

7. 二次関数と数量・複合問題・その他

【問 1】

展覧会の案内のちらしを何枚かずつ封筒に入れ、多くのところに送りたい。

次の問いに答えなさい。

(大阪府 2002 年度 一般)

- (1) ちらし 600 枚と封筒 200 枚とを用意し、封筒1枚につきちらし3枚をひとまとめにして入れていくことにする。ちらしを入れた封筒の数が x になった時点で、まだ封筒に入れられずに残っているちらしの枚数を y とする。

- ① 次の表は x と y の関係を示した表の一部である。(ア)～(エ)にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

x	0	1	2	...	20	...	(エ)	...
y	600	(ア)	(イ)	...	(ウ)	...	450	...

- ② x を $0 \leq x \leq 200$ を満たす整数として、 y を x の式で表しなさい。

- ③ まだ封筒に入れられずに残っているちらしの枚数がはじめて 200 より少なくなるのは、ちらしを入れた封筒の数がいくつになったときですか。

- (2) ちらしと大小2種類の封筒とをたくさん用意し、Aさんは大封筒1枚につきちらし 10 枚をひとまとめにして入れていき、Bさんは小封筒1枚につきちらし2枚をひとまとめにして入れていくことにする。

大封筒に入れたちらしすべての枚数と小封筒に入れたちらしすべての枚数との合計を S とすると、ちらしを入れた小封筒の数がちらしを入れた大封筒の数より 15 多いとき、 S は必ず 6 の倍数である。その理由を、ちらしを入れた大封筒の数を n とし、 n を 0 以上の整数として書きなさい。

解答欄

(1)	①	(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
	②	$y =$			
	③				
(2)					

解答

(1)

①

ア 597

イ 594

ウ 540

エ 50

② $y = -3x + 600$

③ 134

(2)

ちらしを入れた小封筒の数は $n + 15$ と表されるから

$$S = 10n + 2(n + 15)$$

$$= 6(2n + 5)$$

$2n + 5$ は整数だから S は 6 の倍数である。

解説

(1)

①

(ア) $600 - 3 \times 1 = 597$

(イ) $600 - 3 \times 2 = 594$

(ウ) $600 - 3 \times 20 = 540$

(エ) $(600 - 450) \div 3 = 50$

②

$$y = 600 - 3 \times x = -3x + 600$$

③

次の不等式ができる。

$$-3x + 600 < 200$$

$$\text{これを解くと } x > \frac{400}{3}$$

これをみたす最小の整数は 134 である。

(2)

ちらしを入れた小封筒の数は $n + 15$ と表されるから

$$S = 10n + 2(n + 15) = 10n + 2n + 30 = 12n + 30 = 6(2n + 5)$$

$2n + 5$ は整数だから S は 6 の倍数である。

【問 2】

次の㉑～㉔にあてはまる数または式を書きなさい。

(秋田県 2005 年度)

① 表は、 y が x に反比例する関係を表したものである。

x の値が 6 のときの y の値は ㉑ であり、 y を x の式で表すと、 $y =$ ㉒ となる。

表

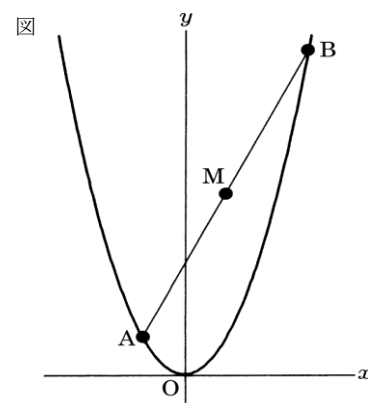
x	...	2	...	6	...
y	...	12	...	㉑	...

② 図の曲線は、関数 $y = x^2$ のグラフである。2点 A、B はこのグラフ上の点

で、 x 座標がそれぞれ -2 、 6 である。このとき、線分 AB の中点 M の座

標は $(2,$ ㉓ $)$ で、関数 $y = ax^2$ のグラフが、点 M を通るときの a の

値は ㉔ である。



解答欄

①	㉑		㉒	
②	㉓		㉔	

解答

①

㉞ 4 ㉟ $\frac{24}{x}$

②

㊦ 20 ㊧ 5

解説

①

比例定数は $2 \times 12 = 24$ だから $y = \frac{24}{x}$

これに $x = 6$ を代入して $y = 4$

②

A(-2, 4), B(6, 36) だから M(2, 20)

関数 $y = ax^2$ のグラフが点 M を通るとき

$20 = a \times 2^2$ より $a = 5$

【問 3】

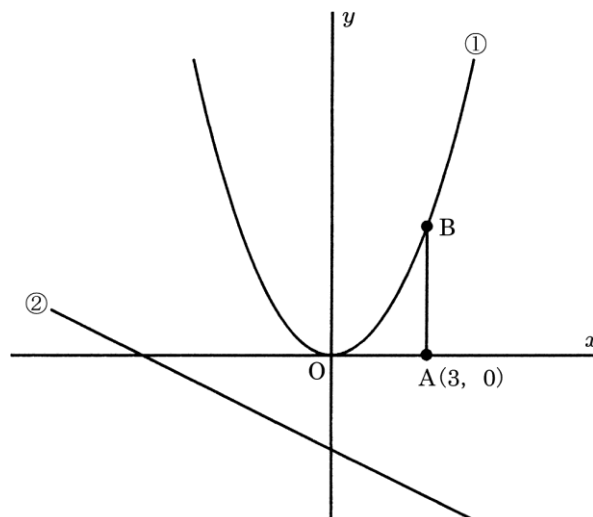
図で、点 O は原点であり、点 A の座標は $(3, 0)$ である。

放物線①は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフであり、直線②は関数 $y = -\frac{1}{2}x - 3$ のグラフである。

点 B は、放物線①上の点で、線分 AB は y 軸に平行である。

これについて、次のア～ウの問いに答えよ。

(香川県 2005 年度)



ア 次の㉗～㉜の関数のうち、そのグラフが、線分 AB と交わるものはどれか。2つ選んで、その記号を書け。

㉗ $y = -\frac{1}{2}x^2$

㉘ $y = \frac{1}{4}x^2$

㉙ $y = x^2$

㉚ $y = -\frac{1}{x}$

㉛ $y = \frac{3}{x}$

イ 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ で、 x の変域が $-3 \leq x \leq n$ のとき、 y の変域が $0 \leq y \leq \frac{9}{2}$ となる整数 n の値をすべて求めよ。

ウ 放物線①上に点 P をとり、その x 座標を a とする。また、点 P を通り、 y 軸に平行な直線をひき、直線②との交点を Q とする。点 P 、点 Q の y 座標がともに整数で、線分 PQ 上に、 y 座標が整数である点が点 P 、点 Q を含めて全部で 10 個あるとき、 a の値を求めよ。 a の値を求める過程も、式と計算を含めて書け。

解答欄

[illegible]

解答

ア

①と④

イ

0, 1, 2, 3

ウ

a の値を求める過程

点P, 点Q の y 座標はそれぞれ $\frac{1}{2}a^2$, $-\frac{1}{2}a-3$ である。

線分PQ 上の y 座標が整数である点の個数は, 点P, 点Q を含めて全部で10個だから

$$\frac{1}{2}a^2 - (-\frac{1}{2}a - 3) + 1 = 10 \text{ となる。}$$

整理すると

$$a^2 + a - 12 = 0, (a + 4)(a - 3) = 0$$

よって $a = -4$ または $a = 3$

点P, 点Q の y 座標はともに整数だから $a = -4$ は問題にあうが

$a = 3$ は問題にあわない。

答 a の値 -4

解説

ア

線分ABは y 軸に平行なので, 点Bの x 座標は3である。

点Bは放物線上の点だから $y = \frac{1}{2}x^2$ に $x = 3$ を代入すると点B($3, \frac{9}{2}$)

よって $x = 3$ の時の点が線分ABの間を通る関数は

$$\textcircled{1} \quad y = \frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{4} \times 3^2 = \frac{9}{4}$$

$$\textcircled{2} \quad y = \frac{3}{x} = \frac{3}{3} = 1$$

の2つ。

イ

y の変域の最小値が0だから $n \geq 0$

また $x = -3$ の時, $y = \frac{9}{2}$ となり y の最大値と一致するので n の値は3以下とわかる。

ウ

点P, 点Q の y 座標はそれぞれ $\frac{1}{2}a^2$, $-\frac{1}{2}a-3$ である。

線分PQ上の y 座標が整数である点の個数は

点P, 点Qを含めて全部で10個だから

$$\frac{1}{2}a^2 - (-\frac{1}{2}a - 3) + 1 = 10 \text{ となる。}$$

整理すると

$$a^2 + a - 12 = 0$$

$$(a + 4)(a - 3) = 0$$

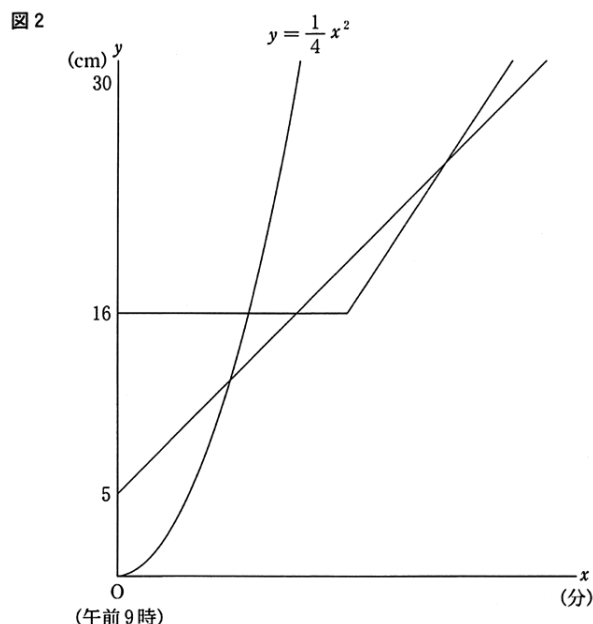
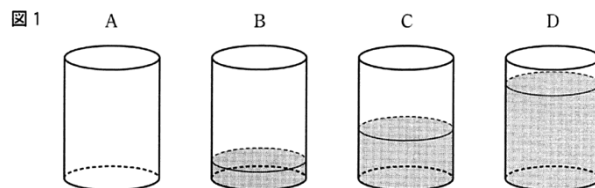
よって $a = -4$ または $a = 3$

点P, 点Q の y 座標はともに整数だから

$a = -4$ は問題にあうが $a = 3$ は問題にあわない。

【問 4】

図 1 のように、底面が合同で、深さが等しい円柱の容器 A, B, C, D が水平な床に置かれている。午前 9 時の時点で、A の容器には水が入っておらず、B, C, D の容器には、それぞれ底から 5 cm, 16 cm, 30 cm の高さまで水が入っている。ただし、容器の厚さは考えないものとする。A, B, C の容器には水を入れ、D の容器からは水を抜くものとする。それぞれの容器について、午前 9 時から x 分後の水面の高さを y cm として、時間の経過にともなう水面の高さの変化について考える。



A の容器には、午前 9 時から、 $y = \frac{1}{4}x^2$ の関係で水を入れる。

B の容器には、午前 9 時から、水面の高さが毎分 1 cm ずつ一定の割合で上昇するように水を入れる。

C の容器には、A の容器の水面の高さが C の容器の水面の高さと等しくなってから 6 分後に、水面の高さが毎分 $\frac{3}{2}$ cm ずつ一定の割合で上昇するように水を入れる。

図 2 は、A, B, C の容器の x, y の関係をそれぞれ表したグラフである。
このとき、次の 1, 2 の問いに答えなさい。

(千葉県 2007 年度)

問 1. C の容器に水を入れ始めた時刻を求めなさい。

問 2. D の容器から、水面の高さが一定の割合で下降するように午前 9 時から水を抜いたら、B, C, D の容器の水面の高さが同時刻に等しくなった。ただし、水面の高さが等しくなった時刻は、C の容器に水を入れ始めたあとの時刻とする。D の容器の x, y の関係をグラフに表したとき、このグラフについて y を x の式で表しなさい。

解答欄

問1	午前	時	分
問2	$y =$		

解答

問1 午前9時14分

問2 $y = -\frac{1}{4}x + 30$

解説

問2

B, C, Dの水面の高さが同時刻に等しくなるので、3直線の交点が一致する。

BとCの $x \geq 14$ の交点を求める。

Bの関係は $y = x + 5 \cdots (B)$

Cの関係は

$$y = \frac{3}{2}x + b \text{ に } x = 14, y = 16 \text{ を代入して } 16 = 21 + b \quad b = -5$$

$$\text{よって } y = \frac{3}{2}x - 5 \cdots (C)$$

(B), (C)を連立方程式として解くと $x = 20, y = 25$

交点の座標は(20, 25)

Dの関係を $y = ax + 30$ とする。

BとCの交点を通るので $x = 20, y = 25$ を代入して

$$25 = 20a + 30$$

$$20a = -5$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

$$\text{よって } y = -\frac{1}{4}x + 30$$

【問 5】

関数 $y = \frac{a}{x}$, $y = bx$, $y = cx - 2$, $y = dx^2$, $y = ex^2$ は、いずれも y は x の関数であり、 a, b, c, d, e は比例定数または傾きを表す定数である。5 つの関数および定数 a, b, c, d, e が下の条件 1 を満たしているとき次の 1～3 の問いに答えなさい。

条件 1

- ① 関数 $y = cx - 2$ と $y = ex^2$ について、 x の値が -3 から -2 まで増加するときの変化の割合が等しい。
- ② 関数 $y = ex^2$ について、 $x = 0$ のとき、 y の値は最大になる。
- ③ 定数 a, b, c, d, e のうち、3 つは正の数、2 つは負の数である。
- ④ 定数 a, b, c, d, e をこの順で並べたとき、隣り合う 2 つの定数 a と b , b と c , c と d , d と e の値の積をそれぞれ求めると、1 つは正の数、3 つは負の数になる。

(千葉県 2007 年度)

問1. 条件 1 の①から、 c と e の関係を表す式を求めなさい。

問2. 条件 1 の①～④から、 a, b, c, d, e が、正の数、負の数のどちらであるか、それぞれ求め、正の数を表す符号 $+$ と負の数を表す符号 $-$ を用いて答えなさい。

問3. 5 つの関数および定数 a, b, c, d, e が条件 1 に加えて、下の条件 2 をすべて満たすとき、 a, b, c, d, e の値を求めなさい。

条件 2

- ① グラフが点 $(-4, 2)$ を通る関数は 2 つある。
- ② 変化の割合が一定である関数の比例定数または傾きを表す定数について考える。その定数の値の和を求めると $\frac{5}{2}$ になる。
- ③ 定数 a, b, c, d, e のうち、グラフが曲線となる関数の定数について考える。これらの定数のうち、2 つの定数の値の積を求めると $\frac{3}{4}$ になるものがある。

解答欄

問1					
問2					
問3					

解答

問1

$$c = -5e$$

問2

$$a +, b -, c +, d +, e -$$

問3

$$a = 6, b = -\frac{1}{2}, c = 3, d = \frac{1}{8}, e = -\frac{3}{5}$$

解説

問1

$y = cx - 2$ の変化の割合は c

$$y = ex^2 \text{ の変化の割合は } \{e \times (-2)^2 - e \times (-3)^2\} \div \{(-2) - (-3)\} = 4e - 9e = -5e$$

この 2 つの変化の割合が等しいので

$$c = -5e$$

問2

②より $e < 0$

問1より $c > 0, d > 0$ とすると

$$c \times d > 0, d \times e < 0 \text{ だから } ④ \text{ より } a \times b < 0, b \times c < 0$$

よって $b < 0, a > 0$ となり③の条件を満たす。

また $d < 0$ とすると $c \times d < 0, d \times e > 0$ だから

$$④ \text{ より } a \times b < 0, b \times c < 0$$

よって $b > 0, a < 0$ となり③の条件に合わない。

したがって $a \cdots +, b \cdots -, c \cdots +, d \cdots +, e \cdots -$

問3

$(-4, 2)$ を通るのには $b < 0,$

$$d > 0 \text{ より } y = bx, y = dx^2$$

この 2 つの式に $x = -4, y = 2$ を代入して

$$2 = -4b \text{ より } b = -\frac{1}{2}$$

$$2 = 16d \text{ より } d = \frac{1}{8}$$

$$b + c = \frac{5}{2} \text{ より } -\frac{1}{2} + c = \frac{5}{2} \quad c = 3$$

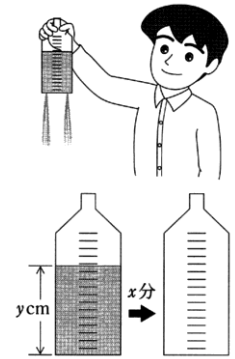
$$\text{問1より } e = -\frac{1}{5} \quad c = -\frac{1}{5} \times 3 = -\frac{3}{5}$$

$$a > 0, d > 0, e < 0 \text{ より } a \times d = \frac{3}{4} \quad \frac{1}{8} a = \frac{3}{4} \quad a = 6$$

【問 6】

ペットボトルに水を入れて、底にあけた穴から水をぬいた。ペットボトルに入っている、高さが y cm の水が、 x 分間ですべてなくなるとすると、 x と y との関係は $y = ax^2$ で表されるという。実験をしたところ、高さが 9 cm の水がすべてなくなるのに 6 分かかった。次の問1～問5に答えなさい。

(岐阜県 2008 年度)



問1. a の値を求めなさい。

問2. 表中のア、イにあてはまる数を求めなさい。

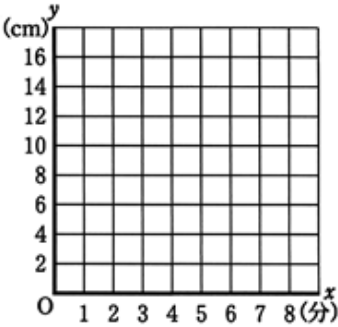
x (分)	0	2	4	6	8
y (cm)	0	ア	イ	9	16

問3. x と y との関係を表すグラフをかきなさい。($0 \leq x \leq 8$)

問4. 高さ 16 cm まで水を入れてから、高さが 1 cm になるまで水をぬいた。水をぬいていた時間は何分であったかを求めなさい。

問5. ある高さまで水を入れてから、2 分間水をぬいた。水をぬく前と、ぬいた後の水の高さの差は 4 cm であった。水をぬく前に入っていた水の高さは、何 cm であったかを求めなさい。

解答欄

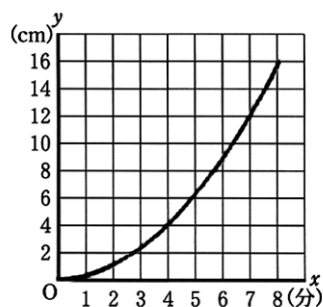
問1		
問2	ア	イ
問3		
問4	分間	
問5	cm	

解答

問1 $\frac{1}{4}$

問2 ア 1 イ 4

問3



問4 6

問5 $\frac{25}{4}$

解説

問1

$y=ax^2$ に $x=6$, $y=9$ を代入して $9=36a$ $a=\frac{1}{4}$

問4

高さが 16 cm のとき $y=16$ を $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入して

$$16 = \frac{1}{4}x^2 \quad x^2 = 64 \quad x > 0 \text{ より } x = 8$$

高さが 1 cm のとき $y=1$ を代入して $1 = \frac{1}{4}x^2$ $x^2 = 4$ $x > 0$ より $x = 2$

よって、高さが 16 cm から 1 cm になるまでにかかる時間は $8-2=6$ 分間

問5

水をぬいた後の水の高さから、水を全部ぬくときにかかる時間を t 分とすると

そのときの水の高さは $\frac{1}{4}t^2$ cm と表せる。

また、水をぬく前の高さの水を全部ぬくときにかかる時間は $t+2$ 分 と表せ

そのときの水の高さは $\frac{1}{4}(t+2)^2$ cm とおける。

この高さの差が 4 cm より $\frac{1}{4}(t+2)^2 - \frac{1}{4}t^2 = 4$

両辺を 4 倍して

$$(t+2)^2 - t^2 = 16$$

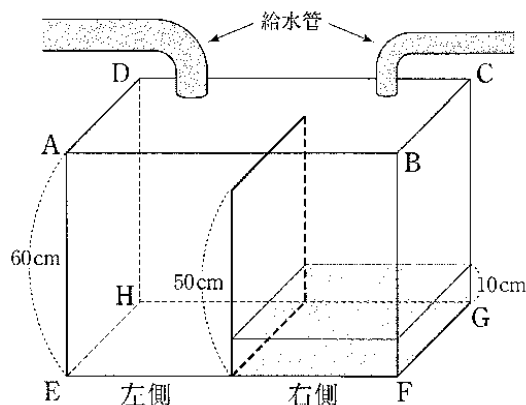
$$4t = 12$$

$$t = 3$$

よって水をぬく前の高さは $\frac{1}{4} \times (3+2)^2 = \frac{25}{4}$ cm

【問 7】

図のように、8 つの点 A, B, C, D, E, F, G, H を頂点とする直方体の形をした高さ 60 cm の水そうが水平に置かれている。水そうの中央には、長方形の仕切りが面 AEHD に平行に入れられてあり、高さ 50cm までの水そうの容積を 2 等分している。水そうには左右それぞれに給水管があり、右側には 10cm の高さまで水が入っている。この水そうに、それぞれの給水管から同時に水を入れ始めてから x 分後の水面の高さを考える。



左側の給水管からは、左側の水面の高さが x の 2 乗に比例するように水を入れる。水を入れ始めてから 10 分後に左側の水面の高さが右側より先に 50cm に達し、この時点で左側の給水管の水を止めた。一方、右側の給水管からは、一定の割合で水を入れ続け、高さ 60cm の水そうが満水になった時点で右側の給水管の水を止めた。

このとき、次の問いに答えなさい。ただし、水面の高さは水そうの底面 EFGH から測るものとし、水そうおよび仕切りの厚さは考えないものとする。

(長崎県 2009 年度)

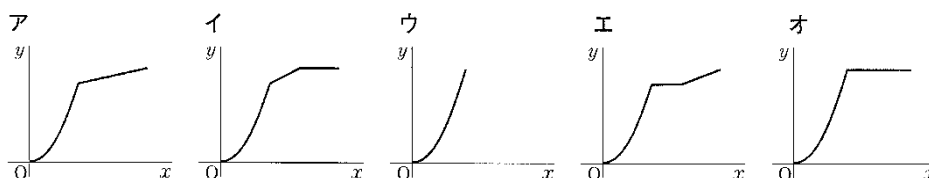
問1. 水を入れ始めてから x 分後の、左側の水面の高さを y cm とする。

$0 \leq x \leq 10$ のとき、 y を x の式で表すと、 $y = ax^2$ になる。 a の値を求めよ。

問2. 水を入れ始めてから 16 分後に、右側の水面の高さは 50 cm に達した。このとき、次の(1)～(4)に答えよ。

(1) 水を入れ始めてから x 分後の、右側の水面の高さを y cm とする。 $0 \leq x \leq 16$ のとき、 y を x の式で表せ。

(2) 水を入れ始めてから x 分後の、面 AEHD にふれている水面の高さを y cm とする。高さ 60 cm の水そうが満水になるまでの x と y の関係を表したグラフが、下のア～オの中に 1 つある。そのグラフを選び、記号で答えよ。



(3) 高さ 60 cm の水そうが満水になるのは、水を入れ始めてから何分後か。

(4) 左側の水面の高さが、右側の水面の高さより 8 cm 高くなるときの x の値をすべて求めよ。

解答欄

問1	$a=$	
問2	(1)	$y=$
	(2)	
	(3)	分後
	(4)	

解答

問1 $a=\frac{1}{2}$

問2 (1) $y=\frac{5}{2}x+10$ (2) エ (3) 24 分後 (4) 9, $\frac{64}{5}$

解説

問2

(4)

左側の水面の高さが右側の水面の高さより **8 cm** 高くなるのは
両方が給水中であるときと左側が **50 cm** で止まっているときの **2 回**ある。
両方が給水中であるとき

$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{5}{2}x + 10 + 8$$

$$x^2 - 5x - 36 = 0$$

$$(x+4)(x-9) = 0$$

$x > 0$ より

$x = 9$ 秒後

左側が止まっているとき

$$50 = \frac{5}{2}x + 10 + 8$$

$$x = \frac{64}{5} \text{ 秒後}$$

【問 8】

右の表は、あるピザ店で売られているピザのサイズと半径、値段を表したものである。

このピザ店では、新たに M サイズより大きい L サイズのピザを売り出そうと計画した。そこで、L サイズのピザの半径と値段について、右の表をもとに、半径を x cm、値段を y 円として、次の A、B の 2 つの方法を用いて考えた。

表

サイズ	S	M
半径(cm)	12	14
値段(円)	720	980

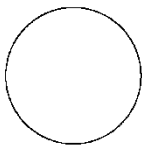
A の方法

y は x の 1 次関数となるようにする。

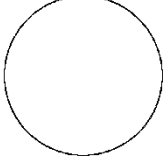
B の方法

y は x の 2 乗に比例する関数となるようにする。

S サイズ



M サイズ



次の問1～問3に答えなさい。(群馬県 2013 年度)

問1 A の方法を用いたとき、 y を x の式で表しなさい。また、このとき、半径が 20 cm のピザの値段を求めなさい。

問2 B の方法を用いたとき、 y を x の式で表しなさい。また、このとき、半径が 20 cm のピザの値段を求めなさい。

問3 A、B それぞれの方法で求めた L サイズのピザの値段を比較していくと、半径を大きくするほど値段の差は急激に大きくなっていく。その理由を、「変化の割合」という語を用いて書きなさい。

解答欄

問1	式	値段	円
問2	式	値段	円
問3			

解答

問1

$$\text{式 } y=130x-840$$

値段 1760 円

問2

$$\text{式 } y=5x^2$$

値段 2000 円

問3

A の方法では、変化の割合は一定であるが、B の方法では、変化の割合は一定ではなく、増加していくから。

解説

問1

y は x の 1 次関数とするとき $y=ax+b$ とすると

$$x=12, y=720 \text{ より } 720=12a+b \cdots \textcircled{1}$$

$$x=14, y=980 \text{ より, } 980=14a+b \cdots \textcircled{2}$$

①, ②を連立方程式として解くと

$$a=130, b=-840$$

$$\text{よって } y=130x-840$$

半径が 20 cm のとき $x=20$ を代入して

$$y=130 \times 20 - 840 = 1760 \text{ 円}$$

問2

y が x の 2 乗に比例するとき $y=cx^2$ とすると

$$x=12, y=720 \text{ より}$$

$$720=144c$$

$$c=5$$

$$\text{よって } y=5x^2$$

$$\text{半径が 20 cm のとき } x=20 \text{ を代入して } y=5 \times 20^2 = 2000 \text{ 円}$$

問3

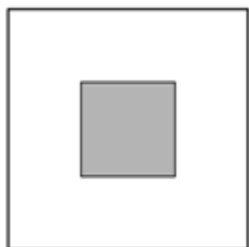
A は y は x の 1 次関数より、変化の割合は一定だが

B は y が x の 2 乗に比例するので変化の割合は増加していく。

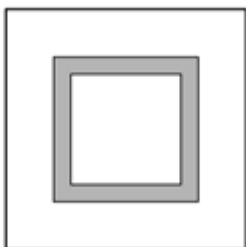
【問 9】

下の図1のように、対角線の長さが 40 cm の正方形の形をした画面Ⅰ～Ⅲがある。これら 3 つの画面には、スイッチ(スタートボタン)を入れると、それぞれ色のついた図形(図の灰色部分)が映し出され、時間の経過にともなってその大きさや位置が変化する。

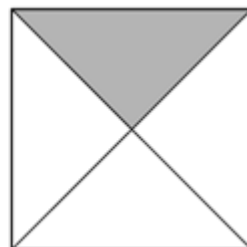
図1



画面Ⅰ



画面Ⅱ



画面Ⅲ

次の問1～問3に答えなさい。

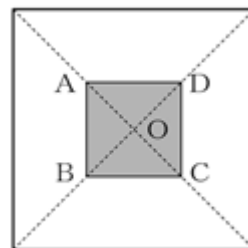
(千葉県 2013 年度 前期)

問1 画面Ⅰでは、スイッチを入れると図2のように、正方形 ABCD の各頂点が、画面 図2

の対角線の交点 O を出発し、それぞれ四隅^{すみ}に向かって対角線上を毎秒 1 cm の速さで移動する。

スイッチを入れてから x 秒後の正方形 ABCD で囲まれた灰色部分の面積を y cm^2 とするとき、 y を x の式で表しなさい。

ただし、 $0 < x \leq 20$ とする。

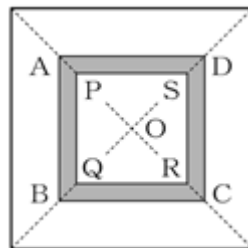


問2 画面Ⅱでは、スイッチを入れると図3のように、正方形 ABCD の各頂点が、問1 図3

と同じ条件で移動し、さらに、スイッチを入れてから 2 秒後に正方形 PQRS の各頂点が、画面の対角線の交点 O を出発し、それぞれ四隅に向かって対角線上を毎秒 1 cm の速さで移動する。

スイッチを入れてから x 秒後の正方形 ABCD と正方形 PQRS で囲まれた灰色部分の面積を y cm^2 とするとき、 y を x の式で表しなさい。

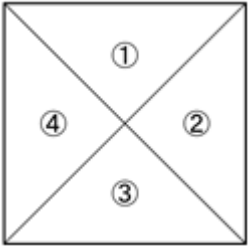
ただし、 $2 < x \leq 20$ とする。



問3 画面Ⅲでは、スイッチを入れると画面の対角線で区切られた図4の①～④の部分は、次の規則に従って、それぞれ色がついたり、消えたりする。

スイッチを入れてからの時間を x 秒とすると、あとの(1), (2)の問いに答えなさい。

規則

①は、1 秒間色がついた後、1 秒間色が消えることを繰り返す。 ②は、1 秒間色がついた後、2 秒間色が消えることを繰り返す。 ③は、2 秒間色がついた後、1 秒間色が消えることを繰り返す。 ④は、2 秒間色がついた後、2 秒間色が消えることを繰り返す。	
---	---

例えば、下の表は、 $0 < x \leq 4$ のとき、色がつく部分を○で示したものである。

表

	$0 < x \leq 1$	$1 < x \leq 2$	$2 < x \leq 3$	$3 < x \leq 4$
①	○		○	
②	○			○
③	○	○		○
④	○	○		

(1) $0 < x \leq 1$ のとき、①～④の部分はすべて色がつく。その次に①～④の部分にすべて色がつくのは、

㊦ $< x \leq$ ㊦ のときである。

㊦ , ㊦ に入る数をそれぞれ求めなさい。

(2) $100 < x \leq 101$ のとき、色がつく部分はどこか。色がつく部分を①～④のうちから選び、その番号をすべて書きなさい。

解答欄

問1		
問2		
問3	(1)	㊦ , ㊦
	(2)	

解答

問1 $y=2x^2$

問2 $y=8x-8$

問3

(1) ㊦ 12, ㊩ 13

(2) ㊠, ㊢, ㊤

解説

問1

x 秒後の $OA=OD=x$ cm, $AD=\sqrt{2}x$ cm $y=(\sqrt{2}x)^2=2x^2$

問2

x 秒後の $OA=OD=x$ cm, $AD=\sqrt{2}x$ cm, $OP=OS=x-2$ cm, $PS=\sqrt{2}(x-2)$ cm

$y=(\sqrt{2}x)^2-\{\sqrt{2}(x-2)\}^2=8x-8$

問3

(1)

㊠と㊤が同時につくのは 4 秒に 1 回

㊡と㊢が同時につくのは 3 秒に 1 回

よって全部が一度につくのは 12 秒に 1 回。

よって次につくのは $12 < x \leq 13$

(2)

$101 \div 12 = 8$ あまり 5 より $4 < x \leq 5$ のときと同じつきかたになる。

よってついているのは㊠, ㊢, ㊤

【問 10】

〔資料〕は、A 公園の桜の開花に関する情報の一部である。健司さんと美咲さんは、〔資料〕を見て、A 公園の桜の開花日について考えた。次の問1, 問2に答えなさい。

(秋田県 2016 年度)

〔資料〕

① 過去 50 年間は、毎年 4 月に開花している。

② 開花日の過去50年間の平均値は4月13日である。

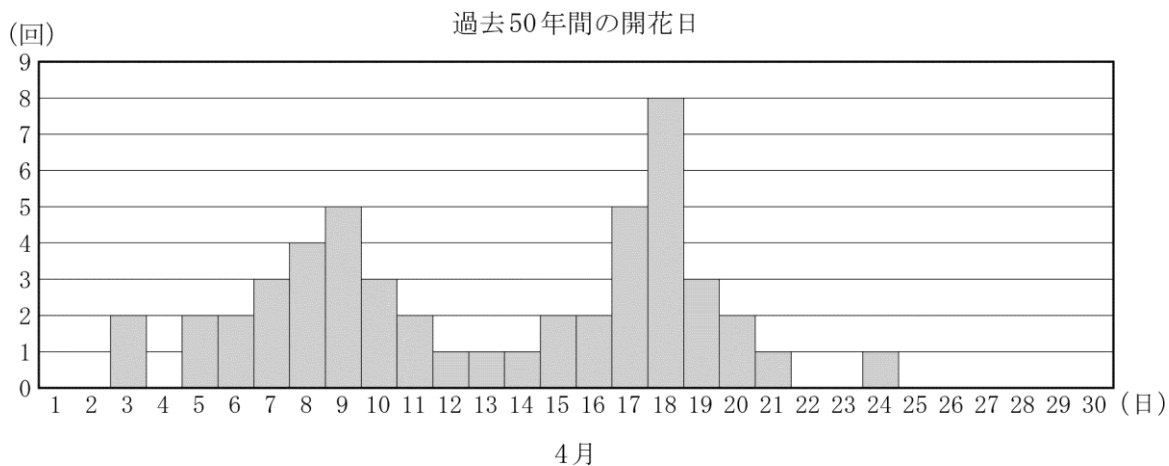
③ 3 月の気温が開花日に影響を与えている。

過去50年間の開花日と3月の平均気温

年	開花日	3月の平均気温
1966	4月7日	6.4℃
1967	4月19日	4.0℃
~~~~~		
2014	4月12日	5.1℃
2015	4月5日	6.1℃

問1 健司さんは、〔資料〕の①と②に着目し、開花日の傾向を調べるために、過去 50 年間の開花日を図1のようにヒストグラムに表した。健司さんは、このヒストグラムをもとに今年の開花日を予想し、説明した。〔健司さんの説明〕に合うように、㉠～㉢にあてはまる数を書きなさい。

図1

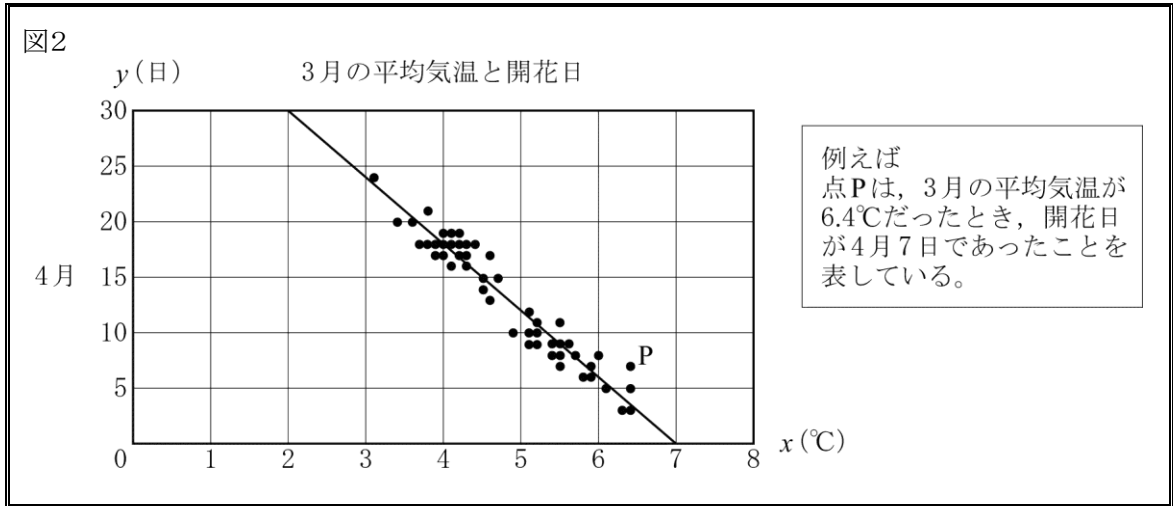


〔健司さんの説明〕

開花日の過去 50 年間の平均値は 4 月 13 日で、13 日の度数は ㉠ 回です。また、最頻値は ㉡ 日で、㉡ 日の度数は ㉢ 回です。

このことから、平均値よりも最頻値を適切な代表値と判断し、今年の開花日を、4 月 ㉢ 日と予想しました。

問2 美咲さんは、[資料]の①と③に着目し、3月の平均気温と開花日の関係を確認するために、各年の3月の平均気温を $x^{\circ}\text{C}$ 、開花日を4月 $y$ 日として図2のように表した。美咲さんは、図2をもとに今年の開花日を予想し、説明した。[美咲さんの説明]に合うように、㉔、㉕にはあてはまる言葉や数を、㉖にはあてはまる最も適切なものを下のア～エから選んで記号を、㉗には直線の式を求める過程と求めた式を書きなさい。ただし、㉘は解答欄にしたがって書くこと。



[美咲さんの説明]

図2をみると、3月の平均気温が高いときは桜の開花日が ㉔ 傾向があるといえます。また、点の集まりがほぼ一直線上になっていることから、桜の開花日は、㉖ とみなしてよいと判断しました。図2の直線は、点の集まりの中央を通るように引いたものであり、2点(2, 30), (7, 0)を通ったことから、この直線の式を次のように求めました。

㉗

今年3月の平均気温はまだわかりません。そこで、今年2月の平均気温が $0.5^{\circ}\text{C}$ であること、例年、2月と3月の平均気温の差が $3^{\circ}\text{C}$ 程度であることから、今年3月の平均気温を $3.5^{\circ}\text{C}$ と仮定しました。

この仮定と求めた式を用いて、今年の開花日を、4月 ㉕ 日と予想しました。

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| ア 3月の平均気温に比例する    | イ 3月の平均気温に反比例する   |
| ウ 3月の平均気温の1次関数である | エ 3月の平均気温の2乗に比例する |

## 解答欄

問1	a	
	b	
	c	
問2	d	
	e	
	f	したがって、図の直線の式は,            $y =$   である。
	g	

解答

問1

Ⓐ 1      Ⓑ 18      Ⓒ 8

問2

㉔ 早い

㉕ ウ

㉖

求める直線の式を

$y = ax + b$  とおくと

$$a = \frac{0 - 30}{7 - 2} = -6$$

$y = -6x + b$  は、点 (7, 0) を通るから

$$b = 42$$

したがって、図の直線の式は

$$y = -6x + 42$$

である。

㉗ 21

解説

問1

13 日の度数は 1 回。

ヒストグラムにおいて、最頻値は最も回数の多いところで 18 日の 8 回となる。

問2

㉔は早い。

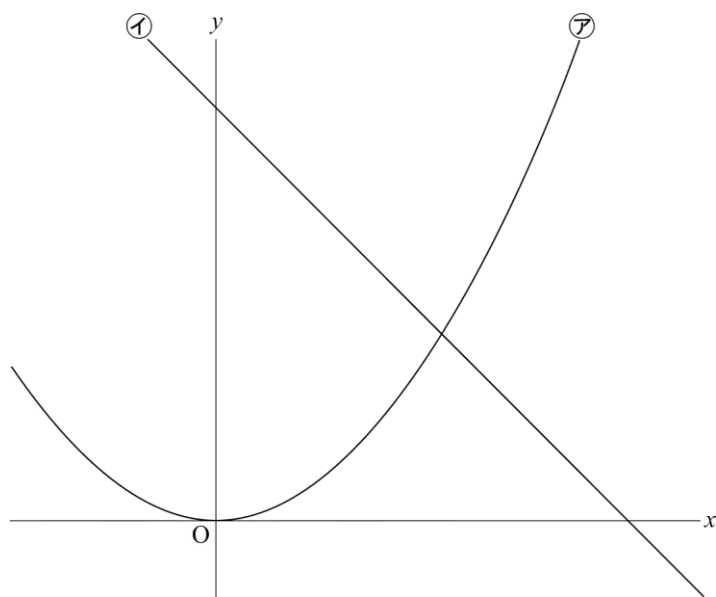
㉕は図2のグラフは直線なので、ウの 1 次関数となる。

直線の式が  $y = -6x + 42$  と求まるので、 $x = 3.5$  を代入すると

㉗は  $y = -6 \times 3.5 + 42 = 21$  と求まる。

【問 11】

次の図において、㊦は関数  $y = \frac{1}{4}x^2$ ，㊧は関数  $y = -x + b$  のグラフである。



次の問1, 問2に答えなさい。

(秋田県 2018 年度)

問1 ㊦上に  $x$  座標が 3 である点 A をとる。㊧が点 A を通る直線であるとき、 $b$  の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

問2 大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げたとき、大きいさいころの出た目の数を  $m$ ，小さいさいころの出た目の数を  $n$  とし、2 つのさいころを投げたときにできる点の座標を  $(m, n)$  とする。ただし、さいころのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(1) ㊧において、 $b = 6$  のとき、点  $(m, n)$  が、 $y$  軸と㊦、㊧の  $x \geq 0$  の部分で囲まれた図形の内部にある確率を求めなさい。ただし、 $y$  軸と㊦、㊧の  $x \geq 0$  の部分で囲まれた図形の周上の点も内部に含まれるものとする。

(2) 点  $(m, n)$  が、 $y$  軸と㊦、㊧の  $x \geq 0$  の部分で囲まれた図形の内部にある確率が  $\frac{1}{2}$  であるとき、 $b$  のとりうる値の範囲を求めなさい。ただし、 $y$  軸と㊦、㊧の  $x \geq 0$  の部分で囲まれた図形の周上の点も内部に含まれるものとする。

解答欄

問1	〔過程〕	
	答 $b=$	
問2	(1)	
	(2)	$\leq b <$

解答

問1

〔過程〕

㉗上に  $x$  座標が 3 である点 A をとるので点 A の  $y$  座標は  $y = \frac{1}{4}x^2$  に  $x=3$  を代入して  $y = \frac{9}{4}$

よって点 A の座標は  $\left(3, \frac{9}{4}\right)$

㉘は  $\left(3, \frac{9}{4}\right)$  を通るから

$y = -x + b$  に  $x=3, y = \frac{9}{4}$  を代入すると  $\frac{9}{4} = -1 \times 3 + b$

これを解くと  $b = \frac{21}{4}$

答  $b = \frac{21}{4}$

問2

(1)  $\frac{5}{18}$

(2)  $9 \leq b < 10$

解説

問1

点 A の座標を求めその  $x, y$  座標の値を直線㉘の式に代入する。

問2

(1)

$b=6$  のときのそれぞれの関数のグラフと点  $(m, n)$  は右の図のようになる。

図の●と○は、 $(m, n)$  のとりうるすべての場合

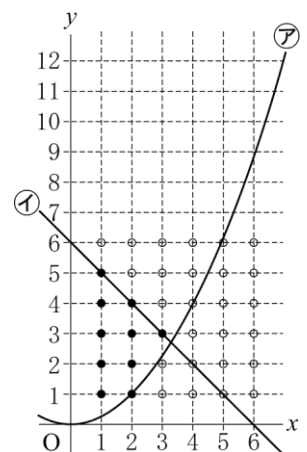
(大小 2 つのさいころの目の出方なので、 $6 \times 6 = 36$  通り)を表している。

このうち  $(m, n)$  が  $y$  軸と㉗、㉘の  $x \geq 0$  の部分で囲まれた図形の内部にあるのは右の図の ● の部分で

$(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3)$

の 10 通りある。

よって求める確率は  $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$



(2)

$\frac{1}{2} = \frac{18}{36}$  だから、確率が  $\frac{1}{2}$  になるのは、図形の内部にある  $(m, n)$  が 18 個ある場合で

(1) のときよりも 8 個多くなる。

よって右の図の点 ■ までを含むように考えればよい。

直線㉘を  $b=6$  の状態から上にスライドさせて  $b$  の値を大きくしていくと

■ がすべて内部にあるときの  $b$  の最小値は  $b=9$

さらにスライドさせて  $b=10$  になると点△  $(4, 6)$  も内部に入って 19 個になる。

したがって条件にあてはまる  $b$  の値の範囲は  $9 \leq b < 10$

