

8. 規則性の問題 【2008 年度出題】

【問 1】

1 本の長さが 50 cm の棒をつないで、図 I , 図 II のようなジャングルジムを作りました。図 I は縦, 横, 高さがそれぞれ 50 cm のジャングルジムで、12 本の棒が使われています。また、図 II は縦, 横, 高さがそれぞれ 1 m のジャングルジムです。

図 I

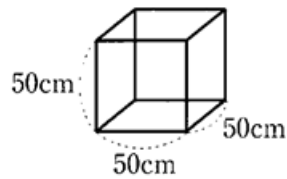
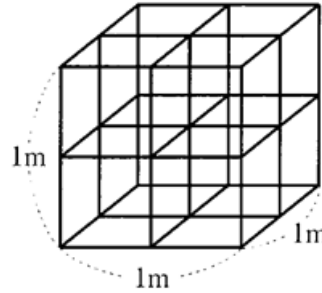


図 II



このとき、次の問1, 問2に答えなさい。

(岩手県 2008 年度)

問1 図 II のジャングルジムに使われた棒の本数を求めなさい。

問2 図 I , 図 II と同じようにして、縦, 横, 高さがそれぞれ 2 m のジャングルジムを作るとき、必要な棒の本数を求めなさい。

解答欄

問1	本
問2	本

解答

問1 54 本

問2 300 本

解説

問2

$2 \div 0.5 = 4$ より 1 辺に 4 本の棒が並ぶ。

底面に必要な本数は $4 \times (4 + 1) \times 2 = 40$ 本 で

底面と平行な面は $4 + 1 = 5$ 面 あるから $40 \times 5 = 200$ 本

縦に必要な棒は $(4 + 1) \times (4 + 1) \times 4 = 100$ 本

よって $200 + 100 = 300$ 本

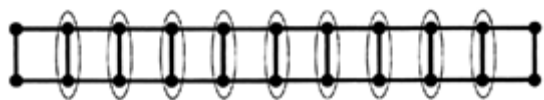
【問 2】

棒と粘土を使って、太郎さんは図 1 のように正方形を 10 個つなげた形を作り、使った棒の本数を次のように求めた。陽子さんは、図 2 のように立方体を n 個つなげた形を作るときに使う棒の本数を、太郎さんの考え方を参考にして求めた。①～④にあてはまる式を n を用いて表しなさい。

(秋田県 2008 年度)

太郎さん

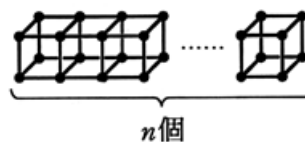
図 1



つながっていない正方形が 10 個あると考えると棒の本数は (4×10) 本。しかし、図 1 のように隣り合う正方形で重なって数えられる棒が 1 本ずつ 9 か所にあるので、 (1×9) 本多く数えられている。したがって、使った棒の本数は $(4 \times 10 - 1 \times 9)$ で求められるので 31 本である。

陽子さん

図 2



つながっていない立方体が n 個あると考えると棒の本数は ① 本。しかし、図 2 のように隣り合う立方体で重なって数えられる棒が 4 本ずつ ② か所にあるので、③ 本多く数えられている。

したがって、使う棒の本数は $(\text{①} - \text{③})$ で求められるので ④ 本である。

解答欄

①	
②	
③	
④	

解答

- ① $12n$
- ② $n-1$
- ③ $4(n-1)$
- ④ $8n+4$

【問 3】

図 1 のような対角線の長さが 4 cm の正方形の薄い紙がある。この紙の 2 本の対角線によって区切られた部分を、図 2 のように黒と白で塗り、図 2 と同じ向きに、何枚かを横一列に置いて長方形をつくる。ただし、1 枚目を置いた後、2 枚目、3 枚目、…を次の【置き方】で置く。

図 1

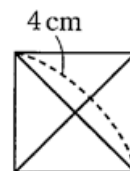
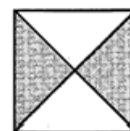


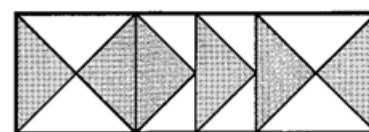
図 2



【置き方】

- (ア) 直前に置かれた紙の右に、すき間なく重ならないように置く。
- (イ) 直前に置かれた紙のちょうど右半分がかくれるように、重ねて置く。

たとえば、全部で 4 枚の紙を置いて長方形をつくる時、2 枚目から 4 枚目を順に (ア), (イ), (イ) で置くと、図 3 のような長方形になる。



このとき、次の問1、問2の問いに答えなさい。

(栃木県 2008 年度)

問1 全部で 5 枚の紙を置いて長方形をつくる時、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

- (1) 2 枚目から 5 枚目を順に (ア), (イ), (ア), (イ) で置いたとき、長方形のなかに、直角をはさむ 2 辺の長さが 2 cm の白い直角二等辺三角形はいくつあるか。

- (2) 2 枚目から 5 枚目を順に (イ), (イ), (ア), (ア) で置いたとき、長方形の横の長さを求めなさい。

問2 図 2 のように塗った紙を A とする。また、図 1 の紙を図 4 のように黒と白で塗った紙を B とする。A と B を何枚かずつ用い、図 2, 図 4 と同じ向きに置いて長方形をつくる。ただし、2 枚目からは上の【置き方】で置く。

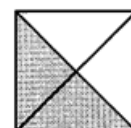


図 4

このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

- (1) A と B を全部で 10 枚用い、2 枚目から 10 枚目をすべて (イ) で置いた。10 枚目は A で、長方形の黒い部分の面積の合計が 26 cm^2 であった。このとき、A の枚数を x 枚、B の枚数を y 枚として方程式をつくり、A, B の枚数をそれぞれ求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

- (2) A を何枚かと、B を 4 枚置いたとき、長方形の黒い部分の面積の合計は 60 cm^2 で、白い部分の面積の合計より 8 cm^2 大きかった。このとき、A を何枚置いたか、考えられる値のうち最も小さい値を求めなさい。

解答欄

問1	(1)	個	
	(2)	cm	
問2	(1)	答 A 枚, B 枚	
	(2)		

解答

問1

(1) 6 個

(2) $8\sqrt{2}$ cm

問2

(1)

A と B を全部で 10 枚用いるから

$$x+y=10\cdots\textcircled{1}$$

1 枚目から 9 枚目の中に A は $(x-1)$ 枚あり

すべて(イ)で置いたから黒い部分の面積は $2(x-1)$ cm² である。

B は y 枚あり黒い部分の面積は $3y$ cm² である。

また 10 枚目の黒い部分の面積は 4 cm² である。

長方形の黒い部分の面積の合計は 26 cm² であるから

$$2(x-1)+3y+4=26$$

$$\text{よって } 2x+3y=24\cdots\textcircled{2}$$

①, ②より

$$x=6$$

①に代入して

$$6+y=10$$

したがって $y=4$

A 6 枚, B 4 枚

(2) 12 枚

解説

問1

(2)

対角線の長さが 4cm の正方形の 1 辺の長さは $\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

よって長方形の横の長さはもとの $2\sqrt{2}$ cm に加えて

(ア)で置くと $2\sqrt{2}$ cm

(イ)で置くと $\sqrt{2}$ cm

ずつ増える。

したがって求める横の長さは

$$2\sqrt{2} + 2 \times \sqrt{2} + 2 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ cm}$$

問2

(2)

A を 1 枚並べるとき全部が見える状態に置いても半分見える状態に置いても

黒い部分と白い部分の面積の差は生じない。

B を 1 枚並べるときには全部が見える状態に置くと黒い部分と白い部分の面積の差は生じないが
半分が見える状態に置くと黒い部分は白い部分よりも 2 cm² 大きくなる。

全体で黒い部分は白い部分よりも 8 cm² 大きく

B は 4 枚使用しているので B は 4 枚とも半分見える状態で置かれていることがわかる。

このときの B の黒い部分の面積は $3 \times 4 = 12$ cm² だから

$$\text{A の黒い部分の面積は } 60 - 12 = 48 \text{ cm}^2$$

A を少ない枚数にするには全部が見える状態で並べるとよい。

A 1 枚につき黒い部分は 4 cm² だから

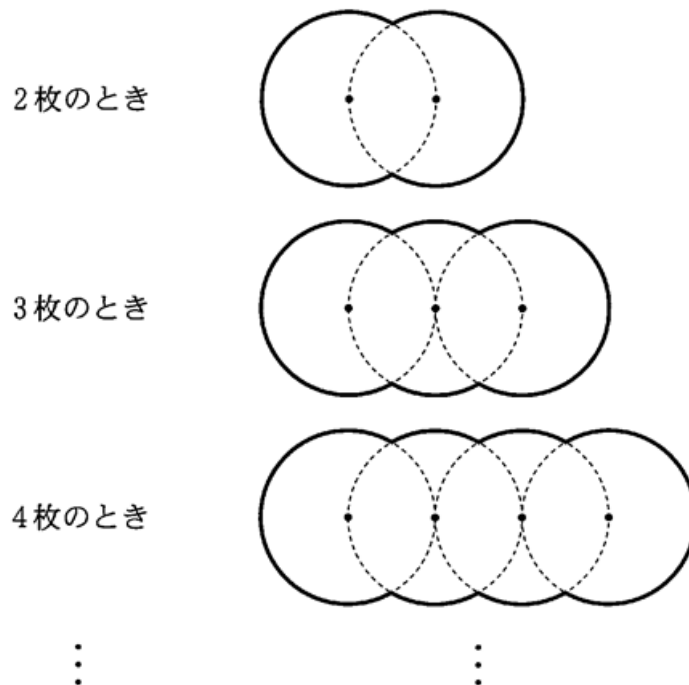
$$\text{A の枚数は } 48 \div 4 = 12 \text{ 枚}$$

【問 4】

下の図のように、半径 6 cm の円の形をした紙を、円の中心が一直線上にあり、となり合う円の中心の距離が半径と等しくなるようにはり合わせて、図形をつくっていく。図の太線は、図形の周を表している。

このとき、問1～問3に答えなさい。ただし、円周率は π とし、解答欄の には答だけを書くこと。

(石川県 2008 年度)



問1 2枚の紙をはり合わせてできた図形について、次のア～エからあてはまるものを1つ選び、その符号を書きなさい。

ア 線対称であるが、点対称でない。

イ 点対称であるが、線対称でない。

ウ 線対称であり、点対称でもある。

エ 線対称でなく、点対称でもない。

問2 3枚の紙をはり合わせてできた図形の面積を求めなさい。

問3 n 枚の紙をはり合わせてできた図形の周の長さを、 n を用いた式で表しなさい。ただし、 n は2以上の整数とする。

解答欄

問1	
問2	cm ²
問3	cm

解答

問1 ウ

問2 $(60\pi + 36\sqrt{3})\text{ cm}^2$

問3 $(4\pi n + 8\pi)\text{ cm}$

解説

問3

図形の周は1つの円周の長さに n が1つ増えるごとに中心角 60° のおうぎ形の弧2つ分

$2\pi \times 6 \times \frac{60}{360} \times 2 = 4\pi\text{ cm}$ ずつ加わっている。

よって n 枚はり合わせた周の長さは

$2\pi \times 6 + 4\pi \times (n-1)$

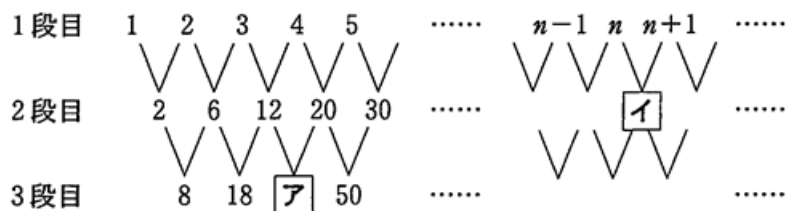
$= 4\pi n + 8\pi\text{ cm}$

【問 5】

図 1 で, 1 段目は, 連続する自然数が小さい順に並んでいる。2 段目は, 1 段目の数をもとに, ある規則に従って数が並んでいる。3 段目は, 2 段目の数をもとに, 別の規則に従って数が並んでいる。

(長野県 2008 年度)

図 1

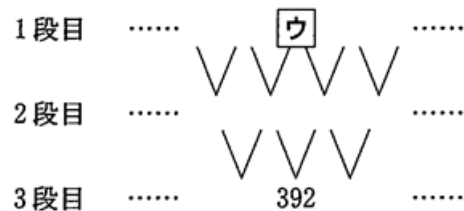


(1) ア に入る数を求めなさい。

(2) 連続する 3 つの自然数を, $n-1$, n , $n+1$ とするとき, イ に入る式を求めなさい。

(3) 図 2 は, 図 1 と同じ規則に従って並んでいる数の一部である。ウ 図 2

に入る数を求めなさい。



解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答

(1) 32

(2) $n(n+1)$

(3) 14

解説

(3)

$\boxed{n}$ を n とすると 1 段目の $\boxed{n}$ の左は $n-1$, 右は $n+1$ とおける。

また 2 段目は $\boxed{n}$ の左下が $n(n-1)$, 右下が $n(n+1)$ と表せ

3 段目の 392 のところは $n(n-1)+n(n+1)$ と表せる。

よって

$$n(n-1)+n(n+1)=392$$

$$2n^2=392$$

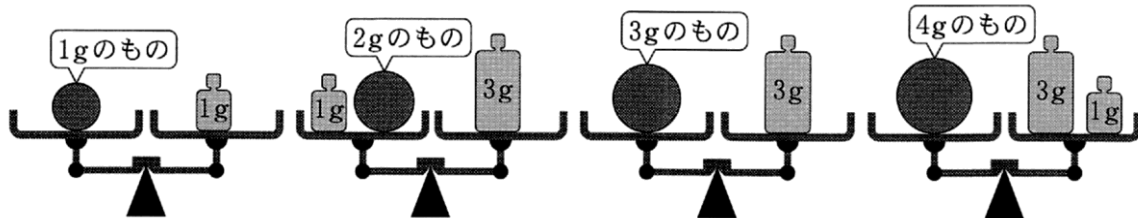
$$n^2=196$$

$$n>0 \text{ より}$$

$$n=14$$

【問 6】

てんびんといろいろな重さのおもりを利用すると、何 g の重さをはかることができるかを調べる。1 g, 3 g のおもりが 1 個ずつあるとき、これらのおもりを利用すると、1 g, 2 g, 3 g, 4 g というように、1 g から 1 g きざみで、4 g までの重さをはかることができる。それらの重さは、図のように、はかる重さに応じて 1 g, 3 g のおもりを使い、てんびんをつり合わせてはかる。



次の問1、問2に答えなさい。

(岐阜県 2008 年度)

問1 1 g, 3 g, 4 g のおもりが 1 個ずつあるとき、これらのおもりを利用すると、何 g の重さをはかることができるか。はかることができる重さをすべて書きなさい。

問2 次の①～④は、1 g, 3 g, a g のおもりが 1 個ずつあるとき、これらのおもりを利用してはかることができる重さについて述べたものである。ア、イには a を使った式を、ウ、エには数を、それぞれあてはまるように書きなさい。ただし、 a の値は 5 以上の整数とする。

- ① てんびんの左の皿に重さのわからない赤い玉と 1 g と 3 g のおもりをのせ、てんびんの右の皿には a g のおもりをのせてつり合えば、その赤い玉の重さは $(a-4)$ g である。また、てんびんの左の皿に重さのわからない白い玉と 3 g のおもりをのせ、てんびんの右の皿には 1 g と a g のおもりをのせてつり合えば、その白い玉の重さは(ア) g である。
- ② a g のおもりを使わない場合、はかることができるすべての重さは、1 g から 1 g きざみで、4 g までの重さである。
 a g のおもりを使う場合に、はかることができる重さをすべて求めると、 $(a-4)$ g から 1 g きざみで、(イ) g までの重さとなる。
- ③ ②から、例えば $a=7$ のとき、はかることができる重さをすべて求めると、1 g から 1 g きざみで、ウ g までの重さとなる。
- ④ 1 g から 1 g きざみで、できるだけ重い重さまではかることができるようにするためには、 a の値を エ にすればよい。

解答欄

問1		
問2	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	

解答

問1

1 g, 2 g, 3 g, 4 g, 5 g, 6 g, 7 g, 8 g

問2

ア $a-2$

イ $a+4$

ウ 11

エ 9

解説

問1

1, 3, 4 を 1 つのみ

または 2 つか 3 つつかってできる加減の答えのうち正の数のものがはかることができる重さになる。

よって 1, $3-1=2$, 3, 4, $1+4=5$, $3+4-1=6$, $3+4=7$, $1+3+4=8$ より

はかれる重さは 1 g, 2 g, 3 g, 4 g, 5 g, 6 g, 7 g, 8 g

問2

ア

(白い玉)+3=1+ a より(白い玉)= $a-2$ g

イ

1 g, 3 g, a g のおもりではかることのできる最大の重さは $1+3+a=a+4$ g

ウ

$a=7$ のとき a をつかわないではかれるのは 1 g から 4 g

a をつかってはかれるのは $7-4=3$ g から $7+4=11$ g までだから

1 g から 11 g まで 1 g きざみではかれることになる。

エ

a をつかわないではかれるのは 1 g から 4 g

a をつかってはかれるのは $(a-4)$ g から $(a+4)$ g だから

1 g きざみでできるだけはかることができるようにするためには

$a-4=5$ であればよい。

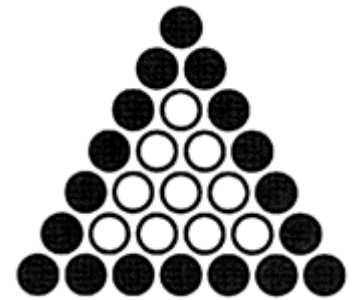
よって $a=9$

【問 7】

図 3 は、1 辺に同じ個数の黒の基石を並べて正三角形の形をつくり、その内側に白の基石を並べた図である。このような方法で、全部で 120 個の基石をつかって並べたとき、白の基石が黒の基石より 36 個多かった。このとき、正三角形の 1 辺に並んだ黒の基石の個数を求めなさい。

(滋賀県 2008 年度)

図 3



解答欄

個

解答

15 個

解説

黒の基石の数を x 個、白の基石の数を y 個とする。

合計が 120 個より

$$x + y = 120 \cdots (\text{ア})$$

白は黒より 36 個多いので

$$y = x + 36 \cdots (\text{イ})$$

(ア), (イ)を連立方程式として解くと

$$x = 42, y = 78$$

1 辺に n 個の黒の基石を並べて正三角形をつくる時

その総数は $3(n-1)$ 個と表せるから

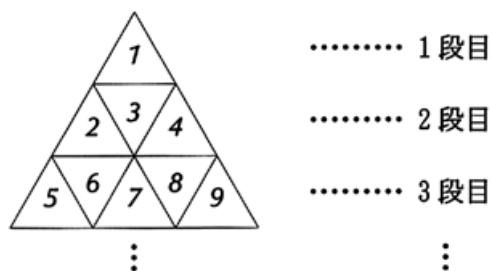
$$3(n-1) = 42$$

これを解いて

$$n = 15 \text{ 個}$$

【問 8】

図のように、同じ大きさの正三角形の板を、重ならないようにすき間なくしきつめて大きな正三角形を作る。また、しきつめた 1 つ 1 つの正三角形の板には、上から順に 1 段目には 1, 2 段目には 2, 3, 4, 3 段目には 5, 6, 7, 8, 9 と自然数を書き、4 段目から下の正三角形の板にも、10, 11, 12, … と自然数を順に書いていくものとする。

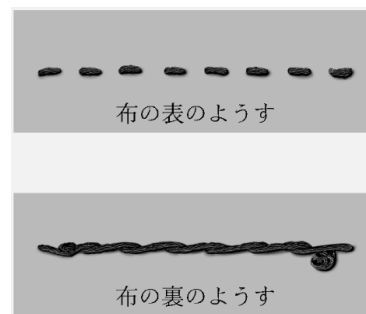


【問 9】

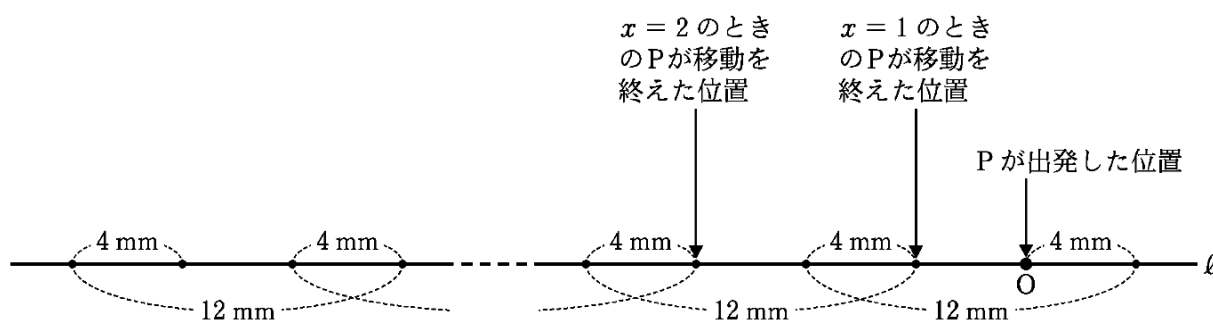
Tさんは、写真のような布の縫い方の一つである半返し縫いに興味をもち、下図のような模式図をかいて考えてみた。

下図において、 O は直線 ℓ 上の点であり、 P は O を出発し ℓ 上を移動する点である。 P は、 O を出発し、「右へ 4 mm 進んだ後、左へ 12 mm 進む」という動きを x 回くり返してから、最後に右へ 4 mm 進んで移動を終える。 P が出発した位置を表す点 O と P が移動を終えた位置を表す点との距離を「OP の長さ」、 P が O を出発してから移動を終えるまでの道のりを「糸の長さ」と定めるものとする。

x を自然数として、次の問いに答えなさい。



(大阪府 2008 年度 後期)



問1 表は、 x の値が変わるとき「OP の長さ」と「糸の長さ」がどのように変化するかを示した表の一部である。表中の(ア)～(エ)にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

x の値	1	2	3	...	8	...
「OP の長さ」 (mm)	4	12	(ア)	...	(ウ)	...
「糸の長さ」 (mm)	20	36	(イ)	...	(エ)	...

問2 x を自然数として、「OP の長さ」を x を用いて表しなさい。

問3 「OP の長さ」が 300 mm となるときについて考える。

(1) 「OP の長さ」が 300 mm となるとき x の値を求めなさい。

(2) 「OP の長さ」が 300 mm となるとき「糸の長さ」は何 mm ですか。

解答欄

問1	(ア)	
	(イ)	
	(ウ)	
	(エ)	
問2	mm	
問3	(1)	
	(2)	mm

解答

問1

(ア) 20 (イ) 52 (ウ) 60 (エ) 132

問2 $8x-4$

問3

(1) 38

(2) 612

解説

問2

OP の長さは $(-4+12-4)+(12-4)+(12-4)+\cdots=4+8+8+8+\cdots$ と
4 から x の値が 1 増えるごとに 8 mm ずつ増えていく。

よって $OP=4+8(x-1)=8x-4$ mm

問3

(1)

OP=300 のとき

$$300=8x-4$$

$$8x=304$$

$$x=38$$

(2)

糸の長さは $(4+12+4)+(12+4)+(12+4)+\cdots=20+16+16+16+\cdots$ と
20 から x の値が 1 増えるごとに 16 mm ずつ増えていく。

よって糸の長さは

$$20+16(x-1)=16x+4$$
 mm

これに $x=38$ を代入して

$$16 \times 38 + 4 = 612$$
 mm

【問 10】

図 1 のように、太郎さんの学級の掲示板上に、今月のカレンダーが画びょうでとめられている。

各問いに答えよ。

(奈良県 2008 年度)

問1 図 1 のカレンダーで、縦に並んだ 2 つの数の積が 198 であるとき、縦に並んだ 2 つの数を求めよ。

図 1

○ 3 月						
日	月	火	水	木	金	土
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

問2 カレンダーの中で、縦、横に 2 つずつ並んでいる 4 つの数の組

図 2

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ について考える。たとえば、図 2 の $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 12 & 13 \end{bmatrix}$ では、 a

$=5$, $b=6$, $c=12$, $d=13$ である。このような 4 つの数の組

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ をどこに選んでも、 $bc-ad$ の値はいつも 7 になること

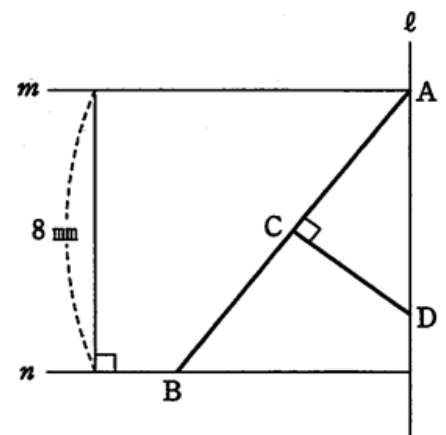
を、文字式を用いて証明せよ。

○ 3 月						
日	月	火	水	木	金	土
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

問3 カレンダーをとめている画びょうは、掲示板上に斜めに刺さってい

図 3

た。図 3 は、太郎さんが、横から見た様子をもとにかいたものである。2 点 A, D は直線 ℓ 上の点である。点 C は線分 AB の中点であり、 $\angle ACD=90^\circ$, $AB=10 \text{ mm}$ である。平行な 2 直線 m, n はそれぞれ点 A, B を通り、直線 ℓ に垂直で、その間隔は 8 mm である。線分 CD の長さを求めよ。



解答欄

問1	
問2	証明
問3	mm

解答

問1 11 と 18

問2

証明

b, c, d を a を用いて表すと

$$b = a + 1$$

$$c = a + 7$$

$$d = a + 8$$

となる。

よって

$$bc - ad$$

$$= (a + 1)(a + 7) - a(a + 8)$$

$$= a^2 + 8a + 7 - a^2 - 8a$$

$$= -7$$

したがって

$bc - ad$ の値はいつも 7 になる。

問3 $\frac{15}{4}$ mm

解説

問1

縦に並んだ 2 つの数は n と $n + 7$ と表せる。

積が 198 より

$$n(n + 7) = 198$$

$$n^2 + 7n - 198 = 0$$

$$(n + 18)(n - 11) = 0$$

$n > 0$ より

$$n = 11$$

よって求める 2 数は 11 と 18

問3

直線 ℓ と直線 n の交点を H とする。

$\triangle ABH$ で

三平方の定理より

$$HB = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

C は AB の中点より

$$AC = \frac{10}{2} = 5$$

$\triangle ADC$ と $\triangle ABH$ において

共通なので

$$\angle DAC = \angle BAH$$

$$\angle ACD = \angle AHB = 90^\circ \text{ より}$$

2 組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ADC \sim \triangle ABH$$

よって

$$CD : HB = AC : AH$$

$$CD : 6 = 5 : 8$$

$$8CD = 6 \times 5$$

$$CD = \frac{15}{4} \text{ mm}$$

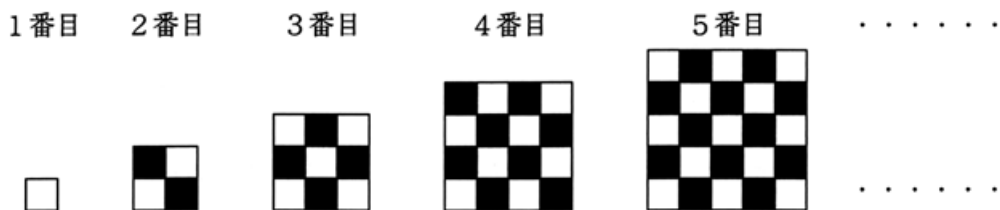
【問 11】

白色と黒色の正方形のタイルがある。図のように 1 番目に白色のタイルを置き、2 番目、3 番目、4 番目、5 番目、…と、白色タイルと黒色タイルを交互にすき間なく並べて、正方形をつくっていく。表は、このときできた正方形の順番とタイルの枚数をまとめたものであり表中の＊は数字を省略したことを表している。

下の問1、問2に答えなさい。

(和歌山県 2008 年度)

図



表

順番 (番目)	1	2	3	4	5	6	7	...	$2n$
タイルの合計枚数	1	4	9	16	25	(ア)	*	...	(ウ)
白色タイルの枚数	1	2	5	8	13	*	*	...	(エ)
黒色タイルの枚数	0	2	4	8	12	*	(イ)	...	(ロ)

問1 表中の(ア), (イ)にあてはまる数を求めなさい。

問2 2 番目以降について、並べたタイルの枚数を数えるには、次のように、偶数番目と奇数番目に分けて考える方法がある。

偶数番目

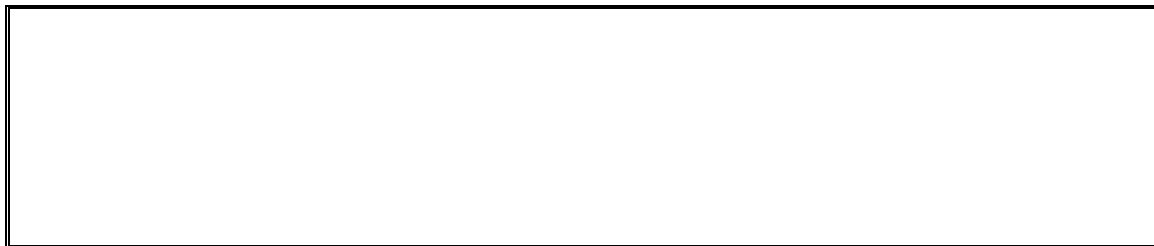
n を自然数とすると、 $2n$ は偶数である。

$2n$ 番目の図形は、縦 $2n$ 枚、横 $2n$ 枚のタイルが並んだ正方形であるから、タイルの合計枚数は、(ウ)枚である。また、そのときの白色タイルと黒色タイルの枚数は同じであるから、(エ)枚ずつのタイルがある。

奇数番目

n を自然数とすると、 $(2n+1)$ は奇数である。

$(2n+1)$ 番目の図形は、



次の(1), (2)に答えなさい。

- (1) 表と文の中にある(ウ), (エ)にあてはまる式を求めなさい。
- (2) 奇数番目の考え方を完成させたい。
- 解答欄の

--

 に, $(2n + 1)$ 番目の白色タイルと黒色タイルの枚数を求める過程をかき, それぞれのタイルの枚数を n の式で表しなさい。

解答欄

問1	(ア)		
	(イ)		
問2	(1)	(ウ)	
		(エ)	
	(2)	求める過程 白色タイルの枚数 枚 黒色タイルの枚数 枚	

解答

問1

(ア) 36

(イ) 24

問2

(1)

(ウ) $4n^2$

(エ) $2n^2$

(2)

縦 $(2n+1)$ 枚, 横 $(2n+1)$ 枚のタイルが並んだ正方形であるから

タイルの合計枚数は $(2n+1)^2$ 枚である。

奇数番目では, 黒色タイルの枚数は白色タイルの枚数より1枚少ないから

黒色タイルの枚数 $= \frac{1}{2} \{(\text{白色タイルの合計枚数}) - 1\}$ である。

よって黒色タイルの枚数は

$\frac{1}{2} \{(2n+1)^2 - 1\} = 2n^2 + 2n$ となる。

また(白色タイルの枚数) = (黒色タイルの枚数) + 1 より

白色タイルの枚数は $2n^2 + 2n + 1$ となる。

白色タイルの枚数 $2n^2 + 2n + 1$ 枚

黒色タイルの枚数 $2n^2 + 2n$ 枚

解説

問2

(1)

n を自然数とするとき

$2n$ 番目の図形は縦 $2n$ 枚, 横 $2n$ 枚のタイルが並んだ正方形であるから

タイルの合計枚数は $2n \times 2n = 4n^2$ 枚 である。

またそのときの白いタイルと黒いタイルの枚数は同じであるから

$4n^2 \div 2 = 2n^2$ 枚ずつである。

【問 12】

図Ⅰ，図Ⅱについて，次の各問いに答えなさい。

(鳥取県 2008 年度)

図Ⅰ

日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

図Ⅱ

(平成20年 9 月の家庭学習計画表)

日	月	火	水	木	金	土
	1 国, 数 音	2 社, 英 美	3 理, 国 体	4 数, 社 技家	5 英, 理 音	6 国, 数 美
7 社, 英 体	8 理, 国 技家	9 数, 社 音	10 英, 理 美	11 国, 数 体	12 社, 英 技家	...
...	...	...	...	...	...	...

問1 図Ⅰは，平成 20 年 9 月のカレンダーである。このカレンダーを見ながら，先生と陽子さんが会話をしています。

会話文を読んで，(1)，(2)に答えなさい。

陽子：先生。カレンダーを見ていたら，私，あることに気づきました。

図Ⅰの⑦と④のの場所を見てください。⑦と④のように 4 つの数を正方形で囲んだとき，右上と左下の数の積から左上と右下の数の積をひくと，どちらの場合も 7 になります。

先生：本当だね。⑦では， $10 \times 16 - 9 \times 17 = 160 - 153 = 7$ ，

④では， $6 \times 12 - 5 \times 13 = 72 - 65 = 7$ となるね。では，カレンダーの中で，4 つの数を正方形で囲んだとき，どんな場合でもそうなるか説明できるかな。

陽子：例えば，左上の数を n とすると， n の右隣りの数は $n+1$ ，

n の真下の数は ①，また ① の右隣りの数は ② と表されます。

そうすると， $(n+1) \times (\text{①}) - n \times (\text{②}) = \text{③} = 7$ となります。

先生：なるほど，うまく説明できたね。

(1) ①，② にあてはまる式を， n を用いた式で書きなさい。

(2) ③ に下線____，の式を展開して()をはずした式を書きなさい。ただし，同類項はまとめず，()をはずしたままの式を書きなさい。

問2 陽子さんの学校では、平成 20 年度の 2 学期の定期テストが 12 月 3 日、4 日の 2 日間で行われる予定です。初日の 12 月 3 日は何曜日にあたるか答えなさい。

問3 陽子さんは、定期テストに向けて、国語、数学、社会、英語、理科の 5 教科の中からこの順に毎日 2 教科ずつ、また、音楽、美術、体育、技術・家庭の 4 教科の中からこの順に毎日 1 教科ずつ、合計 3 教科を図Ⅱのように順番を決めて家庭学習をするように計画しました。9 月 1 日からテスト前日の 12 月 2 日まで図Ⅱの計画表に従って家庭学習を行うとすると、数学と美術を同じ日に学習することになるのは何日あるか、答えなさい。

解答欄

問1	(1)	①		②	
	(2)				
問2	曜日				
問3	日				

解答

問1

(1)

① $n+7$

② $n+8$

(2) $n^2+7n+n+7-n^2-8n$

問2 水曜日

問3 9 日

解説

問3

9 月 1 日から 12 月 2 日までは $30+31+30+2=93$ 日

数学は 5 日サイクルで 1 日目と 4 日目の 2 回あり

美術は 4 日サイクルで 2 日目に 1 回ある。

教科の組み合わせは全部で $5\times 4=20$ 通りあり

そのうち数学と美術が重なるのは 6 日目と 14 日目の 2 回である。

よって数学と美術が同じになる日数は

$93\div 20=4\cdots 13$ より

$4\times 2+1=9$ 日

【問 13】

100 枚のカードがあり, それぞれのカードの表には 1 から 100 までの整数が 1 つずつ書かれている。また, それぞれのカードの裏には, カードの表の数の正の平方根を小数で表したときの整数の部分が書かれている。

例えば,

$\sqrt{1} = 1$ なので, 表が 1 であるカードの裏は 1 となる。

$\sqrt{2} = 1.414\cdots = 1 + 0.414\cdots$ なので, 表が 2 であるカードの裏は 1 となる。

$\sqrt{4} = 2$ なので, 表が 4 であるカードの裏は 2 となる。

$\sqrt{5} = 2.236\cdots = 2 + 0.236\cdots$ なので, 表が 5 であるカードの裏は 2 となる。

表 裏

1	1
---	---

2	1
---	---

4	2
---	---

5	2
---	---

このとき, 次の各問いに答えなさい。

(鳥取県 2008 年度)

問1 表が 6 であるカードの裏に書かれている整数を求めなさい。

問2 裏が 5 であるカードの中で, 表に書かれている最も大きい整数を求めなさい。

問3 裏が n であるカードは全部で何枚あるか, n を用いた式で表しなさい。

問4 裏が n であるすべてのカードにおいて, 表に書かれた整数の和が, 裏に書かれた整数の和のちょうど 8 倍になった。このとき, n の値を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	
問4	$n =$

解答

問1 2

問2 35

問3 $2n+1$

問4 $n=7$

解説

問3

裏が n であるカードのうち表に書かれてある最も小さい数は n^2 で、最も大きい数は $(n+1)^2-1=n^2+2n$

よって裏が n であるカードの枚数は $n^2+2n-n^2+1=2n+1$ 枚

問4

表に書かれた整数の和は

$$n^2+(n^2+1)+(n^2+2)+\cdots+(n^2+2n)=n^2(2n+1)+(1+2+3+\cdots+2n)$$

$1+2+3+\cdots+2n=S$ とおくと

$$2n+(2n-1)+(2n-2)+\cdots+1=S \text{ だから}$$

左辺どうし右辺どうしをたして

$$(2n+1)+(2n+1)+(2n+1)+\cdots+(2n+1)=2S$$

左辺は $(2n+1)$ を $2n$ 個たしたものだから

$$2n(2n+1)=2S$$

$$\text{よって } S=n(2n+1)$$

表に書かれた整数の和は $n^2(2n+1)+n(2n+1)$

また裏の整数 n の和は $n(2n+1)$ で

この 8 倍が表に書かれた整数の和と等しいので

$$n^2(2n+1)+n(2n+1)=8n(2n+1)$$

両辺を $2n+1$ でわって

$$n^2+n=8n$$

$$n^2-7n=0$$

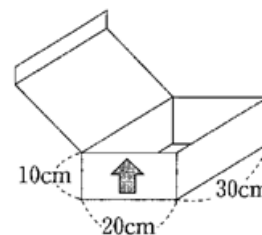
$$n(n-7)=0$$

$n>0$ より

$$n=7$$

【問 14】

Aさんは、関東地方に住む親せきに山口県からお菓子を送ることにした。そこで、右図のような、ふたの付いた箱を用意した。この箱は、ふたを閉めると縦 30 cm、横 20 cm、高さ 10 cm の直方体となる。4 つの側面のうち、2 辺の長さが 10 cm、20 cm の長方形である側面の 1 つには、矢印がかかっている。Aさんは、お菓子を詰めて 1.2 kg になった箱を、いくつか準備し、次のまとめ方で送ることにした。



まとめ方

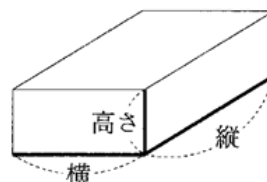
ふたの面を上にして、横に a 個並べ、 b 段積んだ直方体の形にまとめる。このとき、箱はすきまなく積み重ね、まとめた直方体の 1 つの面に、すべての箱の矢印が見えるようにする。

また、インターネットを利用して送料を調べたところ、次のことがわかった。

料金表 (山口県→関東地方)

大きさ	重さ	料金
60 cm 以下	2 kg 以下	1000 円
80 cm 以下	5 kg 以下	1200 円
100 cm 以下	10 kg 以下	1400 円
120 cm 以下	15 kg 以下	1600 円
140 cm 以下	20 kg 以下	1800 円
160 cm 以下	25 kg 以下	2000 円

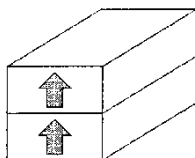
※ 大きさは、直方体の 3 辺 (縦、横、高さ) の長さの和とする。



※ 「大きさ」による料金と「重さ」による料金が異なる場合は料金の高い方を送料とする。

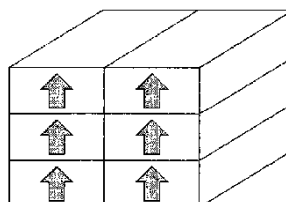
次の例 1、例 2 は、箱のまとめ方と、そのときの大きさと重さ、送料を表したものである。

例 1. $a=1, b=2$ のとき



大きさ	重さ	送料
70 cm	2.4 kg	1200 円

例 2. $a=2, b=3$ のとき



大きさ	重さ	送料
100 cm	7.2 kg	1400 円

次の問1～問3に答えなさい。

(山口県 2008 年度)

問1 4 個の箱を 1 つにまとめるとき、 a と b の値の組は何通りあるか。求めなさい。

問2 $a=2, b=4$ のとき、右の表の ア ～ ウ にあてはまる数を求めなさい。

大きさ	重さ	送料
ア cm	イ kg	ウ 円

問3 1800 円の送料で、できるだけ多くの箱を送りたい。送ることのできるもっとも多い箱の個数と、 a と b の値を求めなさい。

解答欄

問1	通り				
問2	ア	cm	イ	kg	ウ 円
問3	個		$a=$, $b=$		

解答

問1 3 通り

問2

ア 110 cm

イ 9.6 kg

ウ 1600 円

問3

15 個

a の値 $a=3$

b の値 $b=5$

解説

問3

1800 円の送料では, 重さは 15 kg より多く 20 kg 以下より $\frac{15}{1.2} < ab \leq \frac{20}{1.2}$

$ab=13, 14, 15, 16$

また大きさ $20a+10b+30$ cm が 120 cm より大きく 140 cm 以下より

縦は 30cm だから横と高さの和は

$90 < 20a+10b \leq 110$

$9 < 2a+b \leq 11$

この式を満たす a, b の値の組のうち

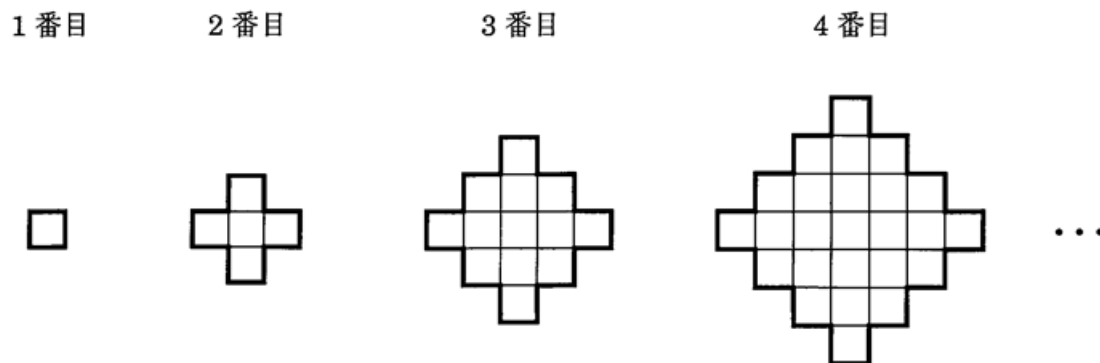
ab が最大になるのは $a=3, b=5$ のときで

$3 \times 5 = 15$ 個

【問 15】

1 辺の長さが 1cm の正方形の形をしたプラスチックの板がたくさんある。この板を使って、下図のように図形を作っていく。まず、板を 1 個置いたものを 1 番目、その周囲を 4 個の板で囲んだものを 2 番目、さらにその周囲を 8 個の板で囲んだものを 3 番目とする。このような作業を繰り返して 4 番目、5 番目、…と作っていくとき、次の問1～問3に答えなさい。ただし、板はすき間なく置くものとする。

(徳島県 2008 年度)



問1 5 番目の図形の一番外側の周の長さを求めなさい。

問2 それぞれの図形において、1 列に最も多く並んだ板の個数は、2 番目の図形では 3 個、3 番目の図形では 5 個である。 n 番目の図形では何個になるか、 n を用いて表しなさい。

問3 n 番目の図形の一番外側の周の長さを、 n を用いて表しなさい。

解答欄

問1	cm
問2	個
問3	cm

解答

問1 36 cm

問2 $2n-1$ 個

問3 $8n-4$ cm

解説

問2

1 列に最も多く並んだ板は最初の 1 個に両脇に 2 個ずつ増えている。

n 番目では最初の 1 個に両脇に $(n-1)$ 個ずつ増えているから

その個数は $1+2(n-1)=2n-1$ 個

問3

n 番目の図形を上下に分けてみる。

上半分の周の横方向の長さの和は 1 列に最も多く並んだ板の長さと等しいので $2n-1$ cm

下半分の横方向の長さも同じなので $2n-1$ cm

また縦半分に分けてみると左半分の周の縦方向の長さの和は $2n-1$ cm

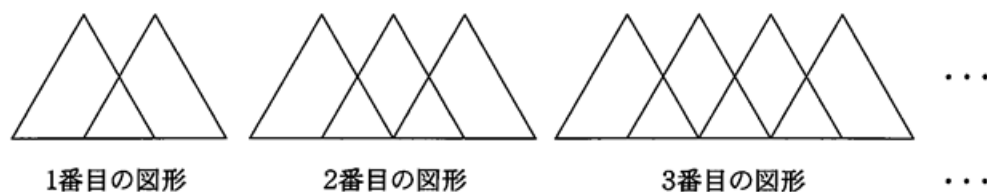
右半分の縦方向の長さも同じなので $2n-1$ cm

よって 求める周の長さは $4(2n-1)=8n-4$ cm

【問 16】

図 1 のように、合同な正三角形を、底辺の半分がたがいに重なるように組み合わせて、1 番目の図形、2 番目の図形、3 番目の図形、…というように順に図形をつくっていく。

図 1

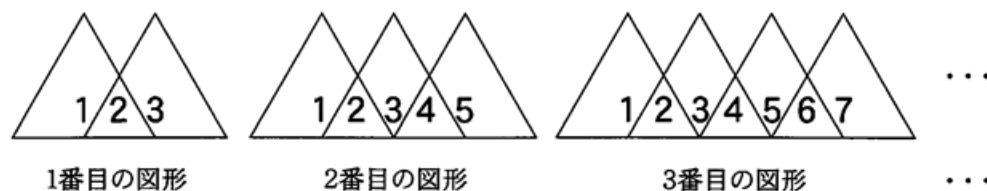


さらに、できた図形の内部の、辺で囲まれた部分に、下の図 2 のように、自然数を 1 から順に左から書き入れる。たとえば、3 番目の図形の中には、1 から 7 までの自然数を 1 から順に左から書き入れることになる。このとき、最後の 2 つの自然数は 6, 7 であり、その和は 13 となる。

これについて、あとの(1), (2)の問いに答えよ。

(香川県 2008 年度)

図 2



(1) 6 番目の図形に書き入れた自然数のうち、奇数は全部で何個あるか。

(2) 最後の 2 つの自然数の和が 157 となるのは、何番目の図形か。

解答欄

(1)	個
(2)	番目

解答

(1) 7 個

(2) 39 番目

解説

(1)

n 番目の図形に書き入れた自然数は

1 番目が 3 まで

2 番目が 5 まで

3 番目が 7 までと

2 ずつ増えているから

$3 + 2(n - 1) = 2n + 1$ と表せる。

よって 6 番目の図形には $2 \times 6 + 1 = 13$ までの自然数が入っている。

よって奇数の数は

$13 \div 2 = 6 \cdots 1$ より

$6 + 1 = 7$ 個

(2)

n 番目の図形の最後の数は $2n + 1$ と表せるから

その手前の数は $2n$ と表せる。

最後の 2 つの和が 157 より

$2n + (2n + 1) = 157$

$4n = 156$

$n = 39$ 番目

【問 17】

図のようなマス目があり、各マス目には、次の規則により、数が記入されているマス目と、数が記入されていないマス目とがある。

規則

- ・ 1 段目は、1 列目のマス目に 1 が記入され、他の列のマス目には数が記入されていない。
- ・ 2 段目は、2 列目のマス目に 1、3 列目のマス目に 2 が、それぞれ記入され、他の列のマス目には数が記入されていない。
- ・ 3 段目は、3 列目のマス目に 1、4 列目のマス目に 2、5 列目のマス目に 3 が、それぞれ記入され、他の列のマス目には数が記入されていない。
- ・ 以下同様に、 m 段目は、 m 列目から連続した m 個のマス目に、1 から m までの連続する自然数が、それぞれ 1 つずつ 1 から順に記入され、他の列のマス目には数が記入されていない。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目	…
1 段目	1						…
2 段目		1	2				…
3 段目			1	2	3		…
4 段目				1	2	3	…
5 段目					1	2	…
6 段目						1	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	↘

このとき、次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2008 年度)

問1 7 段目の 11 列目のマス目にはある数が記入されている。その数を求めよ。

問2 12 列目にあるマス目のうち、数が記入されているマス目は ア 個あり、それらのマス目に記入されている数の合計は イ である。ア、イに当てはまる数を、それぞれ書け。

問3 1 段目から 10 段目までにあって、1 列目から 10 列目までにあるすべてのマス目 100 個のうち、数が記入されていないマス目は何個あるか求めよ。

問4 m 段目の n 列目のマス目に数が記入されているとき、その数を、 m, n を使って表せ。

解答欄

問1				
問2	ア		イ	
問3	個			
問4				

解答

問1 5

問2 ア 6, イ 21

問3 70 個

問4 $n - m + 1$

解説

問3

数が記入されているマス目は 1, 1, 2, 2, 3, 3...と 2 列ごとに 1 つずつ増えている。

よって 10 列目までの数が記入されているマス目の数は

$$1 \times 2 + 2 \times 2 + 3 \times 2 + 4 \times 2 + 5 \times 2 = 30 \text{ 個}$$

よって数が記入されていないマス目は $100 - 30 = 70$ 個

問4

マス目に数字が書いてあるとき

m 段目に注目すると m 列目の数字は 1 で

そこから n 列まで 1 ずつ増えているから

n 列目には $n - m + 1$ の数字が入る。

【問 18】

次の規則にしたがって、左から数を並べていく。このとき、下の問1～問3に答えなさい。

(高知県 2008 年度)

規 則

・1 番目の数と 2 番目の数を定める。

・3 番目以降の数は、2 つ前の数と 1 つ前の数の和とする。

(例) 1 番目の数が 1, 2 番目の数が 2 の場合, 1 番目の数から順に並べると次のようになる。

1, 2, 3, 5, 8, 13, …

問1 1 番目の数が -2 , 2 番目の数が 1 のとき, 10 番目の数を求めよ。

問2 1 番目の数が a , 2 番目の数が b のとき, 4 番目の数を a, b を用いて表せ。

問3 4 番目の数が 13 , 8 番目の数が 92 のとき, 1 番目の数と 2 番目の数をそれぞれ求めよ。

解答欄

問1		
問2		
問3	1 番目の数	2 番目の数

解答

問1 -8

問2 $a+2b$

問3 1 番目の数 5 , 2 番目の数 4

解説

問2

1 番目の数が a

2 番目の数が b のとき

3 番目の数は $a+b$

4 番目の数は $b+(a+b)=a+2b$

問3

問2に続けて

5 番目の数は $(a+b)+(a+2b)=2a+3b$

6 番目の数は $(a+2b)+(2a+3b)=3a+5b$

7 番目の数は $(2a+3b)+(3a+5b)=5a+8b$

8 番目の数は $(3a+5b)+(5a+8b)=8a+13b$

と表せる。

4 番目の数が 13 より

$a+2b=13\cdots(\text{ア})$

8 番目の数が 92 より

$8a+13b=92\cdots(\text{イ})$

(ア), (イ) を連立方程式として解くと

$a=5, b=4$

よって

1 番目の数は 5

2 番目の数は 4

【問 19】

[表]は, 1 行目に自然数を 1 から 50 まで左から順に並べ, 2 行目以降は, その上の行に書かれている数に 5 を加えた数を並べたものである。

この[表]をもとに次の問1～問5の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2008 年度 前期)

問1 6 行目の 7 列目の数は何か, 求めなさい。

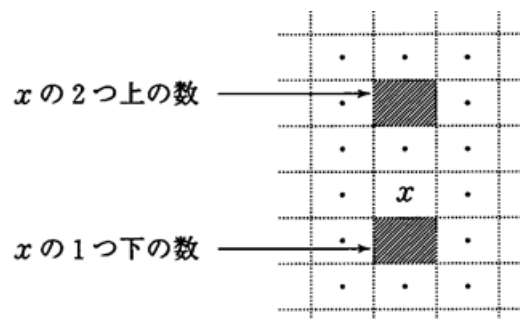
[表]

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目	...		
1行目	1	2	3	4	5	6	・	・	50
2行目	6	7	8	9	・	・	・	・	55
3行目	11	12	13	・	・	・	・	・	60
4行目	16	17	・	・	・	・	・	・	65
⋮	・	・	・	・	・	・	・	・	・
	・	・	・	・	・	・	・	・	・
	91	92	93	94	・	・	・	・	140
	・	・	・	・	・	・	・	・	・
	・	・	・	・	・	・	・	・	・

問2 1 列目の数が 91 である行「91, 92, 93, 94, …, 140」は, 上から数えて何行目か, 求めなさい。

問3 この[表]の中に 51 は何個あるか, 求めなさい。

問4 3 行目以降のある数 x とその数の 2 つ上の数の積が, x の 1 つ下の数の 6 倍より 6 大きいとき, ある数 x を求めなさい。



問5 Aさん, Bさん, Cさんは[表]について, それぞれ次のようなことに気づいた。

このとき, 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

[気づいたこと]

Aさん: 「7列目のすべての数は, 5で割ると ① 余る数になっているので, 7列目の数では, 上から m 行目の数は, m を使って表すと ② になることがわかります。」

Bさん: 「そうですね。同じように 13列目の数では, 上から n 行目の数は, n を使って表すと ③ になることがわかります。」

Cさん: 「そうすると, これらのことから, 7列目の数と 13列目の数をそれぞれ 1 つずつ選んだ数の和は 5 の倍数になることがわかりますね。」(ただし, m , n は自然数とする。)

(1) 上の①～③にあてはまる数または式を求めなさい。

(2) Cさんは, 「7列目の数と 13列目の数をそれぞれ 1 つずつ選んだ数の和は 5 の倍数になる」と言っている。このことを m , n を使って説明しなさい。

解答欄

問1			
問2	行目		
問3	個		
問4			
問5	(1)	①	
		②	
		③	
	(2)		

解答

問1 32

問2 19 行目

問3 10 個

問4 18

問5

(1)

① 2

② $5m+2$

③ $5n+8$

(2)

7 列目の数は $5m+2$, 13 列目の数は $5n+8$ とかけるので

その和は

$$(5m+2)+(5n+8)$$

$$=5(m+n)+10$$

$$=5(m+n+2)$$

よって 7 列目の数と 13 列目の数の和は 5 の倍数である。

解説

問3

51 がはじめに出てくるのは 2 行目で最後に出てくるのは

1 列目にくる $(51-1) \div 5 + 1 = 11$ 行目

よって $11-2+1=10$ 個

問4

x の 2 つ上の数は $x-10$, x の 1 つ下の数は $x+5$ と表される。

x と 2 つ上の数の積は x の 1 つ下の数の 6 倍より 6 大きいから

$$x(x-10)=6(x+5)+6$$

$$x^2-16x-36=0$$

$$(x-18)(x+2)=0$$

$$x=18, -2$$

$$x>0 \text{ より}$$

$$x=18$$

問5

(1)

7 列目の数は 7 に 5 ずつ加えていくので上から順に 7, 12, 17...となっている。

これは $5+2$, $5 \times 2+2$, $5 \times 3+2$...より

5 で割ると 2 余る数になっている。

よって上から m 行目の数は $5m+2$ と表せる。

また 13 列目の数は 13 に 5 ずつ加えていくので

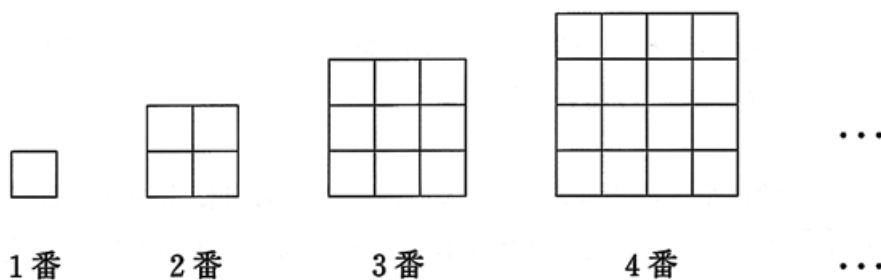
上から順に 13, 18, 23...となっており

$5+8$, $5 \times 2+8$, $5 \times 3+8$...より

上から n 行目の数は $5n+8$ と表せる。

【問 20】

下のように、それぞれ 1 番, 2 番, 3 番, 4 番, …と番号をつけた図がある。1 番の図は正方形で, 2 番の図からは 1 番の図をすき間なく並べたものである。



このとき, 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(佐賀県 2008 年度 後期)

- (1) 下の図のように, 3 番の図には, 2 番の図が 4 個含まれている。このとき, 5 番の図には, 2 番の図が何個含まれるか。



- (2) n 番の図に, 2 番の図が 80 個以上含まれるような自然数 n のうち, 最も小さい n の値を求めなさい。

解答欄

(1)	個
(2)	

解答

(1) 16 個

(2) 10

解説

(2)

n 番の図に含まれる 2 番の図の個数は $(n-1)^2$ 個と表される。

$(n-1)^2$ は 80 以上の 2 乗になる数だから

最も小さい $(n-1)^2$ は 81

よって

$n-1 > 0$ より

$n-1=9$

$n=10$

【問 21】

図 1 は、1 辺の長さが 6 cm の正方形である透明のシールを、1 辺の長さが 1 cm の正方形のマス目に区切り、マス目に赤色、青色、黄色をぬったものである。ただし、赤色のマス目は , 青色のマス目は , 黄色のマス目は  で表しており、色がぬられていないマス目は透明のままである。このシールを図 1 のような向きに置いたものを A とする。また、A の上の辺 (図 1 の太線 — で示した辺) が左の辺になるように、A を裏返すことなく向きだけ変えて置いたものを B とする。

図 2 のように、A、B を裏返したり向きを変えたりせずに A を B の上にぴったりと重ねてはりあわせる。その際、A の透明のマスの部分は、その下にある B のマス目の色が見えるものとする。このようにはりあわせてできたシールを C とする。このとき、次の問いに答えなさい。ただし、シールの厚さは考えないものとする。

(長崎県 2008 年度)

問1 図 3 は、C を表している。図 3 の(ア)～(ウ)のマスの色は何色か。

問2 C を多数用意し、裏返すことなく図 3 と同じ向きのまますき間や重なりがないように台紙にはっていく。

その際、   のように、同じ色のマス目が横に 3 個並んでできる長方形を長方形 S とする。ただし、図 4 のように、同じ色のマス目が縦に 3 個並んでできる長方形は、長方形 S とは考えない。

なお、図 3 と同じ向きの C を簡略化して図示するときは、 と表すものとする。

このとき、次の(1)～(4)に答えよ。

(1) 1 枚の C の中に、長方形 S は全部で何個あるか。

(2)  のように、C を横に 2 枚並べてはったとき、その中に赤色の長方形 S は全部で何個あるか。

(3) 図 5 のように、C を横に 2 枚、縦に何枚か並べてはると、その中に長方形 S が全部で 80 個あった。台紙にはった C は全部で何枚か。

図 1

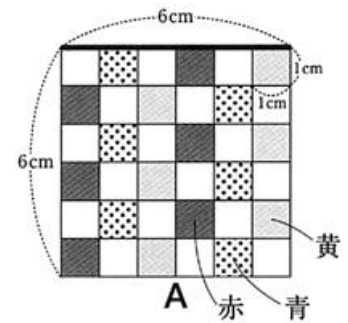


図 2

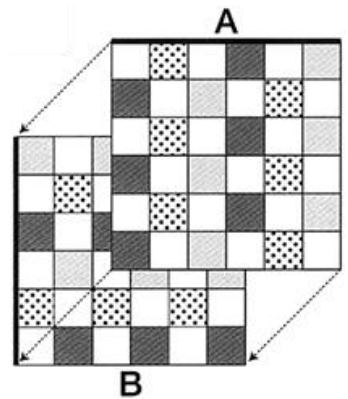


図 3

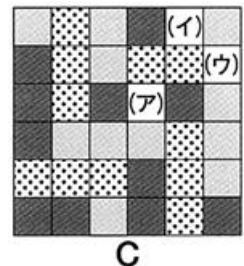


図 4

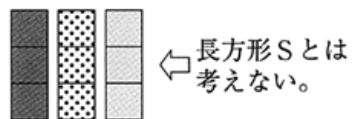
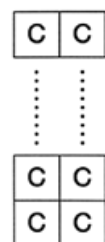
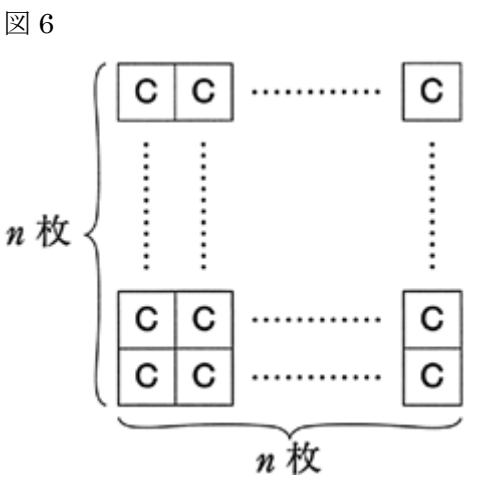


図 5



(4) n を自然数とする。図 6 のように、C を縦、横に n 枚ずつ並べてはるとき、その中に長方形 S は全部で何個あるか。その個数を、 n の式で表せ。



解答欄

問1	(ア)	色	(イ)	色	(ウ)	色
問2	(1)	個				
	(2)	個				
	(3)	枚				
	(4)	個				

解答

問1

(ア) 赤色 (イ) 黄色 (ウ) 青色

問2

(1) 4 個

(2) 3 個

(3) 16 枚

(4) $6n^2 - 2n$ 個

解説

問2

(4)

赤は $1 + 2(n - 1) = 2n - 1$ 個

青は $2n - 1$ 個 より

横は $(2n - 1) + 2n + (2n - 1) = 6n - 2$ 個

縦 n 列より S の総数は

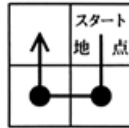
$n \times (6n - 2) = 6n^2 - 2n$ 個 となる。

【問 22】

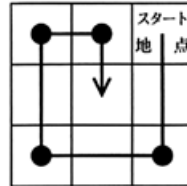
図のように、ロボットが正方形のかどのマス目からスタートし、正方形のマス目を時計回りに外側から内側へ 1 マスずつ進んでいく。1 度通ったマス目は通らないこととし、すべてのマス目を通り、最後のマス目で止まる。ロボットは 1 マス進むのに 1 秒かかり、進行方向を 90° 変えるのにも 1 秒かかるものとする。

例えば、 2×2 のマス目の正方形では、すべてのマス目を通るのに 3 マス進み、進行方向は 2 回変えるので、5 秒かかる。また、 3×3 のマス目の正方形では、すべてのマス目を通るのに 8 マス進み、進行方向は 4 回変えるので、12 秒かかる。

2×2 のマス目の正方形



3×3 のマス目の正方形



次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(大分県 2008 年度)

- (1) 5×5 のマス目の正方形の場合、ロボットがすべてのマス目を通り、最後のマス目で止まるまでの時間は何秒かかるか求めなさい。

- (2) $n \times n$ のマス目の正方形の場合、ロボットがすべてのマス目を通り、最後のマス目で止まるまでの時間は何秒かかるか n を使って表しなさい。ただし $n \geq 2$ とする。

解答欄

(1)	秒
(2)	秒

解答

- (1) 32 秒

- (2) $n^2 + 2n - 3$ 秒

解説

- (2)

すべてのマス目を通るのに (n^2-1) マス進む。

また進行方向は最後の行を除いた $(n-1)$ 行で各 2 回ずつ変えるので全部で $2(n-1)$ 回変える。

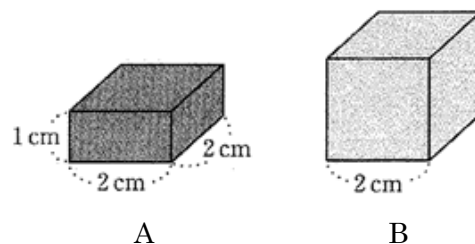
よって求める時間は $n^2 - 1 + 2(n - 1) = n^2 + 2n - 3$ 秒

【問 23】

図 1 のような、縦、横がともに 2 cm で、高さが 1 cm の直方体 A と、
1 辺が 2 cm の立方体 B がある。この 2 種類の立体 A、B を、図 2 の
ように、交互に重ねて直方体を作る。そのとき、 n 個の立体で作られた
直方体を「 n 番目の直方体」と呼ぶことにする。太郎は、これらの直方
体の体積について調べた。

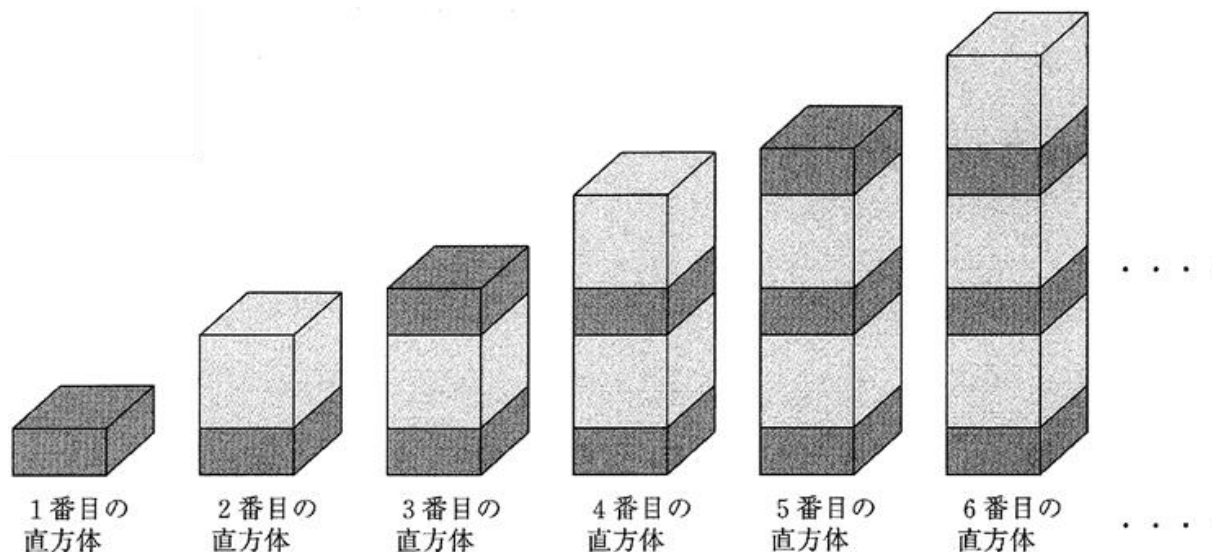
このとき、次の各問いに答えなさい。

図 1



(熊本県 2008 年度)

図 2



問1 太郎は、1 番目から順に各直方体の体積を求め、その結果を下の表にまとめた。ア～ウに当てはまる数を求
めなさい。

直方体の番号	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目	6 番目	...
体積(cm^3)	ア	イ	ウ	...	...	...	...

問2 2 番目の直方体を C とする。C を 2 個重ねると 4 番目の直方体になり、C を 3 個重ねると 6 番目の直方体
になることから、C を重ねていくと偶数番目の直方体ができることに気づいた太郎は、偶数番目の直方体の
体積の求め方について、次のように考えた。

エ , オ には数を, カ , キ には a を使った式を入れて、文を完成しなさい。

たとえば、C を エ 個重ねると 20 番目の直方体になるから、20 番目の直方体の体積
は オ cm^3 である。

a を偶数とすると、 a 番目の直方体についても、同じように考えることができる。 a 番目の直
方体は C を カ 個重ねて作った立体であるから、 a 番目の直方体の体積は キ cm^3
と表される。

問3 b を奇数とする。 b 番目の直方体の体積を b 使った式で表しなさい。

解答欄

問1	ア	
	イ	
	ウ	
問2	エ	
	オ	
	カ	
	キ	
問3	cm ³	

解答

問1

ア 4 イ 12 ウ 16

問2

エ 10 オ 120 カ $\frac{a}{2}$ キ $6a$

問3 $(6b-2) \text{ cm}^3$

解説

問3

$b-1$ は偶数だから問2より

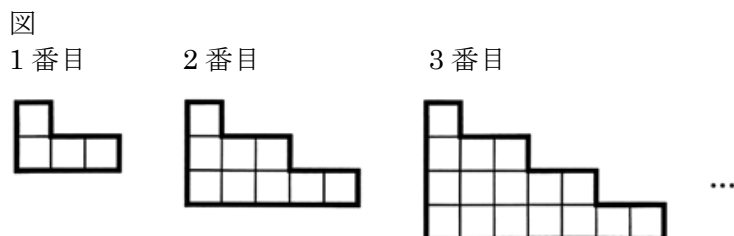
$(b-1)$ 番目の直方体の体積は $6(b-1) \text{ cm}^3$

b 番目の直方体は $(b-1)$ 番目の直方体に A を 1 つ加えたものだから

求める体積は $6(b-1) + 2 \times 2 \times 1 = 6b - 6 + 4 = 6b - 2 \text{ cm}^3$

【問 24】

1 辺の長さが 1 cm の正方形のシールをたくさん用意した。下の図のように左端をそろえながら、1 番目は上から 1 段目に 1 枚、2 段目に 3 枚、2 番目は上から 1 段目に 1 枚、2 段目に 3 枚、3 段目に 5 枚、3 番目は上から 1 段目に 1 枚、2 段目に 3 枚、3 段目に 5 枚、4 段目に 7 枚とすき間なくはり、同じ規則で、4 番目、5 番目、…と図形をつくっていく。図はそれぞれの図形において、周の辺を太い線 (—) で、隣り合うシールの共通の辺を細い線 (—) で表したものであり、表 1 は太い線の長さの和について、表 2 は細い線の長さの和についてまとめたものである。



このとき、次の問 1～問 4 に答えなさい。

(鹿児島県 2008 年度)

表 1 太い線 (—) の長さの和 (cm)

	1 番目	2 番目	3 番目	…
縦の太い線の長さの和	4	6	8	…
横の太い線の長さの和	6	10	ア	…

表 2 細い線 (—) の長さの和 (cm)

	1 番目	2 番目	3 番目	…
縦の細い線の長さの和	2	6	12	…
横の細い線の長さの和	1	4	9	…

問1 表 1 において、アにあてはまる数を書け。

問2 n 番目の図形において、縦の太い線の長さの和は何 cm か。 n を用いて表せ。

問3 4 番目の図形において、縦の細い線の長さの和は何 cm か。

問4 横の細い線の長さの和が 100 cm である図形において、縦の細い線の長さの和は何 cm か。

解答欄

問1	
問2	cm
問3	cm
問4	cm

解答

問1 14

問2 $2n+2$

問3 20 cm

問4 110 cm

解説

問2

縦の太い線の長さの和は左端の縦の長さの2倍になっている。

n 番目の図において、左端の縦の長さは $n+1$ cm と表せるので

縦の太い線の長さの和は $2(n+1)=2n+2$ cm

問3

n 番目の図形2つを階段状の部分でくっつけて

縦が $n+1$

横が $2n+2$

の長方形にする。

縦の細い線は長方形の内側にあるたての線 $(n+1) \times (2n+1)$ cm から

太い線 $(n+1)$ cm を除き2でわったものだから

$$\{(n+1) \times (2n+1) - (n+1)\} \div 2$$

$$=n^2+n \text{ cm}$$

これに $n=4$ を代入して $4^2+4=20$ cm

問4

n 番目の横の細い線の長さの和は

$$\{(2n+2) \times n - 2n\} \div 2 = n^2 \text{ cm と表せる。}$$

よって

$$n^2=100$$

$n>0$ より

$n=10$ 番目

よって10番目の縦の細い線の長さの和は

$$10^2+10=110 \text{ cm}$$

【問 25】

下の表のように、自然数が規則的に並んでいる。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	・	・
1 行目	1	4	5	16	17	・	・
2 行目	2	3	6	15	・	・	・
3 行目	9	8	7	14	・	・	・
4 行目	10	11	12	13	・	・	・
・	・	・	・	・	・	・	・
・	・	・	・	・	・	・	・
・	・	・	・	・	・	・	・

このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2008 年度)

問1 6 行目で 6 列目の数を求めなさい。

問2 73 は何行目で何列目の数か求めなさい。

問3 n 行目で n 列目の数を、 n を用いた式で表しなさい。

解答欄

問 1	
問2	行目で 列目
問3	

解答

問1 31

問2 9行目で9列目

問3 $n^2 - n + 1$

解説

問3

n 行目と n 列目をみると

1行目で n 列目の数か n 行目で1列目の数のどちらかが n^2 になっている。

そこから n 行目で n 列目の数は $n-1$ 小さくなっている。

よって $n^2 - (n - 1) = n^2 - n + 1$