

8. 規則性の問題 【2003 年度出題】

【問 1】

表のように、自然数を順序よく並べた。この中のある数 x の左の数と右の数の積が、 x の真上の数と真下の数の和を5倍した値より 10 小さい。

このとき、 x の値を求めなさい。

(青森県 2003 年度)

1	8	15	22	29	
2	9	16	23	30	
3	10	17	24	31	
4	11	18	25	32	
5	12	19	26	33	
6	13	20	27	34	
7	14	21	28	35	

解答欄

$x =$

解答

$$x = 13$$

解説

ある数 x の左の数は x より 7 小さいから $x - 7$

x の右の数は x より 7 大きいから $x + 7$

x の真上の数は x より 1 小さいから $x - 1$

x の真下の数は x より 1 大きいから $x + 1$ と表せる。

よって x の左の数と右の数の積は $(x - 7)(x + 7)$

x の真上の数と真下の数の和の 5 倍は

$$\{(x - 1) + (x + 1)\} \times 5 = 10x \text{ より}$$

$$(x - 7)(x + 7) = 10x - 10 \text{ が成り立つ。}$$

$$x^2 - 10x - 39 = 0$$

$$(x - 13)(x + 3) = 0$$

$$x > 0 \text{ より}$$

$$x - 13 = 0$$

$$x = 13$$

図は、自然数を 1 から順番に、ある規則にしたがって並べたものです。たとえば、上から2行目、左から3列目にある数は 8 です。数 18 は上から5行目、左から2列目にあります。

この規則にしたがって自然数を並べていくとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(岩手県 2003 年度)

- (1) 上から1行目, 左から6列目にある数を求めなさい。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目	...
1行目	1	4	9	16			
2行目	2	3	8	15			
3行目	5	6	7	14			
4行目	10	11	12	13			
5行目	17	18	19				
6行目							
⋮							

- (2) 数 2003 は上から何行目, 左から何列目にありますか。その行と列を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	上から 行目, 左から 列目

解答

- (1) 36
(2) 上から 23 行目, 左から 45 列目

解説

- (1) 上から1行目の左から1列目の数は 1^2

2列目は 2^2

3列目は 3^2

4列目は 4^2

となっている

6列目の数は $6^2=36$ である。

- (2)

図の矢印のように自然数は 1 から順番に並んでいる。

$44^2=1936, 45^2=2025$ より

$44^2 < 2003 < 45^2$ で

2003 は 44^2 よりも 45^2 に近い数である。

n^2 は n 列目にあるから

2003 は 45 列目にある。

また $2003 = 2025 - 22 = 45^2 - 22$ より

2003 は 23 行目にある。

Figure 1: A diagram of a square grid representing a matrix. The grid has n rows and n columns. The columns are labeled 1 to n at the top. The rows are labeled 1 to n on the left. The grid is filled with numbers 1 to n^2 in a row-major order. Arrows indicate the sequence of numbers: 1 to 2, 2 to 3, 3 to 4, 4 to 5, 5 to 6, 6 to 7, 7 to 8, 8 to 9, 9 to 10, 10 to 11, 11 to 12, 12 to 13, 13 to 14, 14 to 15, 15 to 16, 16 to 17, 17 to 18, 18 to 19, 19 to 20, 20 to 21, 21 to 22, 22 to 23, 23 to 24, 24 to 25, 25 to 26, 26 to 27, 27 to 28, 28 to 29, 29 to 30, 30 to 31, 31 to 32, 32 to 33, 33 to 34, 34 to 35, 35 to 36, 36 to 37, 37 to 38, 38 to 39, 39 to 40, 40 to 41, 41 to 42, 42 to 43, 43 to 44, 44 to 45, 45 to 46, 46 to 47, 47 to 48, 48 to 49, 49 to 50, 50 to 51, 51 to 52, 52 to 53, 53 to 54, 54 to 55, 55 to 56, 56 to 57, 57 to 58, 58 to 59, 59 to 60, 60 to 61, 61 to 62, 62 to 63, 63 to 64, 64 to 65, 65 to 66, 66 to 67, 67 to 68, 68 to 69, 69 to 70, 70 to 71, 71 to 72, 72 to 73, 73 to 74, 74 to 75, 75 to 76, 76 to 77, 77 to 78, 78 to 79, 79 to 80, 80 to 81, 81 to 82, 82 to 83, 83 to 84, 84 to 85, 85 to 86, 86 to 87, 87 to 88, 88 to 89, 89 to 90, 90 to 91, 91 to 92, 92 to 93, 93 to 94, 94 to 95, 95 to 96, 96 to 97, 97 to 98, 98 to 99, 99 to 100. The grid is divided into four quadrants by a horizontal line between row 50 and row 51, and a vertical line between column 50 and column 51. The top-left quadrant (rows 1-50, columns 1-50) is labeled n^2 . The top-right quadrant (rows 1-50, columns 51-100) is labeled n^2-1 . The bottom-left quadrant (rows 51-100, columns 1-50) is labeled n^2-2 . The bottom-right quadrant (rows 51-100, columns 51-100) is labeled n^2-3 . The grid is labeled n^2 at the bottom right.

【問 3】

2辺の長さが1 cmと2 cmの長方形があります。この長方形を、1番目の長方形という意味で「長方形1」とします。

図Ⅰのように、「長方形1」の長い方の辺に1辺が2 cmの正方形を付けて、2辺の長さが2 cmと3 cmの長方形をつくり、2番目の長方形という意味で「長方形2」とします。

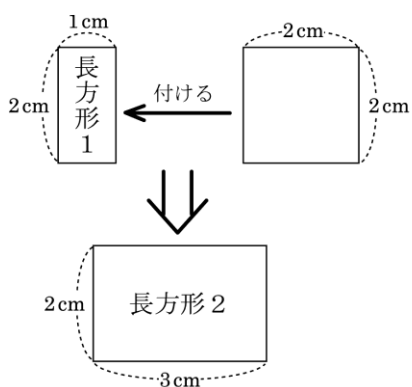
次に、図Ⅱのように、「長方形2」の長い方の辺に、1辺が3 cmの正方形を付けて「長方形3」をつくります。

その後も、長方形の長い方の辺に、その辺と同じ長さを1辺とする正方形を1つ付けて、新しい長方形を次々とつくっていきます。

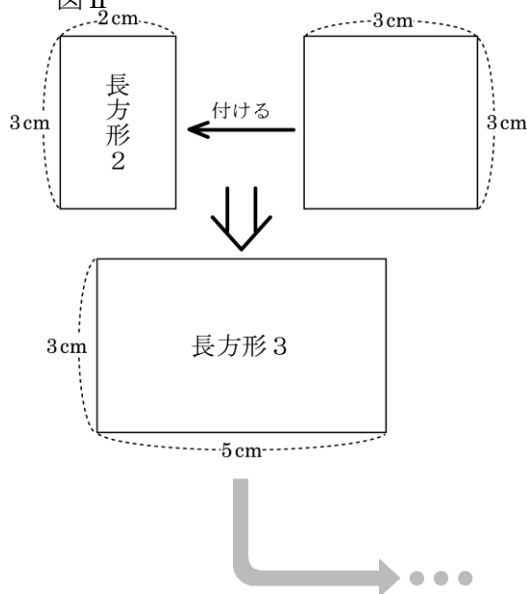
あとの1～3の問いに答えなさい。

(宮城県 2003 年度)

図Ⅰ



図Ⅱ



1. 次の表は、「長方形1」から「長方形4」までの辺の長さや面積について、まとめたものです。

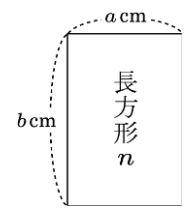
表の ア ～ エ にあてはまる数を求めなさい。

	長方形1	長方形2	長方形3	長方形4
短い方の辺の長さ(cm)	1	2	3	イ
長い方の辺の長さ(cm)	2	3	5	ウ
面 積 (cm ²)	2	6	ア	エ

2. n 番目の「長方形 n 」の短い方の辺を a cm, 長い方の辺を b cm とします。

次の文の オ ~ キ にあてはまる式を a, b を用いて表しなさい。

($n+1$)番目の「長方形($n+1$)」において, 短い方の辺の長さは オ cm, 長い方の
辺の長さは カ cm である。
また, 「長方形($n+1$)」の面積は, 「長方形 n 」より キ cm^2 だけ大きい。



3. 「長方形 n 」の面積が 1870 cm^2 で, 「長方形($n+1$)」の面積が 4895 cm^2 のとき, 「長方形 n 」の長い方の辺の
長さを求めなさい。

解答欄

1	ア	イ	ウ	エ
2	オ	カ	キ	
3	cm			

解答

1

ア 15

イ 5

ウ 8

エ 40

2

オ b

カ $a+b$

キ b^2

3 55cm

解説

1

ア 15 イ 5 ウ 8 エ 40

2

新しい長方形の短い方の辺の長さは

元の長方形の長い方の辺の長さと同じ。

新しい長方形の長い方の辺の長さは

元の長方形の2つの辺の長さの和と同じ。

増加した面積は付け足した長方形の面積と同じ。

以上から

オ b カ $a+b$ キ b^2

3

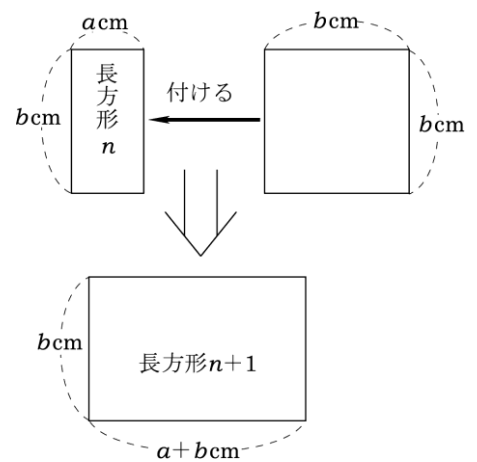
2でわかったように増加した面積は

長方形 n の長い方の辺の長さを一辺とする正方形の面積と同じ。

この長さを x cm とすると

$$x^2 = 4895 - 1870 = 3025$$

よって $x = 55$ cm

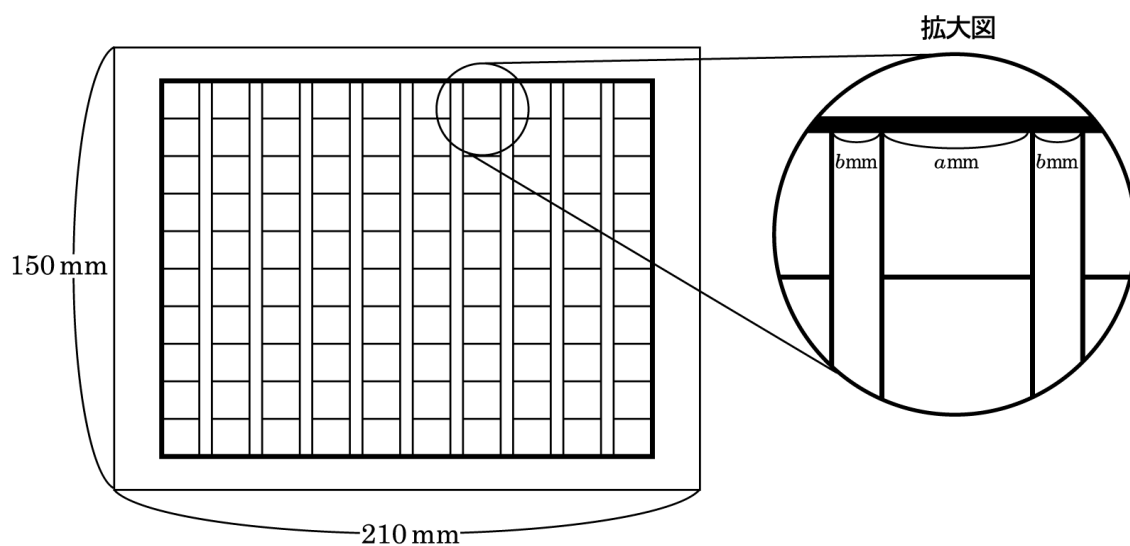


【問 4】

図のように、縦が 150 mm、横が 210 mm の長方形の紙に、1行が 10 ますで 10 行の原稿用紙をつくる。太線(—)は、すべてのますを囲んだ長方形を表している。すべてのますは1辺 a mm の正方形で、行と行の間隔はすべて b mm とする。

長方形の紙と太線の長方形が相似になるようにつくる時、 b を a の式で表しなさい。

(秋田県 2003 年度)



解答欄

$b =$

解答

$$b = \frac{4}{9}a$$

解説

太線の長方形の縦の長さは $10a$ mm、横の長さは $10a + 9b$ mm なので

$$10a : 10a + 9b = 150 : 210$$

$$(10a + 9b) \times 150 = 10a \times 210$$

$$\text{よって } b = \frac{4}{9}a$$

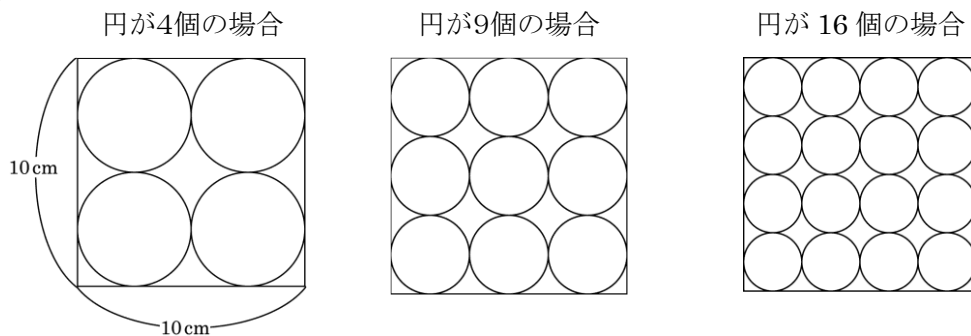
【問 5】

体育委員の太郎さんは、授業の準備のときに箱に入ったボールを見て、四角形と円との関係に興味を持ち、正方形の中にかき入れた円について、半径や面積を調べてみることにした。そこで、図1のように、1辺の長さが 10 cm の正方形の中にぴったりとおさまるよう、同じ大きさの円を、それぞれ4個、9個、16 個かき入れた。

円周率を π として、あとの問いに答えなさい。

(山形県 2003 年度)

図1



- (1) 太郎さんは、図1の、円が4個の場合と9個の場合について、1つの円の半径と円の面積の合計を求めて、下の表にまとめた。ア, イ にあてはまる値を、それぞれ書きなさい。

	円が4個の場合	円が9個の場合
1つの円の半径	$\frac{5}{2}$ cm	ア cm
円の面積の合計	25π cm ²	イ cm ²

- (2) 太郎さんは、正方形の中にかき入れる円の個数を n^2 個にした場合の、円の面積の合計を次のように求めた。

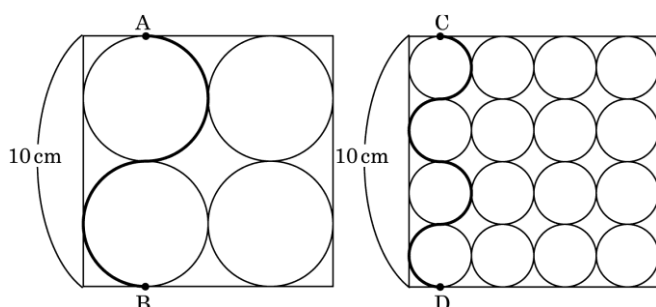
ウ にはあてはまる文字式を、エ には結果となる値を、それぞれ書きなさい。

$$\pi \times (\text{ウ})^2 \times n^2 = \text{エ} \text{ cm}^2$$

- (3) 太郎さんは、円周をなぞっているうちに、円周上を通る経路に関心を持った。そこで、円が4個の場合と 16 個の場合について、図2のように円と辺との接点 A, B, C, D を定め、点 A から点 B までの太線の長さと、点 C から点 D までの太線の長さを比べて、わかったことを次のようにまとめた。

オ にはあてはまる値を、カ には適切な言葉を、それぞれ書きなさい。

図2



<まとめ>

点 C から点 D までの太線の長さは オ cm であり、これは、点 A から点 B までの太線の長さと比べたところ、カ ことがわかった。

解答欄

(1)	ア		イ	
(2)	ウ		エ	
(3)	オ		カ	

解答

(1)

ア $\frac{5}{3}$, イ 25π

(2)

ウ $\frac{5}{n}$, エ 25π

(3)

オ 5π , カ 同じである

解説

(1)

ア 円が9個の場合縦に3個並ぶから1つの円の半径は $\frac{10}{6} = \frac{5}{3} \text{ cm}$

イ 円の面積の合計は $\pi \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 \times 9 = 25\pi \text{ cm}^2$

(2)

ウ 円が縦に n 個並ぶから1つの円の半径は $\frac{10}{2n} = \frac{5}{n} \text{ cm}$

エ 円の面積の合計は $\pi \times \left(\frac{5}{n}\right)^2 \times n^2 = 25\pi \text{ cm}^2$

(3)

オ

縦に4個並んでいる場合1つの円の半径は $\frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

点 C から点 D までの太線の長さは円周の2つ分だから $2\pi \times \frac{5}{4} \times 2 = 5\pi \text{ cm}$

カ

縦に2個並んでいる場合1つの円の半径は $\frac{5}{2} \text{ cm}$

点 A から点 B までの太線の長さは円周1つ分だから $2\pi \times \frac{5}{2} \times 1 = 5\pi \text{ cm}$

よって点 C から点 D までと点 A から点 B までの太線の長さは同じである。

【問 6】

同じ大きさの直角二等辺三角形の白いタイルと赤いタイルがある。これらのタイルを、並べる向きを図1のように定め、半直線 OA に沿って、図2のように左端から、ア、イ、ウ、エの順にすきまなく並べ、それを繰り返す。ただし、1枚目、6枚目、11枚目、…と、5枚ごとに赤いタイルを並べ、それ以外は白いタイルを並べるものとする。

(福島県 2003 年度)

図1 タイルの向き

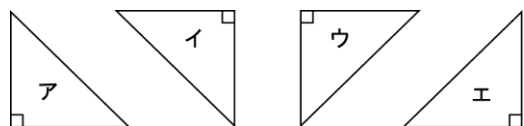
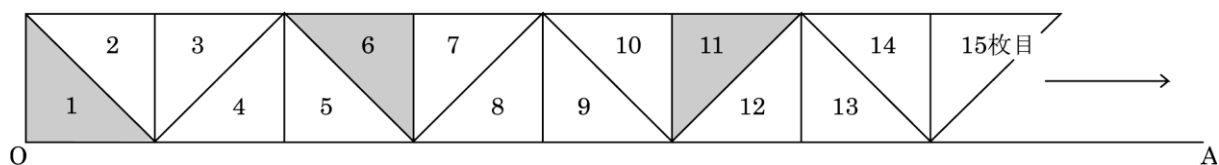


図2 タイルの並べ方



① 35 枚目のタイルの向きは図1のア～エの中のどれか。1つ選んで記号で答えなさい。

② 300 枚目を並べ終えたとき、アの向きに並べられた赤いタイルは何枚あるか、求めなさい。

解答欄

①	
②	枚

解答

① ウ

② 15 枚

解説

①

三角形の向きはタイルの番号の数字を 4 でわったあまりより判断できる。

あまりが 1 のときはアの向き

あまりが 2 のときはイの向き

あまりが 3 のときはウの向き

わり切れるときはエの向きになる。

35 枚目は $35 \div 4 = 8$ あまり 3

よってタイルの向きは3番目のウである。

②

並べ方の種類は4種類で

赤いタイルは5枚ごとに1枚だから

アの向きに赤いタイルが置かれるのは 4 と 5 の最小公倍数 20 枚ごとに1枚である。

よって $300 \div 20 = 15$ より

答えは 15 枚である。

【問 7】

正三角形 ABC と正 n 角形(n は 4 以上の整数)があり, それぞれの1辺の長さは等しい。正 n 角形の1つの辺を PQ とし, 初めに2つの図形を図1のように辺 AC を辺 PQ に重ねて置く。この正三角形を, 図2のように頂点 A を中心に矢印の方向に回転させ, 図3のように辺 AB を正 n 角形の辺に重ねる。次に, 正三角形を頂点 B を中心に回転させ, 図4のように辺 BC を正 n 角形の辺に重ねる。さらに, 正三角形を頂点 C を中心に回転させ, 辺 CA を正 n 角形の辺に重ねる。以下同じことを繰り返しながら, 正三角形が正 n 角形の内側を動く。また, 正三角形の1辺が辺 PQ を離れてから, 再びいずれかの辺が PQ に重なったとき, 正三角形は正 n 角形の内側を1周したものとす。

このとき, 次の1, 2, 3, 4の問いに答えなさい。

(栃木県 2003 年度)

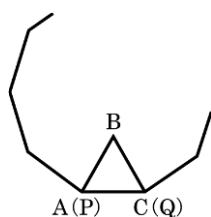


図1

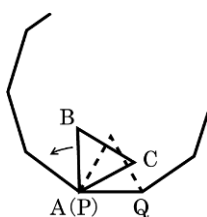


図2

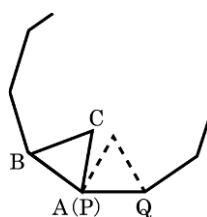


図3

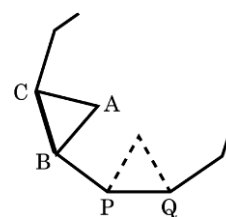
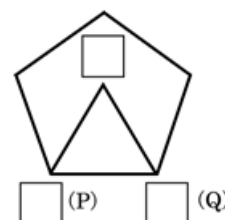


図4

- 1 $n=5$ のとき, 初めの状態から正三角形が正 n 角形の内側を1周したところ, 図5 図5

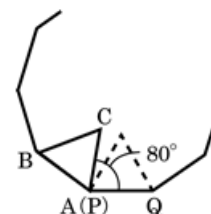
のようになった。このとき, 頂点 A, B, C はどの位置にあるか, $\square$ の中に A, B, C を記入しなさい。



- 2 $n=6$ のとき, 初めの状態から正三角形が正 n 角形の内側を a 周する間に, 辺 AB が正 n 角形の辺と何回重なるか。 a を用いて表しなさい。ただし, a は正の整数とする。

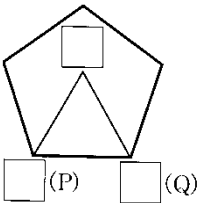
- 3 図6のように, 正三角形を頂点 A を中心に回転させたら, 辺 AC は 80° 回転した。 図6

このとき, n の値を求めなさい。ただし, 途中の説明も書くこと。



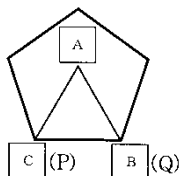
- 4 正 n 角形の周の長さが 42 cm であるとき, 初めの状態から正三角形が正 n 角形の内側を1周したところ, 辺 AC が辺 PQ に重なった。正 n 角形の1辺の長さを整数とすると, 考えられる n の値をすべて求めなさい。

解答欄

1	
2	回
3	答 $n=$
4	

解答

1



2 $2a$ 回

3

n 角形の1つの内角は $80^\circ + 60^\circ = 140^\circ$ である。

よって1つの外角は 40° となる。

n 角形の外角の和は 360° であるから

$$40^\circ \times n = 360^\circ$$

したがって $n=9$

答 $n=9$

4 6, 21, 42

解説

1

正三角形は正 n 角形と辺 CA, AB, BC, CA, AB, BC, CA...の順に重なるので

①には B

②には C

③には A

④には B

⑤には C

⑥には A がくる。

2

正6角形の内側を a 周するには $6a$ 回だけ回転すればよい。

辺 AB, BC, CA は正6角形と同じ回数だけ重なるので $6a \div 3 = 2a$

3

n 角形の1つの内角は $80^\circ + 60^\circ = 140^\circ$ である。

よって1つの外角は 40° となる。

n 角形の外角の和は 360° なので

$$40^\circ \times n = 360^\circ$$

$n=9$

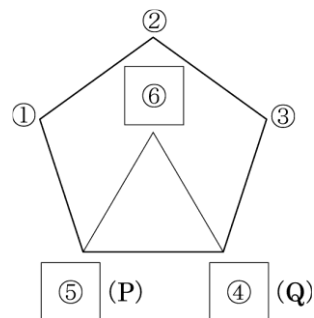
4

正 n 角形の1辺の長さは整数なので n は 42 の約数である。

また辺 AC が辺 PQ に重なるので n は 3 の倍数である。

さらに n は 4 以上なので

$n=6, 21, 42$

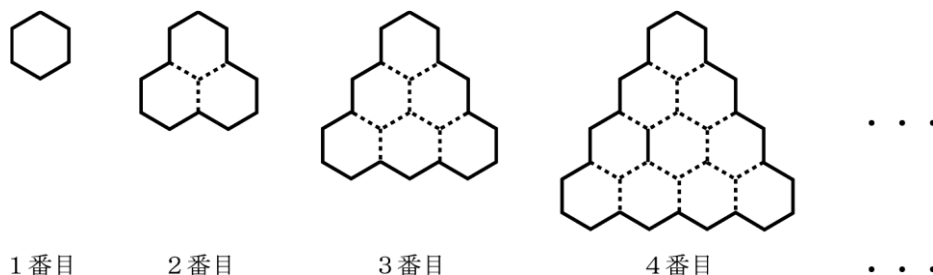


【問 8】

1 辺の長さが 1 cm の正六角形を、下の図のように、互いの辺が重なるように、1 番目、2 番目、3 番目、4 番目、…、と同じ規則で並べて、図形を順につくっていきます。このとき 10 番目につくった図形で、正六角形の互いに重なった辺の長さの和を求めなさい。

例えば、2 番目につくった図形では、正六角形の互いに重なった辺は、図の点線の部分で、長さの和は 3 cm です。

(埼玉県 2003 年度)



解答欄

cm

解答

135 cm

解説

正六角形の互いに重なった辺の長さの和は

2 番目、3 番目、4 番目でそれぞれ

$$3 \times 1 = 3$$

$$3 \times (1 + 2) = 9$$

$$3 \times (1 + 2 + 3) = 18$$

となるから

10 番目につくった図形では

$$3 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + 9)$$

$$= 3 \times 45$$

$$= 135 \text{ cm}$$

【問 9】

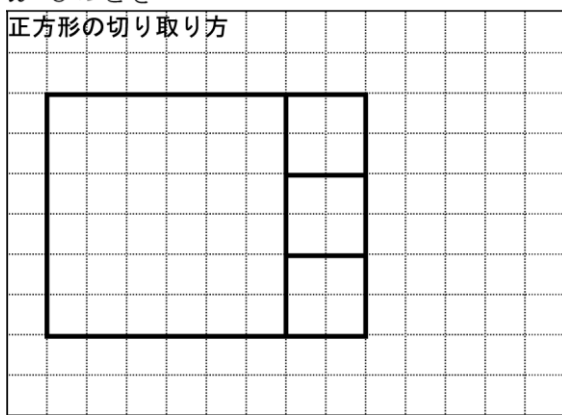
縦が 6 cm, 横が x cm の長方形の紙があります。ただし, x は整数とし, $7 \leq x \leq 11$ とします。この長方形の紙から, 短いほうの辺を1辺とする正方形を切り取り, 残った長方形が正方形でないときは, さらに, その長方形の短いほうの辺を1辺とする正方形を切り取ります。この作業を, 残った長方形が正方形になるまで続けて, 最後に残った正方形の1辺の長さを調べます。

Tさんが, $x=8$ と $x=11$ のときに, この作業をしたところ, 最後に残った正方形の1辺の長さは, それぞれ 2 cm と 1 cm でした。このとき, Tさんは, 正方形の切り取り方を, 下の図のようにかきました。ただし, 図の1目盛りを 1 cm とします。

また「 x の値と最後に残った正方形の1辺の長さ」を, 「 $x=8$ のとき 2 cm」, 「 $x=11$ のとき 1 cm」のように表しました。

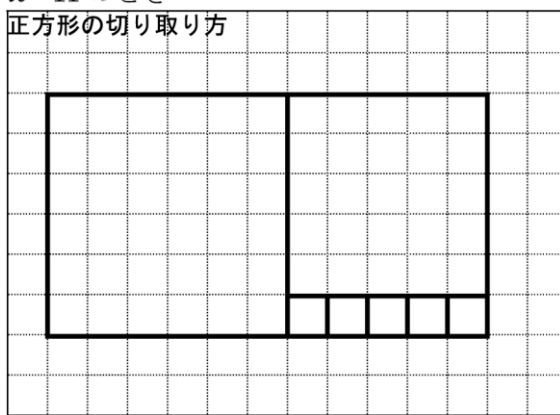
$x=8$ のとき

正方形の切り取り方



$x=11$ のとき

正方形の切り取り方



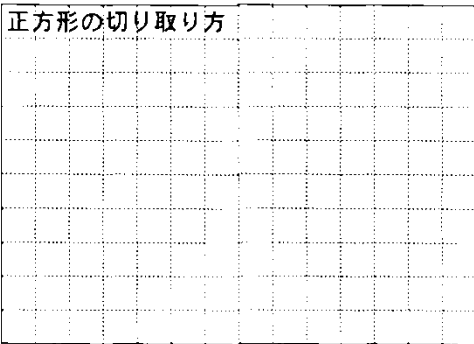
$x=8$, $x=11$ 以外の x の値を1つ選んで, そのときの正方形の切り取り方を, 上の図のようにかきなさい。ただし, 解答欄の図の1目盛りを 1 cm とします。

また, $x=8$, $x=11$ 以外のすべての x の値について, 最後に残った正方形の1辺の長さを求め, 「 x の値と最後に残った正方形の1辺の長さ」を, Tさんのように表して答えなさい。

(埼玉県 2003 年度)

解答欄

正方形の切り取り方

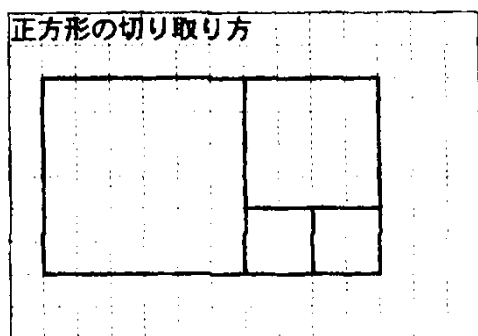


$x=$ のとき cm

$x=$ のとき cm

$x=$ のとき cm

解答



「 $x=7$ のとき 1 cm」

「 $x=9$ のとき 3 cm」

「 $x=10$ のとき 2 cm」

解説

正方形の切り取り方は図のようになるから

図1より

「 $x=7$ のとき 1 cm」

図2より

「 $x=9$ のとき 3 cm」

図3より

「 $x=10$ のとき 2 cm」

正方形の切り取り方

図1

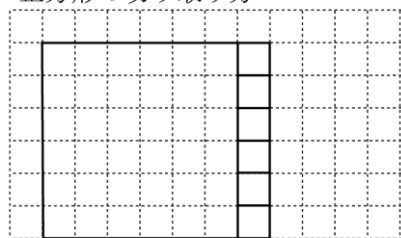


図2

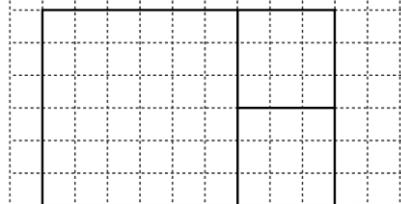
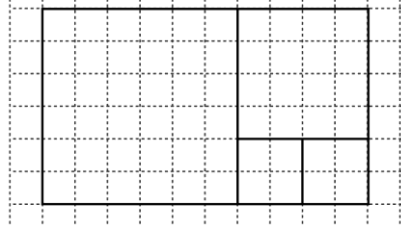


図3



【問 10】

図1のような、4行、4列の 16 のます目のそれぞれに、白石または黒石のどちらかを必ず1つずつ入れることとする。

いま、白石を1ポイント、黒石を2ポイントとし、各行、各列、対角線上にある石のポイント合計を考える。

例えば、図2のように石を入れたとき、各行ごとのポイント合計を第4列の右に行合計として、5, 6, 7, 7 と表すこととし、各列ごとのポイント合計を第4行の下に列合計として、6, 6, 6, 7 と表すこととする。

また、右上がりの対角線上、右下がりの対角線上のポイント合計をそれぞれ文字 a , b で表すこととし、図2の場合は、 $a=8$, $b=4$ である。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(千葉県 2003 年度)

- (1) 図1で、4行、4列のます目に入る 16 個の石のうち白石の個数を x とし、16 のます目に入るすべての石のポイント合計を y とする。

このとき、 y を x の式で表しなさい。

- (2) 図3で、各行合計が、7, 6, 7, 6, 各列合計が、6, 7, 7, 6 であり、 $a=6$, $b=5$ となるように白石、黒石を入れたい。

まず、第1行の第1列のます目に、白石を入れるとき、他の 15 のます目のうちで、白石の入るます目を○印ですべて表しなさい。

図1

	第1列	第2列	第3列	第4列
第1行→				
第2行→				
第3行→				
第4行→				

図2

	第1列	第2列	第3列	第4列	
					$a=8$
第1行→	○	○	○	●	5
第2行→	○	○	●	●	6
第3行→	●	●	○	●	7
第4行→	●	●	●	○	7
	6	6	6	7	$b=4$
	列合計				

図3

	第1列	第2列	第3列	第4列	
					$a=6$
第1行→					7
第2行→					6
第3行→					7
第4行→					6
	6	7	7	6	$b=5$
	列合計				

解答欄

(1)																																																	
(2)	<table> <tr> <th></th><th>第1列</th><th>第2列</th><th>第3列</th><th>第4列</th><th></th></tr> <tr> <td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$a=6$</td></tr> <tr> <th>第1行→</th><td>○</td><td></td><td></td><td></td><td>7</td></tr> <tr> <th>第2行→</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td>6</td></tr> <tr> <th>第3行→</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td>7</td></tr> <tr> <th>第4行→</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td>6</td></tr> <tr> <td></td><td>6</td><td>7</td><td>7</td><td>6</td><td>$b=5$</td></tr> <tr> <td></td><td colspan="4">列合計</td><td></td></tr> </table>		第1列	第2列	第3列	第4列							$a=6$	第1行→	○				7	第2行→					6	第3行→					7	第4行→					6		6	7	7	6	$b=5$		列合計				
	第1列	第2列	第3列	第4列																																													
					$a=6$																																												
第1行→	○				7																																												
第2行→					6																																												
第3行→					7																																												
第4行→					6																																												
	6	7	7	6	$b=5$																																												
	列合計																																																

解答

(1) $y = -x + 32$

(2)

	第1列 ↓	第2列 ↓	第3列 ↓	第4列 ↓	$a = 6$
第1行→	○				7
第2行→		○	○		6
第3行→				○	7
第4行→	○			○	6
	6	7	7	6	$b = 5$
	列合計				

解説

(1)

白石の個数を x とすると黒石の個数は $16 - x$ 個と表せるから
ポイント合計は $y = 1 \times x + 2 \times (16 - x) = -x + 32 \cdots \textcircled{1}$

(2)

行合計から $y = 7 + 6 + 7 + 6 = 26$

これを①に代入して

$$26 = -x + 32$$

$$x = 6$$

よって白石は6個入る。

ポイント合計が 7 の並びには白石1個, 黒石3個が入るから

第1行の残りのます目はすべて黒石。

いま第2行の第2列のます目に白石を入れると

第2列の残りのます目はすべて黒石となり

$a = 6$ から第2行の第3列, 第4行の第1列は白石となり

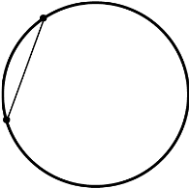
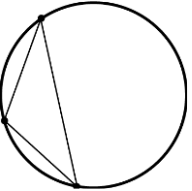
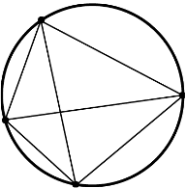
図のように白石の入るます目は決まる。

	第1列 ↓	第2列 ↓	第3列 ↓	第4列 ↓	$a = 6$
第1行→	○				7
第2行→		○	○		6
第3行→				○	7
第4行→	○			○	6
	6	7	7	6	$b = 5$
	列合計				

【問 11】

円周上に異なる点が n 個あり、すべての点が互いに線分で結ばれている。1つの点から引かれている線分の本数 a と、すべての線分の本数 b について調べることにする。ただし、 n は 2 以上の整数とする。

下の表は、 $n=2$, $n=3$, $n=4$ のときの、それぞれの図の一例と、 a , b の値を示したものである。

円周上の異なる点の個数 n (個)	2	3	4
図の一例			
1つの点から引かれている線分の本数 a (本)	1	2	3
すべての線分の本数 b (本)	1	3	6

このとき、次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2003 年度)

(ア) 円周上の異なる点の個数 n が 5 のとき、1つの点から引かれている線分の本数 a と、すべての線分の本数 b の値を求めなさい。

(イ) すべての線分の本数 b が 36 のとき、円周上の異なる点の個数 n の値を求めなさい。

解答欄

(ア)	$a =$, $b =$
(イ)	$n =$

解答

(ア) $a=4$, $b=10$

(イ) $n=9$

解説

(ア)

図のように5個の異なる点のうち1点 P から引くことのできる線分は P 点以外の4点までの合計4本ある。

また5点のそれぞれから引くことができる線分は $5 \times 4 = 20$ 本だが
図のように点 P から点 Q に引いた線分と

点 Q から点 P に引いた線分は同じである(2回数えている)から
線分の本数 b は $20 \div 2 = 10$ 本である。

(イ)

円周上の異なる点の個数が n のとき

1つの点から引かれている線分の本数 a は $n-1$ 本であるから

n 個の点から引かれるすべての線分の本数 b は $b = \frac{n(n-1)}{2}$ となる。

よって $b=36$ のとき

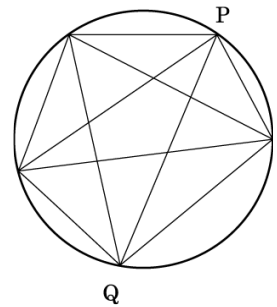
$$\frac{n(n-1)}{2} = 36$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n-9)(n+8) = 0$$

$n > 0$ より

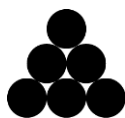
$$n = 9$$



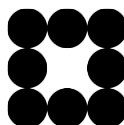
【問 12】

よしさんは、図のように、平面上で基石を1つの正多角形状に並べることを考え、その基石の個数を調べた。ただし、すべての辺の基石の個数は同じとし、1辺の個数は3個以上とする。

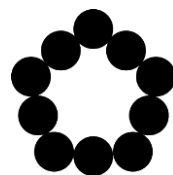
1辺の個数が3個のとき



正三角形形状

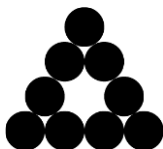


正形状状

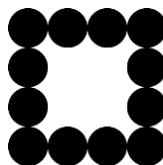


正五角形状

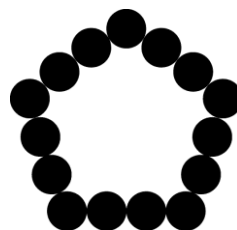
1辺の個数が4個のとき



正三角形形状



正形状状



正五角形状

次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(岐阜県 2003 年度)

- (1) よしさんは、正多角形状に並べる場合に必要な基石の個数を下の表にまとめた。表中のア、イにあてはまる数を求めなさい。

	正三角形形状	正形状状	正五角形状
1辺の個数が3個のとき	6	8	10
1辺の個数が4個のとき	9	ア	15
1辺の個数が5個のとき	12	16	イ

- (2) よしさんは、正多角形状に並べる場合に必要な基石の個数について、次のように考えた。ウには文字を使った式を、エ～カには3以上の整数を、それぞれあてはまるように書きなさい。

1 辺の個数が n 個である正三角形形状に並べる場合、右の図のように考えると必要な個数は ウ 個であり、必要な個数を表す数は エ の倍数である。

同じようにして、正形状状に並べる場合に必要な個数を表す数は オ の倍数であり、正五角形状に並べる場合に必要な個数を表す数は カ の倍数である。

- (3) 21 個の基石をすべて使い、1つの正多角形状に並べるとき、どんな正多角形状に並べることができるか。その正多角形の名まえをすべて書きなさい。

解答欄

(1)	ア	
	イ	
(2)	ウ	
	エ	
	オ	
	カ	
(3)		

解答

(1)

ア 12

イ 20

(2)

ウ $3(n-1)$

エ 3

オ 4

カ 5

(3) 正三角形, 正七角形

解説

(1)

ア

1辺の個数が4個である正形状に並べる場合

右図のように必要な個数は3個の4倍と考えると 12 個。

イ

1辺の個数が5個である正五形状に並べる場合

必要な個数は4個の5倍と考えると 20 個。

(2)

ウ

1辺の個数が n 個である正三角形に並べる場合

$(n-1)$ 個の3倍と考えると $3(n-1)$ 個。

エ

必要な個数を表す数は 3 の倍数である。

オ

正方形は辺が4つあるから

正形状に並べる場合に必要な個数を表す数は 4 の倍数。

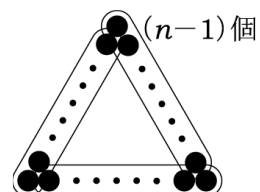
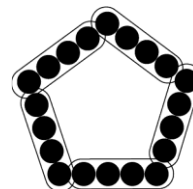
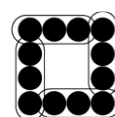
カ

正五角形の辺は5つだから必要な個数は 5 の倍数。

(3)

$21=3 \times 7$ だから 21 は 3 の倍数であり 7 の倍数でもある。

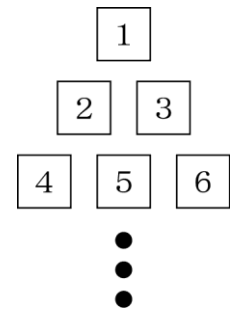
よって(2)より正三角形または正七角形に並べることができる。



【問 13】

図のように、自然数が1つずつ書かれたカードを数字の小さい順に、上から n 番目の段には n 枚を左から並べるとき、次の①, ②の問いに答えよ。

(愛知県 2003 年度 B)



① 上から4番目の段の右端のカードに書かれている数字を答えよ。

② 数字 74 が書かれたカードは、上から何番目の段の左端から何枚目にあるか。

解答欄

①	
②	上から()番目の段の左端から()枚目

解答

① 10

② 上から 12 番目の段の左端から 8 枚目

解説

①

上から4段目には4枚のカードが並び左から順に 7 , 8 , 9 , 10 となる。
したがって4段目の右端のカードの数字は 10 である。

②

n 番目の右端の数は 1 から n までの整数の和になる。

したがって整数を 1 から順にたしていくと

11 までの和は 66

12 までの和は 78 だから

74 は 12 番目の段にある。

12 番目の左端の数は 67 だから

74 は左から8枚目になる。

【問 14】

AさんとBさんは、2人で次のようなカードを使ったゲームを何回か行いました。

【2人で行ったゲーム】

- ㊦ 次の図のように、1から7までの数字が書かれた7枚のカードを並べる。



- ㊧ 並べられた7枚のカードから、下の表のように、AさんとBさんがカードを1枚ずつ交互にとりあい、最後に3枚のカードを残す。

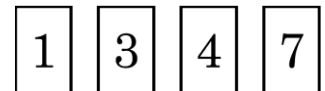
	1回目	2回目	3回目	4回目
カードをとる人	Aさん	Bさん	Aさん	Bさん

- ㊨ 最後に残る3枚のカードに書かれている数の和が、Aさんは、3の倍数にならないように、Bさんは、3の倍数になるように、考えてカードをとりあう。

このとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2003 年度)

- (1) あるゲームで、3回目に Aさんがカードをとり終えたとき、右のような4枚のカードが残りました。次に Bさんはどのカードをとればよいか、そのカードに書かれている数を書きなさい。



- (2) 別のゲームで、2回目に Bさんがカードをとり終えたとき、右のような5枚のカードが残りました。次に Aさんが、あるカードをとれば、その後 Bさんがどのカードをとっても、最後に残る3枚のカードに書かれている数の和は3の倍数になりません。Aさんはどのカードをとればよいか、そのカードに書かれている数を書きなさい。また、その理由をそれぞれのカードに書かれている数を3で割った余りに着目して書きなさい。



- (3) Aさんが、1回目に 1, 4, 7 のいずれかのカードをとり、3回目のカードのとりかたを工夫すれば、2回目、4回目に Bさんがどのカードをとっても、最後に残る3枚のカードに書かれている数の和が絶対に3の倍数になりません。Aさんは、3回目にどのようなカードをとればよいか、それぞれのカードに書かれている数を3で割った余りに着目して書きなさい。

解答欄

(1)		
(2)	とるカードに書かれている数	
	理由	
(3)		

解答

(1) 3

(2)

とるカードに書かれている数 5

・5のカードをとれば

残ったカードの余りは

それぞれ0, 0, 1, 1であり

どの3枚のカードを残しても

それらの和の余りは1か2になるから。

・5枚のカードの余りはそれぞれ1, 0, 2, 0, 1である。

最後に残る3枚のカードの数の和が3の倍数になるのは

それら3枚の余りが0, 1, 2の場合だけである。

余りが2となるカードは5のカード1枚だけだから。

(3)

・3回目にとるカードはその余りが2回目にとったカードの余りと等しくなるカードをとればよい。

・3回目にとるカードは

そのあとに残る4枚のカードの余りを0, 0, 1, 1のように同じ余りが2個ずつ2組になるようにカードをとればよい。

解説

(1)

4枚のカードの数の和は $1+3+4+7=15$ だから

3 のカードをとれば残る3枚のカードに書かれている数の和は 12 となり 3 の倍数となる。

(2)

〈例1〉

5 のカードをとればカードに書かれている数を 3 で割った余りは

それぞれ 1, 0, 0, 1 でありどの3枚のカードを残してもそれらの和の余りは 1 か 2 になる。

〈例2〉

5枚のカードに書かれている数を 3 で割った余りは

それぞれ 1, 0, 2, 0, 1 である。

最後に残る3枚のカードの数の和が 3 の倍数になるのは

それら3枚の余りが 0, 1, 2 の場合だけである。

余りが 2 となるカードは 5 のカード1枚だけだから 5 のカードをとればよい。

(3)

1, 4, 7 はともに 3 で割ると 1 余るから

1回目にそのいずれかのカードをとると

残った6枚のカードの数をそれぞれ 3 で割った余りの数は 0, 0, 1, 1, 2, 2 で同じ余りが2個ずつ3組となる。

よって最後に残る3枚のカードの数の和が 3 で割りきれするには3枚のカードの余りが 0, 1, 2 とならなくてはならない。

ゆえに〈例1〉, 〈例2〉のようにすれば最後に残る3枚のカードに書かれている数の和が絶対に 3 の倍数にならない。

〈例1〉

3回目にとるカードはそのカードの数を 3 で割った余りが

2回目にとったカードの余りと等しくなるカードをとればよい。

〈例2〉

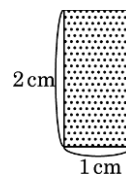
3回目にとるカードはそのあとに残る4枚のカードの余りを

0, 0, 1, 1 のように同じ余りが2組になるようにカードをとればよい。

【問 15】

図のような2辺の長さが 1 cm と 2 cm の長方形のシールがたくさんあり、これらのシールを $AB=2\text{ cm}$, $BC=n\text{ cm}$ の長方形の台紙 ABCD の全面に、重ならず、すきまができないようにはっていく。そのとき、シールが台紙からはみ出さないようにする。

長方形のシール



例えば, $n=1, 2, 3$ のとき, 台紙 ABCD とシールの異なるはり方は次の表のようになる。

このとき, 次の問い(1)・(2)に答えよ。

(京都府 2003 年度)

$n=1$ のとき	
台紙	シールのはり方
	 1 通り
$n=2$ のとき	
台紙	シールのはり方
	 2 通り
$n=3$ のとき	
台紙	シールのはり方
	 3 通り

(1) 次の空欄 , , に当てはまる数をそれぞれ答えよ。

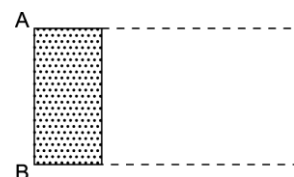
$n=4$ のときのシールのはり方は 通りある。

その 通りのなかで, 台紙の左端(辺 AB 側)が, I 図のようになっているはり

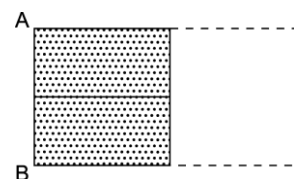
方は 通りあり, II 図のようになっているはり方は 通りある。

(2) $n=6$ のときのシールのはり方は何通りあるか。

I 図



II 図



解答欄

(1)	ア	
	イ	
	ウ	
(2)	通り	

解答

(1)

ア 5

イ 3

ウ 2

(2) 13 通り

解説

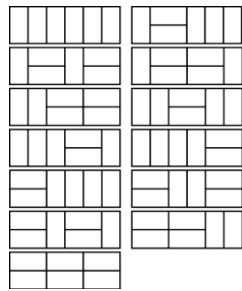
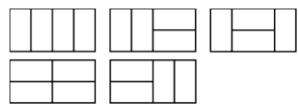
(1)

$n=4$ のときのはり方は次の5通り。

(2)

$n=6$ のときのはり方は次の通り。

よってはり方は 13 通りである。

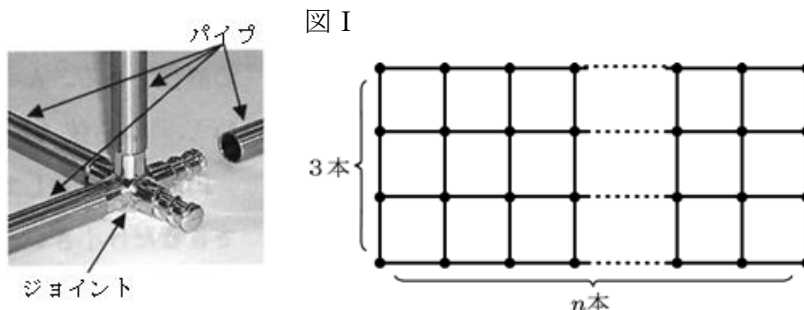


【問 16】

同じ長さのパイプとそれらをつなぐためのジョイントがある。これらを用いてパイプを格子状につないでいく。右の写真は、ジョイントを用いてパイプをつないでいくさまを示したものである。

次の問いに答えなさい。

(大阪府 2003 年度 前期)



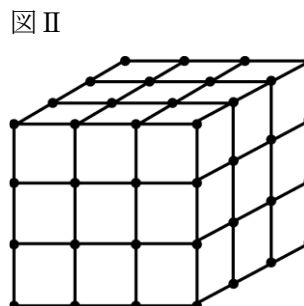
(1) 図 I のように、長方形の形にパイプをつないでいくことにした。その際、パイプを縦の方向に3本ずつ横の方向に n 本ずつ格子状に並べ、これらのパイプを互いにジョイントでつないでいく。図 I 中の・はジョイントを表している。

① 次の表は、 n の値を変えたときに、図 I のようにつなぐのに必要なパイプの本数とジョイントの個数がそれぞれどのように変化するかを示した表の一部である。(ア)～(エ)にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

n の値	1	2	...	(ウ)	...
パイプの本数	10	(ア)	...	(エ)	...
ジョイントの個数	8	(イ)	...	28	...

② 図 I のようにつなぐのに必要なパイプの本数を n の式で表しなさい。

(2) 図 II のように、立方体の形にパイプをつないでいくことにした。その際、立方体の各面にあたる部分にはパイプが縦、横いずれの方向にも x 本ずつ格子状に並ぶようにし、これらのパイプを互いにジョイントでつないでいく。図 II は、 $x=3$ のときを示している。図 II 中の・はジョイントを表している。



① $x=3$ のときの立方体の表面上にあるジョイントの個数を求めなさい。

② 立方体の表面上にあるジョイントの個数が 386 であるときの x の値を求めなさい。求め方も書くこと。

解答欄

(1)	①	(ア)	
		(イ)	
		(ウ)	
		(エ)	
	②		
(2)	①		
	②	求め方 $x=$	

解答

(1)

①

(ア) 17

(イ) 12

(ウ) 6

(エ) 45

② $7n+3$

(2)

① 56

②

求め方

二つの底面上にあるジョイントの個数は $(x+1)^2 \times 2$

底面に含まれないジョイントの個数は $x \times (x-1) \times 4$

したがって 表面上のジョイントの個数は $(x+1)^2 \times 2 + x \times (x-1) \times 4 = 6x^2 + 2$

ジョイントの個数が 386 であるから $6x^2 + 2 = 386$

これを解くと

$x = \pm 8$

$x > 0$ だから

$x = 8$

答 8

解説

(1)

①

$n=2$ のときパイプは

縦方向に $3 \times (2+1) = 3 \times 3 = 9$ 本

横方向に $2 \times (3+1) = 2 \times 4 = 8$ 本

あわせて $9+8=17 \cdots$ (ア)

ジョイントの個数は

$(3+1) \times (2+1) = 4 \times 3 = 12 \cdots$ (イ)

またジョイントの個数が 28 のとき

n の値は $28 \div 4 - 1 = 7 - 1 = 6 \cdots$ (ウ)

$n=6$ のときパイプの本数は

$3 \times (6+1) + 6 \times (3+1) = 3 \times 7 + 6 \times 4 = 21 + 24 = 45 \cdots$ (エ)

②

$3(n+1) + 4n = 3n + 3 + 4n = 7n + 3$ 本

(2)

①

上下の2つの底面上にあるジョイントの個数は $(3+1)^2 \times 2 = 4^2 \times 2 = 32$

底面に含まれないジョイントの個数は $3 \times (3-1) \times 4 = 3 \times 2 \times 4 = 24$

よって表面上のジョイントの個数は $32 + 24 = 56$ 個

②

上下の2つの底面上にあるジョイントの個数は $(x+1)^2 \times 2$

底面に含まれないジョイントの個数は $x \times (x-1) \times 4$

よって表面上のジョイントの個数は

$(x+1)^2 \times 2 + x(x-1) \times 4$

$= (x^2 + 2x + 1) \times 2 + (x^2 - x) \times 4 = 2x^2 + 4x + 2 + 4x^2 - 4x = 6x^2 + 2$

ジョイントの個数が 386 であるから

$6x^2 + 2 = 386$

これを解くと

$x = \pm 8$

$x > 0$ だから

$x = 8$

【問 17】

右のような「九九の表」がある。表の  中の数について、次の問いに答えなさい。ただし、 部分の 4 は、かけられる数が 4、かける数が 1 で、 4×1 の値を表している。

(兵庫県 2003 年度)

(1) 4 は、 4×1 、 2×2 、 1×4 の値として3か所だけにあらわれる。このように、同じ値が3か所だけにあらわれる数を 4 以外すべて書きなさい。

かける数									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

かけられる数

(2)  や  のように、2つの数を  で囲む。囲まれた2つの数のうち、左上の数のかけられる数を a 、かける数を b とするとき、右下の数のかけられる数とかける数を、それぞれ a 、 b を使って表しなさい。また、囲まれた2つの数の差を、 a 、 b を使って表しなさい。ただし、差は正の数とする。

(3) (2)のように、2つの数を  で囲むとき、囲まれた2つの数の差が 11 になる  は、全部で何か所にあられるか、答えなさい。

解答欄

(1)		
(2)	右下の数	かけられる数 , かける数
	2つの差	
(3)	か所	

解答

(1) 9, 16, 36

(2) 右下の数:かけられる数 $a+1$, かける数 $b+1$ 2つの差: $a+b+1$

(3) 7 か所

解説

(2)

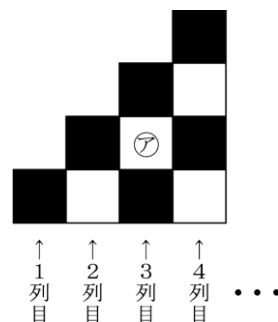
囲まれた2つの数の差は

$$(a+1)(b+1)-ab=ab+a+b+1-ab=a+b+1$$

同じ大きさの正方形の黒い板と白い板が互いに隣り合い、1列ごとに1枚ずつ板が増えるように置いて、階段状の図形をつくる。1列目には黒い板を1枚おく。図は4列目まで並べたときの図形である。

(兵庫県 2003 年度)

- 表



	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目
黒い板の枚数	1	1				
白い板の枚数	0	1				

- (2) n 列目まで並べたとき、黒い板と白い板のそれぞれの総枚数の差がはじめて 20 枚になった。このときの n の値を求めなさい。
- (3) 30 列目まで並べた図形において、図の㊦の白い板のように、4 辺すべてが黒い板に接している白い板の枚数を求めなさい。

(1)		1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	6列目
	黒い板の枚数	1	1				
	白い板の枚数	0	1				
(2)	$n =$						
(3)	枚						

解答

(1)

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	6列目
黒い板の枚数	1	1	2	2	3	3
白い板の枚数	0	1	1	2	2	3

(2) $n=39$

(3) 196 枚

解説

(2)

各列ごとの黒い板と白い板の枚数の差を表にまとめると右のようになる。

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	6列目	...	n列目
黒い板の枚数	1	1	2	2	3	3	...	—
白い板の枚数	0	1	1	2	2	3	...	—
枚数の差	1	0	1	0	1	0	...	—

総枚数の差 20 枚

38 列目までの総枚数の差は $38 \div 2 = 19$ 枚

39 列目までの総枚数の差は $19 + 1 = 20$ 枚

(3)

4辺がすべて黒い板に接している白い板の枚数を表にまとめると右のようになる。

n 列目 (n は奇数) の4辺がすべて黒い板に接している白い板の枚数は $\frac{n-1}{2}$ の式で求めることができる。

この総数は

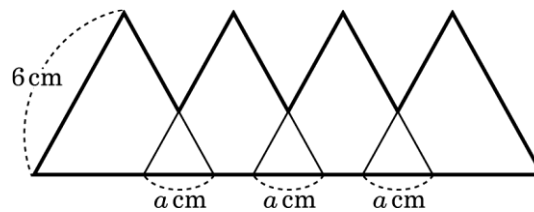
$$\begin{aligned}
 & 1 + 1 + 2 + 2 + \cdots + 13 + 13 + 14 \\
 & + 14 + 13 + 13 + 12 + 12 + \cdots + 1 + 1 \\
 & \hline
 & 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + \cdots + 14 + 14 + 14 \\
 & \text{より } (14 \times 13 \times 2 + 14 \times 2) \div 2 = 196 \text{ 枚}
 \end{aligned}$$

1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	6列目	...	27列目	28列目	29列目	30列目
0	0	1	1	2	2	...	13	13	14	0

【問 19】

図は、1辺が 6 cm の正三角形4個を、隣り合う正三角形の辺が $a\text{ cm}$ ずつ重なるように並べてつくった図形である。太線で示した、この図形の周の長さを a を用いて表せ。

(奈良県 2003 年度)



解答欄

cm

解答

$72 - 9a\text{ cm}$

解説

1辺が 6 cm の正三角形4つ分の周の長さの和から

1辺が $a\text{ cm}$ の正方形3つ分の周の長さの和をひいたものになる。

$$6 \times 3 \times 4 - a \times 3 \times 3 = 72 - 9a\text{ cm}$$

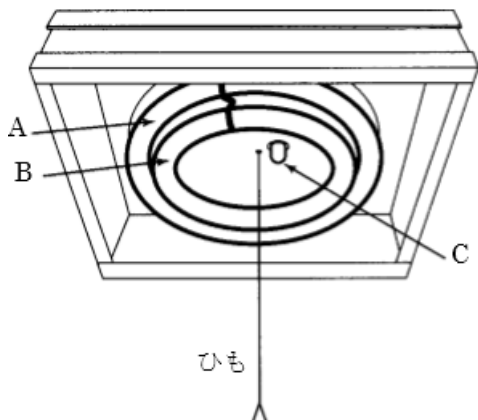
【問 20】

梨子さんの部屋には、下の図のような大きい蛍光灯 A、小さい蛍光灯 B、豆型電球 C のついた照明器具がある。この照明器具のスイッチのひもを引く回数と、各蛍光灯と豆型電球の点灯・消灯の状態を、下のような表にまとめ、その規則性について調べた。表の○は点灯を、－は消灯を表すものとする。

このとき、次の各問いに答えなさい。ただし、照明器具に不良はなく、故障は考えないものとする。

(鳥取県 2003 年度)

図



表

ひもを引く回数	A	B	C	○：点灯 －：消灯
0	－	－	－	
1	○	○	－	
2	－	○	－	
3	－	－	○	
4	－	－	－	
5	○	○	－	
⋮	⋮	⋮	⋮	

問1. ひもを 10 回引いたときの点灯・消灯の状態を、次のア～エから1つ選び、記号で答えなさい。

ア A, B どちらも点灯 イ B のみ点灯 ウ C のみ点灯 エ すべて消灯

問2. 梨子さんは、上の照明器具を用いて次のようなことを考え、操作を行ってみた。

はじめ A, B, C のすべてを消す。その1分後に1回、2分後に2回、3分後に1回、4分後に2回、…と、1分ごとに1回引くことと2回引くことをくり返す。このとき、1分ごとの点灯・消灯の状態を表に記録する。

(1) 操作を始めて 10 分後までに、スイッチのひもを引いた回数の合計は何回かを求めなさい。また、10 分後の点灯・消灯の状態を、問1のア～エから1つ選び、記号で答えなさい。

(2) A, B どちらも点灯する状態がちょうど 15 度目となるのは、操作を始めてから何分後であるかを求めなさい。

解答欄

問1			
問2	(1)	ひもを引いた回数の合計 回	点灯・消灯の状態
	(2)	分後	

解答

問1 イ

問2

(1)

ひもを引いた回数の合計 15 回

点灯・消灯の状態 ウ

(2) 57 分後

解説

問1

点灯・消灯の状態は

(A, B, C)=(-, -, -), (○, ○, -), (-, ○, -), (-, -, ○)の4つのパターンを繰り返す。

$10 \div 4 = 2$ 余り2より

ひもを 10 回引いたときはひもを2回引いたときと同じで B のみ点灯している。

問2

(1)

ひもを引いた回数の合計は $1+2+1+2+1+2+1+2+1+2=15$ 回

このとき $15 \div 4 = 3$ 余り3より

ひもを 15 回引いたときはひもを3回引いたときと同じで C のみ点灯している。

(2)

はじめの8分間の1分ごとの点灯・消灯の状態を

ひもを引く回数で表すと 1, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 12 となり A, B どちらも点灯する状態が2度ある。

したがって $8 \times 7 = 56$ 分後にすべて消灯する状態になるが

このときまでに A, B どちらも点灯する状態が $2 \times 7 = 14$ 度あるので

ちょうど 15 度目になるのはその1分後に1回引くときで 57 分後。

【問 21】

図1, 図2は, 原点 O と x 軸, y 軸を定め, x 座標, y 座標がともに自然数である 49 個の点($\bullet$)をとったものである。

点 $A(4, 4)$, 点 $B(4, 5)$, 点 $C(1, 1)$ とし, 座標軸の1目盛りを 1 cm とするとき, 次の問いに答えなさい。

(長崎県 2003 年度)

問1 図2のような半径 1 cm の円があり, この平面上を動く。ただし, 点 A はこの円の周上または内部にあるものとする。このとき, 次の(1)~(3)に答えよ。

(1) 半径 1 cm の円が図2の位置にあるとき, 円の周上と内部にある点 $\bullet$ の個数は, 周上に1個, 内部に3個の合計4個である。この円が動き, 円の中心が2点 A, B を結ぶ線分 AB の中点となるとき, 円の周上と内部にある点 $\bullet$ の個数は合計何個か。

(2) この円が動くとき, 円の周上と内部にある点 $\bullet$ の個数が合計5個となる場合がある。このような円は全部で何通りあるか。ただし, 点 A はこの円の周上または内部にあるものとする。

(3) この円が, 動くことのできるすべての範囲を動くとき, 円が動いたあとにできる図形の面積は何 cm^2 か。ただし, 点 A はこの円の周上または内部にあるものとする。

問2 点 A と点 C が周上または内部にある円のうち, 半径が最も短くなる円の円周の長さは何 cm か。

問3 点 A を中心とする半径 $\sqrt{5}\text{ cm}$ の円がある。この円の周上にある点 $\bullet$ のうちの異なる2つの点 $\bullet$ を結ぶ線分をすべてひくとき, 長さが異なる線分は全部で何通りできるか。

図1

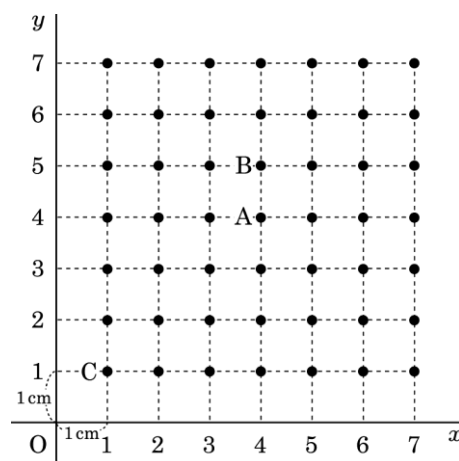
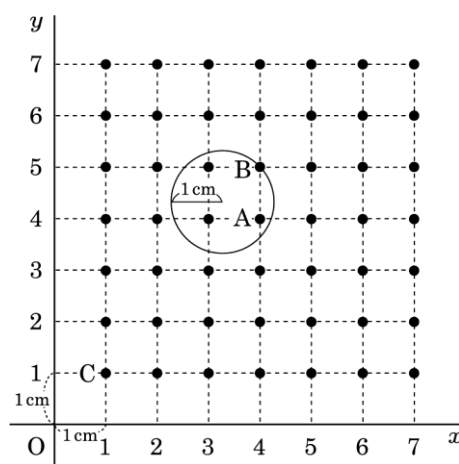


図2



解答欄

問1	(1)	個
	(2)	通り
	(3)	cm^2
問2	cm	
問3	通り	

解答

問1

- (1) 2
(2) 5
(3) 4π

問2 $3\sqrt{2}\pi$

問3 6

解説

問1

(1)
円の中心が AB の中点のとき半径 1 cm の円の中にあるのは点 A と点 B の2点のみである。

(2)
点の個数が5個になるのは
点 A が円周上にある4通りと
点 A が円の中心にあるときの合計5通りである。

(3)
点 A が円の周上または内部にあり動くことのできるすべての範囲を動く場合
その範囲は点 A が円周上にありそのときの A を中心に円が動く範囲である。
つまり円が動いたあとにできる図形は点 A を中心とする半径 2 cm の円である。
よって面積は $\pi \times 2^2 = 4\pi \text{ cm}^2$

問2

半径が最も短くなるのは点 A と点 C が円周上にありかつ AC が円の直径のときである。
また (4, 1) を点 D とすると AC は直角三角形 ADC の斜辺である。

三平方の定理より $AC = 3\sqrt{2} \text{ cm}$

よってその円の円周は $3\sqrt{2}\pi \text{ cm}$

問3

半径 $\sqrt{5} \text{ cm}$ の円周上にある点は点 A からの距離が $\sqrt{5} \text{ cm}$ である。

それをみたす点は (6, 5), (6, 3), (5, 2), (3, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 6), (5, 6) の8個である。

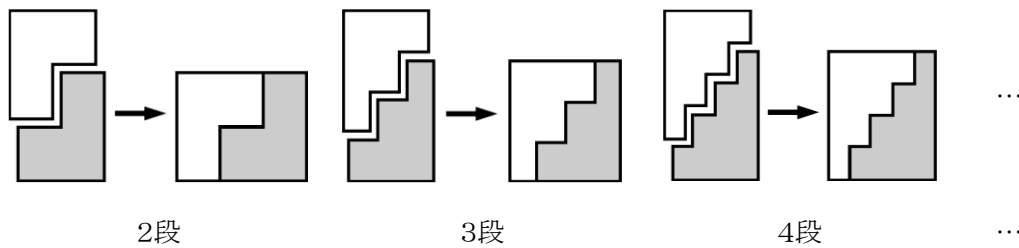
1つの点から線は7本ひくことができるが

このうち同じ長さの線が2本あるので(例えば (6, 5) から (3, 6), (5, 2) にひいた線の長さは等しい) $7 - 1 = 6$

【問 22】

長方形を図のような2段、3段、4段…の階段状の2つの合同な図形に切って分け、それらをつなぎ合わせて新たな長方形をつくる。次の①、②の問いに答えなさい。

(大分県 2003 年度)



① 次の(ア)～(エ)に適する数を記入しなさい。

2段の場合、縦が 15 cm, 横が 8 cm の長方形からは、縦が 10 cm, 横が(ア)cm の長方形ができ、もとの長方形の縦が(イ)cm, 横が 8 cm であれば、正方形ができる。

また、もとの長方形の縦を x cm, 横を y cm とすると、

3段の場合、 $y = (ウ)x$ のとき、正方形ができる。

4段の場合、 $y = (エ)x$ のとき、正方形ができる。

② もとの長方形の縦を 98 cm, 横を 72 cm とすると、何段の場合に、正方形ができるか。ア～エから1つ選び、記号で答えなさい。

ア 4段 イ 5段 ウ 6段 エ 7段

解答欄

①	ア	イ	ウ	エ
	cm	cm		
②				

解答

①

ア 12 cm

イ 18 cm

ウ $\frac{9}{16}$

エ $\frac{16}{25}$

② ウ

解説

①

ア

横を a cm とすると2つの長方形の面積の関係から

$$15 \times 8 = 10 \times a$$

$$a = 12$$

イ

縦を x cm とすると正方形になるのは縦の $\frac{2}{3}$ 倍と横の $\frac{3}{2}$ 倍が等しいときで

$$\frac{2}{3} \times x = \frac{3}{2} \times 8$$

$$x = 12 \div \frac{2}{3} = 18 \text{ cm}$$

ウ

縦の $\frac{3}{4}$ 倍と横の $\frac{4}{3}$ 倍が等しいときで, $\frac{3}{4}x = \frac{4}{3}y, y = \frac{3}{4}x \div \frac{4}{3} = \frac{9}{16}x$

エ

縦の $\frac{4}{5}$ 倍と横の $\frac{5}{4}$ 倍が等しいときで, $\frac{4}{5}x = \frac{5}{4}y, y = \frac{4}{5}x \div \frac{5}{4} = \frac{16}{25}x$

②

x, y の関係は下のようになり

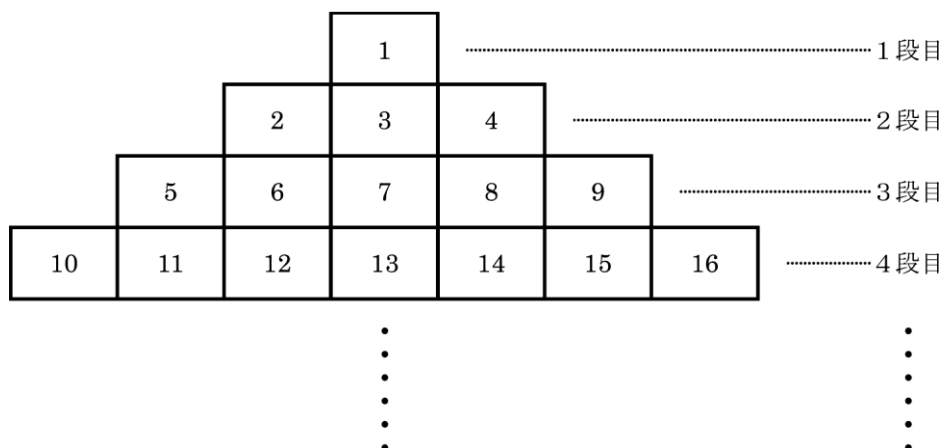
$x=98$ のとき $y=72$ となるのはウの場合である。

$$\text{ア } y = \frac{4^2}{5^2}x \quad \text{イ } y = \frac{5^2}{6^2}x \quad \text{ウ } y = \frac{6^2}{7^2}x \quad \text{エ } y = \frac{7^2}{8^2}x$$

【問 23】

1から順に自然数を1つずつ記入したカードがある。これらのカードを下の図のように数の小さいほうから順に、上から1段目に1枚、2段目に3枚、3段目に5枚、4段目に7枚、…と規則正しくならべる。このとき、7段目の左から7番目にならべられたカードに記入された自然数はいくらか。

(鹿児島県 2003 年度)



解答欄

解答

43

解説

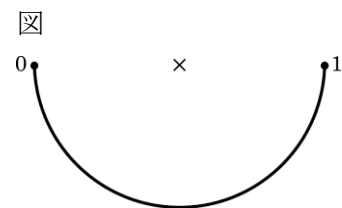
7段目の左から7番目カードは7段目の中央のカードで

それに記入されている自然数は $1 + (2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12) = 43$

【問 24】

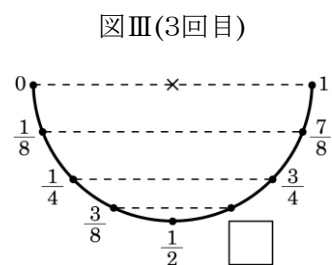
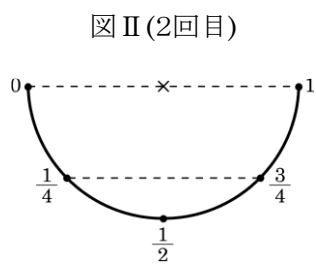
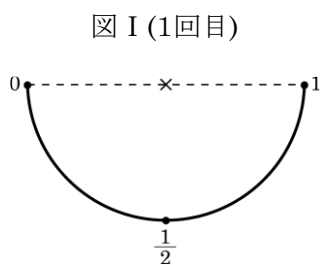
図のように、半円周上に 0 と 1 が書いてある。

半円周上に書いてあるすべての数について、となり合う数のまん中にその2つの数の平均を記入する。



という規則に従い、この半円周上に数を記入していく。

図Ⅰ，図Ⅱ，図Ⅲはこの作業を、それぞれ1回，2回，3回行ったものである。



このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2003 年度)

問1 この作業を3回行ったとき、半円周上に書かれている数で、0 からかぞえて6番目の数を求めなさい。

例 図Ⅱでは、0 からかぞえて3番目の数は $\frac{1}{2}$ である。

問2 この作業を3回行ったとき、半円周上に書かれているすべての数の和を求めなさい。

問3 半円周上に書かれているすべての数の和がはじめて 100 をこえるのは、何回作業を行ったときか答えなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	回

解答

問1 $\frac{5}{8}$

問2 $\frac{9}{2}$

問3 8回

解説

問1

図Ⅲから $(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) \div 2 = \frac{5}{8}$

問2

向かい合う数の和は1になっている。

よって $4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$

問3

この作業を続けると円周上の数の和は $1 + \frac{1}{2}, 2 + \frac{1}{2}, 4 + \frac{1}{2}, 8 + \frac{1}{2} \cdots$ となる。

このことから n 回目の和は $2^{n-1} + \frac{1}{2}$

よってはじめて 100 をこえるのは8回目