{イ}$

$\angle BAG = 90^\circ + \angle BAC = \angle DAC \cdots \text{ウ}$

ア, イ, ウより

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABG \equiv \triangle ADC$

【問 6】

あいさんは、次の【図形の問題】を証明するために、お兄さんに相談しました。下の【2 人の会話】は、そのときの内容の一部を示したものです。このとき、あとの各問いに答えなさい。

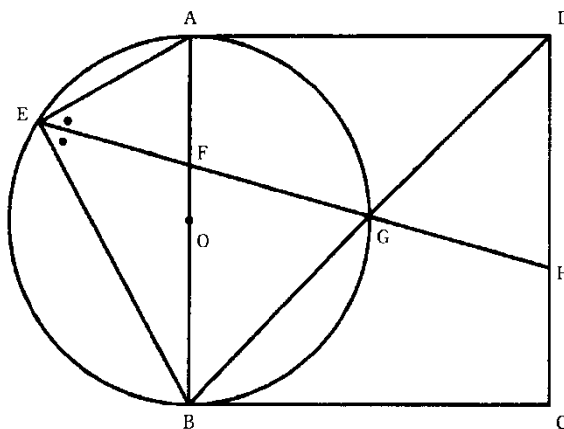
(三重県 2004 年度)

【図形の問題】

次の図のように、正方形 ABCD と辺 AB を直径とする円 O がある。円 O の弧 AB のうち、正方形 ABCD の外側にある弧の上に点 E をとり、 $\angle AEB$ の二等分線と、辺 AB、円 O、辺 CD との交点をそれぞれ F、G、H とする。

また、点 G から頂点 B、D へそれぞれ線分 GB、GD をひく。

このとき、 $\triangle GBF \equiv \triangle GDH$ を証明しなさい。



【2 人の会話】

(あいさん) $\triangle GBF$ と $\triangle GDH$ では、 $\angle BGF$ と $\angle DGH$ が対頂角だから等しいよね。

(お兄さん) 対頂角は、2 直線が交わってできる角だよ。問題には、「点 G から頂点 B、D へそれぞれ線分 GB、GD をひく」とあるから、3 点 B、G、D が一直線上に並んでいると決めつけていいのかな。

(あいさん) でも、問題の図では、3 点 B、G、D が一直線上に並んでいるように見えるよ。

(お兄さん) そう見えるけれど、本当に一直線上に並んでいるかどうか分からないから、まず 3 点 B、G、D が一直線上に並んでいることを証明する必要があるよ。

(あいさん) $\angle BGD = \boxed{72}^\circ$ を証明するのかな。でも、どうすればいいの。

(お兄さん) 2 つの合同な三角形ができるように、補助線を 1 本ひいてごらん。それらの三角形の角を使った等式を考えるといいよ。

(あいさん) それじゃ、 $\boxed{18} = \boxed{72}^\circ$ という等式が成り立つことを証明すればいいの。
(※)

(お兄さん) そうだね、それで 3 点 B、G、D が一直線上に並んでいることがいえるね。そのことを使えば、 $\triangle GBF \equiv \triangle GDH$ が証明できるよ。

(1) 【2 人の会話】を参考にして、次の各問いに答えなさい。

① ア にあてはまる値を書きなさい。

② イ にあてはまる式を書きなさい。

③ 次の〈証明〉は、【2 人の会話】をもとにして、あいさんが $\triangle GBF \equiv \triangle GDH$ を証明したものです。次の

《Ⅰ》 と 《Ⅱ》 に適切なことがらを書き入れて〈証明〉を完成しなさい。

ただし、《Ⅰ》 には、【2 人の会話】の中にある下線部(※)の等式の証明を書き入れなさい。

〈証明〉

《Ⅰ》

このことより、3 点 B, G, D は一直線上に並んでいる。

$\triangle GBF$ と $\triangle GDH$ において、

《Ⅱ》

よって、 $\triangle GBF \equiv \triangle GDH$

(2) 【図形の問題】において、 $AB=10\text{cm}$ 、 $AE=6\text{cm}$ のとき、線分 EF と線分 FG の長さの比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

(1)	①	(7)	
	②	(1)	
	③	《Ⅰ》	
		《Ⅱ》	
(2)	EF:FG= :		

解答

(1)

① (ア) 180

② (イ)(解答例) $\angle AGB + \angle AGD$

③ << I >>

$\triangle AGB$ と $\triangle AGD$ において

$AG = AG$ (共通) …①

$AB = AD$ (正方形の一边) …②

$\angle BAG = \angle BEG = 45^\circ$ ($\widehat{BG}$ の円周角)

$\angle DAG = \angle DAB - \angle BAG = 45^\circ$

よって, $\angle BAG = \angle DAG$ …③

以上, ①, ②, ③より

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AGB \equiv \triangle AGD$ …④

また, AB が直径より, $\angle AGB = 90^\circ$

④より, $\angle AGD = \angle AGB = 90^\circ$

よって, $\angle AGB + \angle AGD = 180^\circ$

<< II >>

$BG = DG$ …㉞

$\angle BGF = \angle DGH$ (対頂角) …㉟

$AB \parallel DC$ より, $\angle FBG = \angle HDG$ (錯角) …㊱

以上, ㉞, ㉟, ㊱より

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

(2)

$EF:FG = 24:25$

解説

(2)

$\triangle ABE$ において三平方の定理より $BE^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$ $BE = 8\text{cm}$

また $\triangle ABG$ は直角二等辺三角形だから, $AG = BG = 5\sqrt{2}\text{cm}$

ここで $\triangle EBF \sim \triangle AGF$ より $EF:AF = EB:AG = 8:5\sqrt{2}$

よって $EF = \frac{8}{5\sqrt{2}} AF = \frac{4\sqrt{2}}{5} AF$

また $\triangle AEF \sim \triangle GBF$ より

$AF:GF = AE:GB = 6:5\sqrt{2}$

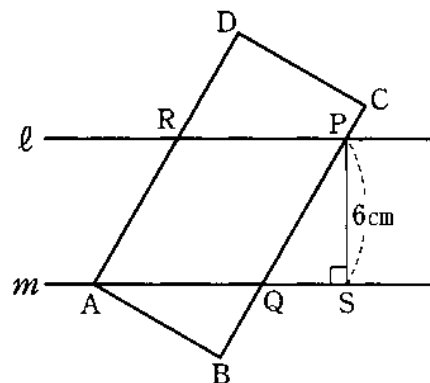
よって $FG = \frac{5\sqrt{2}}{6} AF$

したがって $EF:FG = \frac{4\sqrt{2}}{5} AF : \frac{5\sqrt{2}}{6} AF = 24:25$

【問 7】

右の図の2直線 ℓ , m は平行で、その間隔は6cm である。四角形ABCDは、 $AB=6\text{cm}$, $AD=12\text{cm}$ の長方形であり、頂点Aは直線 m 上にあって、辺BCは2直線 ℓ , m と交わっている。辺BCと直線 ℓ , m との交点をそれぞれP, Q, 辺ADと直線 ℓ との交点をRとする。また、点Pから直線 m にひいた垂線と直線 m との交点をSとする。各問いに答えよ。

(奈良県 2004 年度)



- (1) $\angle DRP + \angle QAB$ の大きさを求めよ。
- (2) $AQ = a \text{ cm}$ として、四角形AQPRの面積を a を用いて表せ。
- (3) $\triangle ABQ \equiv \triangle PSQ$ であることを証明せよ。
- (4) $CP = 2\text{cm}$ のとき、線分BQの長さを求めよ。

解答欄

(1)	度
(2)	cm^2
(3)	〔証明〕
(4)	cm

解答

(1) 90 度

(2) $6a \text{ cm}^2$

(3)

〔証明〕

$\triangle ABQ$ と $\triangle PSQ$ において

仮定から

$$AB = PS = 6 \text{ cm} \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle ABQ = \angle PSQ = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

対頂角は等しいから

$$\angle AQB = \angle PQS \cdots \textcircled{3}$$

三角形の内角の和は 180° であり $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ が成り立つから

$$\angle BAQ = \angle SPQ \cdots \textcircled{4}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{4}$ より

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABQ \equiv \triangle PSQ$$

$$(4) \quad \frac{16}{5} \text{ cm}$$

解説

(1)

$\ell \parallel m$ より, $\angle DRP = \angle DAQ$ である。 $\angle DRP + \angle QAB = \angle DAQ + \angle QAB = 90^\circ$

(4)

(3) より, $AQ = PQ$ である。

$AQ = PQ = a \text{ cm}$, $BQ = x \text{ cm}$ とすると

$$BC = 12 \text{ cm} \text{ より, } x + a + 2 = 12 \cdots \textcircled{1}$$

また, $\triangle ABQ$ は, $\angle ABQ = 90^\circ$ の直角三角形であり

三平方の定理が成り立つから $a^2 = x^2 + 6^2 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を連立方程式として解く。

$$x + a + 2 = 12 \cdots \textcircled{1}$$

$$a^2 = x^2 + 6^2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ より, } a = 10 - x \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' \text{ を } \textcircled{2} \text{ に代入すると } (10 - x)^2 = x^2 + 6^2$$

$$100 - 20x + x^2 = x^2 + 36$$

$$-20x = -64$$

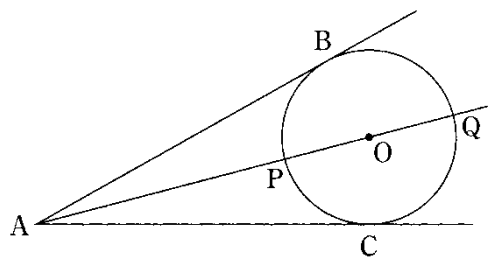
$$x = \frac{64}{20} = \frac{16}{5} \text{ cm}$$

【問 8】

右の図のように、点 A から円 O に 2 つの接線をひき、そのときの接点を B, C とする。また、直線 AO と円との交点をそれぞれ P, Q とする。

このとき、次の〔問 1〕～〔問 3〕に答えなさい。

(和歌山県 2004 年度)



〔問 1〕 $\triangle AOB$ と $\triangle AOC$ が合同であることを証明しなさい。

〔問 2〕 $\angle BAC = a^\circ$ のとき、 $\angle BQC$ の大きさを a の式で表しなさい。

〔問 3〕 $AP = 8\text{cm}$, $AB = 12\text{cm}$ のとき、円 O の半径を求めなさい。

解答欄

〔問1〕	(証明)
〔問2〕	度
〔問3〕	cm

解答

〔問1〕

(証明)

$\triangle AOB$ と $\triangle AOC$ で

$AO=AO$ (共通) …①

$OB=OC$ (半径) …②

直線 AB, AC は円 O の接線だから

$\angle ABO = \angle ACO = 90^\circ$ …③

①, ②, ③から

直角三角形において斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので

$\triangle AOB \equiv \triangle AOC$

〔問2〕 $90 - \frac{a}{2}$ 度

〔問3〕 5cm

解説

〔問2〕

$\angle ABO = \angle ACO = 90^\circ$

また, 四角形の内角の和は 360° だから

$\angle BOC = 360^\circ - (\angle BAC + \angle ABO + \angle ACO)$

$= 360^\circ - (a^\circ + 90^\circ + 90^\circ)$

$= 180^\circ - a^\circ$

$\angle BQC = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} (180^\circ - a^\circ) = 90 - \frac{a}{2}$ 度

〔問3〕

円 O の半径を x cm とおくと, $\triangle AOB$ で三平方の定理より

$OA^2 = AB^2 + OB^2$

$(x+8)^2 = 12^2 + x^2$

$x^2 + 16x + 64 = 144 + x^2$

よって $x = 5$ cm

【問 9】

図 1 のように、平行四辺形 $ABCD$ の辺 AB 上に $BC=EC$ となる点 E をとり、対角線 AC と線分 ED の交点を F とする。次の問 1、問 2 に答えなさい。

(島根県 2004 年度)

問 1 $\triangle ABC \equiv \triangle DCE$ であることを証明しなさい。

問 2 図 2 のように、点 A から辺 BC に垂線 AH をひいたところ、

$AH=12\text{cm}$, $BH=5\text{cm}$, $HC=\frac{3}{2}\text{cm}$ であった。また、点

C から辺 AB に垂線 CM をひいた。次の 1～5 に答えなさい。

1. 解答用紙の図において、点 A を通り直線 BC に垂直な直線を作図しなさい。作図で用いた線は消さないこと。

2. $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

3. 辺 AB の長さを求めなさい。

4. 線分 BM の長さを求めなさい。

5. $\triangle ECF$ の面積を求めなさい。

図 1

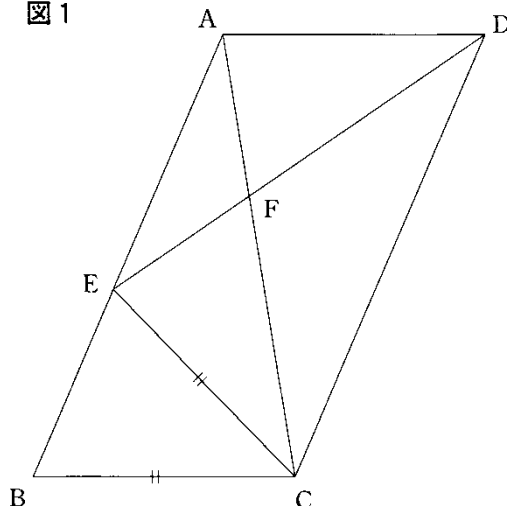
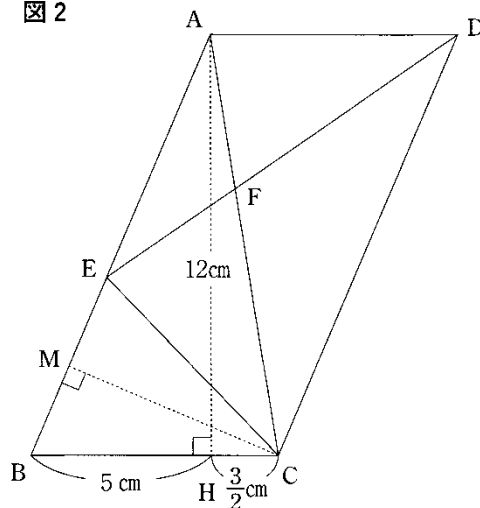


図 2



問1	証明		
問2	1	• A B ————— C	
	2	cm ²	
	3	cm	
	4	cm	
	5	cm ²	

解答

問1

(証明)

$\triangle ABC$ と $\triangle DCE$ において

$AB=DC$ (平行四辺形の向かい合う辺) …①

$BC=CE$ (仮定) …②

$\triangle BCE$ は二等辺三角形より

$\angle CBA = \angle CEB$

$AB \parallel DC$ より

$\angle CEB = \angle ECD$

よって $\angle CBA = \angle ECD$ …③

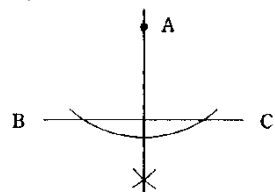
①, ②, ③より

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABC \equiv \triangle DCE$

問2

1.



2. 39 cm^2

3. 13 cm

4. $\frac{5}{2} \text{ cm}$

5. $\frac{104}{7} \text{ cm}^2$

解説

問 2

2.

$$\triangle ABC = \left(5 + \frac{3}{2}\right) \times 12 \times \frac{1}{2} = 39 \text{ cm}^2$$

3.

$$AB = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \text{ cm}$$

4.

$$AC = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 12^2} = \frac{3\sqrt{65}}{2} \text{ cm}$$

$$BM = x \text{ cm とおく。} \quad AM = 13 - x$$

$$\left(\frac{13}{2}\right)^2 - x^2 = \left(\frac{3\sqrt{65}}{2}\right)^2 - (13 - x)^2$$

$$\frac{169}{4} - x^2 = \frac{585}{4} - 169 + 26x - x^2$$

$$26x = 65 \quad x = \frac{5}{2} \text{ cm}$$

5.

$$AE = 13 - 5 = 8$$

$$MC = \sqrt{\left(5 + \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = 6$$

$$\triangle EBC = 5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$$

$$\triangle AEF = 8 \times 6 \times \frac{8}{13+8} \times \frac{1}{2} = \frac{64}{7}$$

$$\triangle ECF = \triangle ABC - \triangle AEF - \triangle EBC$$

$$= 39 - \frac{64}{7} - 15 = \frac{104}{7} \text{ cm}^2$$

【問 10】

図 1 のように、 $AE=AD$ 、 $AB=2AE$ の直方体 $ABCD-EFGH$ があり、面 $AEFB$ 上に辺 EF を直径とする半円をかき、この半円と辺 AB との接点を T とする。点 P を線分 AT の両端をのぞいた部分にとり、点 P と点 D 、点 P と点 E をそれぞれ結び、線分 EP と弧 ET との交点のうち、点 E と異なる点を Q とする。また、点 F と点 Q を結ぶ。

このとき、次の①、②では指示に従って答え、③では に適当な数を書き入れなさい。

(岡山県 2004 年度)

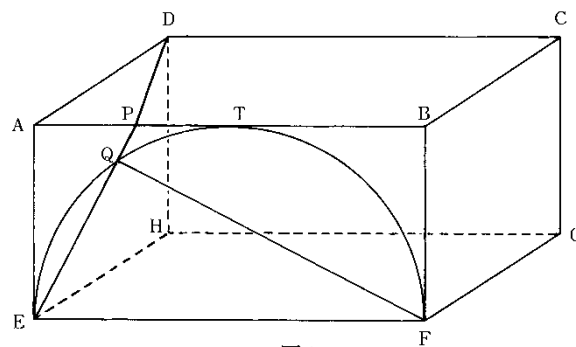


図 1

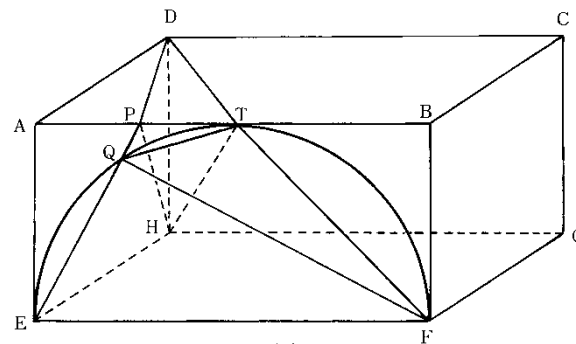


図 2

- ① $\triangle AEP \equiv \triangle ADP$ となることを、次のように証明した。 に適当な記号またはことばを書き入れなさい。

〔証明〕

$\triangle AEP$ と $\triangle ADP$ において、四角形 $AEFB$ と四角形 $ABCD$ は長方形であるから、

$\angle EAP = \angle$ $\cdots (1)$

仮定より、 $AE = AD \cdots (2)$

AP は共通 $\cdots (3)$

(1), (2), (3)より、 がそれぞれ等しいから、

$\triangle AEP \equiv \triangle ADP$

- ② $\triangle QFE \sim \triangle ADP$ を証明しなさい。

- ③ 図 2 は、さらに、点 T と点 D 、点 T と点 F 、点 T と点 Q 、点 T と点 H 、点 P と点 H をそれぞれ結んだものである。

$EF = 2 \text{ cm}$ とし、 $EQ = 1 \text{ cm}$ であるとき、 $FQ =$ cm 、 $\angle TFQ =$ $^\circ$ であり、弧 QT と弦 QT で囲まれた部分の面積は cm^2 である。

また、三角錐 $HDPT$ の体積は cm^3 である。

解答欄

①	(ℓ)	
	(ι)	
②	(証明)	
③	(ℓ)	cm
	(ι)	°
	(ψ)	cm ²
	(⊔)	cm ³

解答

①

(ア) DAP

(イ) 2 辺とその間の角

②

(証明)

$\triangle QFE$ と $\triangle ADP$ において

辺 EF が半円の直径で、点 Q が弧 $\widehat{ET}$ 上にあるから

$$\angle EQF = 90^\circ$$

また、四角形 $ABCD$ は長方形だから $\angle PAD = 90^\circ$

$$\text{よって、}\angle EQF = \angle PAD \cdots (1)$$

次に、 $AB \parallel EF$ で錯角は等しいから

$$\angle FEQ = \angle EPA \cdots (2)$$

①より $\triangle AEP \equiv \triangle ADP$ であるから

$$\angle EPA = \angle DPA \cdots (3)$$

(2), (3)より

$$\angle FEQ = \angle DPA \cdots (4)$$

(1), (4)より

2 組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle QFE \sim \triangle ADP$$

③

(ア) $\sqrt{3}$ cm

(イ) 15°

(ウ) $\frac{\pi}{12} - \frac{1}{4}$ cm²

(エ) $\frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3}}{18}$ cm³

解説

③

(ア)

$\triangle QFE$ は直角三角形で、 $FQ^2 + EQ^2 = EF^2$ が成り立つ。 $FQ = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ cm

(イ)

辺 EF の中点を O とすると $\triangle TOF$ は $OT = OF$ の直角二等辺三角形であるから

$\angle TFO = 45^\circ$ となる。 $\triangle QFE$ は、 $EF : EQ = 2 : 1$ の直角三角形なので $\angle QFE = 30^\circ$ である。

したがって $\angle TFQ = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ となる。

(ウ)

$\angle TFQ = 15^\circ$ より、 $\angle TOQ = 30^\circ$ となる。

よって求める部分の面積は中心角が 30° のおうぎ形 OQT から、 $\triangle OQT$ の面積をひいたものである。

おうぎ形 OQT の面積 $= 1^2 \times \pi \times \frac{30}{360} = \frac{\pi}{12}$ cm 点 Q から、 OT へ垂線 QS をひくと

$$OQ : QS = 2 : 1 \text{ であるから } QS = \frac{1}{2} \text{ cm}$$

$$\text{よって } \triangle OQT = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{したがって求める面積は } \frac{\pi}{12} - \frac{1}{4} \text{ cm}^2$$

(エ)

$\triangle QFE$ は $EQ : QF = 1 : \sqrt{3}$ の直角三角形であるから②より $\triangle ADP$ も、 $PA : AD = 1 : \sqrt{3}$

$$\text{よって } PA = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ cm である。よって } PT = AT - PA = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

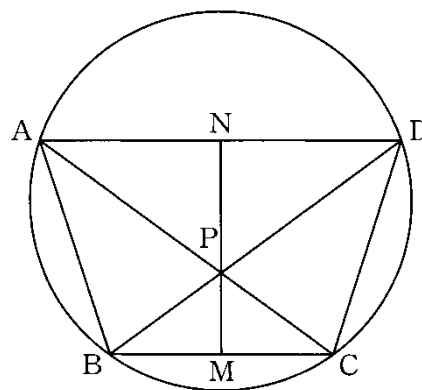
三角錐 $HDPT$ の底面を $\triangle DPT$ とすると、求める体積は、 $\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \times 1 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3}}{18}$ cm³ となる。

【問 11】

右の図で、点 A, B, C, D は、円の周上にあり、 $AB=CD$ である。線分 AC と線分 BD の交点を P 、線分 BC の中点を M 、直線 MP と線分 AD の交点を N とする。

次の(1)、(2)に答えなさい。

(山口県 2004 年度)



(1) $\triangle ABP \equiv \triangle DCP$ であることを証明しなさい。

(2) $MN = 4\text{ cm}$, $BC = 3\text{ cm}$, $AD = 5\text{ cm}$ のとき、 $\triangle ABP$ の面積を求めなさい。

解答欄

(1)	証明	
(2)		cm^2

解答

(1)

証明

$\triangle ABP$ と $\triangle DCP$ で

仮定から, $AB=DC$ …①

弧 AD に対する円周角は等しいから

$$\angle ABD = \angle DCA$$

よって, $\angle ABP = \angle DCP$ …②

また, 弧 BC に対する円周角は等しいから

$$\angle BAC = \angle CDB$$

よって, $\angle BAP = \angle CDP$ …③

①, ②, ③から

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABP \equiv \triangle DCP$$

$$(2) \quad \frac{15}{4} \text{ cm}^2$$

解説

(2)

$\triangle ABP \equiv \triangle DCP$ より $PB=PC$

よって $\triangle PBC$ は二等辺三角形である。

PM は BC の二等分線だから $PM \perp BC$

$$\text{よって } \triangle ABC = 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

また $\triangle PBC \sim \triangle PDA$, $BC:DA=3:5$ より

$$PC:PA=3:5$$

$$\text{したがって } \triangle ABP = 6 \times \frac{5}{3+5} = \frac{15}{4} \text{ cm}^2$$

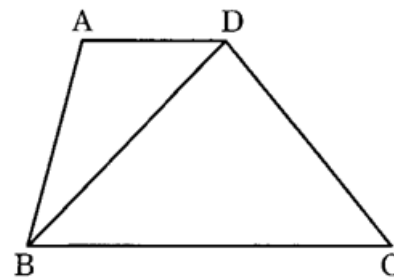
【問 12】

AD // BC の台形 ABCD について、次の (1)～(3) に答えなさい。

(徳島県 2004 年度)

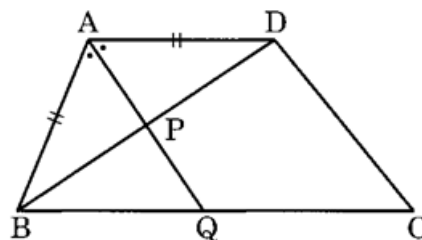
- (1) 図 1 で、点 A から線分 BD にひいた垂線を、定規とコンパスの両方を使って、解答用紙に作図しなさい。なお、作図に使った線は消さずに残しておくこと。定規やコンパスを持っていない場合は、作図の方法を、文章で書きなさい。

図 1



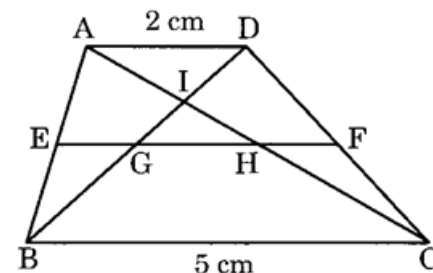
- (2) 図 2 のように、 $AB=AD$ のとき、 $\angle A$ の二等分線と線分 BD、辺 BC との交点をそれぞれ P、Q とする。このとき、 $\triangle APD \equiv \triangle QPB$ であることを証明しなさい。

図 2



- (3) 図 3 のように、 $AD=2\text{ cm}$ 、 $BC=5\text{ cm}$ 、辺 AB、DC の中点をそれぞれ E、F とする。線分 EF と線分 BD、AC との交点をそれぞれ G、H、線分 AC と線分 BD との交点を I とするとき、次の (a)・(b) に答えなさい。

図 3



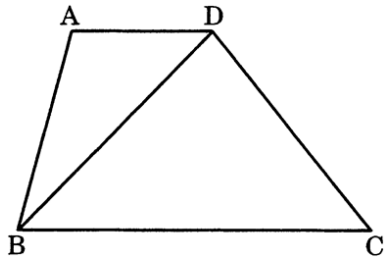
- (a) 線分 GH の長さを求めなさい。

- (b) 花子さんは、台形 ABCD の面積が、 $\triangle GHI$ の面積の何倍になっているか求めようとして、次のように考えた。

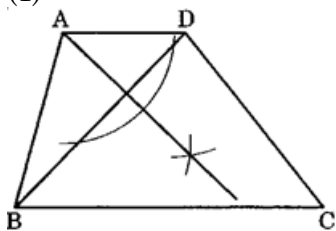
花子さんの考え

台形 ABCD の面積も、 $\triangle GHI$ の面積も、高さが分かれば、求めることができる。しかし、どちらの高さも分かっていない。そこで、台形 ABCD の高さを $h\text{ cm}$ とする。この h を使って、 $\triangle GHI$ の高さを表すことができれば、この問題は解けそうだ。

この花子さんの考えをもとに、台形 ABCD の面積は、 $\triangle GHI$ の面積の何倍になっているか、求めなさい。

(1)		
(2)	(証明)	
(3)	(a)	cm
	(b)	倍

(1)



点 A を中心とする円をかき、直線 BD との交点を P, Q とする。

その交点のうち直線 BD について点 A と反対側にある点を R とし、半直線 AR をひく。

(証明)

対頂角は等しいから

AD // BC で、錯角は等

$$\angle ADP = \angle QBP \dots \textcircled{2}$$
$$DP=BP\cdots\cdots\textcircled{3}$$

1 辺とその両端の角が、それぞれ等しいので

(3)

解説

(a)

また△BAD で中点連結定理より, $EG = \frac{1}{2} AD = 1\text{cm}$

(b)

また台形 AEFD の高さは $\frac{h}{2}$ cm, $\triangle GHI \sim \triangle DIA$ で相似比は, $2:1.5=4:3$

よって△GHI の高さは $\frac{h}{2} \times \frac{3}{4+3} = \frac{3}{14}h$ cm

$$\text{したがって } \frac{7}{2}h \div \frac{9}{56}h = \frac{7}{2} \times \frac{56}{9} = \frac{196}{9} \text{ 倍}$$

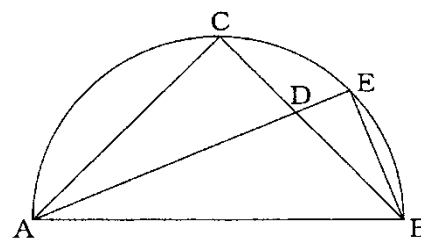
したがって $\frac{7}{2}h \div \frac{9}{56}h = \frac{7}{2} \times \frac{56}{9} = \frac{196}{9}$ 倍

【問 13】

右の図のように、線分 AB を直径とする半円があり、点 C は、 $CA=CB$ となる $\widehat{AB}$ 上の点である。 $\angle CAB$ の二等分線をひき、線分 CB との交点を D 、 $\widehat{CB}$ との交点を E とし、点 E と点 B を結ぶ。

このとき、次の (1)、(2) の問いに答えなさい。

(香川県 2004 年度)



(1) $\triangle AEB \sim \triangle BED$ であることを証明せよ。

(2) 線分 AD の中点を F とする。点 F を通り、線分 AD に垂直な直線をひき、線分 AC との交点を G とするとき、 $\triangle AFG \equiv \triangle BED$ であることを証明せよ。

解答欄

(1)	証明
(2)	証明

解答

(1)

(証明)

$\triangle AEB$ と $\triangle BED$ において

$\angle E$ は共通 …①

仮定より

$\angle BAE = \angle CAE$

$\widehat{CE}$ に対する円周角は等しいから, $\angle CAE = \angle CBE$ $\angle CBE = \angle DBE$ だから

$\angle BAE = \angle DBE$ …②

①, ②より

2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AEB \sim \triangle BED$

(2)

(証明)

点 G と点 D を結ぶ。

$\triangle GAF$ と $\triangle GDF$ において

GF は共通。

仮定より

$AF = DF$, $\angle GFA = \angle GFD = 90^\circ$ …①

2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle GAF \equiv \triangle GDF$

よって, $\angle GAF = \angle GDF$

仮定より

$\angle GAF = \angle DAB$ だから, $\angle GDF = \angle DAB$ 錯角が等しいから

$GD \parallel AB$ …②

$\triangle CAB$ において

②より, $GD \parallel AB$ だから

$CG : CA = CD : CB$

仮定より

$CA = CB$ だから $CG = CD$

したがって $GA = CA - CG = CB - CD = DB$ …③

$\triangle AFG$ と $\triangle BED$ において,

AB は直径だから

$\angle AEB = 90^\circ$ …④

$\angle AEB = \angle DEB$ だから

①, ④より

$\angle GFA = \angle DEB = 90^\circ$

$\widehat{CE}$ に対する円周角は等しいから

$\angle GAF = \angle DBE$

③より, $GA = DB$

直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle AFG \equiv \triangle BED$

【問 14】

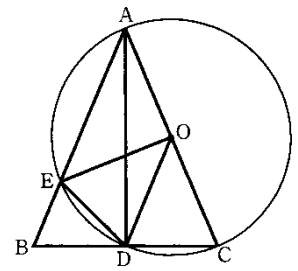
$AB = AC = 13 \text{ cm}$, $BC = 10 \text{ cm}$ の二等辺三角形 ABC がある。右の図 1 のように, $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC との交点を D とし, 辺 AC の中点を O とすると, 辺 AC を直径とする円 O は点 D を通る。また, 円 O と辺 AB との点 A 以外の交点を E とし, $\triangle OED$ をつくる。

このとき, 次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2004 年度)

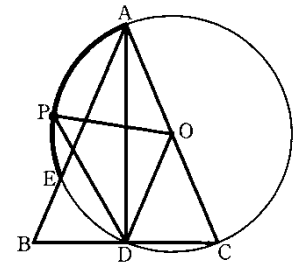
1 線分 AD の長さを求めよ。

図 1



2 $\triangle OCD \equiv \triangle OED$ であることを証明せよ。

図 2



3 線分 AE の長さを求めよ。

4 右の図 2 のように, 点 P が太線で示した $\widehat{AE}$ 上を点 A から点 E まで動くとき, $\triangle OPD$ の面積が最大となる点 P を解答欄に作図せよ。また, そのときの $\triangle OPD$ の面積を求めよ。ただし, 作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

解答欄

1	cm
2	(証明)
3	cm
4	cm^2

1

2

△

O

O

O

O

假

③

△

①

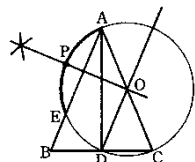
2

△

Q

4

1



解

1

 $\wedge$

3

B

△

ト

A

4

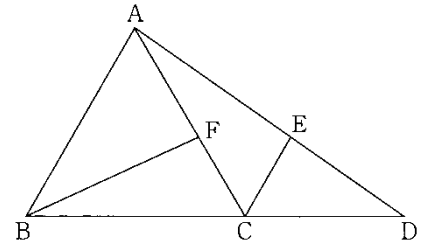
△

亭

 $\wedge$

【問 15】

図のように、1 辺の長さが 6cm の正三角形 ABC がある。BC の延長上に点 D をとり、線分 AD 上に $AB \parallel EC$ となるように点 E をとる。また、辺 AC 上に $CE = CF$ となるように点 F をとり、点 B と結ぶ。このとき、次の (1)・(2) の問いに答えなさい。



(高知県 2004 年度)

- (1) $\triangle BCF \equiv \triangle ACE$ を証明せよ。
- (2) $CD = 6\text{cm}$ のとき、点 B と点 E を結ぶ線分 BE の長さを求めよ。

解答欄

(1)	【証明】 $\triangle BCF$ と $\triangle ACE$ において ゆえに $\triangle BCF \equiv \triangle ACE$
(2)	cm

解答

(1) 【証明】

$\triangle BCF$ と $\triangle ACE$ において

仮定より, $CF=CE$ …①

$\triangle ABC$ は, 正三角形だから

$BC=AC$ …②

$\angle BCF=\angle BAC$

平行線の錯角は等しいから

$\angle ACE=\angle BAC$

したがって

$\angle BCF=\angle ACE$ …③

①, ②, ③より

2 辺とその間の角がそれぞれ等しい。

ゆえに $\triangle BCF \equiv \triangle ACE$

(2) $3\sqrt{7}$ cm

解説

(2)

頂点 A から BC に垂線 AG をおろす。 $AG^2=6^2-3^2=27$ $AG=3\sqrt{3}$ cm

頂点 E から CD に垂線 EH をおろす。

AB//EC より, $\angle ABC=\angle ECD=60^\circ$ よって, $EC=3$ cm

$\triangle ABG \sim \triangle ECH$ より, $AB:EC=AG:EH$ $6:3=3\sqrt{3}:EH$

$$EH = \frac{9\sqrt{3}}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$$

同様にして, $AB:EC=BG:CH$ $6:3=3:CH$

$$CH = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

$\triangle BHE$ で, 三平方の定理より

$$BE^2 = \left(6 + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{225}{4} + \frac{27}{4} = \frac{252}{4} \quad BE = \sqrt{\frac{252}{4}} = \frac{6\sqrt{7}}{2} = 3\sqrt{7} \text{ cm}$$

【問 16】

図 1 ように、円 O の周上に 3 点 A, B, C があり、 $AB=BC=CA=6$ cm である。点 A を含まない $\widehat{BC}$ 上 (点 B, C を除く) に点 D をとり、線分 AD 上に $BD=AE$ となる点 E をとる。

このとき、次の(1)～(4)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2004 年度 後期)

(1) $\triangle AEC \equiv \triangle BDC$ であることを証明しなさい。

(2) $\triangle DCE$ において、 $\angle DCE$ の大きさを求めなさい。

(3) 線分 AD が線分 BC の中点を通るとき、 AD の長さを求めなさい。

(4) 図 2 は、図 1 において $\angle CBD=45^\circ$ となるように点 D をとったものである。このとき、線分 DE の長さを求めなさい。

図 1

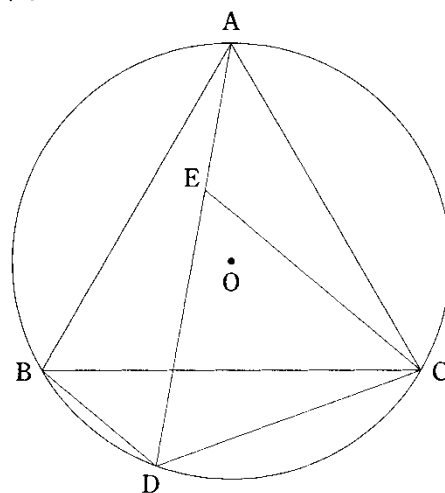
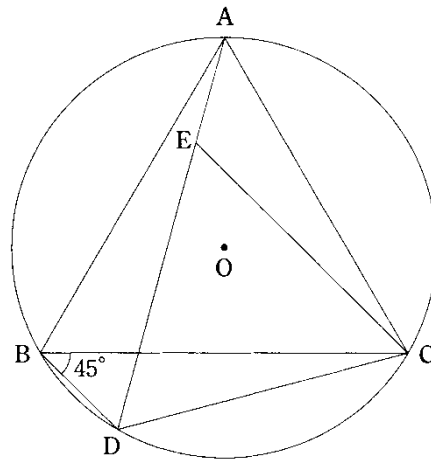


図 2



解答欄

(1)		
(2)		度
(3)		cm
(4)		cm

解答

(1)

$\triangle AEC$ と $\triangle BDC$ において

仮定から

$$AC=BC\cdots\textcircled{1},$$

$$AE=BD\cdots\textcircled{2}$$

弧 CD に対する円周角だから

$$\angle CAE=\angle CBD\cdots\textcircled{3}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ より

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle AEC\equiv\triangle BDC$$

(2) 60 度

$$(3) 4\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$(4) 2\sqrt{6}\text{ cm}$$

解説

(2)

$$(1)\text{より}, \angle ACE=\angle BCD \text{ だから}, \angle ACE+\angle ECB=\angle BCD+\angle ECB=60^\circ$$

(3)

AD は円 O の直径となるから, $\triangle ABD$ は $\angle BAD=30^\circ$, $\angle ABD=90^\circ$ の直角三角形となる。

$$AB:AD=\sqrt{3}:2 \text{ だから}, AD=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}\text{ cm}$$

(4)

$\angle CBD=45^\circ$ より, $\angle COD=90^\circ$ である。

(3)より, 円 O の直径は $4\sqrt{3}\text{ cm}$ であるから, $CO=DO=2\sqrt{3}\text{ cm}$ となる。

$\triangle COD$ は直角二等辺三角形だから, $CD=2\sqrt{3}\times\sqrt{2}=2\sqrt{6}\text{ cm}$

(1), (2)より, $\triangle CDE$ は正三角形だから, $DE=2\sqrt{6}\text{ cm}$

【問 17】

下の図のように、1 辺の長さが 10cm の正方形 ABCD があり、この正方形の外側に、正三角形 DCE と直角三角形 ADF ($\angle ADF = 90^\circ$) をつくる。点 M は辺 AF の中点であり、線分 BF と MD の交点を P とする。 $\angle AFD = 30^\circ$ であるとき、次の(1)～(5)の問いに答えなさい。

(宮崎県 2004 年度)

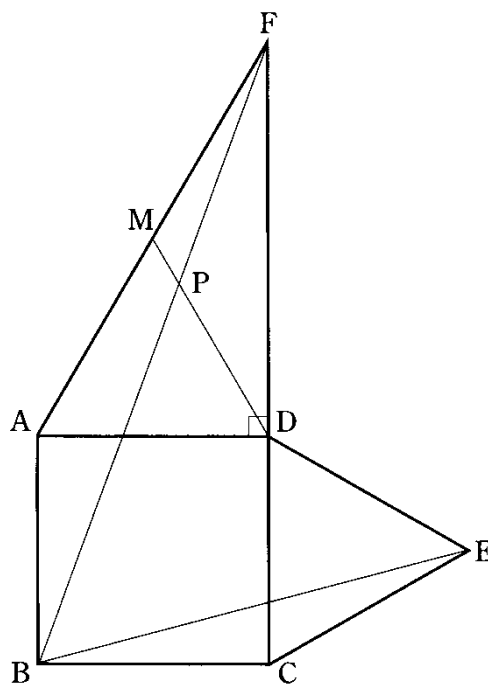
(1) 辺 AF の長さを求めなさい。

(2) $\angle BED$ の大きさを求めなさい。

(3) $\triangle BCE \equiv \triangle MDE$ であることを証明しなさい。

(4) $\triangle MDE$ の面積を求めなさい。

(5) 線分 MP と PD の長さの比を求めなさい。



解答欄

(1)	AF= cm	
(2)	∠BED= 度	
(3)	証明	
(4)	cm ²	
(5)	MP:PD= :	

解答

(1) $AF=20\text{cm}$

(2) $\angle BED=45^\circ$ 度

(3)

(証明)

$\triangle BCE$ と $\triangle MDE$ において,

仮定より,

$CE=DE \cdots \textcircled{1}$

ここで, $\triangle MAD$ は正三角形なので,

$BC=MD \cdots \textcircled{2}$

また, $\angle BCE=90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$

$\angle MDE=360^\circ - 90^\circ - 60^\circ \times 2 = 150^\circ$

よって, $\angle BCE=\angle MDE \cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③より,

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle BCE \equiv \triangle MDE$

(4) $25 (\text{cm}^2)$

(5) $MP:PD=1:2\sqrt{3}$

解説

(1) $\triangle AFD$ は, 内角が 30° , 60° , 90° の直角三角形だから $AF=2AD$

よって $10 \times 2 = 20\text{cm}$

(2)

$\triangle CEB$ は $CE=CB$ の二等辺三角形で $\angle BCE=90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$

$\angle CEB = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$ $\angle CED=60^\circ$ だから, $\angle BED=60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$

(4)

(3)より $\triangle BCE \equiv \triangle MDE$

よって, $\triangle BCE$ の面積を求めればよい。

頂点 E から BC の延長に垂線 EG をおろす。

$EG^2 = CE^2 - CG^2 = 10^2 - (5\sqrt{3})^2 = 25$ よって, $EG=5$

$\triangle BCE = \frac{1}{2} \times BC \times EG = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25$

(5)

AD と BF の交点を Q とすると $\triangle ABQ \sim \triangle DFQ$ より

$AQ:DQ=AB:DF=10:10\sqrt{3}=1:\sqrt{3}$

よって $DQ=\sqrt{3}AQ$

点 M から, AD に平行な線をひき FQ との交点を R とすると

点 M が AF の中点であることから $MR=\frac{1}{2}AQ$ となる。

また $\triangle MPR \sim \triangle DPQ$ より

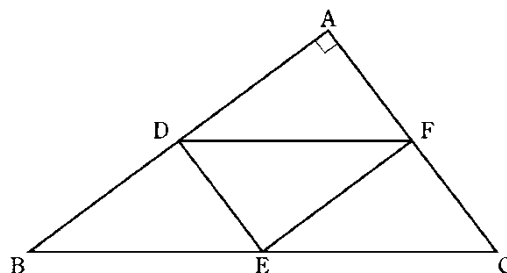
$MP:PD=MR:DQ$

$\frac{1}{2}AQ:\sqrt{3}AQ=1:2\sqrt{3}$

【問 18】

図は、 $\angle BAC=90^\circ$ の直角三角形 ABC で、辺 AB, BC, CA の中点をそれぞれ D, E, F とし、D と E, E と F, F と D をそれぞれ結んだものである。このとき、次の 1～3 の問いに答えなさい。

(鹿児島県 2004 年度)



1 $\angle ADF$ と大きさの等しい角を 1 つあげよ。

2 $\triangle DBE \equiv \triangle FEC$ であることを証明せよ。

3 $AB=8\text{ cm}$, $AC=6\text{ cm}$ で、点 A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点を G とするとき、次の(1), (2)の問いに答えよ。

(1) 線分 EG の長さは何 cm か。

(2) 線分 AG と線分 EF の交点を H とする。線分 EC 上に点 I を、三角形 DBI の面積が四角形 DBEH の面積に等しくなるようにとる。このとき、線分 BI の長さは何 cm か。

解答欄

1		
2	(証明)	
3	(1)	cm
	(2)	cm

解答

1

$\angle DBE$ ($\angle ABC$ も同じ) または, $\angle FEC$, $\angle DFE$

2 (証明)

$\triangle DBE$ と $\triangle FEC$ において

点 E は辺 BC の中点だから,

$BE = EC \cdots \textcircled{1}$

点 D , E はそれぞれ辺 BA , BC の中点だから,

$DE \parallel AC$

平行線の同位角は等しいから,

$\angle DEB = \angle FCE \cdots \textcircled{2}$

点 E , F はそれぞれ辺 CB , CA の中点だから,

$EF \parallel BA$

平行線の同位角は等しいから,

$\angle DBE = \angle FEC \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ より,

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle DBE \equiv \triangle FEC$

3

(1) $\frac{7}{5}$ cm (2) $\frac{115}{16}$ cm

解説

1

$DF \parallel BC$, $AB \parallel FE$ だから $\angle ADF = \angle DBE = \angle FEC = \angle DFE$

3

(1)

三平方の定理より, $BC^2 = 8^2 + 6^2 = 100$ だから, $BC = 10$

$\triangle ACG \sim \triangle BCA$ より, $AC:BC = CG:CA$, $6:10 = CG:6$

よって, $CG = \frac{18}{5}$, $EG = EC - CG = 5 - \frac{18}{5} = \frac{7}{5}$

(2)

$\triangle DBI$ と四角形 $DBEH$ は, $\triangle DBE$ が共通だから $\triangle DEH = \triangle DEI$ となればよい。

つまり $DE \parallel HI$ のとき $\triangle DEH = \triangle DEI$

$\triangle HEG \sim \triangle CBA$ より

$EG:BA = HE:CB$

$\frac{7}{5}:8 = HE:10$ だから $HE = \frac{7}{4}$

一方 $HE \parallel AB$, $HI \parallel AC$ だから $\triangle HEI \sim \triangle ABC$

$EI:BC = HE:AB$ より $EI:10 = \frac{7}{4}:8$

$EI = \frac{35}{16}$

よって $BI = BE + EI = 5 + \frac{35}{16} = \frac{115}{16}$ cm