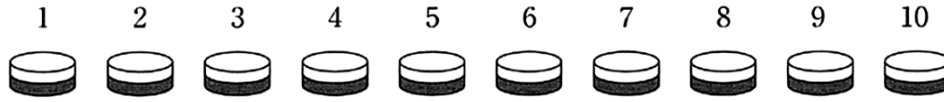


8. 規則性の問題 【2007 年度出題】

【問 1】

図のように、片方の面が白、もう片方の面が黒である円形の石が 10 個あり、左から順に 1 から 10 までの番号をつける。最初は全部白の面を上にして置いてあり、次の規則にしたがって操作を続けて行う。



[規則] n 回目の操作では、 n の約数となる番号の石を裏返す。

つまり、この規則にしたがった 1 回目から 3 回目までの操作と操作の結果は以下のようになる。

1 回目の操作は、1 の約数である 1 の石を裏返す。操作の結果、1 の石は黒の面が上となる。

2 回目の操作は、2 の約数である 1 と 2 の石を裏返す。操作の結果、1 の石は白の面が上となり、2 の石は黒の面が上となる。

3 回目の操作は、3 の約数である 1 と 3 の石を裏返す。操作の結果、1 と 3 の石は黒の面が上となり、2 の石は黒の面が上のままである。

石の番号 回目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
2	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
3	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○
4	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○
5	●	○	●	●	●	○	○	○	○	○
6	○	ア	イ	ウ	エ	オ	○	○	○	○
⋮										
⋮										
⋮										

表は、この規則にしたがった操作の結果を白の面が上のとき○、黒の面が上のとき●としてまとめたものである。次の問1～問3に答えなさい。

(青森県 2007 年度)

問1 上の表のア～オに○または●を書きなさい。

問2 10 回目までの操作の中で、次の条件にあてはまる n の値をすべて書きなさい。

[条件] n 回目の操作のとき、裏返す石が 2 個だけである。

問3 99 回目の操作が終わったとき、1, 2, 3, 4 の石はそれぞれどのようなようになるか、○または●を書きなさい。

解答欄

	ア	イ	ウ	エ	オ
問1					
問2					
	1の石	2の石	3の石	4の石	
問3					

解答

問1

ア ● イ ○ ウ ● エ ● オ ●

問2

2, 3, 5, 7

問3

1の石 ● 2の石 ● 3の石 ● 4の石 ○

解説

問1

6の約数は1, 2, 3, 6だから5回目の石の状態から1, 2, 3, 6番を裏返したものになる。

問2

裏返す石が2個だけということは1とその数 n のみを約数にもつ(1を除く)とき

つまり n が素数になるときになる。

10までだから $n=2, 3, 5, 7$

問3

石の番号はそれぞれの数の倍数回のとき表裏が変わる。

よって1は奇数のときに黒

偶数のときに白より99回目では黒となる。

2は白, (黒, 黒, 白, 白), (黒, 黒, 白, 白)…と変化していくので

$(99-1) \div 4 = 24 \cdots 2$ より() 内の2番目の黒となる。

3は白, 白, (黒, 黒, 黒, 白, 白, 白), (黒, 黒, 黒, 白, 白, 白)…と変化していくので

$(99-2) \div 6 = 16 \cdots 1$ より黒となる。

4は白, 白, 白, (黒, 黒, 黒, 黒, 白, 白, 白, 白), (黒, 黒, 黒, 黒, 白, 白, 白, 白)…と変化していくので

$(99-3) \div 8 = 12$ より白となる。

【問 2】

3 種類の電球 A, B, C が 1 つずつあります。これらの電球は、スイッチを入れると次の規則にしたがって、くり返し点滅します。

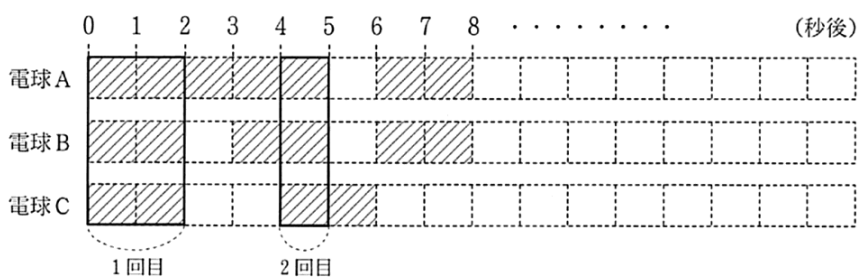
規則

電球 A : 5 秒間明かりがつき, 1 秒間消える。

電球 B : 2 秒間明かりがつき, 1 秒間消える。

電球 C : 2 秒間明かりがつき, 2 秒間消える。

下図は、すべての電球のスイッチを同時に入れてから 8 秒後までのそれぞれの電球の点滅するようすを、明かりがついているときに斜線  をかき入れて表したものです。また、3 個の電球の明かりがすべてついているときを、図のように、スイッチを入れてから 2 秒後までが 1 回目、4 秒後から 5 秒後までが 2 回目、…と数えます。



あとの(1), (2)の問いに答えなさい。

(宮城県 2007 年度)

(1) スwitchを入れて8秒後から16秒後までのそれぞれの電球の点滅するようすを、解答用紙の図に斜線  をかき入れて示しなさい。

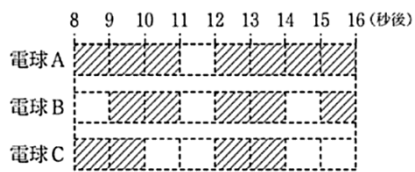
(2) 3 個の電球の明かりがすべてついているときが 14 回目となるのは、スイッチを入れて何秒後から何秒後までですか。

解答欄

(1)	8 9 10 11 12 13 14 15 16(秒後) 電球 A 電球 B 電球 C	
(2)	秒後から	秒後まで

解答

(1)



(2) 52 秒後から 53 秒後まで

解説

(2)

$(5+1=6)$ と $(2+1=3)$ と $(2+2=4)$ の最小公倍数は 12 だから

3 個の電球の点滅の様子は 12 秒間ごとに同じ組み合わせを繰り返す。

0 から 12 秒の間に

0 から 2 秒に 1 回目

4 から 5 秒に 2 回目

9 から 10 秒に 3 回目と 3 回同時に点灯する。

$14 \div 3 = 4 \cdots 2$ より

14 回目に全部が点灯するのは

$12 \times 4 + 4 = 52$ より

52 秒後から 53 秒後までとなる。

【問 3】

図のように、分母と分子がともに自然数で、1 より小さい分数が書かれているカードを、1 行目の 1 列目には $\boxed{\frac{1}{2}}$ ，2 行目の 1 列目には $\boxed{\frac{1}{3}}$ ，2 列目には $\boxed{\frac{2}{3}}$ というように並べていく。つまり、 m 行目にあるカードの分母は $(m+1)$ であり、分子は 1 から m まで 1 ずつ増えていく。

ただし、カードに書かれている分数は、約分しないものとする。次の 1～4 の問いに答えなさい。

(秋田県 2007 年度)

	1列目	2列目	3列目	4列目	
1行目	$\boxed{\frac{1}{2}}$				
2行目	$\boxed{\frac{1}{3}}$	$\boxed{\frac{2}{3}}$			
3行目	$\boxed{\frac{1}{4}}$	$\boxed{\frac{2}{4}}$	$\boxed{\frac{3}{4}}$		
4行目	$\boxed{\frac{1}{5}}$	$\boxed{\frac{2}{5}}$	$\boxed{\frac{3}{5}}$	$\boxed{\frac{4}{5}}$	
⋮					

問1 $\boxed{\frac{7}{9}}$ のカードは、何行目の何列目に並ぶか、求めなさい。

問2 1 行目から 40 行目までカードを並べるとき、 $\frac{2}{3}$ と大きさが等しい分数が書かれているカードの中で、分母が最も大きいものは、何行目の何列目に並ぶか、求めなさい。

問3 10 行目に並べるすべてのカードに書かれている分数の和を、次のようにして求めた。ア、イにあてはまる数を書きなさい。

求める和を S とすると、

$$S = \frac{1}{11} + \frac{2}{11} + \frac{3}{11} + \frac{4}{11} + \frac{5}{11} + \frac{6}{11} + \frac{7}{11} + \frac{8}{11} + \frac{9}{11} + \frac{10}{11} \quad \cdots \textcircled{1}$$

①の右辺の項を逆の順番に並べると、

$$S = \frac{10}{11} + \frac{9}{11} + \frac{8}{11} + \frac{7}{11} + \frac{6}{11} + \frac{5}{11} + \frac{4}{11} + \frac{3}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11} \quad \cdots \textcircled{2}$$

①、②の左辺どうし、右辺どうしを加えると、

$$2S = \boxed{\text{ア}} \times 10 \quad \text{よって、} S = \boxed{\text{イ}}$$

問4 ある行に並べるすべてのカードに書かれている分数の和が 100 になるとき、その行に並べるカードに書かれている分数の中で、最も大きい分数を求めなさい。

解答欄

問1	行目の		列目	
問2	行目の		列目	
問3	ア		イ	
問4				

解答

問1 8 行目の 7 列目

問2 38 行目の 26 列目

問3 ア 1, イ 5

問4 $\frac{200}{201}$

解説

問4

n 行目の分数は $\frac{1}{n+1}, \frac{2}{n+1}, \frac{3}{n+1} \dots \frac{n}{n+1}$ と表せる。

その和を S とすると

$$2S = \frac{n+1}{n+1} \times n = n$$

$$S = \frac{n}{2}$$

$$\frac{n}{2} = 100 \text{ より}$$

$$n = 200$$

よって求める分数は $\frac{200}{201}$

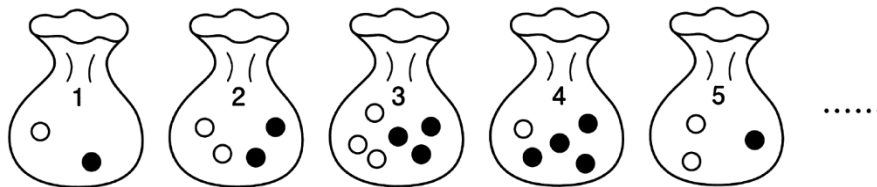
【問 4】

白と黒の 2 種類の玉と、これを入れる袋があり、袋には 1 から順に番号がついている。次の規則にしたがって、白玉と黒玉を袋に入れていく。

〈規則〉

- (ア) 袋に入れる白玉の個数は 1 番の袋から番号順に 1 個, 2 個, 3 個, 1 個, 2 個, 3 個, …と, 1 個, 2 個, 3 個の順に, これを繰り返す。
- (イ) 袋に入れる黒玉の個数は 1 番の袋から番号順に 1 個, 2 個, 3 個, 4 個, 1 個, 2 個, 3 個, 4 個, …と, 1 個, 2 個, 3 個, 4 個の順にこれを繰り返す。

このようにして白玉と黒玉を袋に入れ, 1 番の袋から番号順に, 左から一列に並べると下の図のようになる。



(福島県 2007 年度)

- (1) 1 番の袋から番号順に白玉と黒玉を袋に入れていくとき, 白玉 3 個と黒玉 4 個をはじめて入れるのは何番の袋か, 求めなさい。

- (2) 1 番の袋から番号順に 150 番の袋まで白玉と黒玉を袋に入れ終えた。このとき, 入っている白玉の個数が黒玉の個数より多い袋は全部で何袋あるか, 求めなさい。

解答欄

(1)	番
(2)	袋

解答

(1) 12 番

(2) 38 袋

解説

(2)

袋の中の石の色の組み合わせは 12 通り。

そのうち白玉が黒玉より多くなるのは 5 番目, 6 番目, 9 番目の 3 つ。

よって $150 \div 12 = 12 \cdots 6$ より

求める袋の数は $3 \times 12 + 2 = 38$ 袋

【問 5】

図 1 のように、1 目盛りが 1 cm の方眼紙の上に、半径 1 cm の円を中心が点 P に重なるように置く。この円に次の (I), (II) の操作を行う。

ただし、円の中心は方眼紙の目盛りの線上を移動するものとする。

操作

(I) 中心を右に 1 cm 移動させる。

(II) 中心を上 to 2 cm 移動させる。

これらの操作を何回か行った後、円が通過した部分に、図 2 のような半径 1 cm で中心角 90° のおうぎ形のシール A と、1 辺の長さが 1 cm の正方形のシール B を、重ならないように、すきまなくはるものとする。

たとえば、(I), (I), (II) の順で操作を行い、円が通過した部分にシールをはると、図 3 のようになる。この場合は、シール A が 5 枚、シール B が 7 枚必要となる。

このとき、次の 1, 2, 3, 4 の問いに答えなさい。

(栃木県 2007 年度)

問1 (I) の操作を 2 回行ったとき、シール A, B はそれぞれ何枚必要か。

問2 1 枚の硬貨を投げて、表が出たら (I), 裏が出たら (II) の操作を行うことと

する。硬貨を 4 回投げるとき、円の中心が図 1 の点 Q に移動する確率を求めなさい。

問3 (I) を連続して m 回、次に (II) を連続して n 回、あわせて 30 回の操作を行ったところ、シール A が 5 枚、シール B が 85 枚必要であった。このとき、 m, n の連立方程式をつくり、 m と n の値を求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

問4 (I) を $(m+1)$ 回、(II) を m 回、いろいろな順で操作を行う。シール A の枚数が最大となるような順で操作を行ったとき、シール A の枚数を m を用いて表しなさい。

図 1

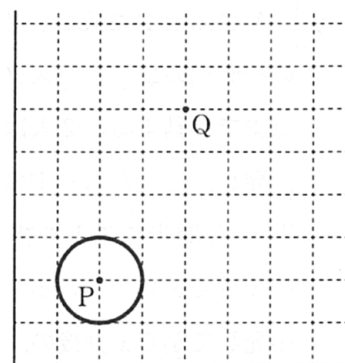


図 2

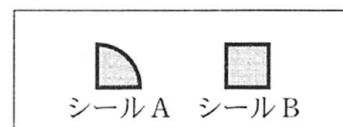
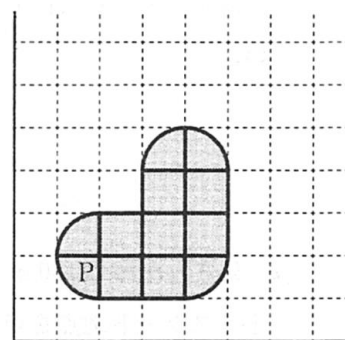


図 3



解答欄

問1	A 枚, B 枚
問2	
問3	答 $m =$, $n =$
問4	枚

解答

問1 A4 枚, B4 枚

問2 $\frac{3}{8}$

問3

(I), (II)の操作をあわせて 30 回行ったので

$$m+n=30\cdots\textcircled{1}$$

必要となるシール B の枚数は

(I)の操作を m 回行ったときに $2m$ 枚

最初の(II)の操作を行ったときに 3 枚

残りの $(n-1)$ 回の操作では $4(n-1)$ 枚である。

シール B は 85 枚必要であるから

$$2m+3+4(n-1)=85$$

$$\text{よって } m+2n=43\cdots\textcircled{2}$$

①, ②より

$$n=13$$

①に代入して

$$m+13=30$$

したがって $m=17$

$$m=17, n=13$$

問4 $2m+4$ 枚

解説

問2

硬貨を 4 回投げるときの表裏の組み合わせは全部で $2\times 2\times 2\times 2=16$ 通り

そのうち円の中心が P から Q まで移動するのには

4 回のうち表が 2 回, 裏が 2 回出るとき。

その組み合わせは

(1 回目, 2 回目, 3 回目, 4 回目)=(表, 表, 裏, 裏), (表, 裏, 表, 裏), (表, 裏, 裏, 表), (裏, 表, 表, 裏),
(裏, 表, 裏, 表), (裏, 裏, 表, 表)の 6 通り。

$$\text{よって求める確率は } \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

問4

シール A の枚数が最大になるようにするには(I), (II), (I), (II), (I)…と繰り返した場合。

シール A はスタートの P の半円で 2 枚

移動終了時の半円で 2 枚

それ以外は左上と右下にそれぞれ m 枚できるから $2m$ 枚となる。

よってあわせて $2m+4$ 枚

【問 6】

ある学級で卒業式の飾りつけをすることになりました。A 班と B 班は、それぞれ 1000 個の紙の花(ペーパーフラワー)を作ることになり、毎日 1 人 10 個ずつ作ることにしました。A 班は 5 人です。B 班は 4 人なので早めに作り始め、A 班が作り始めるまでにすでに 120 個作り終わっています。下の表は、A 班が作り始めた日を 1 日目として、1 日目、2 日目、3 日目までに、A 班、B 班が作り終わった紙の花の数を表したものです。

A 班が作り始めてからの日数	1 日目	2 日目	3 日目	・・・	8 日目	・・・
A 班が作り終わった紙の花の数(個)	50	100	150	・・・		・・・
B 班が作り終わった紙の花の数(個)	160	200	240	・・・		・・・

このとき、次の(1)、(2)に答えなさい。

(埼玉県 2007 年度)

(1) 8 日目までに A 班、B 班が作り終わった花の数をそれぞれ求めなさい。

(2) B 班はある日から、1 人 1 日 15 個ずつ作ることにしたところ、A 班と B 班は、同じ日にちょうど 1000 個作り終わりました。B 班が 1 人 1 日 15 個ずつ作ったのは何日間か求めなさい。

解答欄

(1)	A 班 個	B 班 個
(2)	日間	

解答

(1) A 班 400 個, B 班 440 個

(2) 4 日間

解説

(2)

B 班が 1 人 15 個ずつ作った日数を x 日とする。

A 班が 1000 個作るのにかかった日数は

$1000 \div 50 = 20$ 日より

B 班が 1 人 10 個ずつ作った日数は $(20 - x)$ 日となる。

よって 1000 個作るときの花の数の関係より

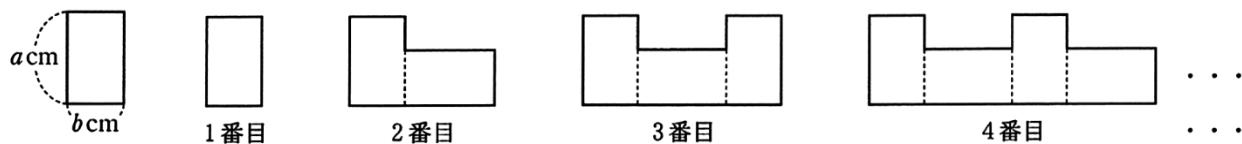
$120 + 10 \times 4 \times (20 - x) + 15 \times 4 \times x = 1000$

これを解いて $x = 4$ 日間

【問 7】

図のような縦が a cm, 横が b cm の長方形を, 下の図のように, 縦と横を交互に, 互いの辺が重なるように並べて, 1 番目, 2 番目, 3 番目, 4 番目, $\dots$, と同じ規則で図形を順につくってそれぞれの周の長さ(図の太線——の部分)を求めます。このとき, 10 番目に作った図形の周の長さを a, b を用いて表しなさい。ただし, $a > b$ とします。

(埼玉県 2007 年度)



解答欄

cm

解答

$$20a + 2b \text{ cm}$$

解説

10 番目の図形は 2 番目の図形を 5 つ組み合わせた形となる。

$$\text{よって(左)+(上)+(下)+(右)} = a + \{5b + 5a + 9(a - b)\} + (5a + 5b) + b = 20a + 2b \text{ cm}$$

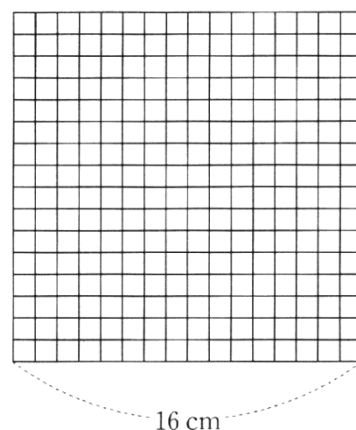
【問 8】

図 1 のように、1 辺の長さが 16 cm の正方形で、1 目もりが縦、横ともに 1 cm の等しい間隔で線が引かれている方眼紙がある。この方眼紙に書かれている 1 辺の長さが 1 cm の正方形をます目ということにする。

この方眼紙のます目を 1 個選び、その中に小石を 1 個置き、そのます目をふくむ縦の一行と横の一行のます目をすべて黒くぬりつぶし、黒い部分の面積を求める。

次に、この方眼紙の黒くぬりつぶしていないます目を 1 個選び、その中に別の小石を 1 個置き、そのます目をふくむ縦の一行と横の一行のます目をすべて黒くぬりつぶし、黒い部分すべての面積を求める。さらに、このような操作を続け、この方眼紙のます目がすべて黒くぬりつぶされたところでやめる。

図 1

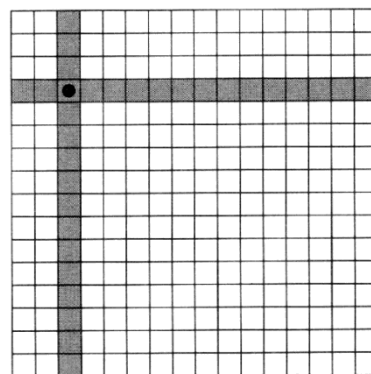


例

【置いた小石が 1 個のとき】

図 1 のます目に 1 個目の小石を置いたとき、図 2 のようになる。このときの黒い部分の面積は 31 cm^2 となる。

図 2

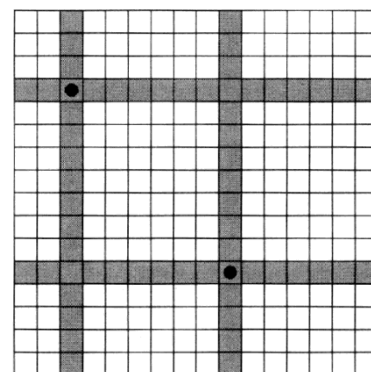


● 小石

【置いた小石が 2 個のとき】

次に、図 2 の黒くぬりつぶしていないます目に 2 個目の小石を置いたとき、図 3 のようになる。このときの黒い部分すべての面積は 60 cm^2 となる。

図 3



このとき、次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2007 年度)

問1 この方眼紙に置いた小石が 3 個のとき、黒い部分すべての面積を求めなさい。

問2 この方眼紙の黒い部分すべての面積が 175 cm^2 となるときの、置いた小石の個数を求めなさい。

解答欄

問1	cm^2
問2	個

解答

問1 87 cm^2

問2 7 個

解説

問1

置いた小石が 3 個のとき縦, 横それぞれ三列のます目がぬりつぶされるが
9 個のます目は重なるので $16 \times 3 \times 2 - 9 = 87 \text{ cm}^2$

問2

置いた小石の数を x 個とすると
黒い部分の面積の関係より

$$16^2 - (16 - x)^2 = 175$$

$$256 - 256 + 32x - x^2 = 175$$

$$x^2 - 32x + 175 = 0$$

$$(x - 7)(x - 25) = 0$$

$$x = 7, 25$$

x は 1 から 16 の整数だから

$$x = 7 \text{ 個}$$

【問 9】

灰色と白色の同じ大きさの正方形のタイルをたくさん用意し、図 1 のように、灰色のタイルを、縦横いずれも 5 個以上となるように、縦に a 個、横に b 個すき間なく並べて長方形の枠を作った。図 2 のように、図 1 で作った枠の内側に、白色のタイルと灰色のタイルを、次のア、イの操作をくり返して、すき間がなくなるまで並べる。

ア 灰色のタイルの内側に接するように、白色のタイルを並べる。

イ 白色のタイルの内側に接するように、灰色のタイルを並べる。

図 1

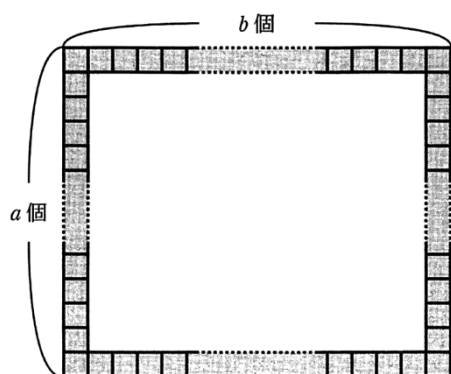
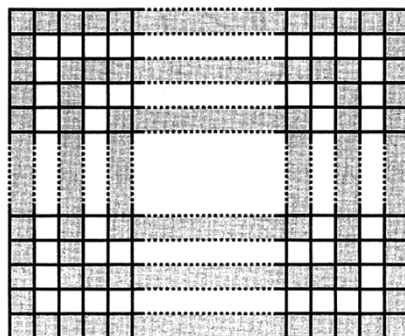


図 2



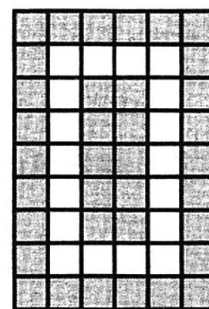
このとき、次の 1～3 の問いに答えなさい。

(新潟県 2007 年度)

問1 一番外側に並べた灰色のタイルの個数は何個か。 a , b を用いて表しなさい。

問2 $a=9$, $b=6$ のときは、右の図 3 のように、最後に並べる同じ色のタイルの個数が、

10 個になる。 $a=7$, $b=10$ のときは、最後に並べる同じ色のタイルの個数が何個になるか、答えなさい。



問3 $b=14$ のとき、最後に並べる同じ色のタイルの個数が、4 個となった。このとき、 a の値を求めなさい。

解答欄

問1	個
問2	個
問3	$a=$

解答

問1 $2a+2b-4$ 個

問2 4 個

問3 $a=11, 14$

解説

問3

$4=1\times 4, 2\times 2, 4\times 1$

ある横の列の 1 列外側のタイルの個数は 2 個ずつ増加しているから

最後に残ったタイルが縦 1 個, 横 4 個のとき

$(14-4)\div 2=5$ より

$a=1+2\times 5=11$

縦 2 個, 横 2 個のとき

最後に並べるタイルの形が正方形だからもとの形も正方形で

$a=b=14$

縦 4 個, 横 1 個のとき

$b=14$ より 2 個ずつ減って奇数にはならないから問題に合わない。

よって $a=11, 14$

【問 10】

図のように、自然数が次の規則にしたがって並んでいる表がある。

規則
1 行目には 1 から始まる奇数が順に並んでいる。
2 行目以降は前の行に並んだ数に 1 を加えた数が順に並んでいる。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目	7 列 目	...
1 行目	1	3	5	7	9	11	13	...
2 行目	2	4	6	8	10	12	14	...
3 行目	3	5	7	9	11	13	15	...
4 行目	4	6	8	10	12	14	16	...
5 行目	5	7	9	11	13	15	17	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

この表について、次の問いに答えなさい。

(富山県 2007 年度)

問1 9 行目の 5 列目の数を求めなさい。

問2 31 は何個あるか求めなさい。

問3 m 行目の n 列目の数を m, n を使って表しなさい。

解答欄

問1	
問2	個
問3	

解答

問1 17

問2 16 個

問3 $m + 2n - 2$

解説

問2

31 が 1 行目に出てくるのは $(31 + 1) \div 2 = 16$ 列目

よって 1 列から 16 列に 1 個ずつあるので 16 個

問3

m 行目の 1 列目は m 1 列右へ行くと 2 ずつ増えるので

n 列目は 1 列目の m より $2(n - 1)$ 増えるから

$$m + 2(n - 1) = m + 2n - 2$$

【問 11】

図のようなマス目に自然数 1, 2, 3, …が規則的に並べられている。この表の一部を縦 3 列, 横 3 行の枠で囲む。真ん中の列が第 20 列である枠の中の数字の和を求めよ。例えば, 図の太線の枠は真ん中の列が第 4 列で, 枠の中の数字の和は 30 である。

(福井県 2007 年度)

第 1 列	第 2 列	第 3 列	第 4 列	第 5 列	第 6 列	第 7 列	第 8 列	第 9 列	...
1		4		7		10		13	
	3		6		9		12		
2		5		8		11		14	

解答欄

解答

150

解説

真ん中の数は第 2, 4, 6…列で 3, 6, 9…と増えているから

第 n 列が偶数のとき $3 \times \frac{n}{2} = \frac{3n}{2}$ と表される。

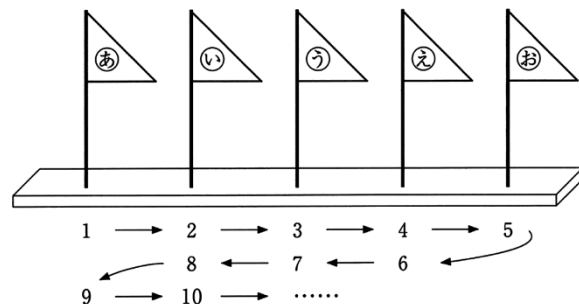
よって $n=20$ のとき真ん中の数は $\frac{3 \times 20}{2} = 30$

その他の数字は 28, 29, 31, 32 だから

枠の中の数字の和は $28 + 29 + 30 + 31 + 32 = 150$

【問 12】

図のように、㊦、㊩、㊪、㊫、㊬の 5 本の旗を、
 ㊦から順に 1, 2, 3, 4, 5 と㊬まで数え、折り返して㊫
 を 6, ㊪を 7, ㊩を 8 と数え、再び㊦を 9, ㊩を 10 と
 数え進んでいく。



このとき、次の問1, 問2に答えなさい。

(山梨県 2007 年度)

問1 下の表は、上の数え方のきまりにしたがって、旗と数えた数の関係について、1 度目, 2 度目, 3 度目, …, n 度目, …と、まとめたものの一部である。

このとき、次の(1), (2)に答えなさい。

	㊦	㊩	㊪	㊫	㊬
2 度目	1	2	3	4	5
		8	7	6	
2 度目	9	10	11	12	13
		16	15	14	
3 度目	17				
		A			
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n 度目					
		B			
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

(1) 表中の A, B に当てはまる数をそれぞれ求めなさい。ただし、B は n を用いて表しなさい。

(2) 表の斜線部に含まれるすべての数の和を n を用いて表しなさい。

問2 900 まで数えるとき、㊪の旗を何回数えることになるか求めなさい。ただし、求める過程も書きなさい。

解答欄

問1	(1)	A…()	B…()
	(2)		
問2	求める過程		
	答		
	回		

解答

問1

(1) A...24, B...8n

(2) $64n - 28$

問2

求める過程

1 度目ごとに 8 ずつ数えているので

$$900 \div 8 = 112 \text{ あり } 4$$

112 度目までと残り 4 となる。

⑤は1度目ごとに2回ずつ数えているので

112 度目までに $112 \times 2 = 224$ 回 数える。

残りの 4 を数えるうちに⑤は 1 回数えるので

$224+1=225$ 回となる。

答 225 回

解説

問1

(2)

n 度目の 2 回目の①は $8n$ となっている。

⑨から順に $8n-7, 8n-6, 8n-5, 8n-4, 8n-3, 8n-2, 8n-1, 8n$ と表せる。

よってその和は $64n-28$

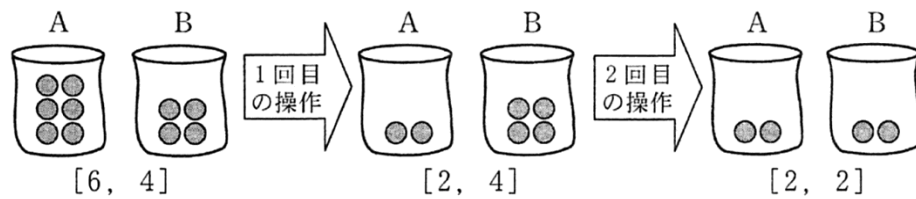
【問 13】

2 つの袋 A, B があり, それぞれに玉が入っている。A と B に入っている玉の個数が異なるとき, 玉の個数が同じになるまで次の操作をくり返し行う。

【操作】

A と B に入っている玉の個数を比較し, 玉の個数が多い袋から, 少ない袋に入っている玉の個数の分だけ, 玉を取り除く。

A と B に入っている玉の個数は, A に m 個, B に n 個の玉が入っているとき, $[m, n]$ と表す。玉の個数が $[6, 4]$ のとき, 下の図のように操作を 2 回行うと, A と B に入っている玉の個数が同じになる。



次の1～3の問いに答えなさい。

(岐阜県 2007 年度)

問1 玉の個数が $[7, 5]$ のとき, 操作を何回行うと, A と B に入っている玉の個数が同じになるかを求めなさい。

問2 次の①～③は, A と B に入っている玉の個数について述べた文である。アには x, y を使った式を, イ, ウには数を, エには a, b を使った式を, それぞれあてはまるように書きなさい。

① 玉の個数を $[x, y]$ とする。

$x > y$ のとき操作を 1 回行うと玉の個数は $[\text{ア} , y]$ になる。

② 操作を 1 回行うと, 玉の個数が $[1, 1]$ になった。このとき, 操作前の玉の個数は,

$[\text{イ} , \text{ウ}]$ または $[\text{ウ} , \text{イ}]$ である。

③ 操作を 1 回行うと, 玉の個数が $[a, b]$ になった。このとき, 操作前の玉の個数は,

$[a, \text{エ}]$ または $[\text{エ} , b]$ である。

問3 操作を 3 回行うと, 玉の個数が $[1, 1]$ になった。このとき, A と B に最初に入っていた玉の個数をそれぞれ求め, それを $[m, n]$ の形ですべて書きなさい。ただし, A に最初に入っていた玉の個数は, B に最初に入っていた玉の個数より多かったものとする。

解答欄

問1	回							
問2	ア		イ		ウ		エ	
問3								

解答

問1 4回

問2

ア $x-y$

イ ウ 2, 1 または 1, 2

エ $a+b$

問3 [4, 1] , [4, 3] , [5, 2] , [5, 3]

解説

問1

[7, 5]→[2, 5]→[2, 3]→[2, 1]→[1, 1] だから4回操作を行うとA, Bの玉の個数が等しくなる。

問3

$[a, b]$ の1つ手前の玉の個数は $[a, a+b]$ と $[a+b, b]$ の2通りが考えられる。

よって3回目の操作を行うと[1, 1]になるとき

2回目の操作を行うと[1, 1+1]より[1, 2]…(i)

[1+1, 1]より[2, 1]…(ii)

(i)のとき1回の操作を行うと[1, 1+2]より[1, 3]…(A)

[2+1, 2]より[3, 2]…(B)

(ii)のとき1回の操作を行うと[2, 2+1]より[2, 3]…(C)

[2+1, 1]より[3, 1]…(D)

もとの玉の個数は(A)のとき

[1, 1+3]より[1, 4], [1+3, 3]より[4, 3]

(B)のとき

[3, 3+2]より[3, 5], [3+2, 2]より[5, 2]

(C)のとき

[2, 2+3]より[2, 5], [2+3, 3]より[5, 3]

(D)のとき

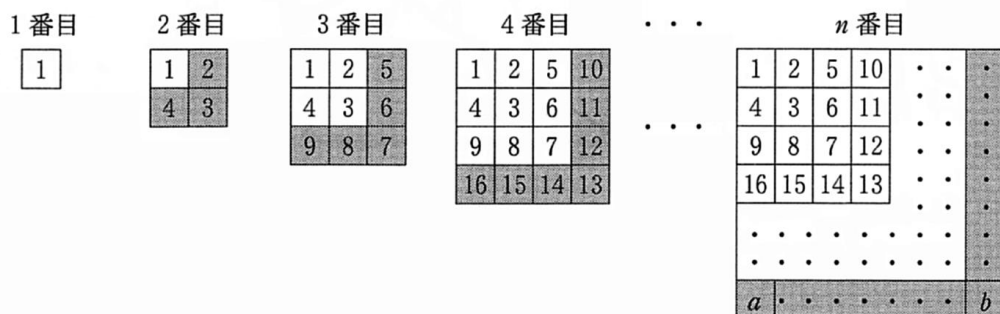
[3, 3+1]より[3, 4], [3+1, 1]より[4, 1]

最初に入っていた玉の個数はAの方がBより多いので

もとの個数は[4, 3], [5, 2], [5, 3], [4, 1]

【問 14】

図のように、自然数を 1 から順に規則的に並べていくと、 n 番目の縦、横に並ぶ自然数の個数はともに n 個になる。図の 2 番目以降の  は新しく付け加えた部分であり、 n 番目の  に示したように a の位置、 b の位置を決める。たとえば、3 番目の  の a の位置にくる自然数は 9、 b の位置にくる自然数は 7 である。



このとき、次の各問いに答えなさい。ただし、 n は 2 以上とする。

(三重県 2007 年度)

問1 5 番目の  の a の位置にくる自然数を書きなさい。

問2 n 番目の  の a の位置にくる自然数を、 n を使って表しなさい。

問3 n 番目の  に入る自然数の個数を、 n を使って表しなさい。

問4 この図において 2 番目以降のそれぞれの  について、次の関係が成り立つ。

$$(\text{L-shaped figure} \text{ に入る自然数の和}) = (b \text{ の位置にくる自然数}) \times (\text{L-shaped figure} \text{ に入る自然数の個数})$$

たとえば、

2 番目の場合、 $2 + \underline{3} + 4 = \underline{3} \times 3$

3 番目の場合、 $5 + 6 + \underline{7} + 8 + 9 = \underline{7} \times 5$

4 番目の場合、 $10 + 11 + 12 + \underline{13} + 14 + 15 + 16 = \underline{13} \times 7$ である。

このことを利用すると、「 b の位置にくる自然数が 157 のときの  に入る自然数の和」を求めることができる。次の (ア)、(イ) にあてはまる数を書きなさい。

b の位置にくる自然数が 157 になるのは (ア) 番目であることから、「 b の位置にくる自然数が 157 のときの  に入る自然数の和」は (イ) になる。

解答欄

問1				
問2				
問3	個			
問4	(ア)		(イ)	

解答

問1 25

問2 n^2

問3 $2n-1$ 個

問4

(ア) 13

(イ) 3925

解説

問2

a の位置の数字は

2 番目が $4=2^2$

3 番目が $9=3^2$

4 番目が $16=4^2$

となっているので

n 番目の $a=n^2$

問3

n 番目の自然数は縦に n 個, 横に n 個あり

b の位置の 1 個が共通なので n 番目の自然数は $2 \times n - 1 = 2n - 1$ 個

問4

$12^2 < 157 < 13^2$ より

b は 13 番目の図形の角に位置することがわかる。

例より n 番目の和は $b \times (2n - 1)$ で表されるから

その和は $157 \times (2 \times 13 - 1) = 3925$

【問 15】

図 3 のように、さいころを方眼紙の中央に置き、
N S E W の 4 枚のカードを使って、下の操作①、②
 を繰り返しながら、さいころを移動させた。次の①、②の問
 いに答えなさい。

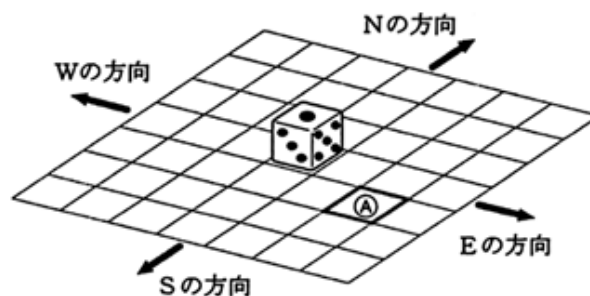
ただし、さいころの向かい合う面の目の数の和は 7 とす
 る。

(滋賀県 2007 年度)

- (1) 操作①、②を 2 回繰り返したとき、さいころが、も
 との中央の位置へもどる確率を求めなさい。

- (2) 操作①、②を 3 回繰り返したとき、さいころが ① のマス目に移動したとする。このとき、さいころの上の目の
 数は何になるか。考えられる目の数をすべて書きなさい。

図 3



【操作】

- ① 4 枚のカードをよくきって、その
 中から 1 枚を取り出す。
 ② 取り出したカードが示す方向にさ
 いころを倒して隣のマス目に移す。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) $\frac{1}{4}$

(2) 3, 4, 6

解説

(1)

2 回の操作でできる移動の場合の数は $4 \times 4 = 16$ 通り

そのうち 2 回の操作でもとの位置に戻るの(1 回目, 2 回目)=(W, E), (E, W), (N, S), (S, N)の 4 通り。

よって求める確率は $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

(2)

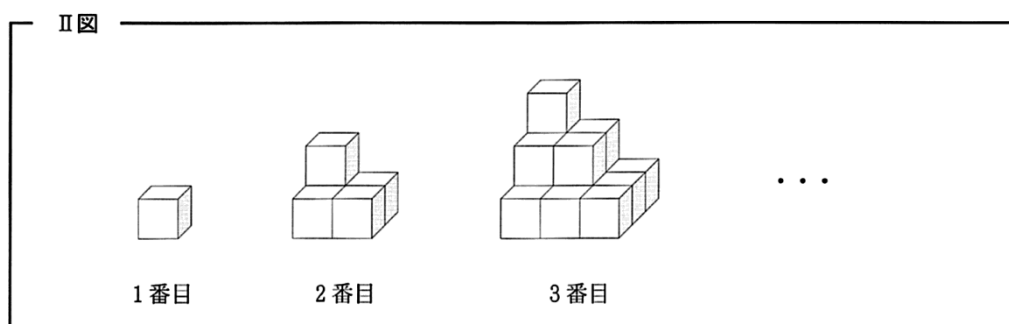
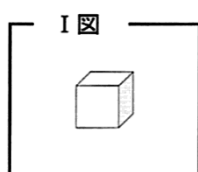
3 回操作して A の位置にくるのは

カードの出方が(1 回目, 2 回目, 3 回目)=(E, E, S), (E, S, E), (S, E, E)の 3 通り。

よって(E, E, S)のとき 4, (E, S, E)のとき 6, (S, E, E)のとき 3

【問 16】

I 図のような 1 辺が 1 cm の立方体の積み木がある。次の II 図のように、この積み木を 1 番目, 2 番目, 3 番目, …と同じ規則で、積み木と積み木のにすき間やずれのないように積み上げて、立体をつくる。ただし, II 図において, 2 番目の立体は 5 個の積み木でできており, 3 番目の立体は 14 個の積み木でできている。



このとき, 下の問1・2に答えよ。

(京都府 2007 年度)

問1 7 番目の立体は, 何個の積み木でできているか。

問2 10 番目の立体の表面積を求めよ。ただし, 底面も含むものとする。

解答欄

問1	個
問2	cm ²

解答

問1 140 個

問2 420 cm²

解説

真横から見ると 4 面には正方形が $1+2+3+4+\cdots+10=55$ 個

上下の底面にはそれぞれ $10\times 10=100$ 個の正方形がある。

よって求める表面積は $55\times 4+100\times 2=420$ cm²

【問 17】

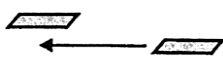
上下に重ねられた 16 枚のカードについて行う次の 内に示した操作を「操作 A」と呼ぶことにする。ただし、「操作 A」において、「～枚目」は「上から数えて～枚目」という意味を表すものとする。

「操作 A」

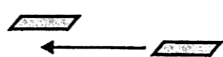
・まず 16 枚のカードを「1 枚目から 8 枚目まで」の 8 枚と「9 枚目から 16 枚目まで」の 8 枚とに分ける。

・次に、右図に示すとおり、

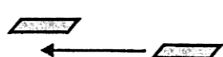
1 枚目のカードと 2 枚目のカードとの間に 9 枚目のカードを、

1 枚目  9 枚目

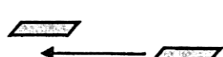
2 枚目のカードと 3 枚目のカードとの間に 10 枚目のカードを、

2 枚目  10 枚目

3 枚目のカードと 4 枚目のカードとの間に 11 枚目のカードを、

3 枚目  11 枚目

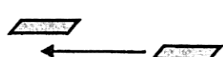
4 枚目のカードと 5 枚目のカードとの間に 12 枚目のカードを、

4 枚目  12 枚目

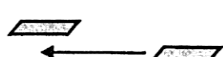
5 枚目のカードと 6 枚目のカードとの間に 13 枚目のカードを、

5 枚目  13 枚目

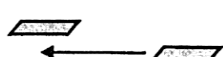
6 枚目のカードと 7 枚目のカードとの間に 14 枚目のカードを、

6 枚目  14 枚目

7 枚目のカードと 8 枚目のカードとの間に 15 枚目のカードを、

7 枚目  15 枚目

8 枚目のカードの下に 16 枚目のカードを、

8 枚目  16 枚目

同時にそれぞれ入れる。

「操作 A」をまだ 1 回も行っていない状態における上から数えて x 枚目のカードを カード x と表すことにして、次の問いに答えなさい。

(大阪府 2007 年度 後期)

問1 「操作 A」をまだ 1 回も行っていない状態から「操作 A」を 1 回だけ行ったとき、カード x が上から数えて y 枚目のカードになったとする。例えば、「操作 A」を 1 回だけ行ったとき、カード 4 は上から数えて 7 枚目のカードになるので、 $x=4$ のとき $y=7$ となる。

(1) 表 I は x を $1 \leq x \leq 8$ をみたす自然数として、 x と y との関係を示した表の一部である。

表 II は、 x を $9 \leq x \leq 16$ をみたす自然数として、 x と y との関係を示した表の一部である。(ア)～(エ) にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

表 I

x	1	2	3	4	5	...	8
y	1	3	5	7	ア	...	イ

表 II

x	9	...	12	...	16
y	2	...	ウ	...	エ

(2) x を $1 \leq x \leq 8$ をみたす自然数として、 y を x の式で表しなさい。

(3) x を $9 \leq x \leq 16$ をみたす自然数として、 y を x の式で表しなさい。

問2 「操作 A」をまだ 1 回も行っていない状態から「操作 A」をくり返し行うことを考える。次の文は、16 枚のカードのうち、カード 6 と カード 7 について述べたものである。文中の ㉑ , ㉒ に入れるのに適している自然数を書きなさい。

- ・ カード 6 は「操作 A」をまだ 1 回も行っていない状態から「操作 A」を ㉑ 回くり返し行ったとき、上から数えて 6 枚目の位置に初めてもどる。
- ・ カード 7 は「操作 A」をまだ 1 回も行っていない状態から「操作 A」を ㉒ 回くり返し行ったとき、上から数えて 7 枚目の位置に初めてもどる。

解答欄

問1	(1)	(ア)	
		(イ)	
		(ウ)	
		(エ)	
	(2)	$y =$	
	(3)	$y =$	
問2	㉑		
	㉒		

解答

問1

(1)

(ア) 9 (イ) 15 (ウ) 8 (エ) 16

(2) $y=2x-1$

(3) $y=2x-16$

問2

㉓ 2

㉔ 4

解説

問1

(2)

$1 \leq x \leq 8$ のとき y は x の値が 1 増えるごとに 2 ずつ増加しているので $y=2x+b$ とおく。

$x=1$ のとき $y=1$ より代入して

$$1=2+b$$

$$b=-1$$

$$y=2x-1$$

(3)

$9 \leq x \leq 16$ のときカード x はカード $x-8$ の下に入るから

$$y=2(x-8)=2x-16$$

問2

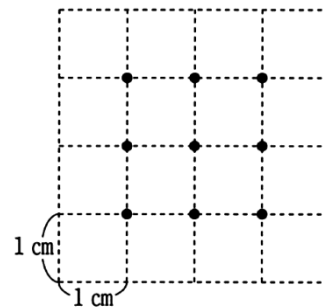
カード 6 は $6 \rightarrow 11, 11 \rightarrow 6$ と移動するので 2 回

カード 7 は $7 \rightarrow 13, 13 \rightarrow 10, 10 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 7$ と移動するので 4 回の操作で元の位置にもどる。

【問 18】

図のように、1 目もりが 1 cm の方眼上に、9 個の点が並んでいる。これら 9 個の点から 3 個の点を選び、それぞれの点を頂点とする三角形をつくる。このとき、面積が 1 cm^2 の二等辺三角形はいくつできるか、求めなさい。

(和歌山県 2007 年度)



解答欄

個

解答
8 個

【問 19】

1 枚の大きな長方形の紙で、図 1 のような 8 ページの小冊子を作り、これらを束ねて、図 2 のような連続するページ番号が書かれた冊子を作ることにした。

図 1

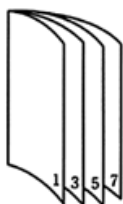
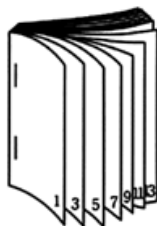


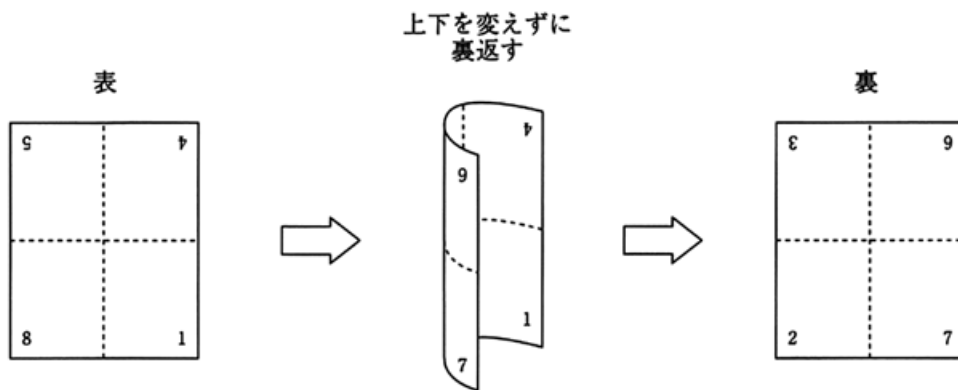
図 2



次の文は、図 1 の小冊子を作るときのページ番号のつけ方について説明したものである。

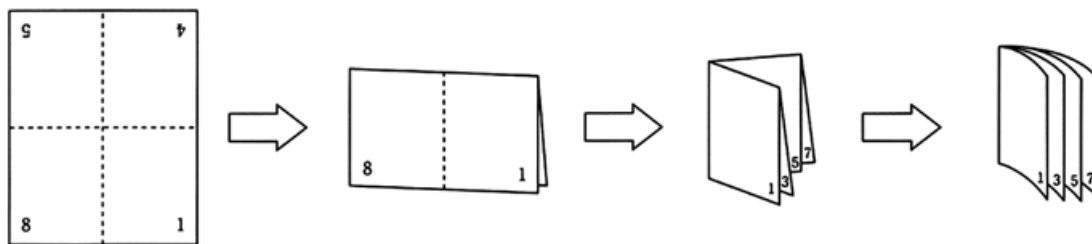
まず、図 3 のように、大きな長方形の紙の表の右下に、最も小さいページ番号をつけると、他の 7 つのページ番号は次のような位置になる。

図 3



このようにしてページ番号をつけた大きな長方形の紙を、図 4 のように半分に折り、さらに、半分に折って、上端をはさみで切り落とすと、1 から 8 までのページ番号が書かれた小冊子ができあがる。

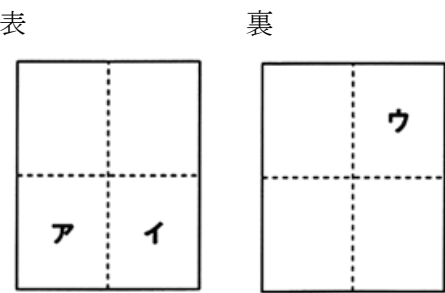
図 4



何枚かの大きな長方形の紙を使い、1 枚目、2 枚目、3 枚目、…と、図 3 と同じ方法でページ番号をつけて、図 2 のような冊子を作るとき、次の問1～問4に答えなさい。

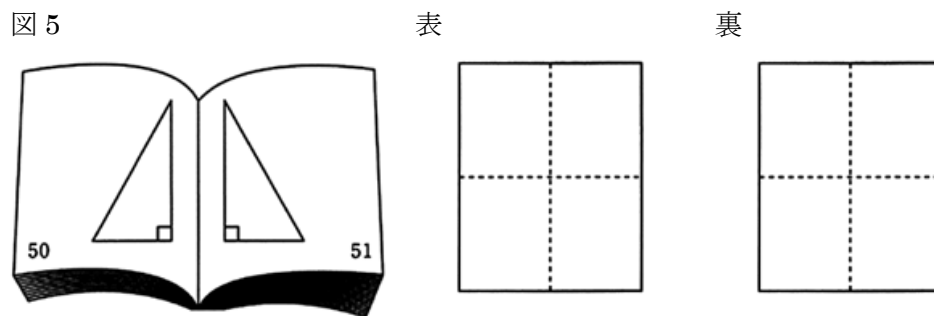
(和歌山県 2007 年度)

問1 3枚目の大きな長方形の紙のア～ウにつけるページ番号を求めなさい。

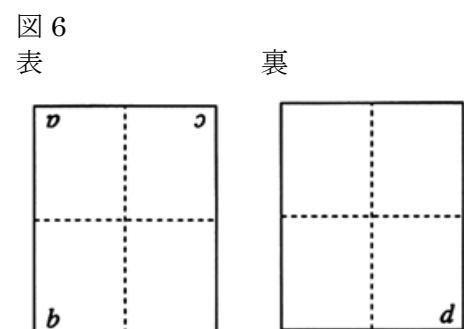


問2 30枚目の大きな長方形の紙に書かれたページ番号のうち、最も小さい数はいくつ、求めなさい。

問3 図5は、冊子の50ページ、51ページを開いたときのものである。図5の2つの直角三角形は、1枚の大きな長方形の紙にどのようにかけられたものか。それぞれ、あてはまる位置に、正しい向きで、直角三角形をかきなさい。



問4 図6のように、 n 枚目の大きな長方形の紙に書かれたページ番号 a, b, c, d について、次の(1), (2)に答えなさい。



(1) a を n の式で表しなさい。

(2) $ad - bc = 3$ の関係が成り立つことを説明しなさい。

解答欄

問1	ア		イ		ウ	
問2						
問3	表 裏					
問4	(1)	$\alpha =$				
	(2)					

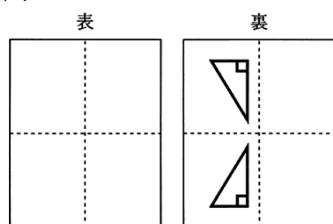
解答

問1

ア 24 イ 17 ウ 22

問2 233

問3



問4

(1) $a = 8n - 3$

(2)

$a = 8n - 3$, $b = 8n$, $c = 8n - 4$, $d = 8n - 1$ だから

$$ad - bc = (8n - 3)(8n - 1) - 8n(8n - 4)$$

$$= 64n^2 - 32n + 3 - (64n^2 - 32n)$$

$$= 3$$

解説

問2

大きな長方形 1 枚につき 8 ページできるから

29 枚では、 $8 \times 29 = 232$ ページできる。

よって 30 枚目の大きな長方形に書かれたページ番号の最も小さい数は $232 + 1 = 233$

問3

$$50 = 8 \times 6 + 2 \text{ より}$$

50 ページは 6 枚目の長方形にあり

1 枚目の 2 ページと同じ位置にある。

同様に 51 ページは 1 枚目の 3 ページと同じ位置にある。

問4

(1)

a は 1 枚目の 5 ページと同じ位置にある。

$$n \text{ 枚目なので } a = 8 \times (n - 1) + 5 = 8n - 3$$

(2)

(1)と同様に考えて

$$b = 8(n - 1) + 8 = 8n$$

$$c = 8(n - 1) + 4 = 8n - 4$$

$$d = 8(n - 1) + 7 = 8n - 1$$

これらを $ad - bc$ に代入して

$$(8n - 3)(8n - 1) - 8n(8n - 4) = 64n^2 - 32n + 3 - 64n^2 + 32n = 3$$

【問 20】

1 辺の長さが 1 cm の正方形を図のように規則的に並べて、その図形の中にある、いろいろな大きさの正方形について調べて表をつくった。

下の問1～問4に答えなさい。

(島根県 2007 年度)

図



【例】

4 番目の図形では、1 辺の長さが 1 cm の正方形 10 個と、1 辺の長さが 2 cm の正方形が太線のように 3 個できる。それより大きな正方形はできないので、正方形の個数の合計は 13 個である。

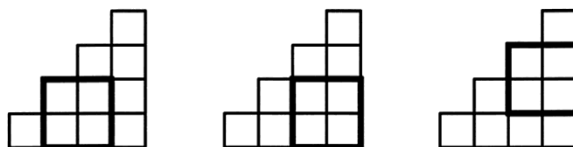


表	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目	6 番目	7 番目	...
1 辺の長さが 1cm の正方形の個数	1	3	6	10	ア	・	・	...
1 辺の長さが 2cm の正方形の個数	0	0	1	3	イ	・	・	...
1 辺の長さが 3cm の正方形の個数	・	・	・	・	・	・	・	...
...	・	・	・	・	・	・	・	...
...	・	・	・	・	・	・	・	...

問1 表のア、イにあてはまる数を求めなさい。

問2 6 番目の図形の中にある最も大きな正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

問3 7 番目の図形の中にある正方形の個数の合計を求めなさい。

問4 1 辺の長さが 10 cm の正方形がはじめてできるのは、何番目の図形か答えなさい。

解答欄

問1	ア	
	イ	
問2	cm	
問3	個	
問4	番目	

解答

問1

ア 15

イ 6

問2 3 cm

問3 50 個

問4 19 番目

解説

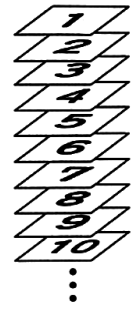
問4

1, 3, 5, 7…と $(2n-1)$ 番目に1辺が n cm の正方形がはじめてできる。
よって10 cm の正方形ができるのは $2 \times 10 - 1 = 19$ 番目

【問 21】

図のように、1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, …の数字が書かれたカードが重ねてある。このカードを使って、次の操作①, ②を行うとき、下の問1～問3に答えなさい。

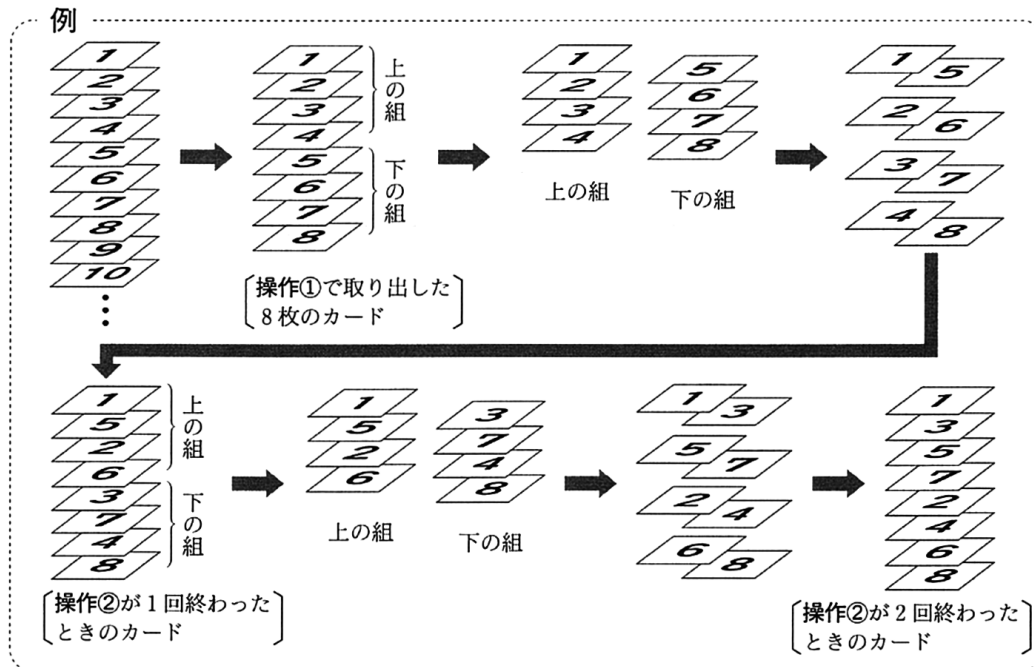
(山口県 2007 年度)



操作① 図のように重ねてあるカードのうち、上から順に 4 枚以上のカードを取り出す。このとき、取り出すカードの枚数は偶数とする。

操作② カードを上組と下組が同じ枚数となるように 2 つに分けて、それぞれの組のカードを上から順に 1 枚ずつ交互に取って並べかえる。

次の例のように、操作①で 8 枚のカードを取り出して操作②を 2 回続けて行くと、カードに書かれている数は、上から順に 1→3→5→7→2→4→6→8 となる。



問1 操作①で 10 枚のカードを取り出して操作②を 1 回行ったとき、上から 9 枚目のカードに書かれている数を求めなさい。

問2 操作①で何枚かのカードを取り出して操作②を 1 回行ったとき、上から 2 枚目のカードに書かれている数が a であった。このとき、操作①で取り出したカードの枚数を、 a を使った式で表しなさい。

問3 操作①で 6 枚のカードを取り出して操作②を 30 回続けて行ったとき、カードに書かれている数は、上から順に次のようになった。ア ～ カ にあてはまる数を求めなさい。

ア → イ → ウ → エ → オ → カ

解答欄

問1						
問2	枚					
問3	ア	イ	ウ	エ	オ	カ

解答

問1 5

問2 $2a-2$ 枚

問3

ア 1 イ 5 ウ 4 エ 3 オ 2 カ 6

解説

問2

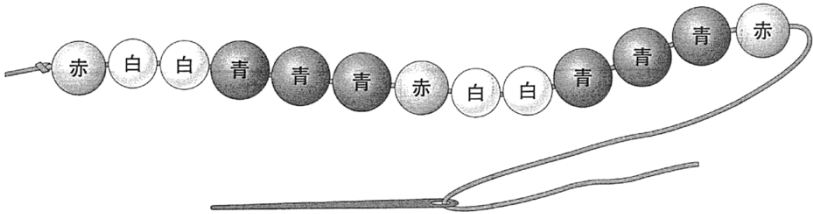
4 回目の操作で元のカードの並びになる。
 $30 \div 4 = 7 \cdots 2$ より 2 回操作を行った状態になる。

【問 22】

赤色、白色、青色のビーズがたくさんある。このビーズを使って、下の図のように、まず赤色のビーズを 1 個、次に白色のビーズを 2 個、さらに青色のビーズを 3 個という順で、1 本の糸に繰り返し通していく。

次の問1～問3に答えなさい。

(徳島県 2007 年度)



- 問1 糸に通した 20 個目と 21 個目のビーズの色はそれぞれ何色か、求めなさい。
- 問2 全部で 100 個のビーズを糸に通したとき、赤色、白色、青色のビーズを、それぞれ何個通したか、求めなさい。
- 問3 最後に糸に通したビーズの色は赤色であった。通した赤色のビーズを数えると、全部で n 個であった。糸に通したすべてのビーズの個数を、 n を用いて表しなさい。

解答欄

問1	20 個目		21 個目	
問2	赤色 個	白色 個	青色 個	
問3	個			

解答

問1

20 個目 白色

21 個目 白色

問2

赤色 17 個

白色 34 個

青色 49 個

問3 $6n-5$ 個

解説

問2

1 パターンを(赤, 白, 白, 青, 青, 青)の 6 個と考える。

$100 \div 6 = 16 \cdots 4$ より 100 個のビーズは

16 パターンと(赤, 白, 白, 青)の 4 個が使われる。

よって赤は $1 \times 16 + 1 = 17$ 個

白は $2 \times 16 + 2 = 34$ 個

青は $3 \times 16 + 1 = 49$ 個

問3

赤は 1 パターンの最初のビーズだから

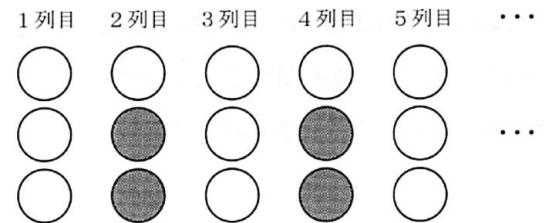
最後が n 個目の赤いビーズになるとき

それより前のビーズは $(n-1)$ パターンとなるから

ビーズの総数は $6(n-1) + 1 = 6n - 5$ 個

【問 23】

白の基石と黒の基石がたくさんある。右の図のように、奇数番目の列には白の基石 3 個を、偶数番目の列には白の基石 1 個と黒の基石 2 個を、1 列目、2 列目、3 列目、…と順に置いていく。



たとえば、5 列目まで基石を置いたとき、並んでいる基石のうち、白の基石の個数は 11 個であり、黒の基石の個数より 7 個多い。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えよ。

(香川県 2007 年度)

(1) 9 列目まで基石を置いたとき、並んでいる基石のうち、白の基石の個数は、黒の基石の個数より何個多いか。

(2) ある奇数番目の列に白の基石 3 個を置き、基石を並べるのをやめたところ、並んでいる基石のうち、白の基石の個数が、黒の基石の個数より 35 個多かった。このとき、並んでいる白の基石の個数は全部で何個か。

解答欄

(1)	個
(2)	個

解答

(1) 11 個

(2) 67 個

解説

(2)

2 列につき

白の基石が 4 個、黒の基石が 2 個置かれるのでその差は 2 個となる。

2 列をセットにして 1 組と考える。

奇数列に基石を並べて差が 35 個になるとき

x 組と 1 列並べたとすると $2x + 3 = 35$ $x = 16$

よってそのときの白の基石は 16 組と 3 個で $4 \times 16 + 3 = 67$ 個

【問 24】

表で、横に並んだ数を上から 1 段目, 2 段目, 3 段目, …の位置にある数とし, 縦に並んだ数を左から 1 番目, 2 番目, 3 番目, …の位置にある数とする。たとえば, 5 段目の 4 番目の位置にある数は 20 である。この表は, 1 段目に正の整数 1, 2, 3, …を並べ, その下の段に, それらを 2 倍した数, 3 倍した数, 4 倍した数, …をそれぞれ順に並べてつくったものである。このとき, 次の問いに答えなさい。

表

	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目	…
1 段目	1	2	3	4	5	…
2 段目	2	4	6	8	10	…
3 段目	3	6	9	12	15	…
4 段目	4	8	12	16	20	…
5 段目	5	10	15	20	25	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

(愛媛県 2007 年度)

問1 5 段目の位置にある数のうち, 35 は何番目の位置にあるかを求めよ。

問2 4 は 1 段目の 4 番目の位置, 2 段目の 2 番目の位置, 4 段目の 1 番目の位置の 3 か所にある。81 は何か所にあるかを求めよ。

問3 表の中の  のように, 縦, 横に 3 つずつ連続して並んだ 9 つの数を囲むことにする。このようにして, 表の中のある部分を  で囲むと, 右の図のようになった。このとき, g にあてはまる数を求めよ。

36	a	b
c	d	55
e	f	g

問4 横に連続して並んだ 3 つの数の和が 48 になるところが 4 か所ある。この 3 つの数が並んだ 4 か所の, それぞれの左端の位置にある数を, 小さい方から順に書くと, 8, , ,  となる。ア～ウにあてはまる数を, それぞれ書け。

解答欄

問1	番目	
問2	か所	
問3		
問4	ア	
	イ	
	ウ	

解答

問1 7 番目

問2 5 か所

問3 66

問4 ア 12 イ 14 ウ 15

解説

問2

81 の約数は 1, 3, 9, 27, 81 だから

1 段目, 3 段目, 9 段目, 27 段目, 81 段目の 5 か所にある。

問4

並んだ 3 つの数の左端を m 段目の n 列目の数字とすると

その数字は mn

真ん中は $m(n+1)$

右端は $m(n+2)$ と表せる。

その和が 48 より

$$mn + m(n+1) + m(n+2) = 48$$

$$3m(n+1) = 48$$

$$m(n+1) = 16$$

よって $(m, n+1) = (1, 16), (2, 8), (4, 4), (8, 2)$

したがって $(m, n) = (1, 15), (2, 7), (4, 3), (8, 1)$ より

$mn = 15, 14, 12, 8$ だから

ア = 12, イ = 14, ウ = 15

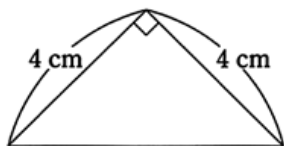
【問 25】

図①のような直角をはさむ 2 辺の長さが 4 cm の直角二等辺三角形の紙が n 枚ある。これらを、図②のように各辺の長さが図①の $\frac{1}{2}$ 倍となる直角二等辺三角形をのりしろとして、つなぎ合わせていく。

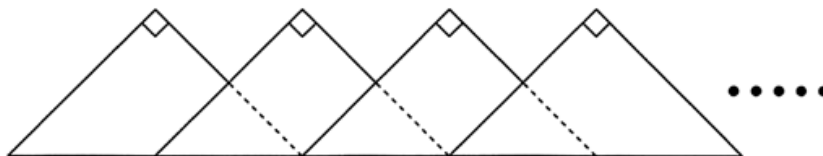
このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(佐賀県 2007 年度 後期)

図①



図②



(1) $n=6$ のとき、つなぎ合わせてできた図形の面積を求めなさい。

(2) n 枚つなぎ合わせてできた図形の面積が 170cm^2 であった。このとき、 n の値を求めなさい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	

解答

(1) 38 cm^2

(2) 28

解説

(2)

n 枚つなぎ合わせてできた図形の面積は

n 枚の直角三角形の和から $n-1$ 枚の重なっているのりしろの直角二等辺三角形の面積をひけばよいから

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times n - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times (n-1)$$

$$= 8n - 2n + 2$$

$$= 6n + 2\text{ cm}^2$$

この面積が 170cm^2 より

$$6n + 2 = 170$$

$$6n = 168$$

$$n = 28$$

【問 26】

表のように、自然数が規則的に並んでいる。次の(1)～(3)の問に答えなさい

(大分県 2007 年度)

(1) 上から 1 段目、左から 6 列目の数を求めなさい。

(2) 上から 3 段目、左から 20 列目の数を求めなさい。

(3) 右の表に示した、斜めに 3 つ並んだ数の和を求めたい。

例えば、上から 2 段目、左から 2 列目の数を含む斜めに 3 つ並んだ数の和 $(1+5+9)$ は 15 である。上から 2 段目、左から n 列目の数を含む斜めに 3 つ並んだ数の和を n を使って表しなさい。ただし、 n は 2 以上の自然数とする。

	1 列目	2 列目	3 列目	4 列目				
1 段目	1	6	7	12	・	・	・	・
2 段目	2	5	8	11	・	・	・	・
3 段目	3	4	9	10	・	・	・	・

	1 列目	2 列目	3 列目	4 列目		n 列目		
1 段目	①	⑥	7	12	・	○	・	・
2 段目	2	⑤	⑧	11	・	・	○	・
3 段目	3	4	⑨	⑩	・	・	・	○

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答

(1) 18

(2) 58

(3) $9n-3$

解説

(3)

n が偶数のとき

上から 2 段目、左から n 列目の数は $3n-1$ と表せる。

よって 3 つの数は小さい順に

$3n-5, 3n-1, 3n+3$ となり

その和は $9n-3$ となる。

また n が奇数のときも

上から 2 段目、左から n 列目の数は $3n-1$ と表せ

3 つの数は小さい順に

$3n-3, 3n-1, 3n+1$ となり

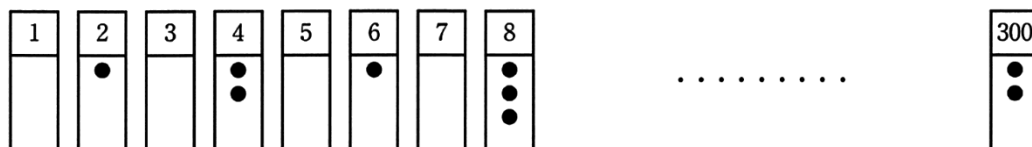
その和は $9n-3$ となる。

【問 27】

図は、1 から 300 までの番号が 1 つずつ書いてある 300 枚のカードに、次のような手順で●印をつけたものである。まず、番号が 2 の倍数であるすべてのカードに 1 個ずつつける。次に、番号が 4 の倍数であるすべてのカードに 1 個ずつつける。さらに、番号が 8 の倍数であるすべてのカードに 1 個ずつつける。最後に、番号が 16 の倍数であるすべてのカードに 1 個ずつつける。

このとき、次の1～4の問いに答えなさい。

(鹿児島県 2007 年度)



問1 番号が 16 のカードには、●印が何個ついているか。

問2 ●印がちょうど 3 個ついているカードのうち、番号が小さいほうから数えて 2 枚目のカードに書いてある番号を答えよ。

問3 ●印がちょうど 3 個ついているカードのうち、番号が小さいほうから数えて a 枚目のカードに書いてある番号を、 a を用いて表せ。

問4 番号が 1 から n までの n 枚のカードについている●印の総数が、217 個であった。このとき、 n の値を求めよ。ただし、 n は偶数とする。

解答欄

問1	個
問2	
問3	
問4	$n =$

解答

問1 4 個

問2 24

問3 $16a - 8$

問4 $n = 232$

解説

問3

●印がちょうど 3 個ついているカードの番号は

小さい順に $2 \times 2 \times 2 \times 1$, $2 \times 2 \times 2 \times 3$, $2 \times 2 \times 2 \times 5 \cdots$ となっていく。

よって a 枚目のカードは $2 \times 2 \times 2 \times (2a - 1) = 16a - 8$

問4

16 番ごとに●のつき方が繰り返されるから

16 番を 1 かたまりとして考えると

1 かたまりの中に●は $8 + 4 + 2 + 1 = 15$ 個ある。

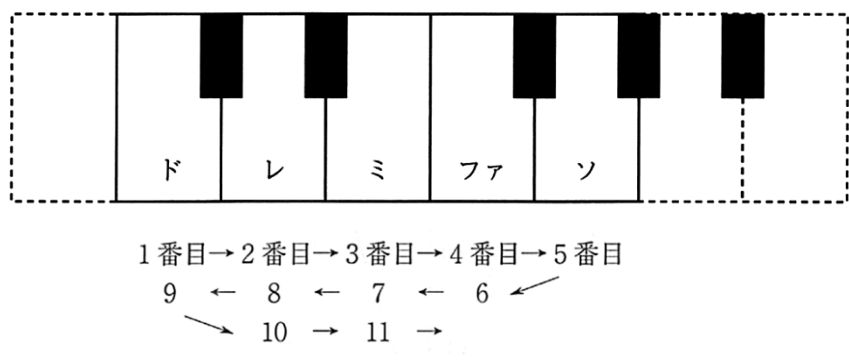
$217 \div 15 = 14 \cdots 7$ より

16 番が 14 かたまりと●7 個 ●が 7 個つくのは 8 番目だから

$n = 16 \times 14 + 8 = 232$

【問 28】

ピアノでド、レ、ミ、ファ、ソの 5 つの音を下の図のように、ド、レ、ミ、ファ、ソ、ファ、ミ、レ、ド、レ、ミ、…と繰り返し弾く。



このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2007 年度)

問1 18 番目に弾く音は何ですか。

問2 1 回目のミを弾くのは 3 番目、2 回目のミを弾くのは 7 番目です。8 回目のミを弾くのは何番目ですか。

問3 n 回目のミを弾くのは何番目ですか。 n を用いた式で表しなさい。

解答欄

問1	
問2	番目
問3	番目

解答

問1 レ

問2 31 番目

問3 $4n-1$ 番目

解説

問3

ミの音は

1 回目に 3 番目

2 回目に 7 番目

3 回目に 11 番目…と

3 番目をスタートにして 4 番ごとに 1 回弾いている。

よって n 回目のミを弾くのは

$3+4(n-1) = 4n-1$ 番目