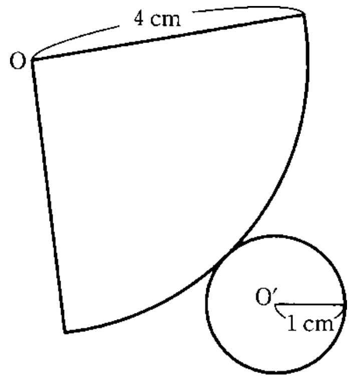
2．空間図形の投影図・展開図・図形名に関する問題

【2002年度出題】

【問 1】

図は円すいの展開図で，底面の半径は 1 cm，側面の半径は 4 cm である。これを組み立ててできる円すいの体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

（青森県 2002 年度）



解答欄

cm^3

解答

$\dfrac{\sqrt{15}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

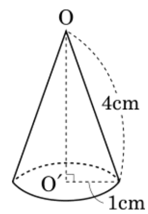
解説

組み立ててできる円すいは右図となり

この円すいの高さ

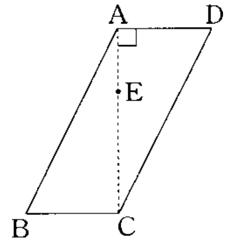
$OO' = \sqrt{4^2-1^2} = \sqrt{15}$ cm

円すいの体積は $\dfrac{1}{3}\pi\times 1^2\times\sqrt{15} = \dfrac{\sqrt{15}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$



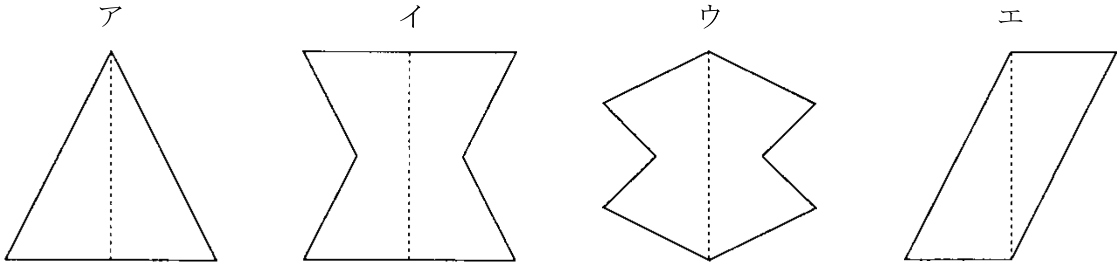
【問 2】

図の四角形 ABCD は，平行四辺形であり，AD＝6 cm，AC＝12 cm，∠DAC＝90°である。また，点 E は線分 AC 上の点で AE＝4 cm である。この平行四辺形 ABCD を AC を軸とし，1回転させて立体をつくった。



（秋田県 2002 年度）

① この立体を，回転の軸をふくむ平面で切ったとき，切り口の形を表すものを次のア～エから1つ選び，記号を書きなさい。

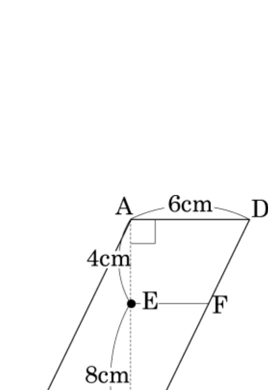


② この立体を，点 E を通り，回転の軸に垂直な平面で切ったとき，その切り口の面積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

解答欄

①	
②	cm²

解答
① イ
② 16π cm²
解説
①
平面図形を1回転させてつくった立体を回転の軸をふくむ平面で切ったとき
切り口は元の図形と元の図形を軸にそって線対称に移動させた図形と
合わせたものになる。
②
右図のように点 E を通り AD と平行な直線を引き CD との交点を F とすると
切り口はこの EF を半径とした円である。
また EF＝x cm とすると
△ACD∽△ECF より
x:6＝8:12 より
x＝4 cm
よって切り口の面積は π×4²＝16π cm²

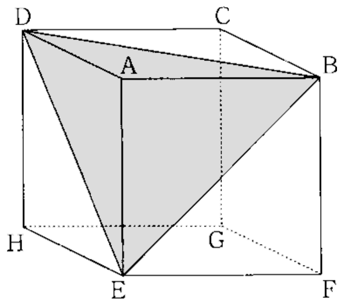


【問 3】

1辺の長さが a cm の立方体 ABCD－EFGH がある。図1のように立方体の表面に対角線 BD, DE, EB をひき，立方体の表面の，点 A を頂点とする△ABD, △ADE, △AEB に色を塗った。

（山形県 2002 年度）

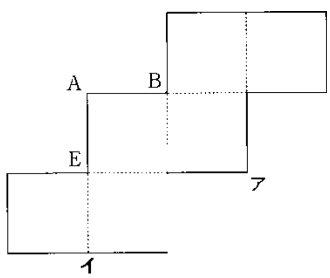
図1



⑴ この立方体の表面の，色を塗った部分の面積を求めなさい。

⑵ この立方体を，頂点 A を通る3辺，頂点 G を通る3辺，さらにもう1つの辺で切り，色を塗った面を表にして開いたら，その展開図の形は図2のようになった。

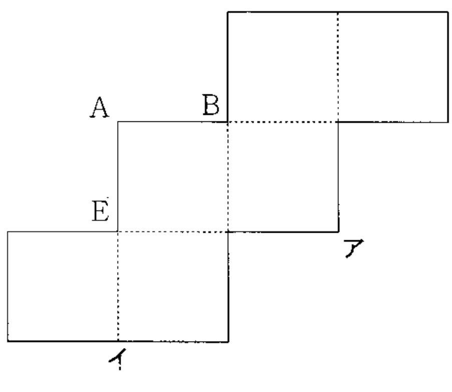
図2



① 色を塗った部分はどこか。図2の展開図に  のような斜線で示しなさい。

② 展開図のア，イにあたる点を，立方体の頂点 A～H からそれぞれ1つずつ選び，記号で答えなさい。

解答欄

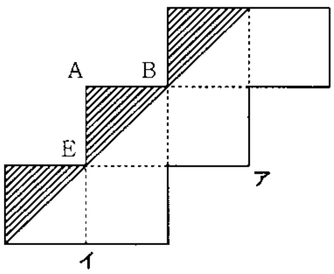
(1)	cm²				
⑵	①				
	②	ア		イ	

解答

(1) $\frac{3}{2}a^2\,\mathrm{cm}^2$

(2)

①



②

ア G, イ H

解説

⑴

△ABD≡△ADE≡△AEB だから面積はみな等しい。

よって色を塗った部分の面積は

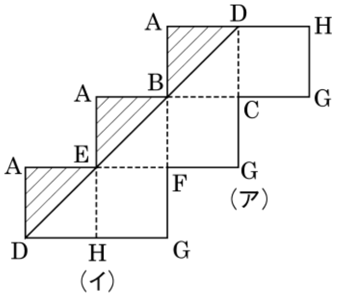
$\frac{1}{2}\times a\times a\times 3=\frac{3}{2}a^2\,\mathrm{cm}^2$

⑵

①

図2の展開図に頂点の記号を書き入れると右図のようになり

△ABD, △ADE, △AEB に色を塗る。



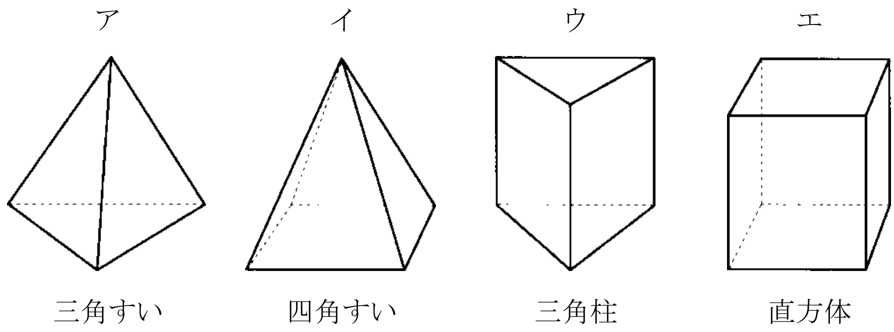
②

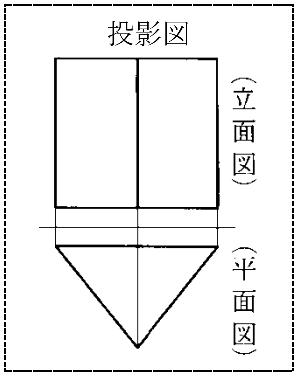
図よりアは点 G, イは点 H である。

【問 4】

投影図は，下のア～エのうち，どの立体を表したものか。あてはまる立体を1つ選び，記号で答えなさい。

（福島県　2002 年度）





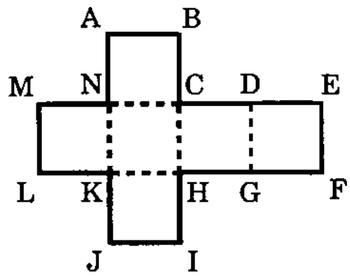
解答欄

解答
ウ
解説
立面図が長方形であるのはウとエ
平面図が三角形であるのはアとウだから
あてはまる立体はウ

【問 5】

図は，立方体の展開図である。この展開図を組み立ててできる立方体について，辺 AB と重なる辺を答えなさい。

（栃木県　2002 年度）



解答欄

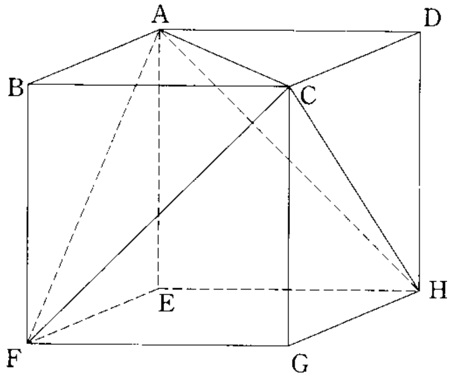
辺

解答
辺 ED

【問 6】

図は1辺の長さが 4 cm の立方体である。この立方体を3点 A, C, F を通る平面と，3点 A, C, H を通る平面で切って，3つの立体に分けるとき，次の⑴～⑶の問いに答えなさい。

（群馬県 2002 年度）

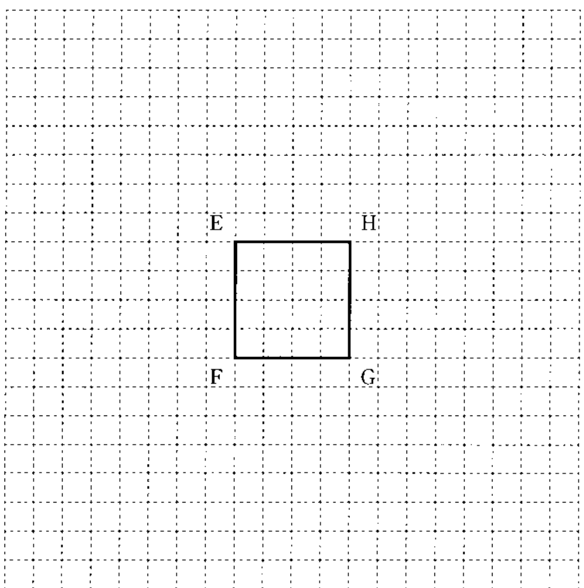


⑴ 三角形 ACF の面積を求めなさい。

⑵ 頂点 G を含む立体の体積を求めなさい。

⑶ 頂点Gを含む立体の展開図を，コンパスと定規を用いてかきなさい。

解答欄

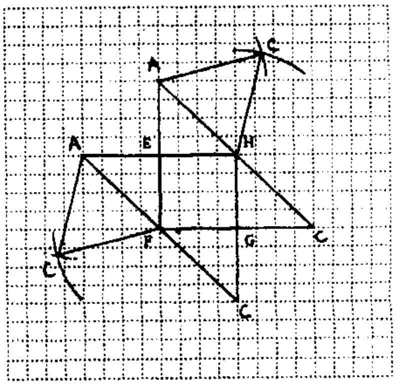
(1)	cm²
(2)	cm³
(3)	正方形 EFGH は下の図のとおりとする。 

解答

(1)　$8\sqrt{3}$ cm^2

(2)　$\frac{128}{3}$ cm^3

(3)



解説

(1)

$\triangle$ACF は一辺の長さが $4\sqrt{2}$ cm の正三角形。

正三角形の高さは一辺の $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 倍であるから

$4\sqrt{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6}$ cm

よって $\dfrac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} = 8\sqrt{3}$ cm^2

(2)

立方体の体積から三角すい F－ABC と H－ACD の体積を引く。

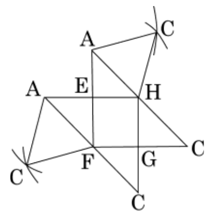
2つの三角すいは合同だから $4^3 - 2 \times \{\dfrac{1}{3} \times (\dfrac{1}{2} \times 4 \times 4) \times 4\} = \dfrac{128}{3}$ cm^3

(3)

正方形 EFGH を底面に

4つの合同な二等辺三角形と2つの合同な正三角形で残りの面が構成されている。

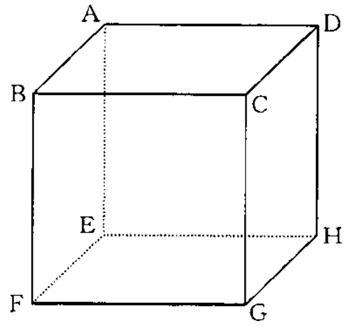
共通の頂点や辺に注意して展開図をかく。



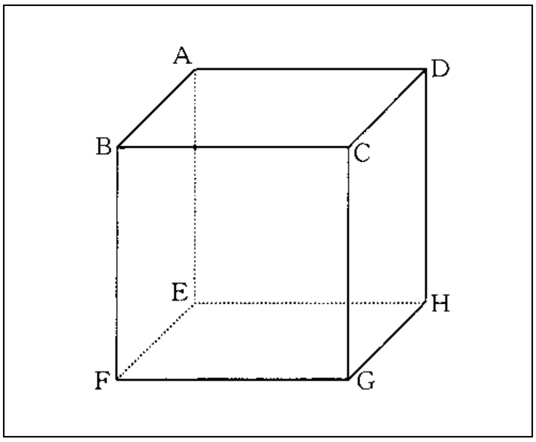
【問 7】

図のような立方体がある。点 B を通る平面でこの立方体を切ったとき，切り口が正三角形になった。このときの，正三角形になる切り口を図の中に1つ書き入れなさい。

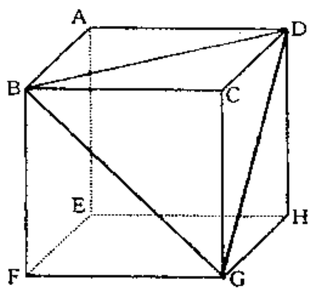
（富山県 2002 年度）



解答欄



解答



解説

3つの頂点 B，D，G を通る平面で切ったとき切り口の形は正三角形になる。

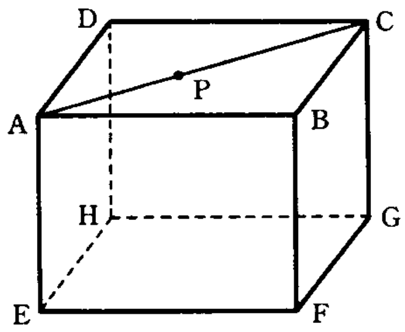
【問 8】

図 1 の立体は，AB＝5 cm，AD＝3 cm，AE＝4 cm の直方体である。また，線分 AC 上を動く点を P とする。

このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

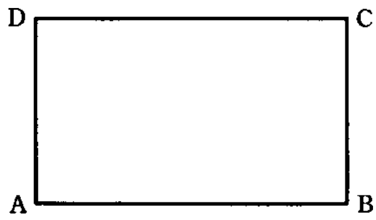
（静岡県 2002 年度）

図 1



⑴ 三角形 PEG の面積を求めなさい。

図 2

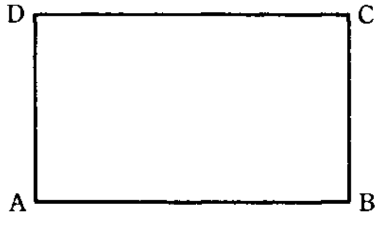


⑵ 図 2 は，図 1 の直方体を真上から見た図である。2点 D，P を結ぶ線分の長さが最小となるとき，次のア，イの問いに答えなさい。

ア． 点 P を，図 2 に作図しなさい。ただし，作図には定規とコンパスを使用し，作図に用いた線は残しておくこと。

イ． この直方体の体積を V_1 cm^3 とする。また，この直方体を，3点 D，H，P を通る平面で切ったときにできる2つの立体のうち，頂点 A を含む立体の体積を V_2 cm^3 とする。このとき，V_1 と V_2 の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

(1)		cm^2
(2)	ア	
	イ	V_1 ： V_2 ＝ ：

解答

(1)　$2\sqrt{34}$ cm^2

(2)

ア　解説欄参照

イ　$V_1 : V_2 = 50 : 9$

解説

(1)

$EG = \sqrt{3^2+5^2} = \sqrt{34}$ cm

△PEG の高さは AE に等しいから

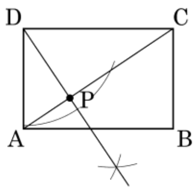
△PEG の面積は $\frac{1}{2} \times \sqrt{34} \times 4 = 2\sqrt{34}$ cm^2

(2)

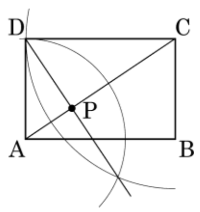
ア

点 D から AC に垂線をおろし AC との交点を P とする作図を行なう。

例1



例2



イ

右図のように切断される。

長方形 ABCD の面積を S_1

△AID の面積を S_2 とすると

$V_1 : V_2 = S_1 : S_2$ となる。

$S_1 = 3 \times 5 = 15$cm^2

△ACD∽△IDA より AI : AD = DA : DC

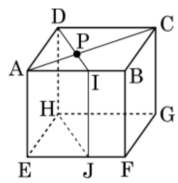
よって AI : 3 = 3 : 5

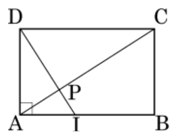
これを解いて $AI = \frac{9}{5}$ cm

したがって $S_2 = \frac{1}{2} \times \frac{9}{5} \times 3 = \frac{27}{10}$ cm^2

$V_1 : V_2 = S_1 : S_2 = 15 : \frac{27}{10} = 50 : 9$

$V_1 : V_2 = 50 : 9$





【問 9】

図1の 500 mℓ 入りの牛乳パックを観察した次の文を読んで，あとの問いに答えなさい。ただし，牛乳パックの変形や紙の厚さは考えないものとする。

（兵庫県 2002 年度）

図1

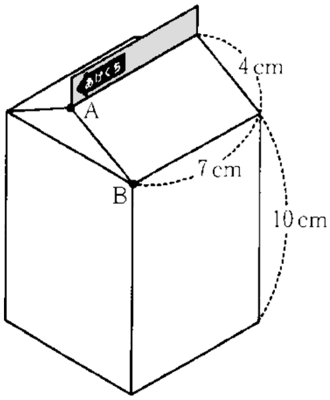


図2

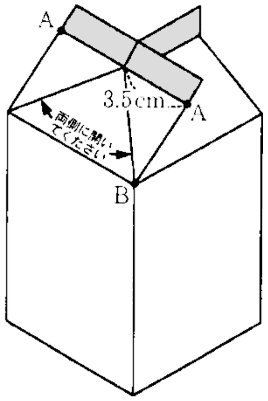
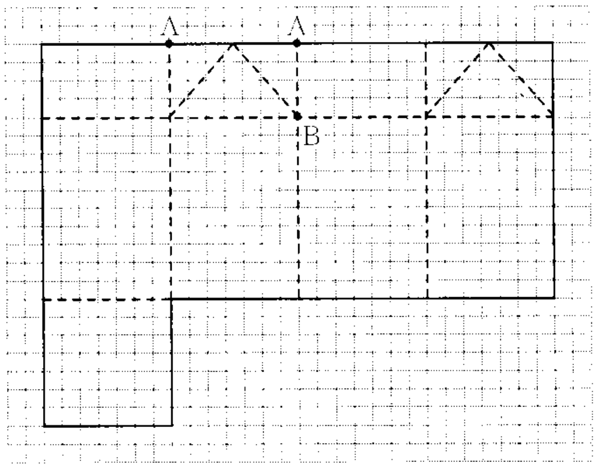


図3



観察結果

・図1のあけぐちを図2のように両側に開くと，紙が二重に折り重なっている部分がよくわかった。
・図1の牛乳パックから  部分を切り取った立体の展開図は，図3のようになった。ただし，方眼紙の1目盛りは1 cmとする。

⑴ 図1において，底の面からどこまで牛乳が入っているか，次のア～ウから1つ選び，記号で答えなさい。

ア 点 B より下

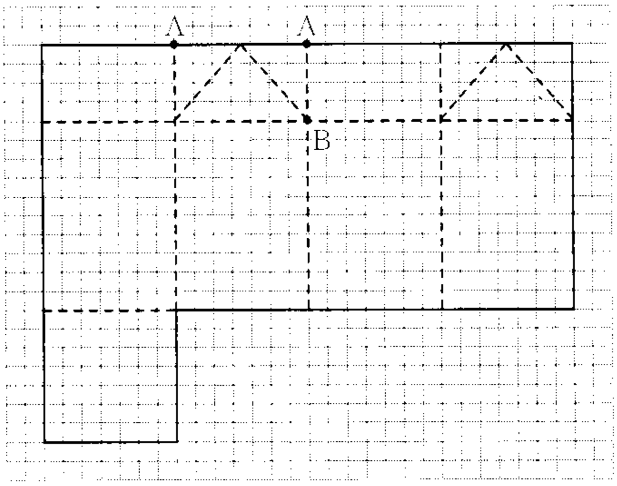
イ 点 B

ウ 点 B より上

⑵ 図1において，牛乳パックの紙が二重に折り重なっている部分をすべて，解答欄の展開図に斜線で示しなさい。ただし，底の面とのりしろは除く。

⑶ 図1において，底の面から点 A までの高さを求めなさい。ただし，答えが無理数になるときは，根号を含んだ数で答えなさい。

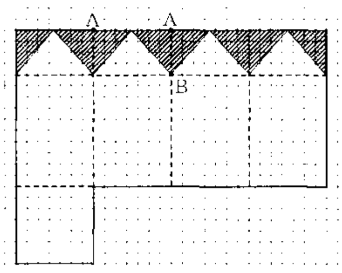
解答欄

(1)	
(2)	
(3)	cm

解答

(1) ウ

(2)

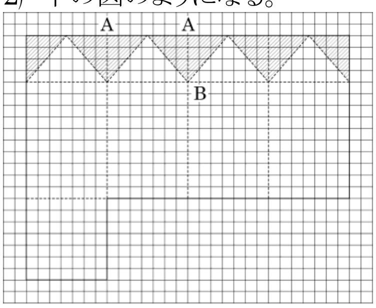


(3) $10+\dfrac{\sqrt{15}}{2}$ cm

解説

(1) 底の面から点 B のところまでの四角柱の体積は，$7\times7\times10=490\text{cm}^3$ である。

2) 下の図のようになる。



(3)

等しい辺の長さが 4 cm，底辺が 7 cm の二等辺三角形の高さは

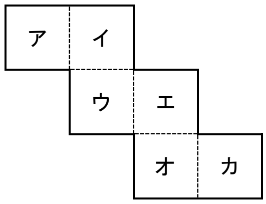
三平方の定理より$\sqrt{4^2-\left(\dfrac{7}{2}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{15}{4}}=\dfrac{\sqrt{15}}{2}$だから

$10+\dfrac{\sqrt{15}}{2}$ cm

【問 10】

図のような展開図を組み立てて立方体をつくったとき，アの面と平行な面はどれか，イ～カの記号で答えなさい。

（和歌山県 2002 年度）



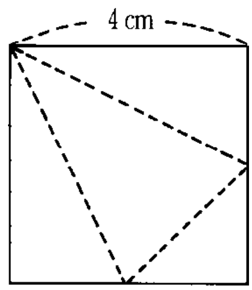
解答欄

解答
エ
解説
立方体の向かい合う2面は平行である。
よって，アの面と平行な面はエの面

【問 11】

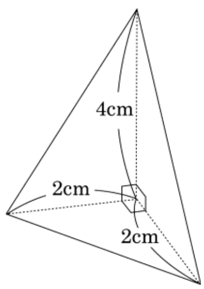
ある三角錐を展開すると，図のように1辺の長さが 4 cm の正方形になった。この三角錐の体積は，$\boxed{}$ cm^3 である。

（岡山県 2002 年度）



解答欄

解答
$\frac{8}{3}$
解説
図のような三角錐だから

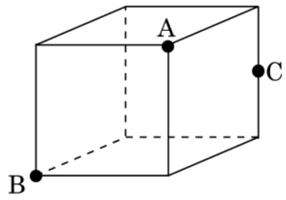


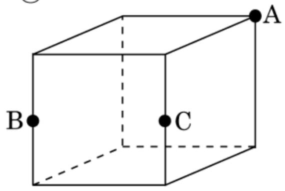
底面積は$\frac{1}{2}\times2\times2=2cm^2$，高さは 4 cm
よって体積は$\frac{1}{3}\times2\times4=\frac{8}{3}cm^3$

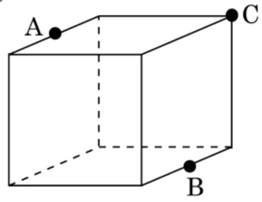
【問 12】

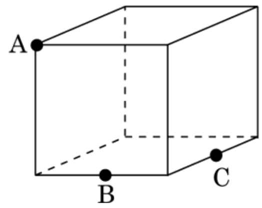
①～④は，立方体の見取図です。図のように，立方体の辺の中点と頂点のうちの3点 A，B，C をとります。①～④の中に，三角形 ABC が二等辺三角形になるものがあります。それはどれですか。その番号を書きなさい。

（広島県 2002 年度）

①


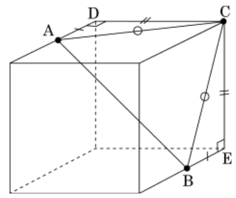
②


③


④


解答欄

解答
③
解説
図で∠ADC＝∠BEC＝90°，AD＝BE，CD＝CE より
△ADC≡△BEC となる。
よって AC＝BC となり③のとき△ABC は二等辺三角形になる。

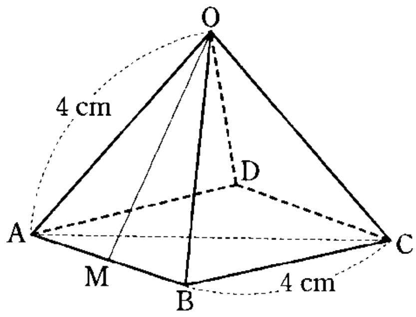


【問 13】

図1～図3のように，5つの点 O，A，B，C，D を頂点とする正四角すい OABCD があり，底面の正方形 ABCD の1辺の長さは 4 cm である。また，OA＝OB＝OC＝OD＝4 cm で，点 M は辺 AB の中点である。このとき，次の問いに答えなさい。

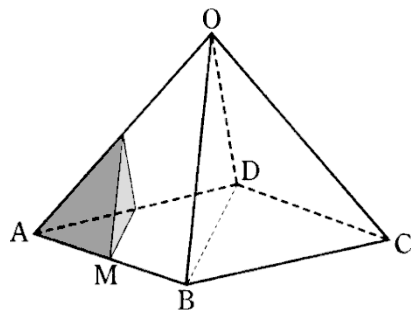
（長崎県 2002 年度）

図1



問1 線分 OM の長さは何 cm か。

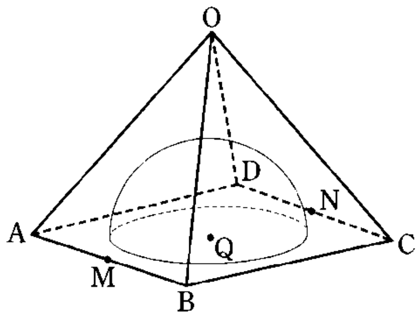
図2



問2 三角形 OAC はどんな形の三角形か。その名称を答えよ。

問3 図2のように，正四角すい OABCD を，点 M を通り三角形 OBD に平行な平面で切ってできる2つの立体のうち，頂点 A を含む立体の体積は何 cm^3 か。

図3

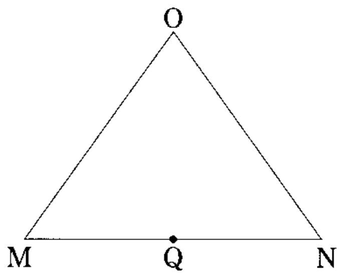


問4 図3のように，正四角すい OABCD の内部に半球がある。半球の底面(円)は，正四角すい OABCD の面 ABCD 上にあり，底面以外の面(球面)は，正四角すいの4つの面 OAB，OBC，OCD，ODA のすべてと接している。ただし，点 N は辺 CD の中点とし，点 Q は半球の底面の中心である。ここで，半球とは球をその中心を通る平面で2つに分けたときの一方の部分である。このとき，次の⑴，⑵に答えよ。

⑴ 解答欄の図は正四角すい OABCD を3点 O，M，N を通る平面で切ったときの切り口の図形の周を示している。この図に半球を同じ平面で切ったときの切り口をかき入れ，その図形を斜線で示せ。ただし，円をかく場合は，コンパスを用いよ。

⑵ 半球の半径の長さは何 cm か。

解答欄

問1			cm
問2			三角形
問3			cm³
問4	(1)		
	(2)		cm

解答

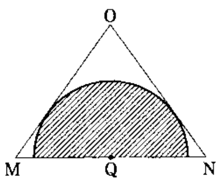
問1　$2\sqrt{3}$ cm

問2　直角二等辺

問3　$\frac{2}{3}\sqrt{2}$ cm^3

問4

(1)



(2)　$\frac{2}{3}\sqrt{6}$ cm

解説

問1

AM＝2，∠OMA＝90° であるから

三平方の定理より OM＝$\sqrt{4^2-2^2}$ ＝$\sqrt{12}$ ＝$2\sqrt{3}$ cm

問2

OA＝OC＝4 cm

また△ABC は直角二等辺三角形だから AC＝$4\sqrt{2}$ cm

$AC^2＝OA^2＋OC^2$ が成り立つから∠AOC＝90°

よって△OAC は直角二等辺三角形

問3

頂点 A を含む立体は三角すい OABD と相似であり相似比は，AM:AB＝1:2 である。

よってこれらの図形の体積の比は $1^3:2^3$＝1:8

また BD＝$4\sqrt{2}$ で BD の中点を P とすると

△ABP，△OBP が直角二等辺三角形であることより AP＝OP＝$2\sqrt{2}$

よって三角すい OABD の体積は $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=\frac{16}{3}\sqrt{2}$ cm^3

よって求める立体の体積は $\frac{1}{8}\times\frac{16}{3}\sqrt{2}=\frac{2}{3}\sqrt{2}$ cm^3

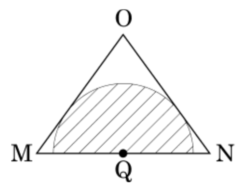
問4

(1)

半球が面 OAB，OCD と接していることより

半球の切り口は

右の図のように点 Q を中心とし辺 OM，ON と接する半円となる。



(2)

右の図のように辺 OM と半円との接点を R とすると

∠QRM＝90°

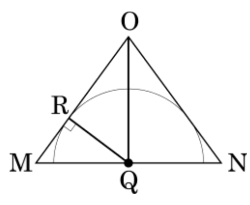
∠OQM＝∠QRM

∠OMQ＝∠QMR より

△OQM∽△QRM

よって OQ:QR＝OM:QM

$2\sqrt{2}$:QR＝$2\sqrt{3}$:2 QR＝$\frac{2\sqrt{2}\times2}{2\sqrt{3}}=\frac{2}{3}\sqrt{6}$ cm

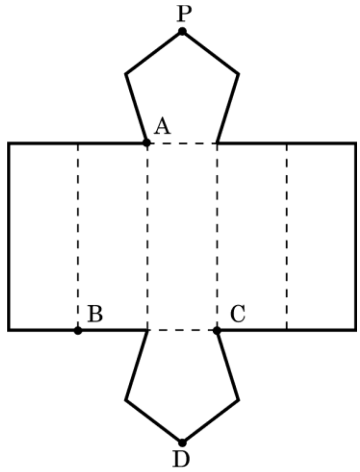


【2003年度出題】

【問 14】

展開図を正五角柱に組み立てたとき，頂点 A～D のうちで，頂点 P との距離が最大となるものはどれですか，A～D の記号で答えなさい。

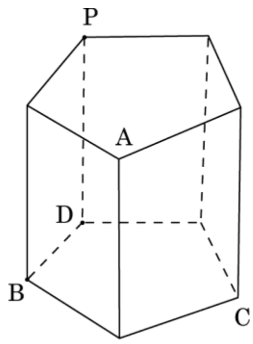
（北海道 2003 年度）



解答欄

頂点

解答
頂点 C
解説
展開図を組み立てると右の図のようになる。
よって頂点 P との距離が最大になる点は頂点 C である。



【問 15】

図1は，4つの面がすべて合同な三角形でできている立体で，AC＝BC である。点 E は辺 AB 上にあって AE＝2 cm であり，点 F は辺 CD の中点である。また，図2は，この立体の展開図を1目盛り 1 cm の方眼紙にかいたものである。あとの問いに答えなさい。

（山形県 2003 年度）

図1

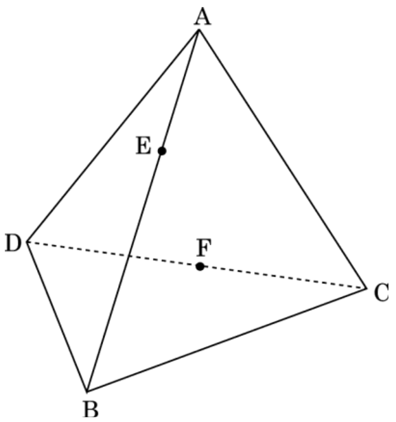
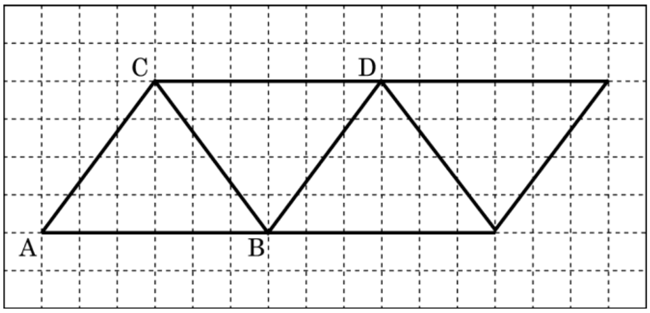


図2

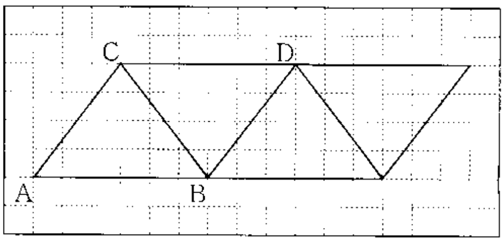


⑴ 図1における線分 CE と線分 DE を，図2にそれぞれ実線でかきなさい。

⑵ 図1の立体の表面に，点 E から点 F まで，辺 BC に交わるようにして糸をゆるめないでかける。点 E から点 F までの糸の長さが最も短くなるとき，その長さを求めなさい。

⑶ 図1の立体において，点 E と点 F とを結ぶ線分 EF の長さを求めなさい。

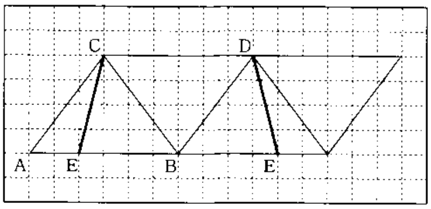
解答欄

(1)	図 2 
(2)	cm
(3)	cm

解答

(1)

図2



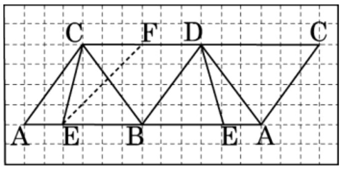
(2)　$4\sqrt{2}$ cm

(3)　$2\sqrt{2}$ cm

解説

(1)

図①



図①のように展開図の頂点の右上は C，右下は A である。
よって線分 CE と線分 DE は図の実線である。

(2)

点 E から点 F までの糸の長さが最も短くなるのは図①の点線部分である。
その長さは $\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$ cm

(3)

(1)の図より $\mathrm{CE}=\mathrm{DE}=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$
図1の△EDC は二等辺三角形で，F は DC の中点だから EF⊥DC である。
よって $\mathrm{EF}=\sqrt{\mathrm{EC}^2-\mathrm{CF}^2}=\sqrt{(\sqrt{17})^2-3^2}=2\sqrt{2}$ cm

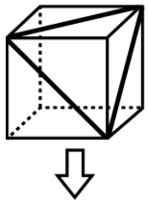
【問 16】

図Ⅰのように，立方体の頂点を結んで3本の線がかき込まれている。

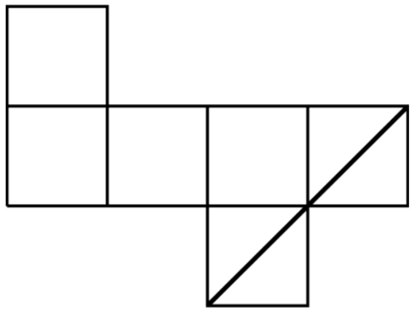
図Ⅱは，この立方体を展開したものである。残りの1本の線を図Ⅱの中にかきなさい。

（富山県 2003 年度）

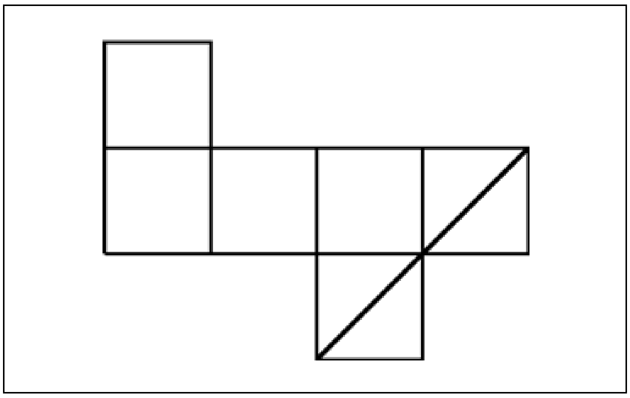
図Ⅰ



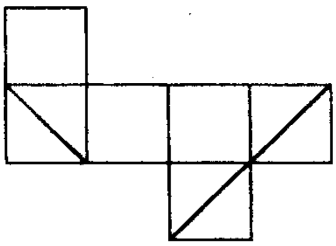
図Ⅱ



解答欄



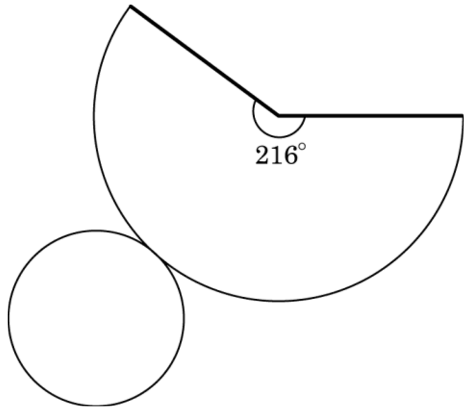
解答



【問 17】

図は，円すいの展開図で，側面の部分は，半径 5cm，中心角 216°のおうぎ形である。これを組み立ててできる円すいの体積は何 cm^3 か。ただし，円周率は π とする。

（愛知県 2003 年度 A）



解答欄

	cm^3

解答

12π cm^3

解説

側面の展開図の弧の長さは $2\pi\times5\times\frac{216}{360}=6\pi$ cm

これは底面の円周の長さと等しいので底面の半径は 3cm になる。

底面の半径，円すいの高さと母線の3つの線分で直角三角形を考え

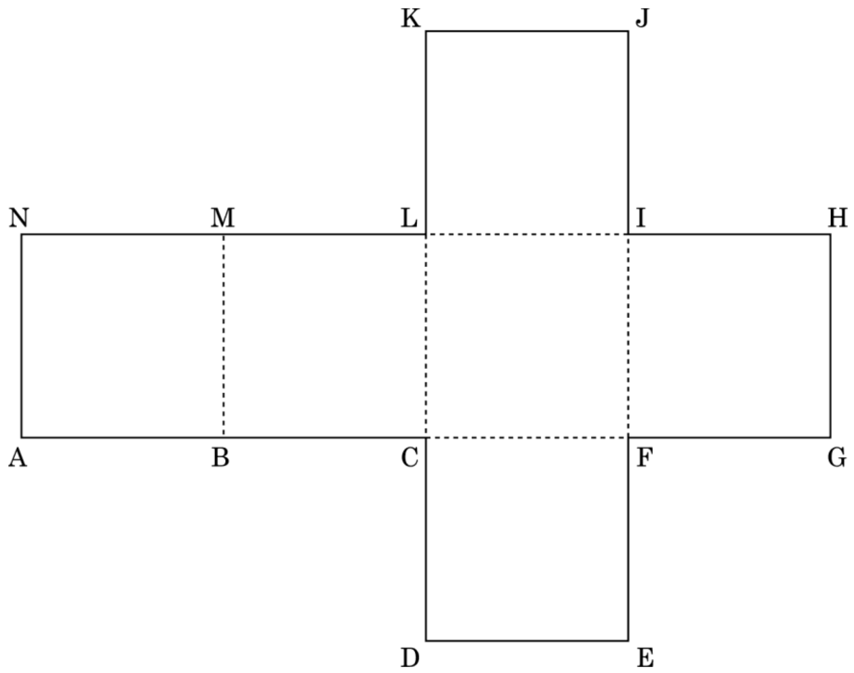
三平方の定理を用いて円すいの高さ h を求めると 4cm

したがって円すいの体積は 12π cm^3

【問 18】

展開図を組み立てて立方体をつくったとき，頂点 A と重なる頂点はどれか，B～N の中からすべて答えなさい。

（和歌山県 2003 年度）



解答欄

解答

E, G

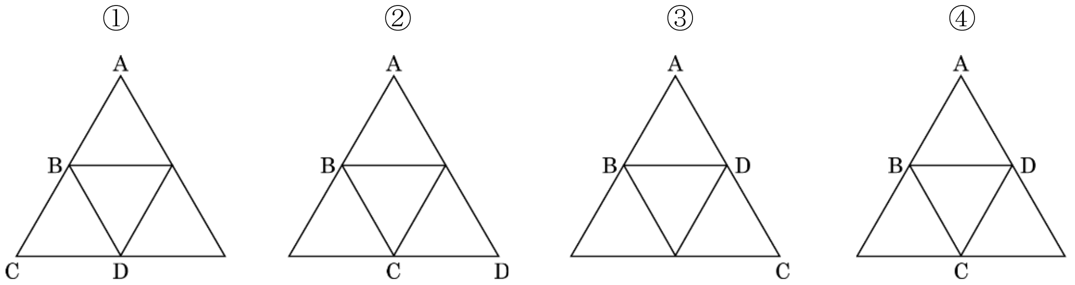
解説

辺 BC と辺 DC が重なるので頂点 B と頂点 D が重なる。
よって辺 BA と辺 DE が重なるので頂点 A と頂点 E は重なる。
また辺 EF と辺 GF が重なるので頂点 E と頂点 G が重なる。
よって頂点 A と重なるのは頂点 E と頂点 G である。

【問 19】

①～④は，正四面体の展開図です。これらの展開図を組み立ててそれぞれ正四面体をつくったとき，辺 AB と辺 CD がねじれの位置にあるのはどれですか。その展開図の番号を書きなさい。

（広島県 2003 年度）



解答欄

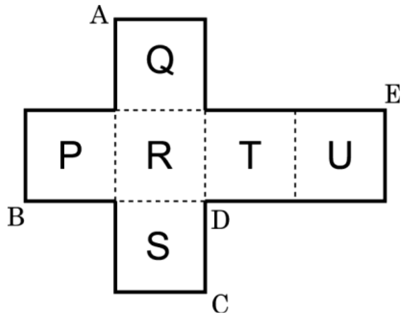
解答
④
解説
展開図を組み立てると①，②，③では
それぞれ A と C，A と D，A と C が一致するので
辺 AB と辺 CD は同一平面上にあり
ねじれの位置にはならない。

【問 20】

次の文の ア , イ にあてはまる記号を入れなさい。

（山口県 2003 年度）

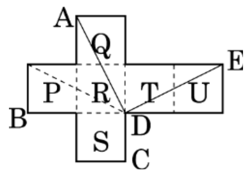
展開図を組み立てて立方体を作ったとき，面 P と平行な面は，面 Q, R, S, T, U のうち，面 ア あり，点 A と重なる点は，点 B, C, D, E のうち，点 イ ある。



解答欄

ア	
イ	

解答
ア T
イ E
解説
ア
面 Q, R, S, U は面 P と隣りあっている。
したがって面 P と平行な面はこれら以外の T である。
イ
立方体で一番遠くはなれた点は
展開図の上では
隣りあった2つの正方形でできる長方形の対角線の両端の点になる。
したがって右の図のように
点 A から一番遠くにある点は D で
点 D から一番遠くにある点は D と E と面 P の角の点で
点 A と重なる点は E である。



【2004年度出題】

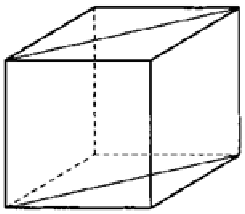
【問 21】

下の図Ⅰは，立方体の向かい合う 2 つの面に，2 本の対角線が平行にひかれているようすを示したものです。図Ⅱは，図Ⅰの立方体の展開図で，2 本の対角線のうち 1 本だけをかき入れたものです。

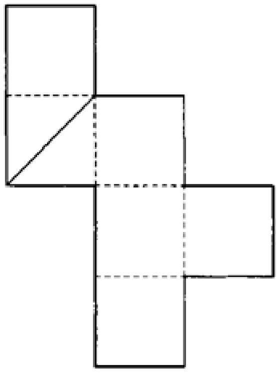
このとき，もう 1 本の対角線を図Ⅱにかき入れなさい。

（岩手県　2004 年度）

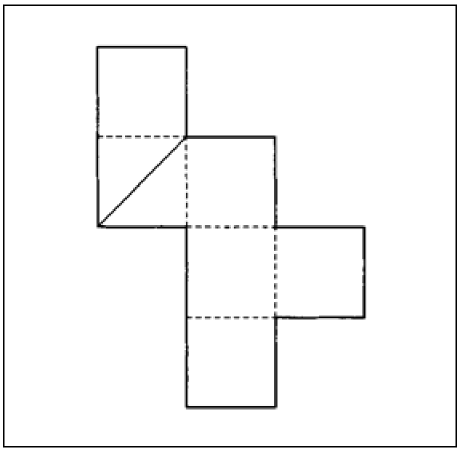
図Ⅰ



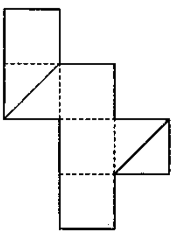
図Ⅱ



解答欄



解答



【問 22】

下の図 1 のように，縦 6 cm，横 15 cm の長方形の紙から，3 cm，6 cm を 2 辺とする直角三角形を両側から切り取る。残った四角形を，4 つの合同な三角形ができるように点線で折り曲げ，図 2 の四面体 ABCD を作る。図 1 の点 A，C，D はそれぞれ四面体の頂点 A，C，D である。

次の問いに答えなさい。

（秋田県　2004 年度）

図 1

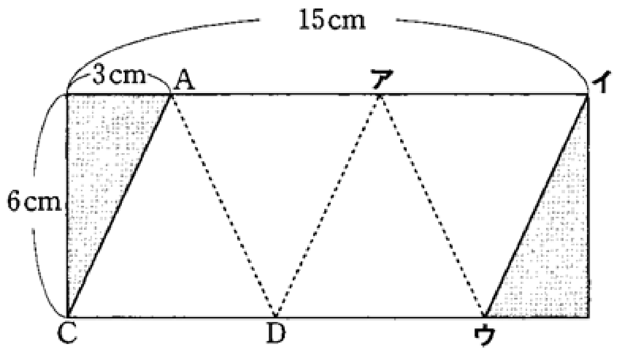


図 2

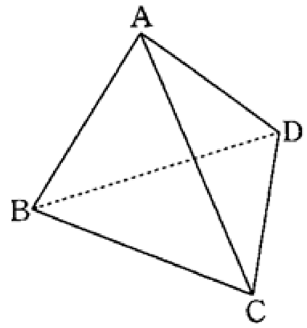


図 1 のア～ウの各点は，図 2 の四面体のどの頂点になるか，A～D から 1 つずつ選び記号を書きなさい。

解答欄

ア	
イ	
ウ	

解答
ア　B
イ　A
ウ　C

【問 23】

図 1 の△ABCは，辺ABと辺BCの長さの和が 10cm で，∠C＝90°の直角三角形である。これを，2 点A，Cを通る直線 ℓ を軸として 1 回転させ，円すいをつくる。次は，あるクラスで，この円すいをもとに連立方程式の学習をしたときの，授業の場面です。円周率を π としてあとの問いに答えなさい。

（山形県　2004 年度）

＜授業の場面＞

先生：ABの長さを x cm，BCの長さを y cm とするとき，x と y の関係を等式に表すと，どうなりますか。

正男：$x+y=10$ となります。

先生：そうですね。次に，この円すいの展開図において，図 2 のように，おうぎ形の中心角が 90°になるようにします。このときの x と y の関係を表す等式をつくってください。

明子：図 2 で，$\boxed{\quad ア \quad}$ の長さとおうぎ形の弧の長さが等しいことから，$2\pi y=2\pi x\times\boxed{イ}$ という式ができます。

先生：そうですね。それでは，これらの式を連立方程式として解くと，x と y の値はいくらになりますか。

一郎：できました。$x=\boxed{ウ}$，$y=\boxed{エ}$ です。

先生：正解です。今度は，展開図のおうぎ形の中心角を自分で決めて，そのときの x と y の値を求めてみましょう。

……

図 1

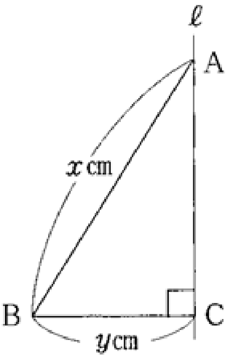
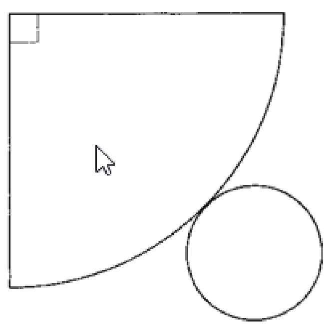


図 2



(1) $\boxed{\quad ア \quad}$ にはあてはまる言葉を，$\boxed{\quad イ \quad}$ ～ $\boxed{\quad エ \quad}$ にはあてはまる数を，それぞれ書きなさい。

(2) 一郎さんが，展開図のおうぎ形の中心角を自分で決めて x と y の値を求めたところ，$x=6$，$y=4$ になった。このときの中心角の大きさを求めなさい。

解答欄

(1)	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	
(2)		

解答

(1)

ア　円周

イ　$\frac{1}{4}$

ウ　8

エ　2

(2)　240°

解説

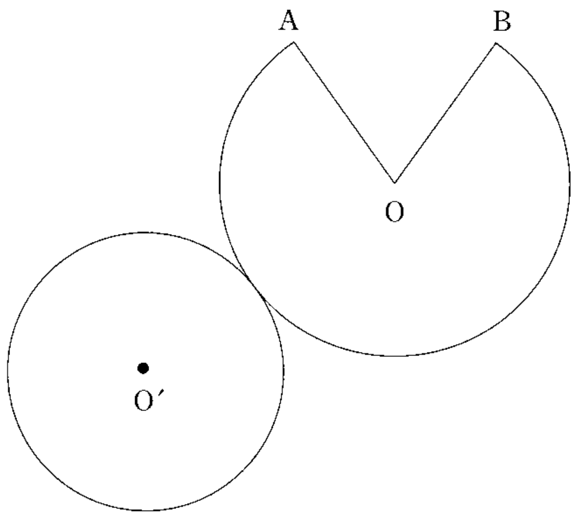
おうぎ形の弧の長さは 8π cm であるから

$360^\circ \times \frac{8\pi}{12\pi} = 360^\circ \times \frac{2}{3} = 240^\circ$

【問 24】

右の図は，円すいの展開図です。この展開図のおうぎ形 OAB と円 O′ の半径は，それぞれ 5 cm，4 cm です。これを組み立ててできる円すいの体積を求めなさい。ただし，円周率は π とします。

（埼玉県　2004 年度）



解答欄

cm³

解答
16π　cm³
解説
底面の半径 4cm 円すいの母線の長さが 5cm より
三平方の定理で円すいの高さは $\sqrt{5^2-4^2}=3$ cm
よって体積は $\frac{1}{3}\times4^2\pi\times3=16\pi$　cm³

【問 25】

下の図 1 のような立体 ABC－DEF があり, 図 2 はその展開図である。図 2 の展開図において, 四角形 BEFC は長方形で, 線分 GH, JI はともに線分 BE と平行である。また, 2 点 J, H を結ぶと, 線分 JH は線分 GC と平行になる。EF＝5 cm, FD＝3 cm, BE＝8 cm, ∠EDF＝90° であるとき, 次の (1) ～ (3) の問いに答えなさい。

（新潟県　2004 年度）

図 1

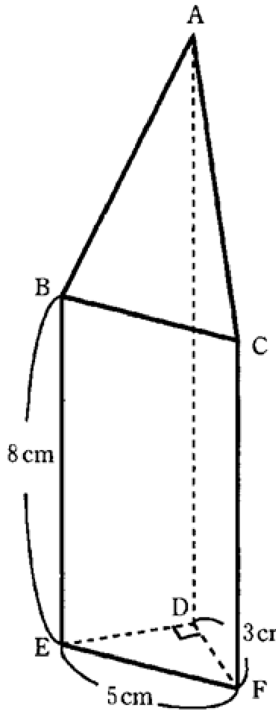
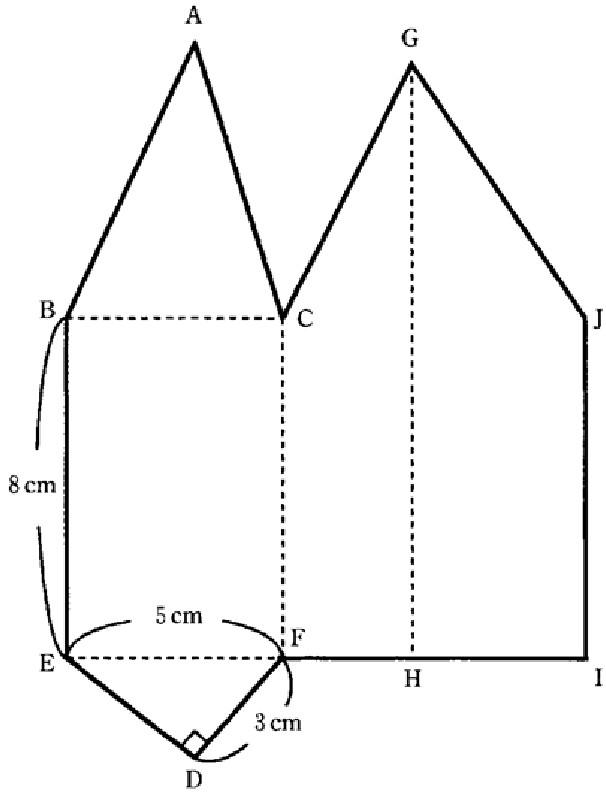


図 2



(1) 図 2 の展開図について、次の①, ②の問いに答えなさい。

① 展開図を組み立てるとき, 辺 AC, ED と重なる辺はそれぞれどれか, 答えなさい。

② 線分 ED と線分 GH の長さを, それぞれ求めなさい。

(2) 図 1 の立体の体積を求めなさい。

(3) 図 1 の面 ABC の面積を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="4">(1)</td><td rowspan="2">①</td><td>ACと重なる辺</td></tr>
<tr><td>EDと重なる辺</td></tr>
<tr><td rowspan="2">②</td><td>ED＝　　　　　　　　cm</td></tr>
<tr><td>GH＝　　　　　　　　cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">　　　　　　　　　　cm^3</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="2">　　　　　　　　　　cm^2</td></tr>
</table>

解答
(1)
①
ACと重なる辺 GC
EDと重なる辺 IH
②
答 ED＝4cm　GH＝14cm
(2) 60 cm^3
(3) $3\sqrt{29}$ cm^2
解説
②
求め方
EDの長さをxとすると△EDFについて三平方の定理より$x^2+3^2=5^2$　$x=4$ cm
またここで図2の点CからGHに垂線CKをひく。
CG∥HJ，∠CKG＝∠HIJ＝90°より△CKG∽△HIJ これよりCK＝FH＝FD＝3 cmで3:KG＝4:8
KG＝6 cm
よってGH＝GK＋KH＝6＋8＝14 cm
答 ED＝4 cm　GH＝14 cm
(2)
求め方
三角柱の部分と三角すいの部分に分けて考えて$\frac{1}{2}\times4\times3\times8+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times4\times3\times6=48+12=60$ cm^3
答 60 cm^3
(3)
〔求め方〕
点Aから辺BCに垂線ALをひく。
AC＝GCより$AC^2=6^2+3^2=45$　またAB＝GJより$AB^2=6^2+4^2=52$
△ABLと△ACLでBL＝x cmとすると$52-x^2=45-(5-x)^2$である。
これを整理してxについて解くと$x=\frac{16}{5}$　よってAL＝$\sqrt{52-\left(\frac{16}{5}\right)^2}=\frac{6\sqrt{29}}{5}$
面ABCの面積は$\frac{1}{2}\times\frac{6\sqrt{29}}{5}\times5=3\sqrt{29}$ cm^2
答 $3\sqrt{29}$ cm^2

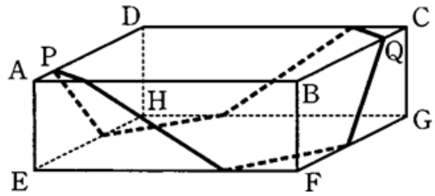
【問 26】

直方体の箱 ABCD－EFGH に，右の図1のように，辺 AD 上の点 P から始めて，辺 AB, EF, FG, BC, DC, HG, EH 上をこの順に通り，点 P にもどるようにひもをかける。辺 BC 上をひもが通る点を Q とする。このとき，AP＝CQ となるようにし，ひもの長さは最短となるようにする。

AB＝12 cm, AD＝8 cm, AE＝4 cm とするとき，次の1～3に答えなさい。ただし，ひもの太さは考えないものとし，ひもは頂点にはかけることができないものとすること。

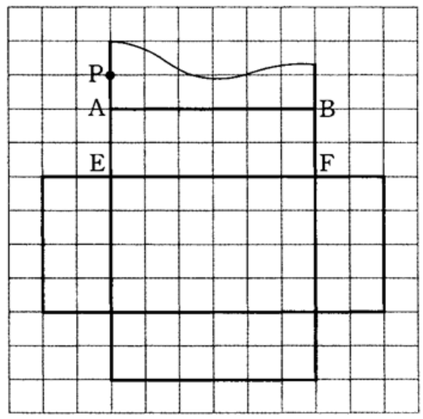
（山梨県　2004 年度）

図1



1 右の図2は，この直方体の展開図の一部を方眼紙にかいたものである。点 P が図2の位置にあるとき，P から辺 AB, EF, FG 上を通って点 Q までの部分のひものようすを，図2に定規を用いてかき入れなさい。ただし，Q も書き入れること。

図2

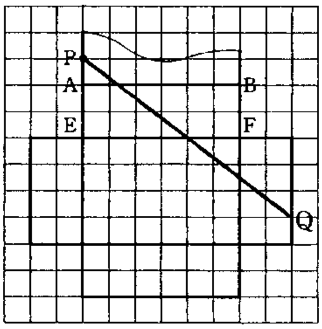


2 AP＝3 cm のとき，**全体の**ひもの長さを求めなさい。

3 2で求めた長さのひもを使って，図 1 のようにひもをかけようとしても，**かけることができなくなる**のは，AP の長さが何 cm 以上のときか求めなさい。

解答欄

1	図2に定規を用いてかき入れなさい。
2	cm
3	cm 以上

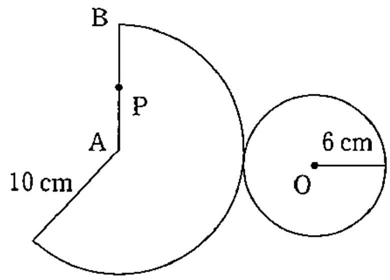
解答
1


2 40 cm
3 5 cm 以上
解説
2
3＋4＋5＝12
$\sqrt{16^2+12^2}$ ＝20
20×2＝40 cm
3
PQ と辺 FG との交点を T とする。
P が頂点 A と重なるときの FT の長さが，求める長さになる。
AH : HQ＝TG : GQ
(4＋8) : (12＋4)＝TG : 4
TG＝$\dfrac{48}{16}$＝3
FT＝FG－TG＝8－3＝5

【問 27】

右の図は，円錐の展開図で，側面は半径 10 cm のおうぎ形，底面は半径 6 cm の円である。

（長野県 2004 年度）



① 組み立ててできる円錐の体積を求めなさい。ただし，円周率は π を用いなさい。

② 底面の円の中心を O，母線 AB の中点を P とする。組み立ててできる円錐の表面を，点 O から点 P までたどっていくときの最短の長さを求めなさい。

解答欄

①	cm^3
②	cm

解答

① 96π cm^3

② 11 cm

解説

①

組み立ててできる円錐の高さは三平方の定理より $\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$ cm

したがって $\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times8=96\pi$ cm^3

②

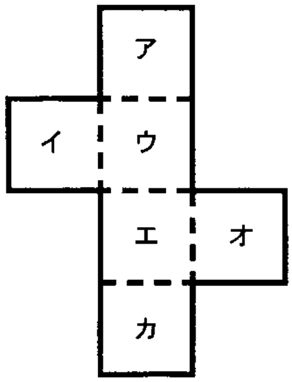
組み立てたときに点 B と底面の円周が接する点を Q とすると

求める最短の長さは PB＋OQ＝5＋6＝11 cm

【問 28】

右のような展開図を組み立てて立方体をつくる。このとき，面アと垂直になる面をイ～カからすべて選び，符号で書きなさい。

（岐阜県 2004 年度）



解答欄

解答
イ，ウ，オ，カ
解説
向かいあうエを除いてすべて垂直になる。

【問 29】

図 1 のように，三角すい OABC があり，OA ＝ OB ＝ OC ＝ 10cm，∠AOB ＝ ∠BOC ＝∠COA＝90° である。頂点 O から，この三角すいの面に沿って辺 AB，BC と交わり，頂点 O まで 1 周するようにひもをかける。また，図 2 は三角すい OABC の展開図である。

次の問いに答えなさい。

（兵庫県 2004 年度）

図 1

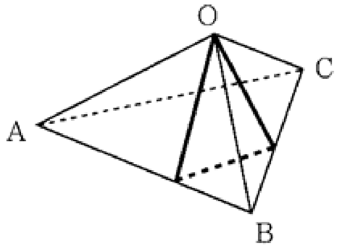
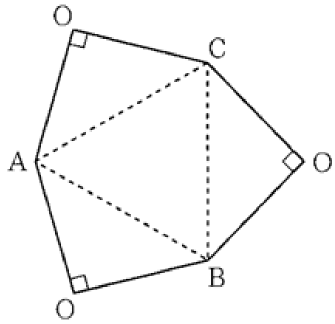


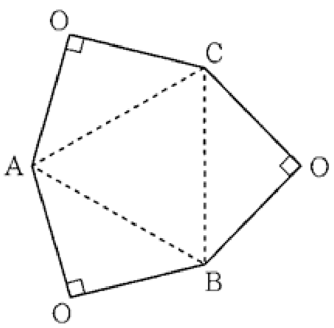
図 2



(1) △ABC の面積を求めなさい。

(2) 三角すい OABC にかけたひもが最も短くなるとき，ひもの位置を解答欄の展開図に実線でかき入れなさい。また，このときのひもの長さを求めなさい。

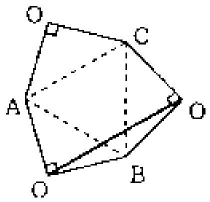
解答欄

(1)	cm^2
(2)	
	cm

解答

(1)　$50\sqrt{3}$ cm²

(2)



$5\sqrt{2}+5\sqrt{6}$ cm

解説

(1)

OA＝OB＝10cm，∠AOB＝90°より AB＝$10\sqrt{2}$ cm となる。

△ABC は正三角形であり

C から AB に垂線 CD をひくと CD⊥AB となり CD は△ABC の高さにあたる。

CD＝$10\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{6}$

△ABC＝$\dfrac{1}{2}\times10\sqrt{2}\times5\sqrt{6}=25\sqrt{12}=50\sqrt{3}$ cm²

(2)

展開図において

AB の外側の頂点を O，BC の外側の頂点を O'とすると

ひもが最も短くなるのは OO'が直線のときである。

このとき AC//OO'なので∠ACO＝∠COO'＝30° である。

また∠OCO'＝60° ＋45° －30° ＝75°

∠OO'C＝180° －(30° ＋75°)＝75° であるから

△OCO'は OC＝OO'の二等辺三角形である。

OC＝OD＋CD であり

(1)より CD＝$5\sqrt{6}$

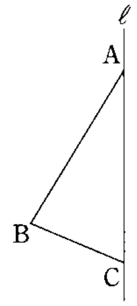
△OAD は直角二等辺三角形であるから OD＝$5\sqrt{2}$ である。

よってひもの長さは$5\sqrt{2}+5\sqrt{6}$ cm

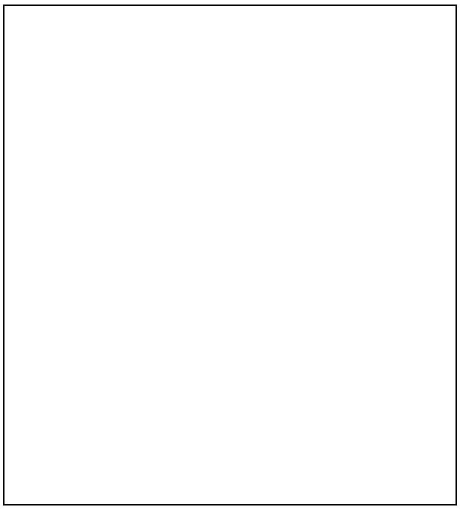
【問 30】

図の三角形 ABC を, 直線 ℓ を軸として 1 回転させると, どのような立体ができるか, その見取図をかきなさい。

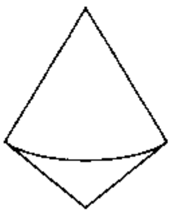
（和歌山県　2004 年度）



解答欄



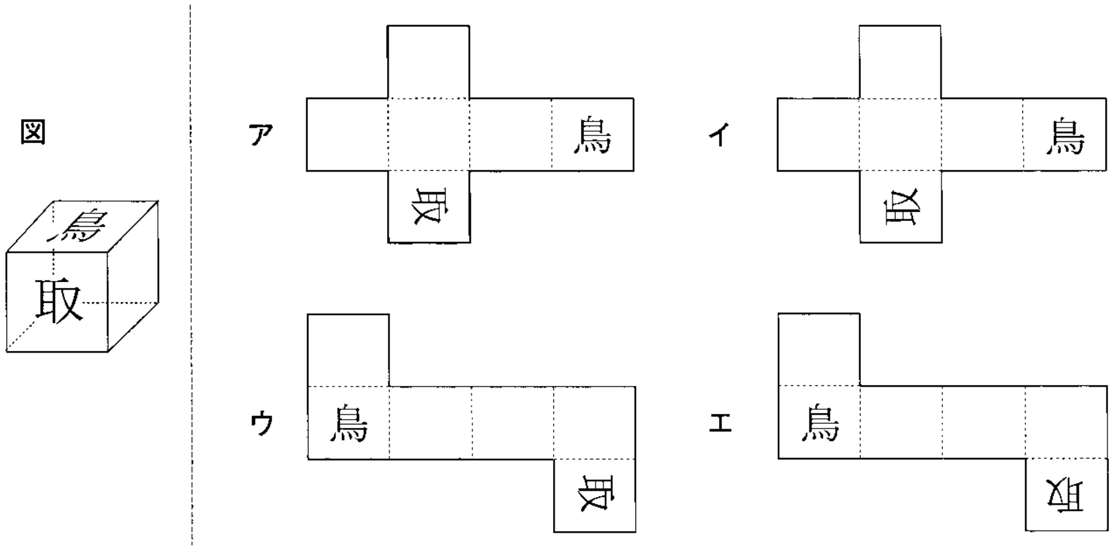
解答



【問 31】

下の図のように,「鳥」,「取」という文字が書かれている立方体の展開図として正しいものを, 下のア～エから 1 つ選び, 記号で答えなさい。

（鳥取県　2004 年度）



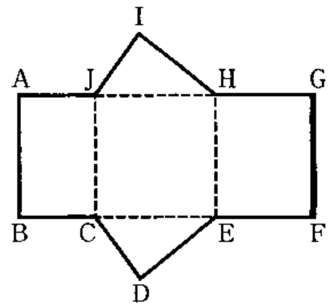
解答欄

解答
ウ

【問 32】

右の図のような展開図を組み立ててできる三角柱において，太線で示した辺GF とねじれの位置にある辺が 2 つある。その 2 辺は展開図のどの線分か，書け。

（愛媛県 2004 年度）



解答欄

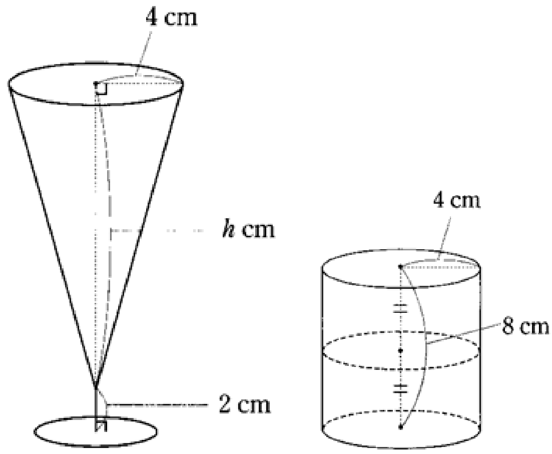
解答
線分 CE と線分 JH
解説
展開図において
辺 GF と平行な辺はねじれの位置にあるといえない。
また組み立てたとき
点 G は点 I，A に点 F は点 D，B に重なるので
これらの点を含む辺はねじれの位置にはない。

【問 33】

図Ⅰのような 2 つのグラスがある。グラス A は，水が入る部分が円すいの形をしており，口の半径が 4cm，深さが h cm，足の高さが 2cm である。グラス B は円柱の形をしており，口の半径が 4cm，深さが 8cm である。グラス A に満たした水をすべてグラス B に移すとちょうど半分の高さまで水が入った。このとき，次の①～③の問いに答えなさい。ただし，グラスの厚さは考えないものとする。

（大分県　2004 年度）

図Ⅰ

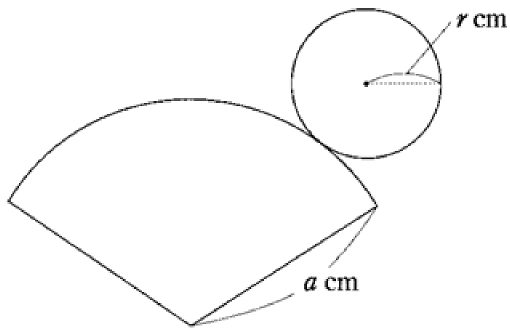


① h の値を求めなさい。

② 図Ⅱは，底面の半径が r cm で，母線の長さが a cm の円すいの展開図である。

次の（ ア ），（ イ ）に適する式を記入しなさい。ただし，円周率は π とする。

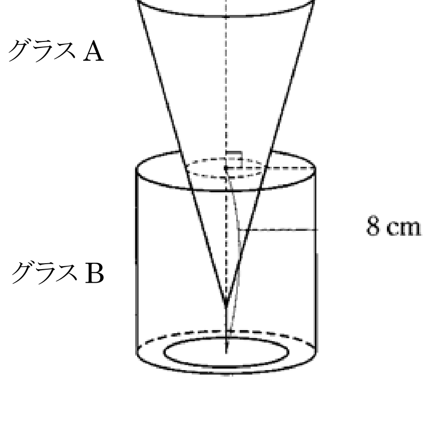
図Ⅱ



> 図Ⅱのおうぎ形の弧の長さは（ ア ）cm であるから，この円すいの側面積を S cm² とすると，S ＝（ イ ）×$\dfrac{(\ ア\ )}{2\pi a}$＝πar となる。
> このことから，円すいの側面積は
> π ×（母線の長さ）×（底面の半径）で求められることがわかる。

③ グラス B に水を満たし，その中にグラス A を図Ⅲのように立てた。このとき，グラス A の，水面より上に出ている部分の側面積を求めなさい。ただし，グラス B には，グラスの口まで水が入っているものとする。また，円周率は π とする。

図Ⅲ



解答欄

①	$h=$　　　　　　cm	
②	ア	cm
	イ	
③	cm^2	

解答

①　$h=12$ cm

②

ア　$2\pi r$　cm　　イ　πa^2

③　$12\sqrt{10}\pi$　cm^2

解説

①

円すいの体積は$\dfrac{1}{3}\times4\times4\times\pi\times h=\dfrac{16}{3}\pi h$

これがグラス B の体積の半分と等しい。

グラス B の体積の半分は

$4\times4\times\pi\times4=64\pi$

$\dfrac{16}{3}\pi h=64\pi$

$h=64\times\dfrac{3}{16}=12$ cm

③

①より $h=12$ cm だから

円すいの母線の長さは$\sqrt{4^2+12^2}=4\sqrt{10}$ cm

水中部分の母線の長さは$2\sqrt{10}$ cm

したがって②の円すいの側面積の求め方より

$\pi\times4\sqrt{10}\times4-\pi\times2\sqrt{10}\times2$

$=16\sqrt{10}\pi-4\sqrt{10}\pi$

$=12\sqrt{10}\pi$　cm^2

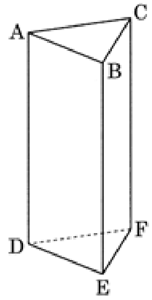
【2005年度出題】

【問 34】

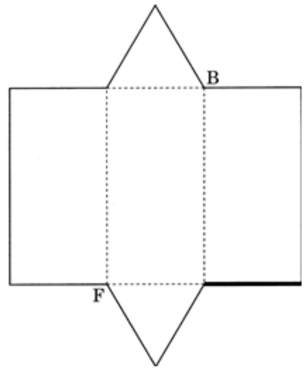
図Ⅰは，三角柱 ABC－DEF であり，図Ⅱは，その展開図です。図Ⅱの太線で表した辺は，図Ⅰの三角柱の辺のどれですか。

（宮城県 2005 年度）

図Ⅰ



図Ⅱ



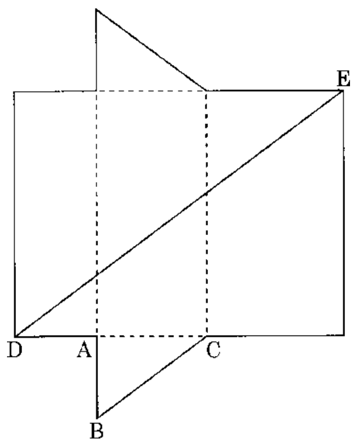
解答欄

解答
DE
解説
図の太線の左端は上面の B に対応する下面の点だから E。右端は下面の点の D。よって太線は DE

【問 35】

図は，AB＝3 cm，BC＝5 cm，CA＝4 cm の直角三角形を底面とする三角柱の展開図である。この展開図において，線分 DE をひいたところ，DE＝15 cm であった。もとの三角柱の体積を求めなさい。

（山形県 2005 年度）



解答欄

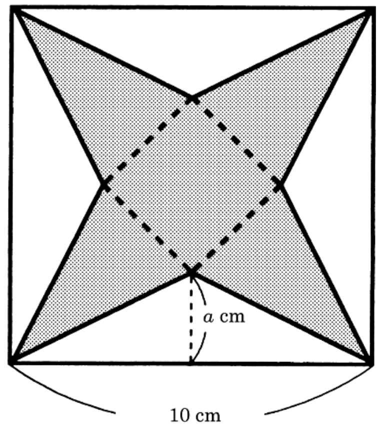
cm³

解答
54cm³
解説
三角柱の高さ＝$\sqrt{15^2-(3+4+5)^2}$ ＝9cm であるから，体積＝(3×4÷2)×9＝54cm³

【問 36】

図のように，1辺が 10 cm の正方形の紙から，この正方形の各辺を底辺とする4つの合同な二等辺三角形を切りとると，正四角錐の展開図となる。切りとる二等辺三角形の底辺に対する高さを a cm とするとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（栃木県 2005 年度）



(1) 展開図を組み立ててできる正四角錐の表面積が 50 cm² になるとき，a の値を求めなさい。

(2) $a=2$ のとき，展開図を組み立ててできる正四角錐の高さを求めなさい。

解答欄

(1)	$a=$
(2)	cm

解答

(1) $a=\frac{5}{2}$

(2) $2\sqrt{5}$ cm

解説

(1)

正四角錐の表面積が 50cm² になるとき $10^2-\frac{1}{2}\times10\times a\times4=50$ より $a=\frac{5}{2}$

(2)

$a=2$ のとき正四角錐の底面の正方形の1辺の長さは $\frac{\sqrt{2}}{2}\times(10-2\times2)=3\sqrt{2}$ cm

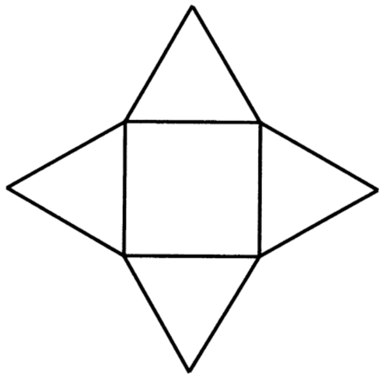
側面の二等辺三角形の高さは $\frac{10\sqrt{2}-3\sqrt{2}}{2}=\frac{7\sqrt{2}}{2}$ cm

正四角錐の高さは $\sqrt{\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)^2-\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{98}{4}-\frac{18}{4}}=2\sqrt{5}$ cm

【問 37】

図は，各辺の長さがすべて 2 cm の四角すいの展開図である。この四角すいの体積を求めなさい。

（群馬県 2005 年度）



解答欄

cm^3

解答

$\dfrac{4\sqrt{2}}{3}\ \mathrm{cm}^3$

解説

四角すいの頂点から底面に下ろした垂線を OH，側面の一辺を OA とおくと

OH は四角すいの高さ

△OAH は OA を斜辺とする直角三角形。

H は底面の正方形の対角線の交点なので $\mathrm{AH}=2\sqrt{2}\div 2=\sqrt{2}$ cm

よって $\mathrm{OH}=\sqrt{\mathrm{OA}^2-\mathrm{AH}^2}=\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}$ cm

したがって求める体積は $\dfrac{1}{3}\times 2\times 2\times\sqrt{2}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}\ \mathrm{cm}^3$

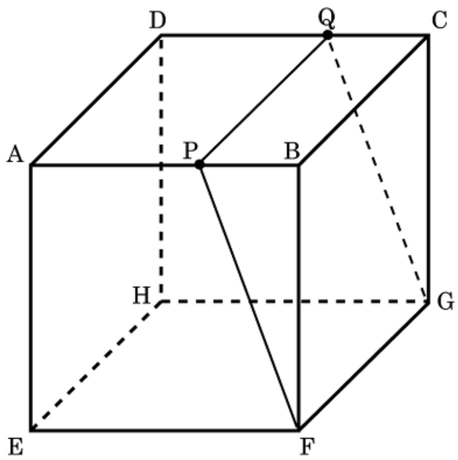
【問 38】

図1に示した立体 ABCD－EFGH は，1辺の長さが 6 cm の立方体である。点 P は，頂点 B を出発し，辺 BA，辺 AE 上を，毎秒 1 cm の速さで動き，12 秒後に頂点 E に到着する。点 Q は，点 P が頂点 B を出発するのと同時に頂点 C を出発し，辺 CD，辺 DH 上を，点 P と同じ速さで動き，12 秒後に頂点 H に到着する。頂点 F と点 P，頂点 G と点 Q，点 P と点 Q をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

（東京都 2005 年度）

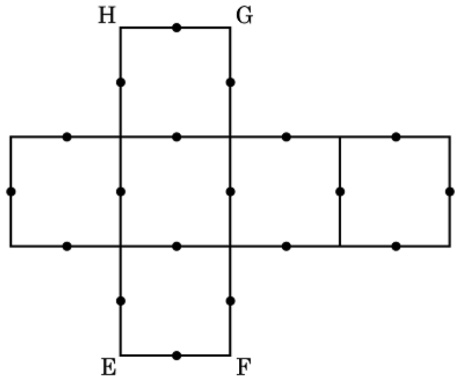
図1



問1. 図2は，図1の立方体の展開図に頂点 E，F，G，H の位置を示したものの1つである。展開図の・は，それぞれ立方体の各辺の中点の位置を示している。

図1において，点 P が頂点 B を出発してから3秒後の線分 FP，PQ，QG を，定規を用いて解答欄に示した展開図にかけ。ただし，点 P，Q の位置を示す文字 P，Q も書き入れること。

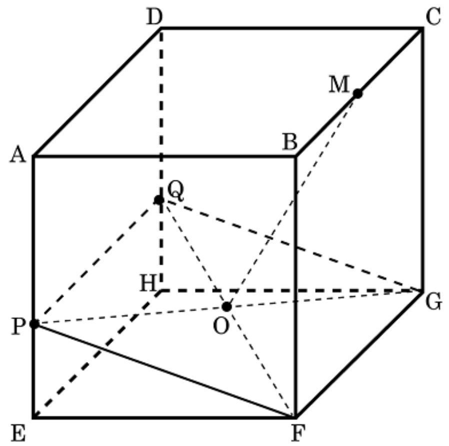
図2



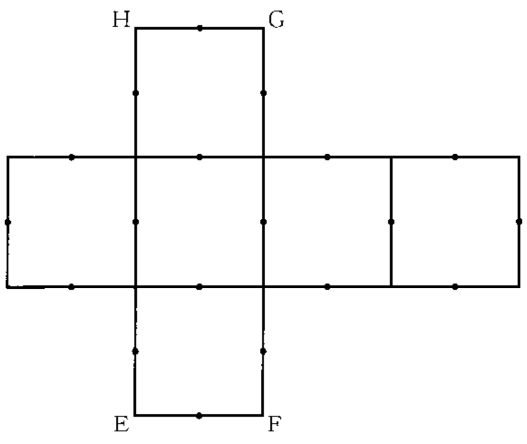
問2. 図3は，図1において，点 P が頂点 B を出発してから 10 秒後のとき，頂点 F と点 Q，頂点 G と点 P をそれぞれ結んだ線分の交点を O，辺 BC の中点を M とし，点 M と点 O を結んだ場合を表している。

線分 MO の長さは何 cm か。ただし，答えに根号がふくまれるときは，根号をつけたままで表せ。

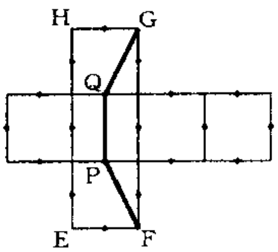
図3



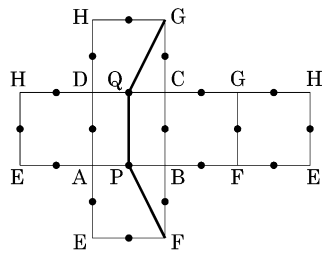
解答欄

問1	
問2	cm

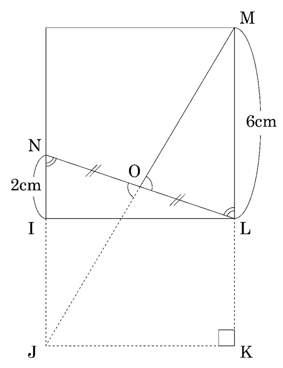
解答
問1



問2　$\sqrt{34}$ cm
解説
問1
3秒後には点 P は辺 AB の中点，点 Q は辺 CD の中点となる。
展開図に各頂点を書き込むと右図のようになるから
FとP，P と Q，Q と G を結ぶ。



問2
10 秒後には PE＝QH＝6×2－10＝2cm となる。
PQ の中点を N，FG の中点を L として
3点 M，N，L を通る平面を考えると
点 O はこの平面上にある。
右図のように点 I，J，K をとると
△OML≡△OJN となるので
JN＝ML＝6cm，LK＝IJ＝6－2＝4cm，MK＝6＋4＝10cm
△MJK おいて
三平方の定理より MJ＝$\sqrt{10^2+6^2}$ ＝$2\sqrt{34}$ cm
よって MO＝$\frac{1}{2}$MJ＝$\sqrt{34}$ cm である。

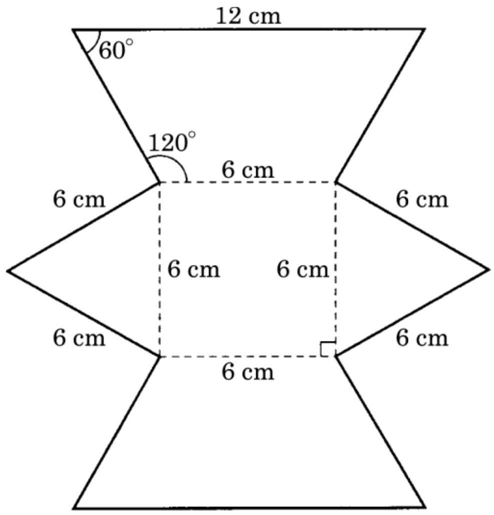


【問 39】

図１の展開図を組み立てて，図２の平面で囲まれた立体ABCDEFをつくった。

（長野県　2005 年度）

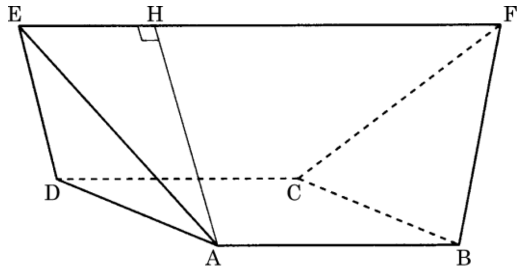
図1



① 辺 AB とねじれの位置にある辺をすべて答えなさい。

② 頂点 A から辺 EF にひいた垂線と EF との交点を H とする。AH の長さを求めなさい。

図2

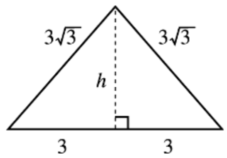


③ この立体の体積を求めなさい。

解答欄

①	
②	cm
③	cm^3

解答
① CF, DE
② $3\sqrt{3}$
③ $72\sqrt{2}$
解説
①
ねじれの位置にある辺はABと平行でなくかつ交わらない辺だからCFとDE。
②
△AHEは3つの角が30°，60°，90°の直角三角形だからAH＝$\frac{\sqrt{3}}{2}$AE＝$3\sqrt{3}$ cm
③
この立体をA, H, Dを通る平面で切断し
右側の部分も同様に切断して
3つに分けると考えると
3辺の長さが6cm, $3\sqrt{3}$ 3cm, $3\sqrt{3}$ cmの三角形が底面で高さが3cmの三角すい2つと
同じ三角形を底面とし高さが6cmの三角柱になる。
底面の三角形で底辺を6cmとすると
高さhは$h^2=(3\sqrt{3})^2-3^2=18$
$h>0$より
$h=3\sqrt{2}$ cm



したがって底面の三角形の面積は$\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{2}=9\sqrt{2}$ cm^2
よって立体の体積は$2\times\frac{1}{3}\times9\sqrt{2}\times3+9\sqrt{2}\times6=72\sqrt{2}$ cm^3

【問 40】

図1のように，底面が1辺 2 cm の正方形で，すべての側面が正三角形である四角すい VABCD がある。

次の問いに答えなさい。

（岐阜県 2005 年度）

図2は，四角すい VABCD の展開図を途中までかいたものである。定規とコンパスを使って展開図を1つ完成させなさい。なお，作図に用いた線は消さずに残しなさい。

図1

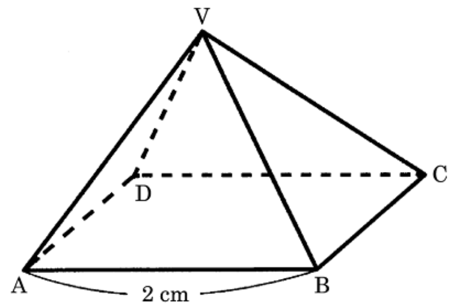
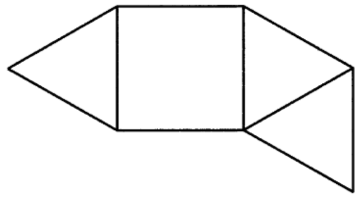
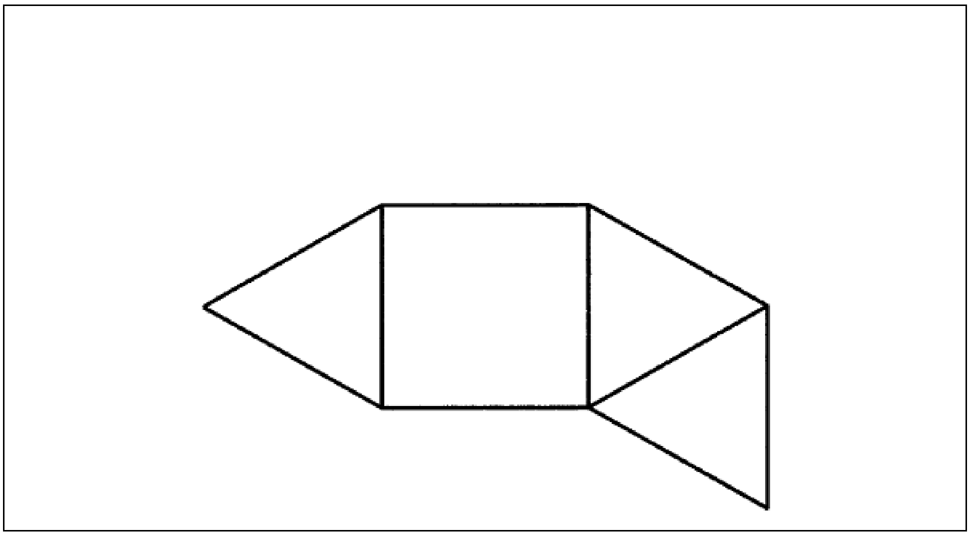


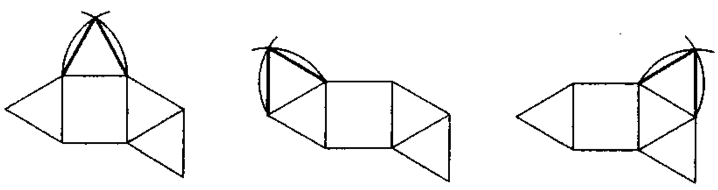
図2



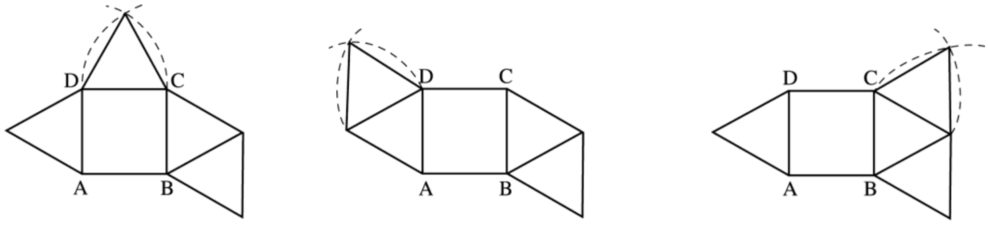
解答欄



解答



解説
図のように辺 DC に接するように正三角形をつくればよい。
点 C，D を中心にそれぞれ半径が CD となる円をかきその交点と C，D を結ぶ。

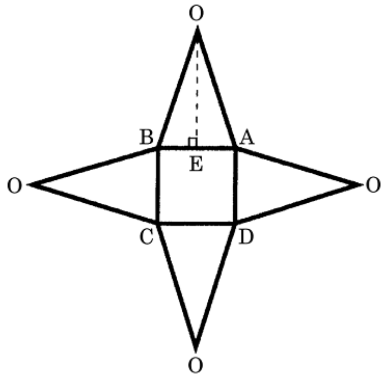


【問 41】

たろうさんは，図のような図形を作図し，一辺の長さが 10 cm の正方形を底面とし，合同な4つの二等辺三角形が側面となる正四角すい OABCD をつくることにしました。

側面となる三角形 OAB の頂点 O から辺 AB へひいた垂線を OE とするとき，次の各問いに答えなさい。

（三重県 2005 年度）



① たろうさんは，次のことに注意して作図しました。次の $\boxed{(ア)}$ にあてはまる値を求めなさい。

> 【たろうさんが注意したこと】
>
> OE の長さが，$\boxed{(ア)}$ cm 以下のときは正四角すいをつくることができないから，
>
> OE の長さは，$\boxed{(ア)}$ cm より長くなければいけない。

② たろうさんがつくった正四角すいの体積は，500 cm^3 でした。このとき，OE の長さを求めなさい。なお，答えに $\sqrt{\ }$ がふくまれるときは，$\sqrt{\ }$ を用いて最も簡単な形で書きなさい。

解答欄

①	
②	OE＝　　　　cm

解答

① 5

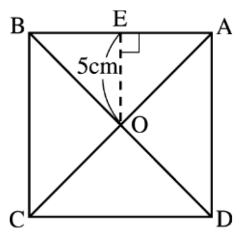
② OE＝$5\sqrt{10}$ cm

解説

①

図のように OE＝5cm として展開図を折り曲げると正方形になってしまう。

したがって，正四角すいを作るには OE の長さが 5cm より長くなければならない。



②

正四角すいの底面積は一辺の長さが 10cm の正方形であるから，100cm^2 である。

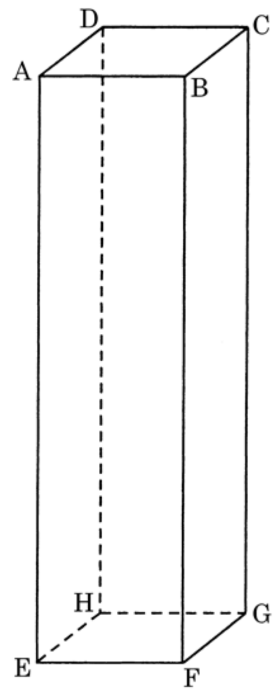
したがって，たろうさんが作った正四角すいの高さは 500×3÷100＝15cm である。

したがって，OE の長さは三平方の定理より，OE＝$\sqrt{5^2+15^2}$ ＝$\sqrt{250}$ ＝$5\sqrt{10}$ cm

【問 42】

図Ⅰの立体 ABCD－EFGH は, AB＝AD＝1 cm, AE＝4 cm の直方体である。次の問いに答えなさい。

（大阪府 2005 年度 後期）



次のア～エのうち, 面 AEFB と垂直な辺はどれですか。一つ選び, 記号を書きなさい。

ア 辺 AE

イ 辺 CG

ウ 辺 DC

エ 辺 FG

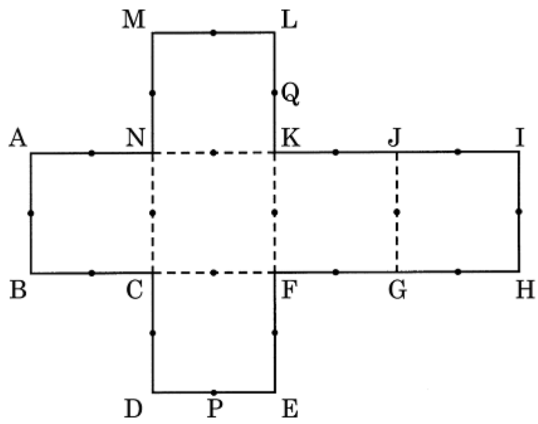
解答欄

解答
エ

【問 43】

図のような立方体の展開図がある。
次の問いに答えなさい。ただし，図中の点（•）は立方体の各辺の中点であり，点 P，Q はそれぞれ辺 DE，KL の中点である。

（兵庫県 2005 年度）

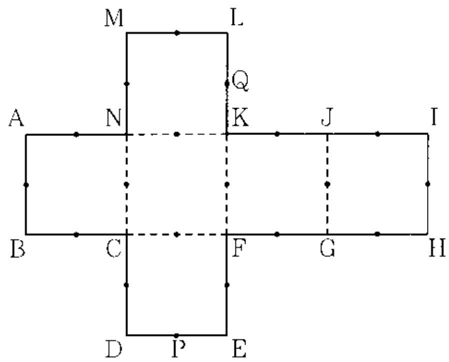
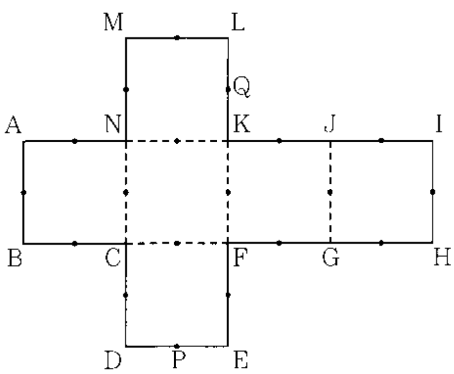


(1) この展開図を組みたてて立方体をつくるとき，点 A と重なる点をすべて答えなさい。

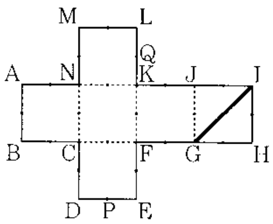
(2) 組み立てた立方体で，2点 A，E を結ぶ線分をひいた。この線分を解答欄の展開図に実線で示しなさい。

(3) 組み立てた立方体において，点 P，Q 以外に点 R を辺上にとり，△PQR が正三角形になるようにしたい。点 R をどの位置にとればよいか，解答欄の展開図に×印で示しなさい。

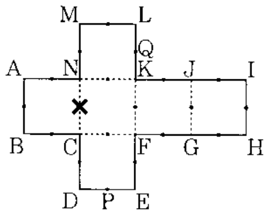
解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答
(1) I, M
(2)



(3)



解説
⑵
点 A は点 I と重なり点 E は点 G と重なるので面 JGHI で I と G を結べばよい。

図１

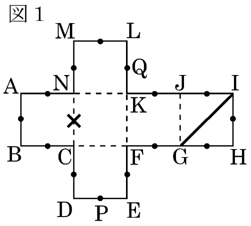
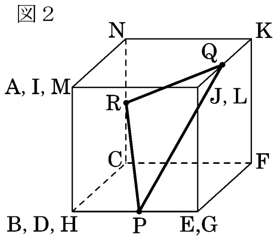


図２

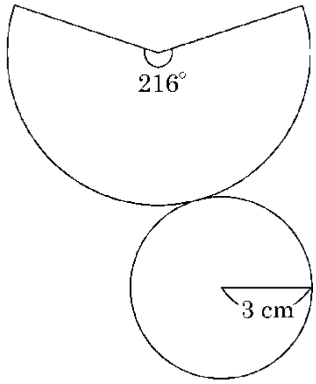


⑶
組み立てた立方体は図2のようになるので点 R は辺 NC の中点にとればよい。
⑵の図1参照。

【問 44】

図は円錐の展開図で，側面のおうぎ形の中心角は 216° であり，底面の円の半径は 3 cm である。この展開図を組み立てたときにできる円錐の体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

（和歌山県 2005 年度）



解答欄

解答

12π cm^3

解説

この円錐の母線の長さを x cm とすると

$2\pi \times x \times \frac{216}{360} = 2\pi \times 3$

よって $x=5$

この円錐の高さは

三平方の定理より $\sqrt{5^2-3^2}=4$ cm

よってこの円錐の体積は

$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$ cm^3

【問 45】

図1のように，底面が正三角形で，側面が正方形の三角柱があり，線分 AE と線分 CE がかき入れてある。図2は，この三角柱の展開図である。図1における線分 AE と線分 CE を，図2にかき入れなさい。

（山口県 2005 年度）

図1

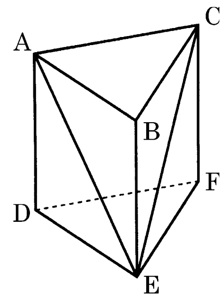
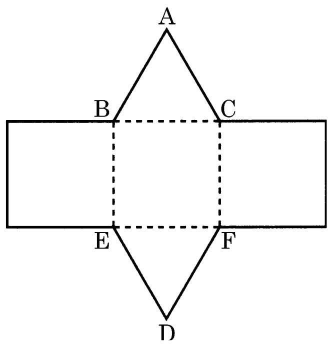
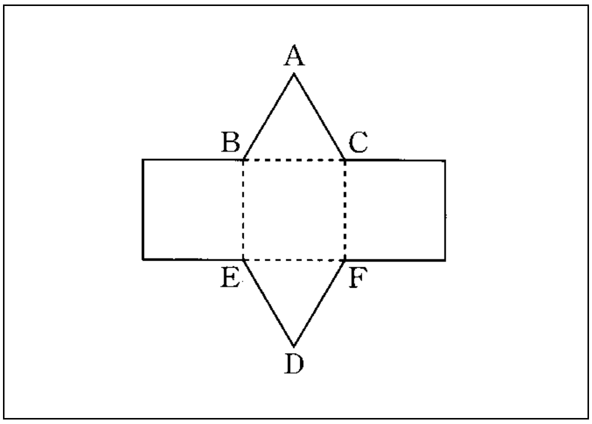


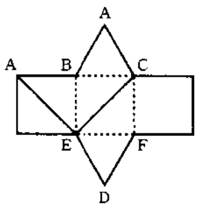
図2



解答欄



解答

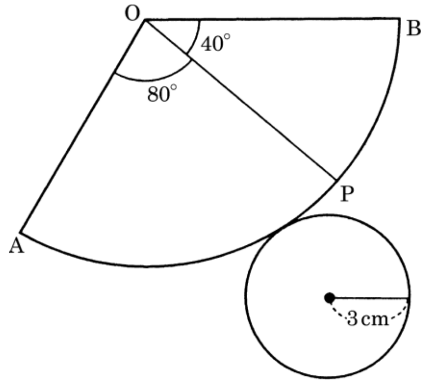


【問 46】

図は，底面の円の半径が 3 cm の円すいの展開図である。$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 上に点 P をとり，点 O と点 P を結ぶ。

∠AOP＝80°，∠BOP＝40° であるとき，次のア，イの問いに答えよ。なお，円周率には π をそのまま用いよ。

（香川県　2005 年度）



ア　$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さは $\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$ の長さの何倍か。

イ　この展開図を組み立てたときにできる円すいの体積は何 cm^3 か。

解答欄

ア	倍
イ	cm^3

解答

ア　$\dfrac{3}{2}$ 倍

イ　$18\sqrt{2}\pi$　cm^3

解説

ア

おうぎ形の弧の長さの比はおうぎ形の中心角の比に等しいので

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さは $\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$ の長さの $(80+40)\div 80=1.5$ 倍

イ

側面のおうぎ形の弧の長さは底面の円周の長さに等しいので $\pi\times 3\times 2=6\pi$　cm

側面のおうぎ形の中心角が 120° で $2\pi r\times\dfrac{\text{中心角}}{360}$ ＝おうぎ形の周の長さだから

側面のおうぎ形の半径すなわち円すいの母線の長さは $6\pi\times\dfrac{360}{120}\div 2\pi=9$ cm

円すいの頂点 O から底面の円の中心に下ろした垂線を OH とすると△OAH は直角三角形となる。

よって，△OAH に三平方の定理を用いて

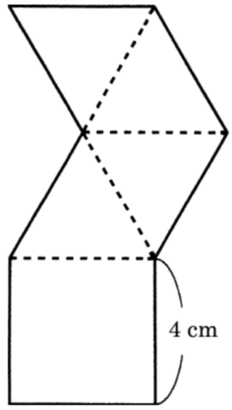
$\mathrm{OH}=\sqrt{\mathrm{OA}^2-\mathrm{AH}^2}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}$ cm

これは円すいの高さにあたるので求める体積は $\dfrac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 6\sqrt{2}=18\sqrt{2}$ cm^3

【問 47】

図は，1辺の長さが 4 cm の正方形を底面とし，正三角形を側面とする四角すいの展開図である。これを組み立ててできる四角すいの体積を求めよ。

（愛媛県 2005 年度）



解答欄

	cm^3

解答

$\dfrac{32\sqrt{2}}{3}$ cm^3

解説

側面の正三角形の高さは $2\sqrt{3}$ cm だから

この四角すいの高さは $\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{2}$ cm

よって，この四角すいの体積は

$\dfrac{1}{3}\times 4^2\times 2\sqrt{2}=\dfrac{32\sqrt{2}}{3}$ cm^3

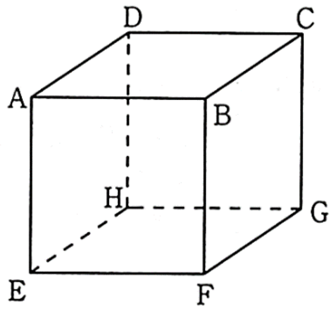
【2006年度出題】

【問 48】

右の図のように，1 辺の長さが 5 cm の立方体があります。

次の文の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ウ}$ にあてはまる記号をかき，$\boxed{エ}$ にあてはまる数を求めなさい。

(北海道 2006 年度)



この立方体の頂点のうち，4 つの頂点を結んで正四面体をつくります。点 A を 1 つの頂点とする正四面体の A 以外の 3 つの頂点は $\boxed{ア}$ ，$\boxed{イ}$ ，$\boxed{ウ}$ です。この正四面体の 1 辺の長さは $\boxed{エ}$ cm です。

解答欄

ア	
イ	
ウ	
エ	

解答
ア C
イ F
ウ H
エ $5\sqrt{2}$
解説
点 A, C, F, H を頂点とする正四面体の 1 辺は立方体の側面の対角線になるから
その長さは $5\times\sqrt{2}=5\sqrt{2}$ cm

【問 49】

高さ $3\sqrt{15}$ cm，体積 $9\sqrt{15}\ \pi\,\mathrm{cm}^3$ の円錐の展開図をできるだけ小さな正方形におさまるようにかくとき，この円錐の展開図をかくことのできる，もっとも小さな正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

なお，円錐の展開図で，底面の円は側面のおうぎ形の弧とどこかで接しています。

（北海道 2006 年度）

解答欄

計算

答　　　　　　　　cm

解答
底面の円の半径を r とすると
$\dfrac{1}{3}\pi r^2 \times 3\sqrt{15} = 9\sqrt{15}\ \pi$
$r>0$ より
$r=3$
円錐の母線を ℓ とすると
$\ell^2=\left(3\sqrt{15}\right)^2+3^2$
$\ell>0$ より
$\ell=12$
おうぎ形の中心角を $x°$ とすると
$2\pi\times 12\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times 3$
$x=90$
正方形がもっとも小さくなるのは
おうぎ形の半径が正方形の 2 辺と重なり
底面の円の中心が正方形の対角線上にあるときだから
対角線の長さを求めると
$12+3+3\sqrt{2}=15+3\sqrt{2}$
正方形の 1 辺の長さを a とすると
$1:\sqrt{2}=a:(15+3\sqrt{2})$
$a=3+\dfrac{15\sqrt{2}}{2}$
答　$3+\dfrac{15\sqrt{2}}{2}$ cm
解説
底面の円の半径を r cm とすると
$\dfrac{1}{3}\pi r^2\times 3\sqrt{15} = 9\sqrt{15}\ \pi$
$r^2=9$
$r>0$ より
$r=3$ cm
母線の長さは，三平方の定理より $\sqrt{(3\sqrt{15})^2+3^2}=12$cm
側面のおうぎ形の中心角を $x°$ とすると
$2\pi\times 12\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times 3$
$x=90$
よってこのおうぎ形と円が最小の正方形におさまるのは
正方形の対角線を対称の軸とするようにおうぎ形と円がくっついて並ぶとき。
その対角線の長さは
$12+3+3\sqrt{2}=15+3\sqrt{2}$ cm
よって正方形の 1 辺の長さは
$\dfrac{15+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{15\sqrt{2}}{2}+3$ cm

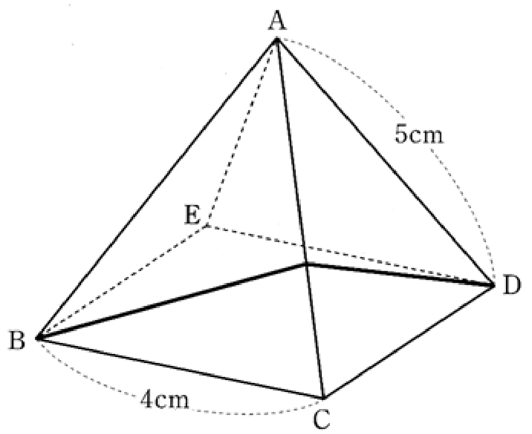
【問 50】

下の図Ⅰのように，底面の１辺が 4 cm，側面の二等辺三角形の等しい辺がいずれも 5 cm の正四角錐 ABCDE があり，この正四角錐の頂点 B から辺 AC を通って頂点 D まで，長さが最も短くなるように，ひもをかけます。また，図Ⅱは，この正四角錐の展開図です。

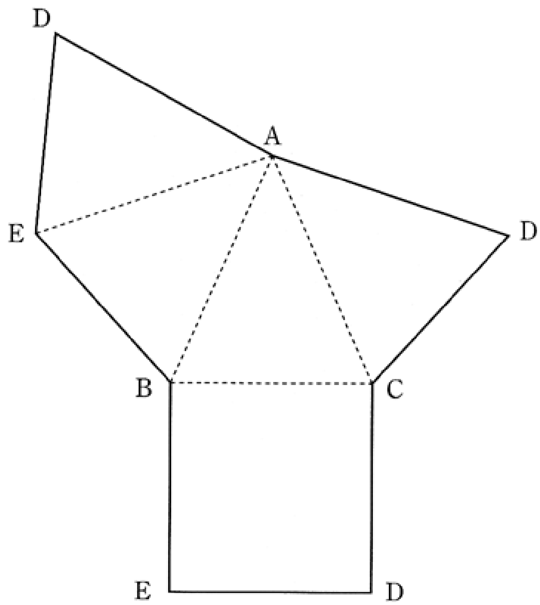
このとき，次の1，2の問いに答えなさい。

（岩手県　2006 年度）

図Ⅰ



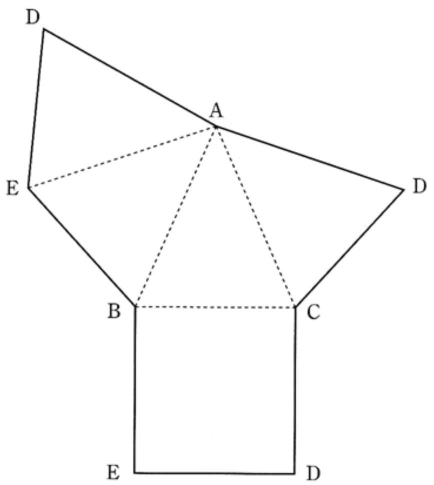
図Ⅱ

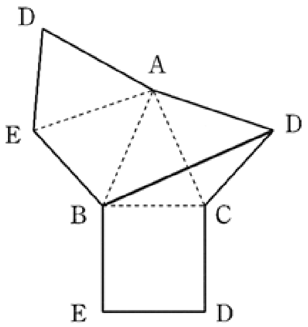


問1　ひものようすを，展開図に実線でかき入れなさい。

問2　ひもの長さを求めなさい。

解答欄

問1	
問2	cm

解答
問1


問2　$\dfrac{8\sqrt{21}}{5}$ cm

解説
問2
AC と BD の交点を H とおく。
AC⊥BD より
$AB^2-AH^2=BC^2-CH^2$
AH＝x cm とすると
$5^2-x^2=4^2-(5-x)^2$
$x=\dfrac{17}{5}$ cm
よって BD＝2BH＝$2\sqrt{5^2-\left(\dfrac{17}{5}\right)^2}=\dfrac{8\sqrt{21}}{5}$ cm

【問 51】

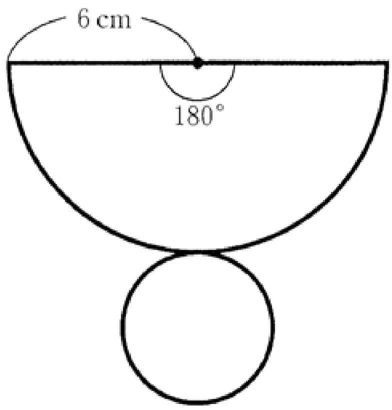
図 1 は，円錐の展開図である。側面の展開図のおうぎ形は，半径 6 cm，中心角 180° になっている。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（栃木県 2006 年度）

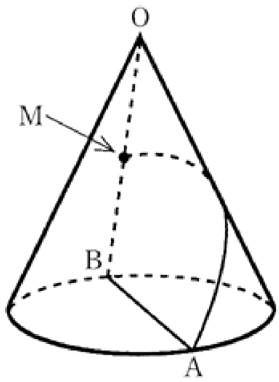
(1) 底面の円の半径を求めなさい。

図 1



(2) 図 1 の展開図を組み立てた円錐の頂点を O，底面の円の直径を AB，OB の中点を M とする。図 2 のように，側面上に A と M を最短の長さで結ぶ線をひくとき，その線の長さを求めなさい。

図 2



解答欄

(1)	cm
(2)	cm

解答

(1) 3 cm

(2) $3\sqrt{5}$ cm

解説

(1)

底面の円の半径を r cm とする。

底面の円周と側面のおうぎ形の弧の長さが等しいから

$2\pi r = 2\pi \times 6 \times \frac{180}{360}$

$r = 3$ cm

(2)

側面のおうぎ形において AM が最短になるのは，AM が直線になるとき。

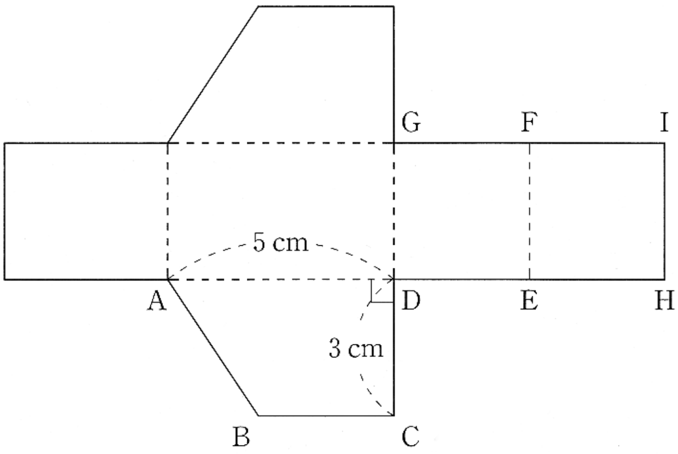
だから，△AOM で

OM＝$\frac{6}{2}$＝3 cm，OA＝6cm，∠MOA＝90° より

AM＝$\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ cm

【問 52】

下の図は，AD // BC の台形 ABCD を底面とする四角柱の展開図であり，AD＝5 cm，CD＝3 cm，∠ADC＝90° で，四角形 DEFG と四角形 EHIF はともに正方形である。



このとき，この展開図を点線で折り曲げてできる四角柱について，次の問いに答えなさい。

（神奈川県　2006 年度）

問1 この四角柱の体積を求めなさい。

問2 この四角柱において，線分 AI の長さを求めなさい。

解答欄

問1	cm^3
問2	cm

解答

問1 36 cm^3

問2 $\sqrt{22}$ cm

解説

問1

四角形 DEFG と四角形 EHIF は正方形より，BC＝HE＝EF＝DE＝3cm

よって，求める体積は，$\frac{1}{2}\times(3+5)\times3\times3=36$ cm^3

問2

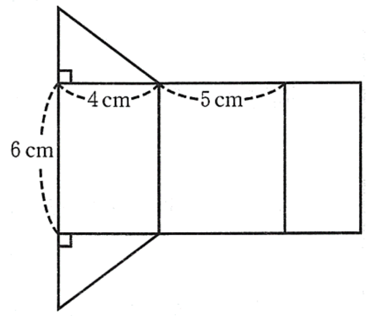
I は台形 ABCD と合同なもうひとつの底面の頂点 B に対応する頂点と重なる。

よって，四角柱において，AI＝$\sqrt{(5-3)^2+3^2+3^2}=\sqrt{22}$ cm

【問 53】

右の図は三角柱の展開図である。これを組み立ててできる三角柱の体積を求めなさい。

（富山県 2006 年度）



解答欄

cm^3

解答

36 cm^3

解説

底面の直角三角形の斜辺が 5cm になるから

もう 1 辺の長さは，$\sqrt{5^2-4^2}$ ＝3 cm

よって，三角柱の体積は

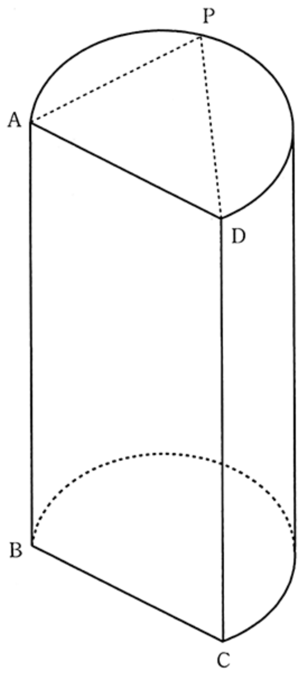
$\frac{1}{2}\times3\times4\times6=36\ \text{cm}^2$

【問 54】

図は，円柱を底面に垂直な平面で切り取った立体で，その切り口は，AB＝12 cm，AD＝6 cm の長方形である。また，弧 AD 上に点 P をとると，∠APD＝60° であった。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（石川県 2006 年度）



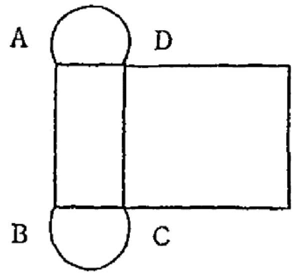
問1 この立体を展開したときのおよその形を，解答用紙の図形にかき加えて，完成させなさい。なお，定規，コンパスは使わなくてもよい。

問2 この立体の体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。なお，途中の計算も書くこと。

解答欄

問1	
問2	〔計算〕 答　　　　　　　cm^3

解答
問1



問2
〔計算〕
円の中心をOとすると円周角の定理より
$\angle AOD = 2\angle APD = 2\times 60^\circ = 120^\circ$
OからADに垂線OHをひくと
$AH = \frac{1}{2}\times 6 = 3$ cm, $\angle AOH = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$, $\angle OHA = 90^\circ$ より
$OH : OA : AH = 1 : 2 : \sqrt{3}$ だから
$OH = \frac{AH}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ cm
$OA = \frac{2}{\sqrt{3}} AH = \frac{2}{\sqrt{3}}\times 3 = 2\sqrt{3}$ cm
よって底面積は
$\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{(360-120)}{360} + \frac{1}{2}\times 6\times\sqrt{3} = 8\pi + 3\sqrt{3}$ cm^2
求める体積は$(8\pi + 3\sqrt{3})\times 12 = 96\pi + 36\sqrt{3}$ cm^3
答 $\left(96\pi + 36\sqrt{3}\right)$cm^3

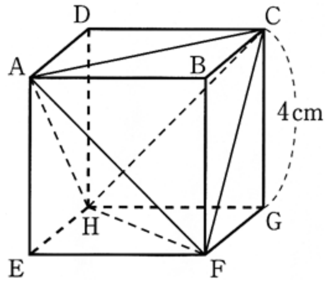
【問 55】

図 1 は, 1 辺の長さが 4 cm の立方体の各面に, 対角線 AC, AF, AH, CF, CH, FH をひいたものである。

このとき, 次の問1, 問2に答えなさい。

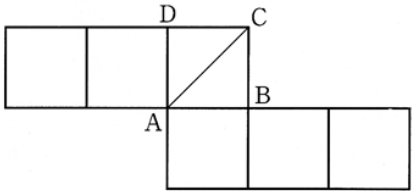
（山梨県　2006 年度）

図 1



問1　図 2 は, 図 1 の立方体の展開図に対角線 AC をかき入れたものである。図 2 に対角線 AF, AH, CF, CH, FH をかき入れなさい。
ただし, 頂点の記号は書かなくてもよい。

図 2

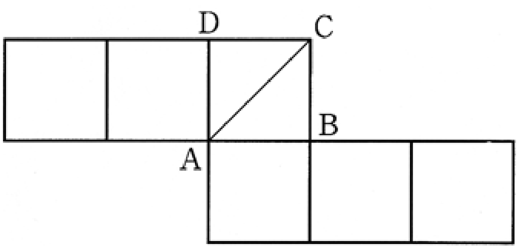


問2　図 1 を見ると, この立方体は, 四面体が 5 個集まったものとみることができる。
このとき, 次の(1), (2)に答えなさい。

(1)　これらの四面体のうち, 点 B を 1 つの頂点とする四面体の表面積を求めなさい。

(2)　この立方体の体積と, AC, AF, AH, CF, CH, FH を辺とする四面体の体積の比を, 最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

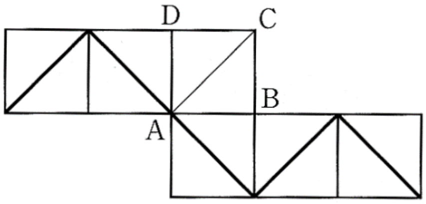
<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>cm^2</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>:</td></tr>
</table>

解答
問1

D C

B

A



問2

(1) $\left(8\sqrt{3}+24\right)$ cm^2

(2) 3:1

解説

問2

(1)

B を頂点とする四面体 BAFC は合同な直角二等辺三角形 3 つと正三角形 ACF でできている。

△ACF の 1 辺の長さは正方形の対角線より $4\sqrt{2}$ cm

その高さは 60° の角をもつ直角三角形の辺の比を利用して $\frac{4\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{3}=2\sqrt{6}$ cm

よって求める表面積は

$\frac{1}{2}\times4\times4\times3+\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=24+8\sqrt{3}$ cm^2

(2)

立方体の体積は $4^3=64$ cm^3

AC, AF, AH, CF, CH, FH を辺とする四面体は

立方体から四面体 BACF と合同な四角錐 4 つをひいたものだから

その体積は

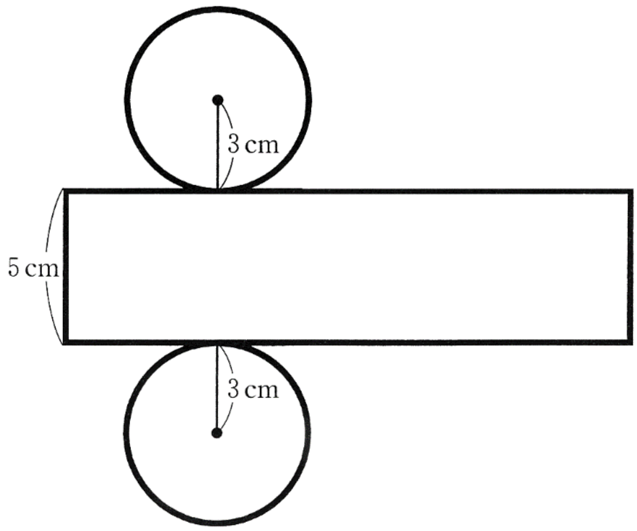
$64-4\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times4\times4\times4=\frac{64}{3}$ cm^3

よってその比は $64:\frac{64}{3}=3:1$

【問 56】

下の図は，円柱の展開図である。この展開図を組み立ててつくられる円柱の体積を求めなさい。(円周率はπを用いなさい。)

（岐阜県　2006 年度）



解答欄

解答

45π　cm^3

解説

底面の半径が 3cm，高さが 5cm の円柱になるから

その体積は $\pi\times3^2\times5=45\pi$　cm^3

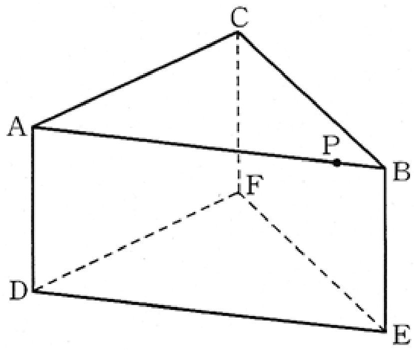
【問 57】

図 1 の立体は，△ABC を 1 つの底面とする三角柱である。この三角柱において，∠ACB＝90°，CA＝CB＝8 cm，AD＝6 cm であり，側面はすべて長方形である。

このとき，次の1，2の問いに答えなさい。

（静岡県　2006 年度）

図 1



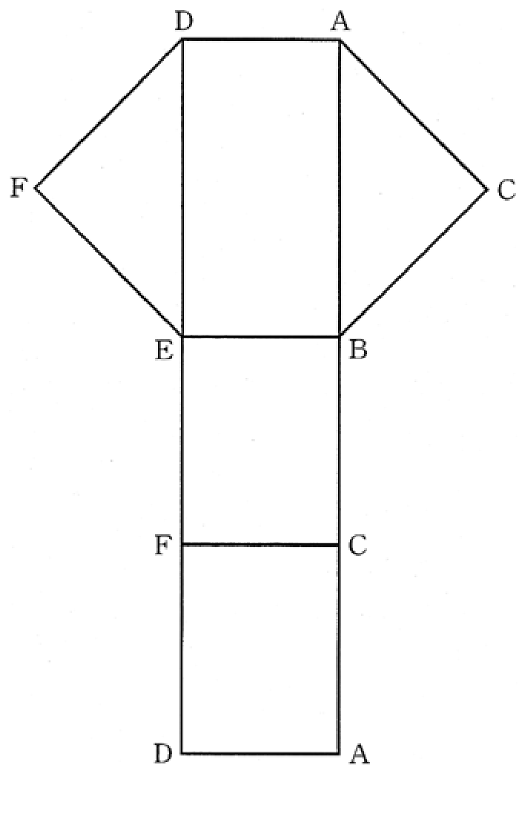
問1 この三角柱の体積を求めなさい。

問2 図 1 の三角柱において，点 P は△ABC の辺上を，項点 A を出発し，項点 B，項点 C を通って，頂点 A まで動く点である。

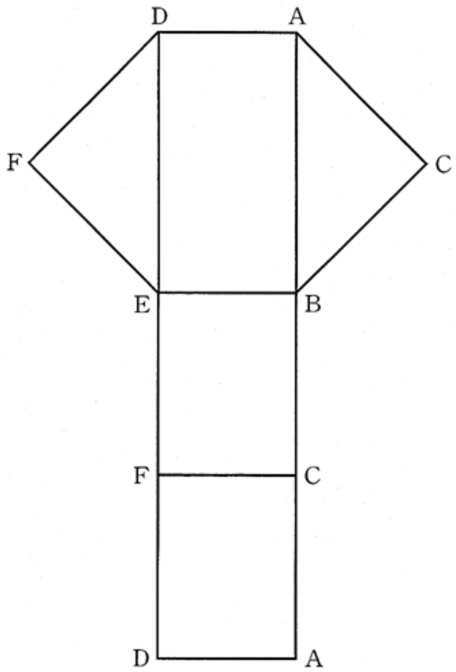
(1) 点 P が辺 AB 上にあり，DP＝11 cm となるときの，線分 AP の長さを求めなさい。また，点 P が辺 BC 上にあり，DP＝11 cm となるときの，線分 CP の長さを求めなさい。

(2) 図 2 は，この三角柱の展開図である。図 1 において，点 P が辺 CA 上にあり，∠CBP＝∠ABP となるとき，図 1 における 2 つの線分 BP，DP を，図 2 の展開図に，それぞれ作図しなさい。ただし，作図には定規とコンパスを使用し，作図に用いた線は残しておくこと。

図 2



解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">cm^3</td></tr>
<tr><td rowspan="3">問2</td><td rowspan="2">(1)</td><td>AP　　　cm</td></tr>
<tr><td>CP　　　cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
</table>

解答
問1　192 cm^3
問2
(1)
AP　$\sqrt{85}$　cm
CP　$\sqrt{21}$　cm
(2)
省略
解説
問1
三角柱の体積は　$\triangle ABC \times AD = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times 6 = 192$　cm^3
問2
(1)
点 P が AB 上にあるとき，△ADP で三平方の定理より $AP = \sqrt{11^2 - 6^2} = \sqrt{85}$　cm
点 P が BC 上にあるとき，CP＝x cm とすると
△ACP で　$AP^2 = x^2 + 8^2$
△PAD で　$AP^2 = 11^2 - 6^2$
よって
$x^2 + 8^2 = 11^2 - 6^2$
$x^2 = 21$
$x > 0$ より $x = CP = \sqrt{21}$　cm

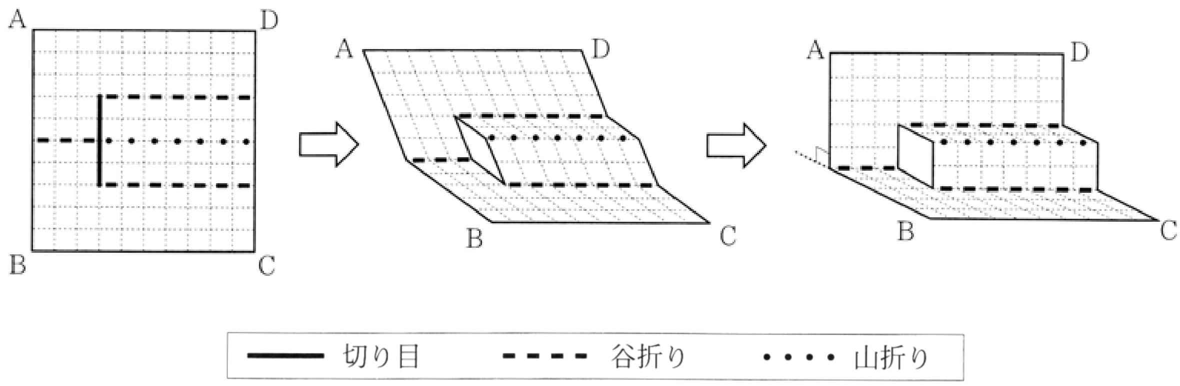
【問 58】

1 辺 10 cm の正方形の方眼紙 ABCD がある。図 1 のように切り目と折り目の線分を入れた方眼紙 ABCD を折り曲げ，折り目を境とする 2 面が垂直で，BC を含む面が底面になるように置くと，図 2 のような図形になった。

次の問いに答えなさい。ただし，できた図形の面はすべて平面とする。なお，方眼紙の 1 目盛りは 1 cm とし，方眼紙の厚さは考えないものとする。

（兵庫県　2006 年度）

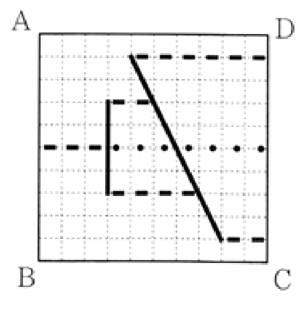
図 1　　　　　　　　　　　　図 2



問1 図 2 の図形において，底面と垂直な面をすべて，解答欄の図に斜線で表しなさい。

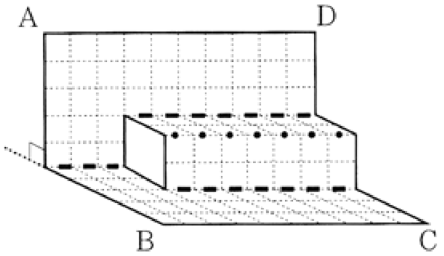
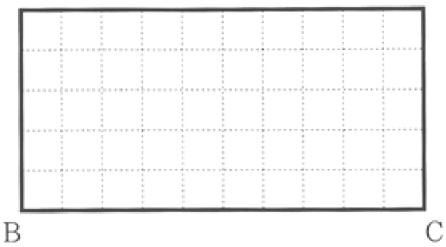
問2 図 3 のように切り目と折り目の線分を入れた方眼紙 ABCD を，上と同じように折り曲げ，折り目を境とする 2 面が垂直で，BC を含む面が底面になるように置く。この図形を真上から見るとき，見える辺を解答欄の図に実線でかき加えなさい。

図 3

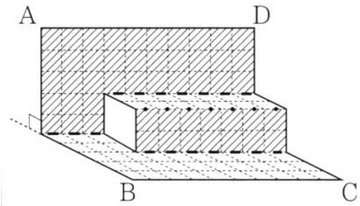


問3 問2で作った図形において，底面と垂直な面の面積の和を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	cm^2

解答
問1



問2

問3　44 cm^2
解説
問3
求める面積は

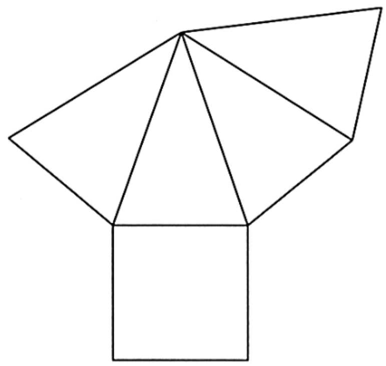
$$5\times10-\left\{\frac{1}{2}(2+3)\times2+\frac{1}{2}(4+6)\times4\right\}+\frac{1}{2}(3+4)\times2+\frac{1}{2}(2+4)\times4=50-25+7+12=44\ \text{cm}^2$$

【問 59】

右の図は，底面の正方形の 1 辺が 4 cm，側面の二等辺三角形の等しい辺がいずれも 6 cm の正四角すいの展開図である。

この正四角すいの高さを求めよ。

（高知県 2006 年度）



解答欄

cm

解答

$2\sqrt{7}$ cm

解説

底面の正方形の対角線は

$\sqrt{2}\times 4=4\sqrt{2}$ cm

三平方の定理より正四角すいの高さは

$\sqrt{6^2-\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{2}\right)^2}$

$=\sqrt{36-8}$

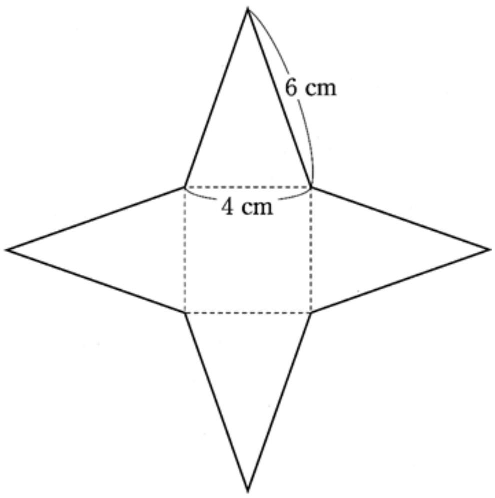
$=\sqrt{28}$

$=2\sqrt{7}$ cm

【問 60】

　ある正四角すいを展開すると右の図のようになる。このとき，この正四角すいの体積を求めなさい。

（佐賀県 2006 年度 後期）



解答欄

cm^3

解答

$\dfrac{32\sqrt{7}}{3}\ \mathrm{cm}^3$

解説

この正四角すいの頂点を O，底面の正方形を ABCD その対角線の交点を H とする。

$\mathrm{AH} = \dfrac{1}{2}\mathrm{AC} = \dfrac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\ \mathrm{cm}$

△OAH で三平方の定理より

$\mathrm{OH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}\ \mathrm{cm}$

よって体積は

$\dfrac{1}{3} \times 4^2 \times 2\sqrt{7} = \dfrac{32\sqrt{7}}{3}\ \mathrm{cm}^3$

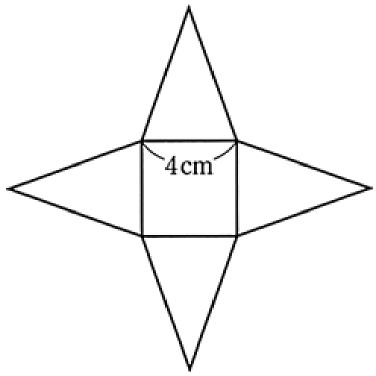
【問 61】

図は，底面が 1 辺 4 cm の正方形，側面がすべて合同な二等辺三角形の四角すいの展開図である。次の(1)，(2)の問いに答えよ。

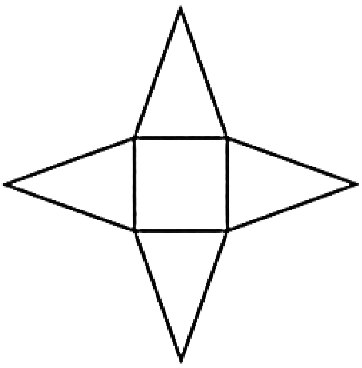
（鹿児島県　2006 年度）

(1) この展開図は，線対称な図形である。対称軸を 1 本かき入れよ。

(2) 側面の 1 つの二等辺三角形の面積が 12 cm^2 であるとき，四角すいの体積は何 cm^3 か。

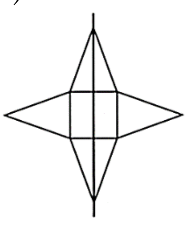


解答欄

(1)	
(2)	cm^3

解答

(1)



(2) $\dfrac{64\sqrt{2}}{3}$ cm^3

解説

(1)

対称軸は 4 本ある。

(2)

側面の二等辺三角形の高さを $h$cm とするとその面積の関係より $\dfrac{1}{2}\times 4\times h=12$　$h=6$ cm

三平方の定理より，四角すいの高さは $\sqrt{6^2-\left(\dfrac{4}{2}\right)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ cm

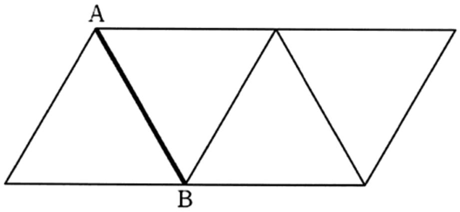
よって求める体積は $\dfrac{1}{3}\times 4^2\times 4\sqrt{2}=\dfrac{64\sqrt{2}}{3}$ cm^3

【2007年度出題】

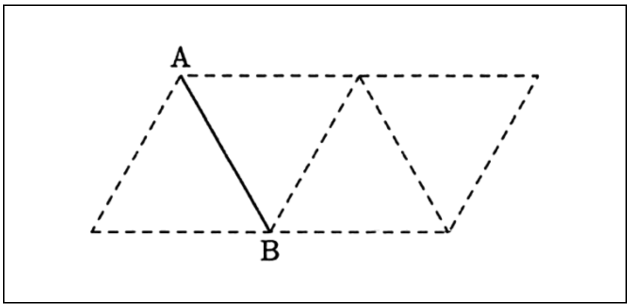
【問 62】

展開図を組み立てたときにできる立体で，辺 AB とねじれの位置にある辺を，解答用紙の図に，実線で書きなさい。

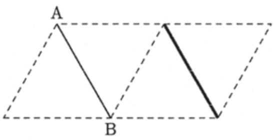
（青森県 2007 年度）



解答欄



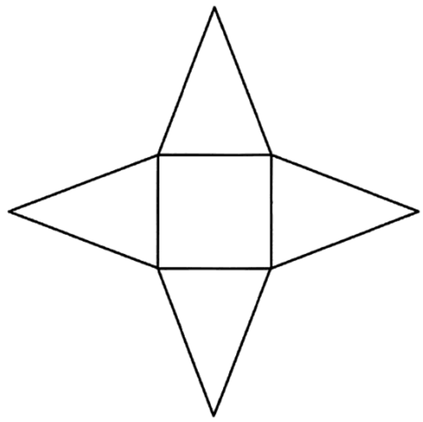
解答



【問 63】

正方形の紙に，図のような形をした正四角すいの展開図をかき，切り抜いて正四角すいをつくりたい。1 辺の長さが $10\sqrt{2}$ cm の正方形の紙を使って，底面の 1 辺の長さが 6 cm の正四角すいをつくるとき，次の1，2の問いに答えなさい。

（群馬県 2007 年度）



問1．1 辺の長さが $10\sqrt{2}$ cm の正方形の対角線の長さを求めなさい。

問2．このようにしてできる正四角すいのうち，体積が最も大きいものについて，その体積を求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	cm^3

解答
問1 20 cm
問2 $24\sqrt{10}$ cm^3
解説
体積が最も大きくなるのは
展開図において 4 つの二等辺三角形の頂点を結んでできる正方形の 1 辺が $10\sqrt{2}$ cm となるとき。
このとき二等辺三角形の頂角の頂点から底辺にひいた垂線の長さは，$(20-6)\div 2=7$
二等辺三角形の等しい辺の長さは $\sqrt{7^2+3^2}=\sqrt{58}$
底面の正方形の対角線の長さは $6\sqrt{2}$ だから
正四角すいの高さは $\sqrt{(\sqrt{58})^2-\left(\dfrac{6\sqrt{2}}{2}\right)^2}=2\sqrt{10}$
よって，求める体積は $\dfrac{1}{3}\times 6\times 6\times 2\sqrt{10}=24\sqrt{10}$ cm^3

【問 64】

図 1 のように，頂点 A，底面の中心 O，底面の半径 3cm，母線の長さ 9cm の円すいがある。この円すいの底面の円周上の点を B とし，線分 AB を 3 等分する点を A に近い方から順に P，Q とするとき，次の1～3の問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。

（新潟県 2007 年度）

問1 図 1 の円すいの側面の展開図はおうぎ形になる。このおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。

問2 図 1 の円すいの体積を求めなさい。

問3 図 2 のように，図 1 の円すいの側面に，糸の長さが最も短くなるように，点 B から点 Q を通り，点 P まで糸を巻きつける。このとき，糸の長さを求めなさい。

図 1

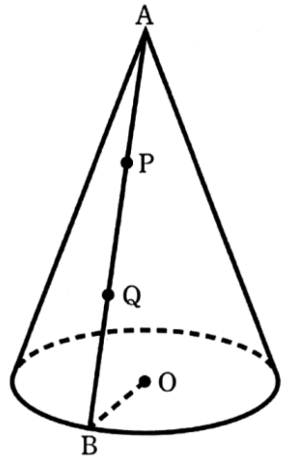
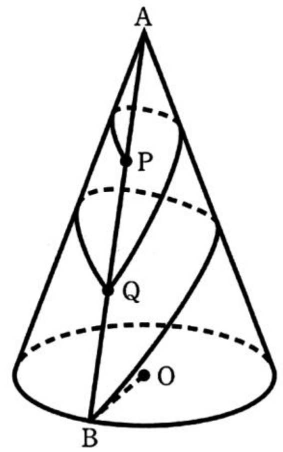


図 2



解答欄

問1	度
問2	cm^3
問3	cm

解答
問1　120 度
問2　$18\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$
問3　$3\sqrt{19}+3\sqrt{7}$ cm
解説
問3
側面のおうぎ形をABで切り開き
おうぎ形ABB′としAB上のP，Qと重なるAB′上の点をP′，Q′とすると
求める糸の長さはQB′＋PQ′となる。
Q′，B′からBAの延長上に垂線Q′H，B′Kをひく。
△Q′AHは60°の角をもつ直角三角形だから

$$Q'H=\frac{\sqrt{3}}{2}\times AQ'=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$$

△PQ′Hにおいて
三平方の定理より

$$PQ'=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+6^2}=3\sqrt{7}$$

同様に△B′AKにおいて$B'K=\frac{\sqrt{3}}{2}\times AB'=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 9=\frac{9\sqrt{3}}{2}$

$$AK=\frac{1}{2}AB'=\frac{1}{2}\times 9=\frac{9}{2}$$

△QB′Kにおいて$QK=6+\frac{9}{2}=\frac{21}{2}$

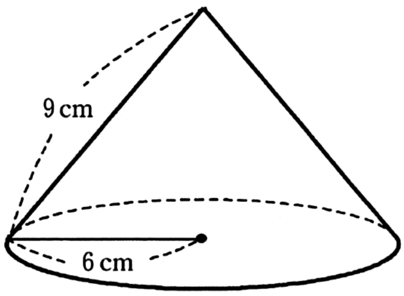
$$QB'=\sqrt{\left(\frac{21}{2}\right)^2+\left(\frac{9\sqrt{3}}{2}\right)^2}=3\sqrt{19}$$

よって求める長さは$3\sqrt{19}+3\sqrt{7}$ cm

【問 65】

図のような底面の半径が 6cm，母線の長さが 9cm の円すいについて次の問いに答えなさい。

（富山県 2007 年度）



(1) 側面の展開図のおうぎ形について，中心角の大きさを求めなさい。

(2) 体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

解答欄

(1)	度
(2)	cm^3

解答

(1) 240 度

(2) $36\sqrt{5}\pi$ cm^3

解説

(1)

側面のおうぎ形の弧の長さと底面の円周の長さは等しいので

中心角の大きさを $x°$ とすると

$$2\pi \times 9 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 6$$

$x = 240$

(2)

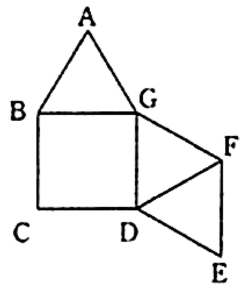
円すいの高さは三平方の定理より $\sqrt{9^2 - 6^2} = 3\sqrt{5}$

求める体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 3\sqrt{5} = 36\sqrt{5}\pi cm^3$

【問 66】

図に正三角形をもう 1 つ付け足すと, 正四角錐の展開図になる。どの辺に正三角形を付け足せばよいか。辺をすべて答えよ。

（福井県 2007 年度）



解答欄

解答
辺 AB, BC, EF

【問 67】

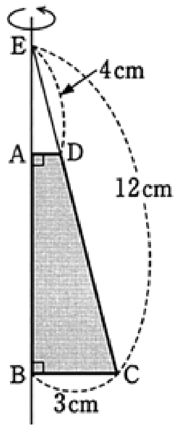
図 1 の四角形 ABCD は, EC＝12 cm, BC＝3 cm で∠EBC が直角の△EBC から, ED＝4cm で∠EAD が直角な△EAD を切り取ってできた台形である。また, 図 2 は, 図 1 の台形 ABCD を, 直線 AB を軸として 1 回転させてできた立体である。

数子さんは図 2 の立体の体積や表面積などを求めるには△EBC や△EAD を直線 EB を軸として 1 回転させてできる立体の見取図や展開図を利用すればよいと考えた。

教子さんの考えを参考にして, 次の問1～問3に答えなさい。

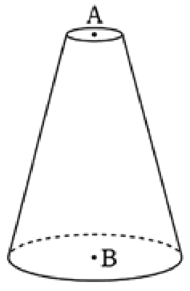
（山梨県 2007 年度）

図 1



問1 図 2 の立体の体積を求めなさい。

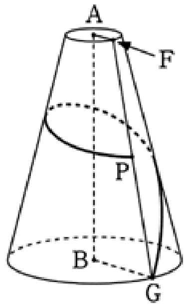
図 2



問2 図 2 の立体の表面積を求めなさい。

問3 図 3 は, 図 2 の立体のそれぞれの底面の円周上に, 点 F, G を四角形 ABGF が台形となるようにとり, 辺 FG の中点を P としたものである。数子さんは, 図 3 のように, 点 G から立体の側面を一回りして, 点 P までひもをかけた。このひもの長さが最も短くなる場合の長さを求めなさい。

図 3



解答欄

問1	cm^3
問2	cm^2
問3	cm

解答

問1　$\dfrac{26\sqrt{15}}{3}\pi$　cm^3

問2　42π　cm^2

問3　$4\sqrt{13}$ cm

解説

問1

三平方の定理より $EB=\sqrt{12^2-3^2}=3\sqrt{15}$

AD∥BC より

AD:BC＝EA:EB＝ED:EC＝4:12＝1:3

よって AD:3＝1:3 より

AD＝1

$EA:3\sqrt{15}=1:3$ より

$EA=\sqrt{15}$

求める体積は

もとの三角形を回転させてできる円すいから切り取った三角形を回転させてできる円すいを除いたものだから

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{15}-\dfrac{1}{3}\times\pi\times1^2\times\sqrt{15}$

$=\dfrac{26\sqrt{15}}{3}\pi$　cm^3

問3

切り取る前の円すいの側面のおうぎ形の中心角の大きさは $\dfrac{2\pi\times3}{2\pi\times12}\times360^\circ=90^\circ$

ひもが最も短いとき PG は直角三角形の斜辺になる。

EP＝4＋(12－4)÷2＝8 より

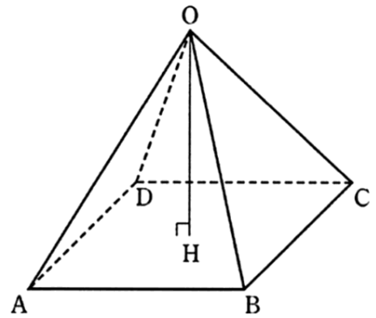
$PG=\sqrt{12^2+8^2}$

$=4\sqrt{13}$ cm

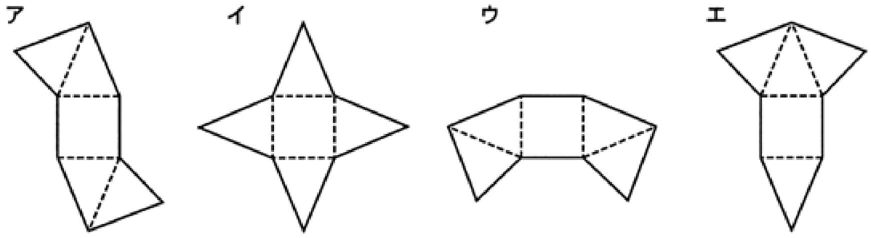
【問 68】

図のような正四角錘 OABCD がある。底面の正方形 ABCD の 1 辺の長さと，高さ OH はどちらも a cm である。

（長野県 2007 年度）



(1) 辺 CB, BO, OA, AD で切ってひろげたときの展開図として，正しいものを次のア～エから 1 つ選び，記号を書きなさい。



(2) この正四角錘の体積 V cm^3 を a を使って表しなさい。

(3) 底面の正方形の 1 辺の長さを 3 倍，高さを半分にした正四角錘をつくると，その体積はもとの正四角錘の体積の何倍になるか求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	$V=$
(3)	倍

解答

(1) エ

(2) $V=\dfrac{1}{3}a^3$

(3) $\dfrac{9}{2}$ 倍

【問 69】

図 1 のように，1 辺の長さが 2 cm の正四面体(正三角すい)ABCD がある。辺 AB，BC，CD の中点をそれぞれ E，F，G とする。次の(1)～(3)に答えなさい

（島根県 2007 年度）

(1) AG，EG の長さをそれぞれ求めなさい。

(2) ∠FEG の大きさを求めなさい。

(3) 点 E から辺 AC を通って頂点 D まで，長さが最も短くなるようにひもをかけるとき，次の①，②に答えなさい。

① 図 2 は，この正四面体の展開図である。ひものようすは図 2 の展開図にどのように表されるか，解答用紙の展開図に実線でかき入れなさい。ただし，図中の点(•)は，それぞれ正四面体の各辺の中点の位置を示している。

② ひもの長さを求めなさい。

図 1

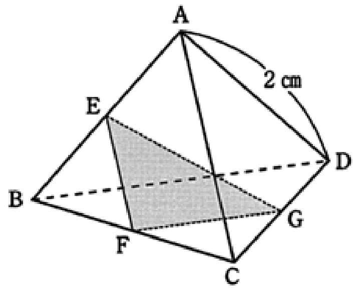
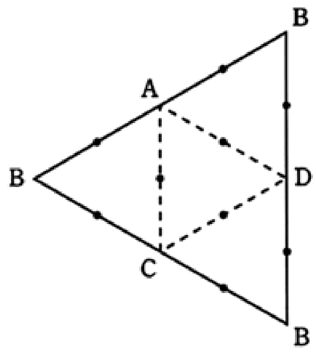
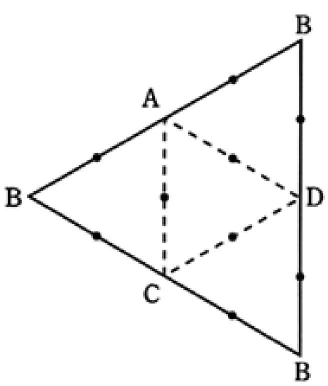


図 2



解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">(1)</td><td colspan="2">AG＝　　　　　cm</td></tr>
<tr><td colspan="2">EG＝　　　　　cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">°</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(3)</td><td>①</td><td></td></tr>
<tr><td>②</td><td>cm</td></tr>
</table>

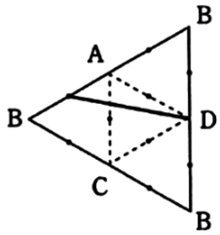
解答

(1)　AG＝$\sqrt{3}$ cm　 EG＝$\sqrt{2}$ cm

(2)　45°

(3)

①



②　$\sqrt{7}$ cm

解説

(1)

△ACG は正三角形だから

AC＝2 cm，CG＝1 cm，∠AGC＝90°，∠ACG＝60° より

AG＝$\sqrt{3}$ CG＝$\sqrt{3}$ cm

EG は AG＝BG の二等辺三角形の頂点 G と底辺 AB の中点を結んだものだから

EG＝$\sqrt{(\sqrt{3})^2-1^2}$ ＝$\sqrt{2}$ cm

(2)

中点連結定理より

EF＝$\dfrac{1}{2}$AC＝1

FG＝$\dfrac{1}{2}$BD＝1

よって△EFG において

EF : FG : EG＝1 : 1 : $\sqrt{2}$ より

∠EFG＝90° の直角二等辺三角形であることがわかる。

よって∠FEG＝45°

(3)

②

展開図において

D から AB に垂線 D E′をひくと AB の中点と一致する。

ひもの長さは△E E′D の斜辺になるから

三平方の定理より

$\sqrt{(\sqrt{3})^2+2^2}$ ＝$\sqrt{7}$ cm

【問 70】

側面の展開図が半径 6 cm，中心角 90° のおうぎ形になるような円すいがある。この円すいの底面積を求めなさい。

（佐賀県 2007 年度 後期）

解答欄

解答

$\frac{9}{4}\pi$ cm^2

解説

底面の円の半径を r cm とする。

底面の円周と側面のおうぎ形の弧の長さは等しいので

$2\pi r = 2\pi \times 6 \times \frac{90}{360}$

$r = \frac{3}{2}$

よって底面積は

$\pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}\pi$ cm^2

【問 71】

図Ⅰのような，8 点 A, B, C, D, E, F, G, H を頂点とする立方体の形をした紙の箱がある。1 辺の長さが 12 cm のとき，次の1～3の問いに答えなさい。ただし，紙の厚さは考えないものとする。

（宮崎県 2007 年度）

問1 図Ⅰにおいて，∠ACF の大きさを求めなさい。

問2 図Ⅰにおいて，頂点 A と G を結んだ対角線 AG の長さを求めなさい。

問3 図Ⅱは，図Ⅰの立方体の箱を展開したもので，点 A′，A″，B′，B″，C′，D′ は頂点であり，点 P, Q は，それぞれ辺 EA″，GC′ の中点である。この図Ⅱから，図Ⅲのように，次の①～③の手順で折って，図Ⅳのような立体をつくる。

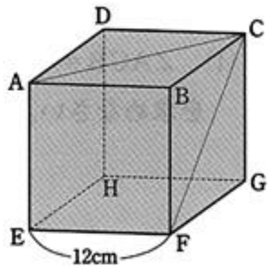
① HE, HG, DC を折り目として，線分 D′H と DH，線分 AD と A′D′ を重ねる。
② PQ, QB′，PB″ を折り目として，線分 CG と B′C′，線分 A′E と B″A″ を重ねる。
③ AC を折り目として，点 B と F を重ねる。

このとき，次の(1), (2)の問いに答えなさい。

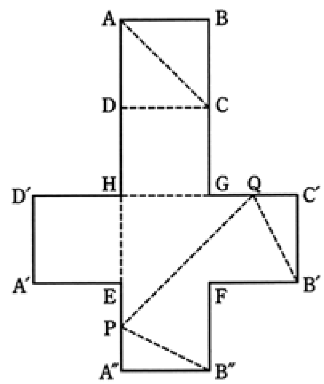
(1) 図Ⅳにおいて，台形 APQC の面積を求めなさい。

(2) 図Ⅳの 6 点 A, C, D, P, Q, H を頂点とする立体の体積を求めなさい。

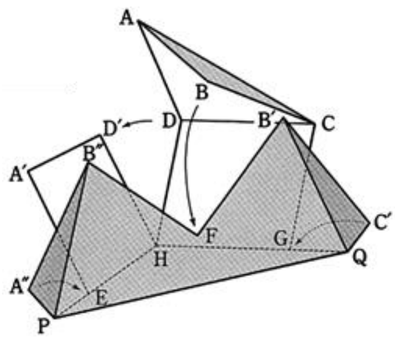
図Ⅰ



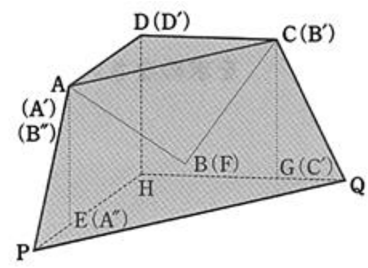
図Ⅱ



図Ⅲ



図Ⅳ



解答欄

問1	$\angle$ACF＝　　　　度	
問2	AG＝　　　　cm	
問3	(1)	cm^2
	(2)	cm^3

解答
問1　$\angle$ACF＝60 度
問2　AG＝$12\sqrt{3}$ cm
問3
(1)　270cm^2
(2)　1368cm^3
解説
問3
(2)
PA, HD, QC を延長した交点を O とする。
△OPH において
AD∥PH より
OD:OH＝AD:PH＝12:18＝2:3
よって OD:DH＝2:1
DH＝12 より
OD＝24, OH＝36
よって求める体積は

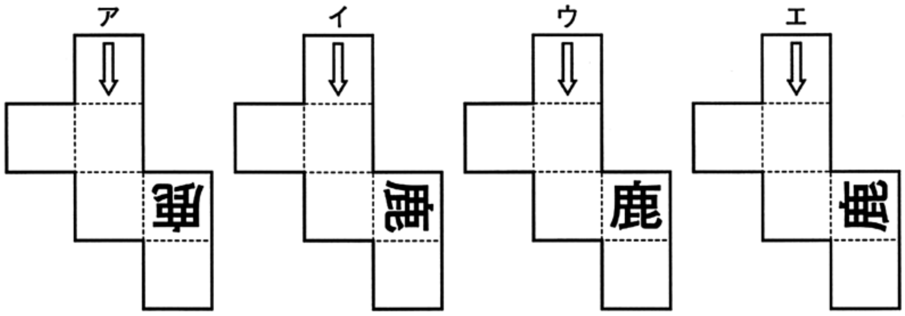
$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times18\times18\times36-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times12\times12\times24$$

＝1944－576
＝1368 cm^3

【問 72】

図は，立方体の 2 つの面に「鹿」と「⇧」をかいたものである。この立方体の展開図として正しいものを下のア～エの中から選べ。

（鹿児島県 2007 年度）



解答欄

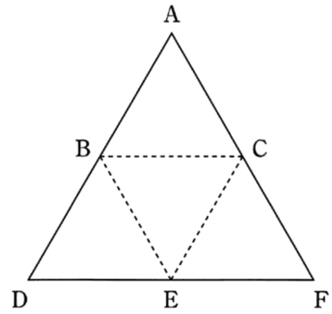
解答
ウ

【2008年度出題】

【問 73】

図は，正四面体の展開図です。この展開図を組み立てたとき，辺 AB とねじれの位置にある辺を答えなさい。

（岩手県 2008 年度）



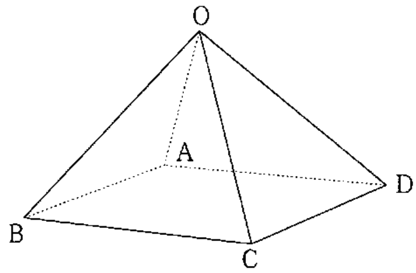
解答欄

解答
辺 CE

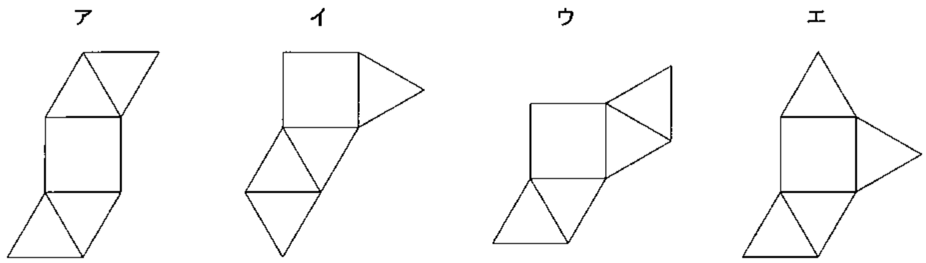
【問 74】

図において，四角すい OABCD は，すべての辺の長さが 4cm の正四角すいである。このとき，次の問いに答えなさい。

（山形県 2008 年度）



(1) この正四角すいを，4 つの辺 OA, AB, AD, OC で切って開いたとき，その展開図の形となっているものを，次のア～エから 1 つ選び，記号で答えなさい。



(2) この正四角すいで，2 つの辺 OA, OB の中点をそれぞれ P, Q とするとき，四角形 PQCD の面積を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	cm^2

解答

(1) ウ

(2) $3\sqrt{11}$ cm^2

解説

(2)

△OAB において

OP＝PA, OQ＝QB より中点連結定理から $PQ=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times4=2$, PQ∥BA

△OBC は正三角形だから OQ＝BQ より∠CQB＝90°，$CQ=\sqrt{3}\,QB=2\sqrt{3}$

同様に $PD=2\sqrt{3}$

台形 PQCD において Q から CD に垂線 QH をひく。

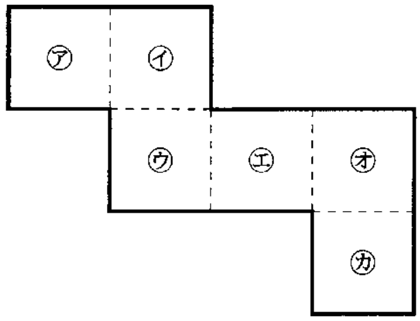
$CH=(4-2)\div2=1$　$QH=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-1^2}=\sqrt{11}$

よって台形 PQCD の面積は△PQC＋△PCD＝$\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{11}+\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{11}=3\sqrt{11}$ cm^2

【問 75】

図は立方体の展開図である。この展開図を組み立ててできる立方体について，面㋑と平行な面はどれか。図の中の記号で答えなさい。

（栃木県　2008 年度）



解答欄

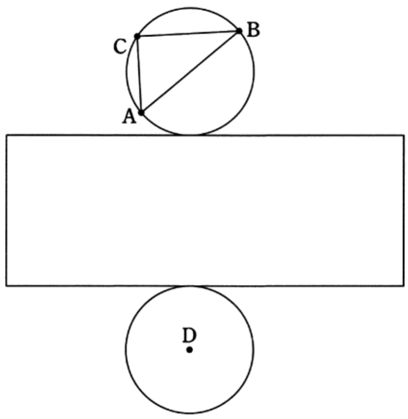
面

解答
面㋕

【問 76】

図は，底面の半径が 5cm，高さが 12cm の円柱の展開図である。この展開図において，1 つの底面に直径 AB をとり，AC＝6cm となる点 C をその円周上にとって△ABC をつくる。また，もう 1 つの底面の中心を点 D とする。この展開図を組み立て，4 点 A，B，C，D を頂点とする立体を考えたとき，その体積を求めなさい。

（千葉県　2008 年度）



解答欄

cm^3

解答
96 cm^3
解説
4 点 A，B，C，D を結んでできる立体は底面を△ABC とすると高さが円柱の高さと等しい三角すいになる。
AB は直径より AB＝5×2＝10，∠ACB＝90°
よって三平方の定理より BC＝$\sqrt{10^2-6^2}$ ＝8
したがって△ABC＝$\frac{1}{2}$ ×6×8＝24 cm^2
求める体積は $\frac{1}{3}$ ×24×12＝96 cm^3

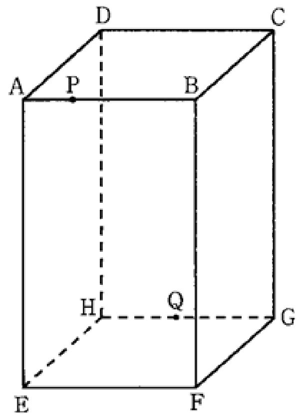
【問 77】

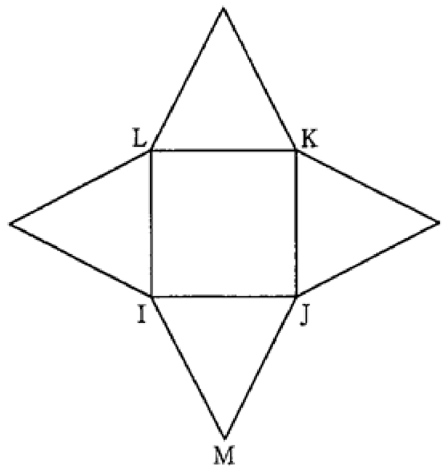
図 1 の立体は，AB＝AD＝6 cm，AE＝10 cm の直方体である。図 2 は，図 1 の直方体の面 EFGH と合同な正方形 IJKL を底面とし，4 つの側面がすべて合同な二等辺三角形である正四角すいの展開図である。

この展開図を組み立ててできる正四角すいの体積が，図 1 の直方体の体積の $\frac{1}{6}$ であるときの，辺 MI の長さを求めなさい。

（静岡県 2008 年度）

図 1





解答欄

cm

解答

$\sqrt{43}$ cm

解説

正四角すいの高さを MT とすると

正四角すいの体積は直方体の $\frac{1}{6}$ より

$\frac{1}{3}\times 6\times 6\times \mathrm{MT}=\frac{1}{6}\times 6\times 6\times 10$

$\mathrm{MT}=5$　$\mathrm{IT}=\frac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{IK}=\frac{1}{\sqrt{2}}\times 6=3\sqrt{2}$

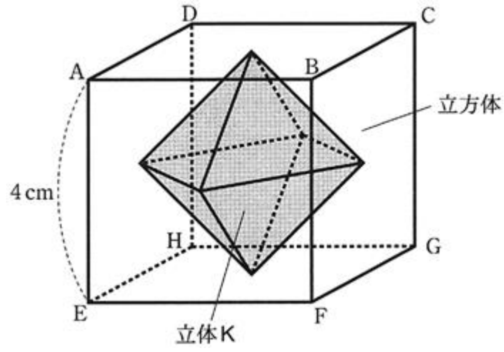
△MTI において

三平方の定理より $\mathrm{MI}=\sqrt{\left(3\sqrt{2}\right)^2+5^2}=\sqrt{43}$ cm

【問 78】

図のように，1 辺が 4cm の立方体と，この立方体の各面の対角線の交点を結んでできる立体Kがある。立体Kは，2 つの正四角すいの底面をぴったり合わせた立体とみることもできる。このとき，次の問いに答えなさい。

（三重県 2008 年度）



正四角すいの底面の形として，最も適当なものを次のア～エから 1 つ選び，その記号を書きなさい。

ア. 正方形

イ. 長方形

ウ. ひし形

エ. 平行四辺形

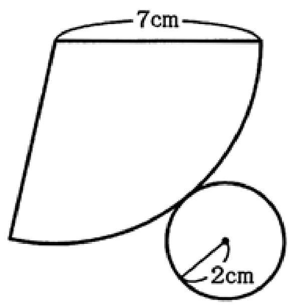
解答欄

解答
ア

【問 79】

図は，底面の円の半径が 2cm，母線の長さが 7cm の円錐の展開図である。この円錐の体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

（滋賀県 2008 年度）



解答欄

cm^3

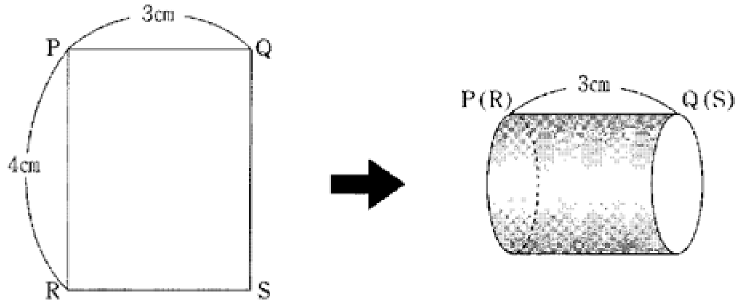
解答
$4\sqrt{5}\ \pi$ cm^3
解説
この円錐の高さは $\sqrt{7^2-2^2} = 3\sqrt{5}$
よって求める体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5}\ \pi$ cm^3

【問 80】

図 1 のようなたての長さが 4cm，横の長さが 3cm の長方形の金属板の辺 PQ と辺 RS をつないで円筒をつくった。線分 PQ は円筒の母線である。下の(1)，(2)に答えなさい。

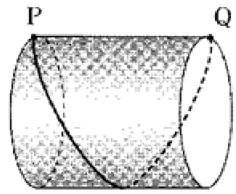
（島根県 2008 年度）

図 1



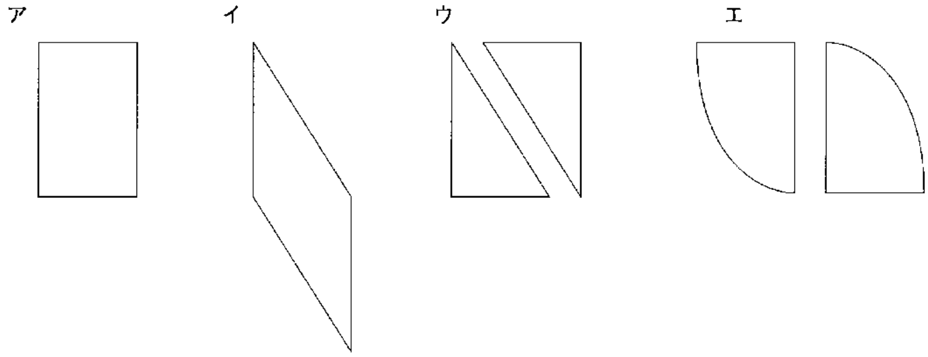
(1) 図 2 のように，ひもを円筒の側面に P から Q まで，最短の長さとなるように 1 回巻きつけた。このとき，次の①，②に答えなさい。

図 2



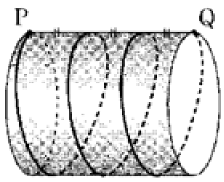
① 巻きつけたひもの長さを求めなさい。

② 巻きつけたひもに沿って円筒を切り開いたときどのようになるか，次のア～エから 1 つ選んで記号で答えなさい。



(2) 図 3 のように，ひもを円筒の側面に P から Q まで，線分 PQ を 3 等分する点を通り，最短の長さとなるように 3 回巻きつけた。巻きつけたひもの長さを求めなさい。

図 3



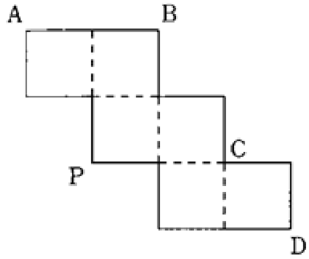
解答欄

(1)	①	cm
	②	
(2)		cm

解答
(1)
① 5 cm
② イ
(2) $3\sqrt{17}$ cm
解説
(1)
①
巻きつけたひもの長さが最短となるのは
展開した長方形 PRSQ において P と S を結んだ線が直線となるとき。
よって三平方の定理を利用して PS＝$\sqrt{3^2+4^2}$ ＝5 cm
(2)
PQ を 3 等分にする点を
P に近いほうから A, B とすると PA＝AB＝BQ＝1cm
よって(1)①と同様に考えて最短となるひもの長さは 3×$\sqrt{4^2+1^2}$ ＝$3\sqrt{17}$ cm

【問 81】

右の展開図を組み立てて立方体をつくります。下の①～④はそれぞれ，この立方体の 2 つの頂点を結ぶ線分です。①～④の中で，最も長いものはどれですか。その番号を書きなさい。



（広島県 2008 年度）

① 線分 AP

② 線分 BP

③ 線分 CP

④ 線分 DP

解答欄

解答
②

【問 82】

図 1 のように，底面の半径がそれぞれ 5cm，3cm である 2 つの円すい A，B がある。それぞれの円すいの側面の展開図を同じ平面上で重ならないようにして合わせると，図 2 のような円ができた。このとき，円すい A の側面積を円周率 π を用いて求めなさい。

（山口県 2008 年度）

図 1

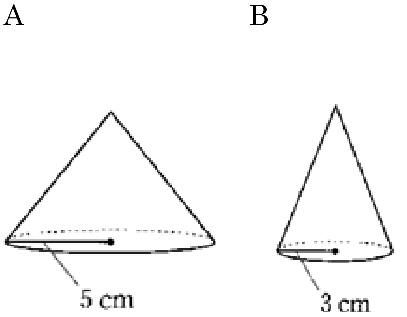
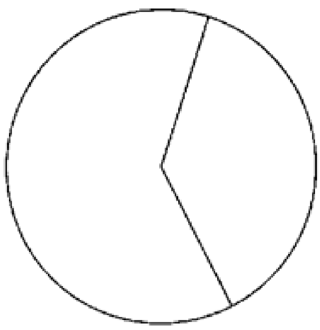


図 2



解答欄

cm^2

解答
40π cm^2
解説
図 2 の円周は $2\pi \times 5 + 2\pi \times 3 = 2\pi \times 8$ cm
よって図 2 の半径は 8 だから
円すい A の側面積は $\pi \times 8^2 \times \dfrac{5}{8} = 40\pi$ cm^2

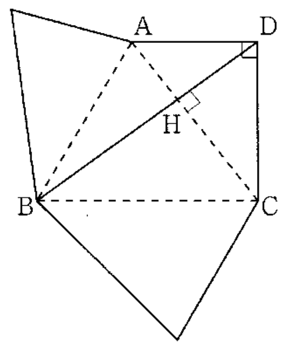
【2009年度出題】

【問 83】

図は，三角錐 DABC の展開図で，四角形 ABCD は図 1 の台形です。線分 AC と BD との交点を H とし，∠CHD＝90° とします。この展開図を三角錐 DABC に組み立てると，∠BHD＝90° となります。

このとき，三角錐 DABC の体積を求めなさい。

（北海道 2009 年度）



解答欄

cm^3

解答

450cm^3

解説

例1

△BCD で三平方の定理より BD＝$\sqrt{20^2+15^2}$ ＝25cm

△BCD∽△CHD だから

CD:HD＝BD:CD

15:HD＝25:15

25HD＝15×15

HD＝9cm

よって三角錐 DABC の体積は

$\frac{1}{3}\times\triangle ABC\times HD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 20\times 15\times 9=450\text{cm}^2$

例2

$BD^2=20^2+15^2=625$

BD＞0 より

BD＝25

△CDH∽△BDC より

DH＝9

したがって体積は$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 20\times 15\right)\times 9=450$

【問 84】

図 1 のように，表面に矢印と実線をかいた立方体がある。この立方体の展開図を図 2 のように表したとき，矢印をかいていない残りの面の実線を解答用紙にかきなさい。

（青森県 2009 年度）

図 1

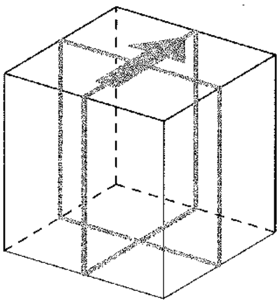
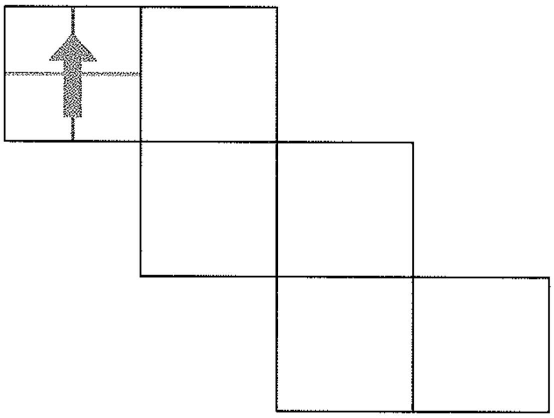
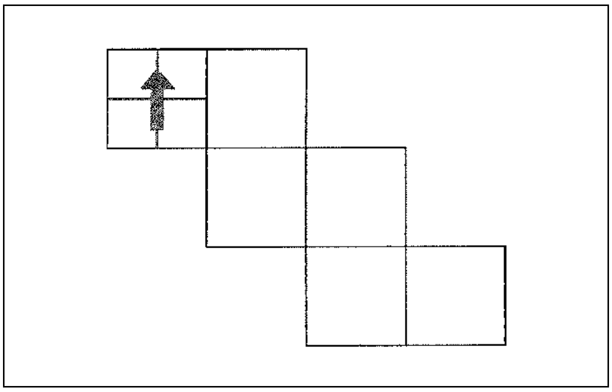


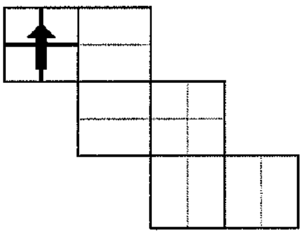
図 2



解答欄



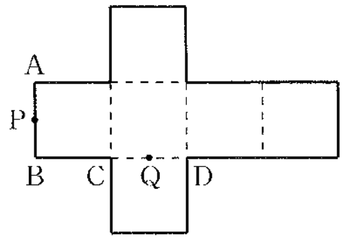
解答



【問 85】

図のように，1 辺の長さが 6cm の立方体の展開図がある。線分 AB，線分 CD の中点をそれぞれ P，Q とする。この展開図を組み立てて立方体をつくったとき，2 点 P，Q の間の距離を求めなさい。

（秋田県 2009 年度）



解答欄

	cm

解答
$3\sqrt{6}$ cm
解説
展開図を組み立てる。
辺 AB に平行な点 C を含む辺を CE とする。
P から CE に垂線 PH をひき，H と Q を結ぶと
△CHQ で HQ＝$\sqrt{3^2+3^2}$ ＝$3\sqrt{2}$ cm
△PHQ で PQ＝$\sqrt{\left(3\sqrt{2}\right)^2+6^2}$ ＝$3\sqrt{6}$ cm

【問 86】

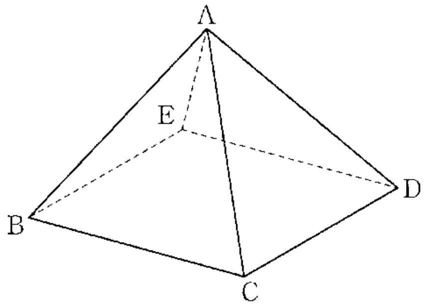
図Ⅰは，各辺の長さがすべて等しい正四角すい ABCDE である。次の問いに答えなさい。

（群馬県 2009 年度）

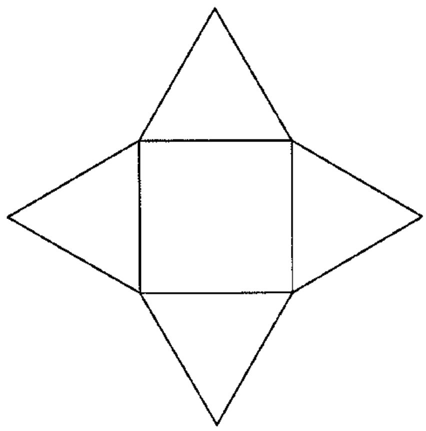
問い　図Ⅱは，正四角すい ABCDE の展開図の１つである。正四角すい ABCDE の展開図は，回転したり，裏返したりして重なり合うものを１つと数えると，全部で８つかくことができる。

解答用紙の例にならって，正四角すい ABCDE の展開図を，図Ⅱや例で示したもの以外に３つかきなさい。ただし，コンパスや定規を用いる必要はない。

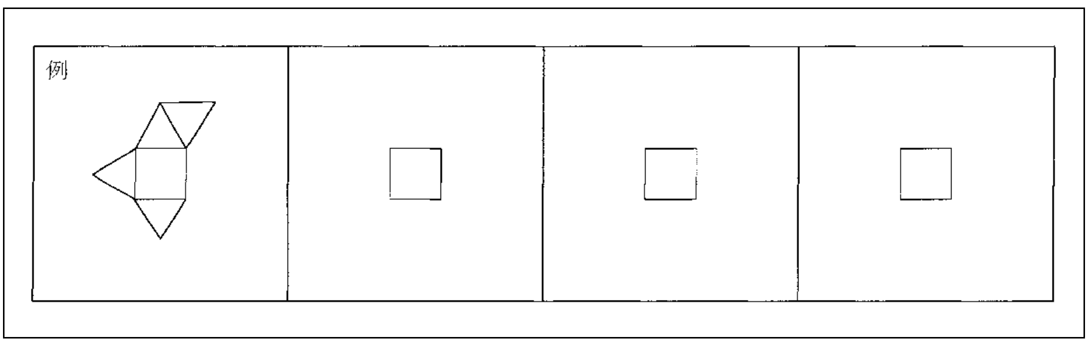
図Ⅰ



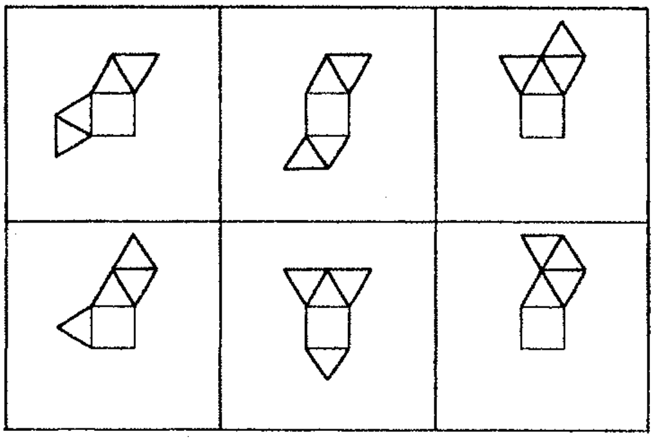
図Ⅱ



解答欄



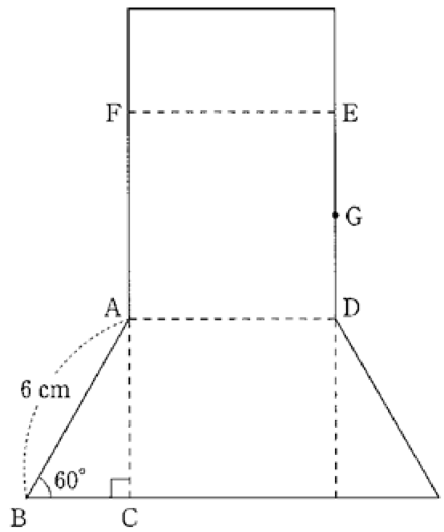
解答



【問 87】

図は, AB＝6cm, ∠ABC＝60°, ∠ACB＝90°の直角三角形 ABC を底面とする三角柱の展開図であり, 四角形 ADEF は正方形である。また, 点 G は線分 DE の中点である。このとき, この展開図を点線で折り曲げてできる三角柱について, 次の問いに答えなさい。

（神奈川県 2009 年度）



問1 この三角柱の体積を求めなさい。

問2 この三角柱において, 2 点 C, G 間の距離を求めなさい。

解答欄

問1	cm^3
問2	cm

解答

問1　$27\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^3$

問2　$3\sqrt{5}$ cm

解説

問1

△ABC は∠B＝60°の直角三角形だから三平方の定理より BC＝$\frac{1}{2}$AB＝3cm, AC＝$\sqrt{3}$ BC＝$3\sqrt{3}$ cm

また四角形 ADEF は正方形より AD＝AF＝AB＝6cm

よって三角柱の体積は$\frac{1}{2}\times 3\times 3\sqrt{3}\times 6=27\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^3$

問2

三角柱において△ABC と合同な底面を△DHI とすると点 G は DH の中点と一致する。

よって GH＝$\frac{1}{2}\times 6$＝3cm

△GHI は GH＝IH＝3cm, ∠H＝60°だから正三角形だとわかる。

よって GI＝3cm

△CGI において∠CIG＝90°だから

CG＝$\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ cm

【問 88】

図 1 は，すべての辺の長さが 8cm の正四角錐であり，図 2 はその展開図である。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（石川県 2009 年度）

問1 図 2 の展開図を組み立てたとき，点 B と重なる点をア～エの記号で答えなさい。

問2 図 1 の正四角錐の体積を求めなさい。

問3 図 3 のように，辺 OA，OD の中点をそれぞれ E，F とする。このとき，四角形 EBCF の面積を求めなさい。なお，途中の計算も書くこと。

図 1

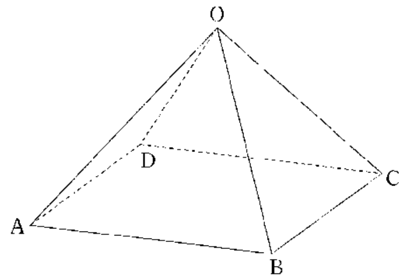


図 2

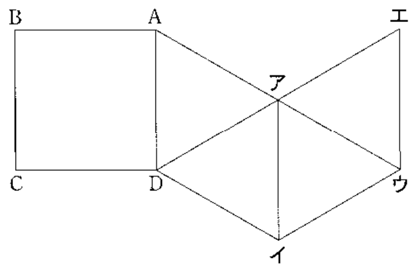
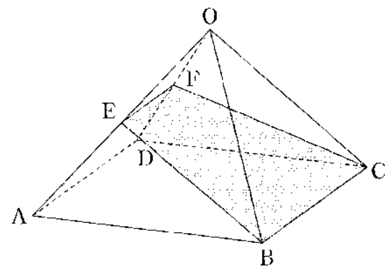


図 3



解答欄

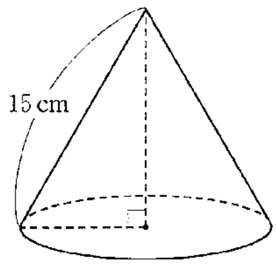
問1	
問2	cm^3
問3	計算

解答
問1　ウ
問2　$\dfrac{256\sqrt{2}}{3}$ cm^3
問3
EF＝4，BC＝8
点 E から辺 BC にひいた垂線の長さは $2\sqrt{11}$ であることから
四角形 EBCF の面積は $12\sqrt{11}$
答　$12\sqrt{11}$ cm^2
解説
問2
立体 OABCD は正四角錐なので O から底面の正方形 ABCD に垂線 OK をひくと
K は正方形 ABCD の対角線の交点と一致する。
正方形の 1 辺は 8cm だから AC＝ $8\sqrt{2}$ cm，AK＝ $\dfrac{8\sqrt{2}}{2}$ ＝ $4\sqrt{2}$ cm
△OAK で三平方の定理より OK＝ $\sqrt{8^2-(4\sqrt{2})^2}$ ＝ $4\sqrt{2}$ cm
よって正四角錐の体積は $\dfrac{1}{3}\times 8^2\times 4\sqrt{2}=\dfrac{256\sqrt{2}}{3}$ cm^3
問3
△OAD において OE＝EA，OF＝FD より中点連結定理から EF∥AD，EF＝ $\dfrac{1}{2}$ AD＝4cm
△OAB は正三角形だから OE＝EA より，∠BEA＝90°
また∠BAE＝60° だから BE＝ $\sqrt{3}$ AE＝ $4\sqrt{3}$ cm
E から BC に垂線 EH をひくと BH＝(8－4)÷2＝2cm
△EBH で三平方の定理より EH＝ $\sqrt{(4\sqrt{3})^2-2^2}$ ＝ $2\sqrt{11}$ cm
よって四角形 EBCF の面積は $\dfrac{1}{2}\times 8\times 2\sqrt{11}+\dfrac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{11}=12\sqrt{11}$ cm^2

【問 89】

図のような円錐の側面の展開図が半円であるとき，底面の半径の長さを求めよ。

（福井県 2009 年度）



解答欄

cm

解答

$\dfrac{15}{2}$ cm

解説

底面の半径を x cm とする。

円周は側面のおうぎ形の弧の長さと等しいので

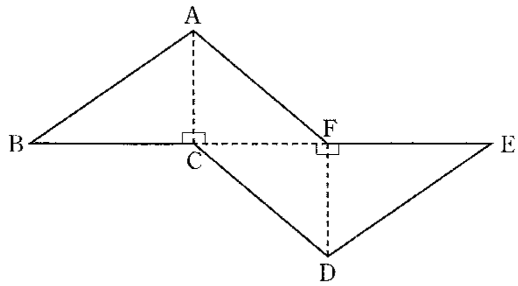
$2\pi x = \dfrac{1}{2} \times 2\pi \times 15$　$x = \dfrac{15}{2}$ cm

【問 90】

図は，4 つの面が直角三角形である三角錐の展開図である。

AC＝DF＝5cm，CF＝6cm である。

（長野県 2009 年度）



(1) この展開図を点対称な図形とみたとき，対称の中心から頂点 D までの距離を求めなさい。

(2) この展開図をもとに，三角錐をつくる。この三角錐の体積を求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^3

解答

(1) $\sqrt{34}$

(2) 5

解説

(1)

点対称の中心は CF の中点になる。

この点を O とすると FO＝$\frac{6}{2}$＝3cm

△DOF で

三平方の定理より OD＝$\sqrt{3^2+5^2}$ ＝$\sqrt{34}$ cm

(2)

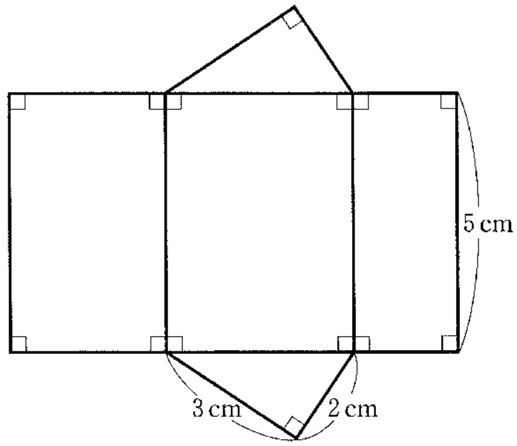
展開図を組み立てると底面を△CDF とすると高さが AC の三角錐になるので

体積は$\frac{1}{3}$ ×$\frac{1}{2}$ ×6×5×5＝25 cm^3

【問 91】

図は，三角柱の展開図である。この展開図を組み立ててつくられる三角柱の体積を求めなさい。

（岐阜県 2009 年度）



解答欄

cm^3

解答
15
解説
三角柱の体積は
底面積×高さ＝$\dfrac{1}{2}$×2×3×5＝15 cm^3

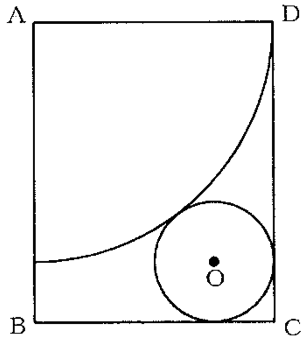
【問 92】

図Ⅰは，長方形ABCDに円すいの展開図をかいたものである。円すいの側面はAを中心とする半径 AD，中心角 90° のおうぎ形で，底面である円 O は，辺 DC，BCとおうぎ形の弧に接している。図Ⅱは，図Ⅰの展開図の部分を組み立ててできる円すいで，線分 EF は円 O の直径，P，Q はそれぞれ線分 AE，AF 上の点である。

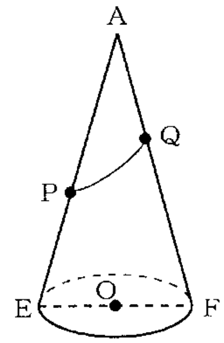
AB＝15cm，AP＝7cm，AQ＝$3\sqrt{2}$ cm のとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

（愛知県 2009 年度 A）

図Ⅰ



図Ⅱ



(1) 図Ⅱの円すいの体積は何 cm^3 か。

(2) 図Ⅱの円すいの側面に，点 P から点 Q まで糸をかける。糸の長さが最も短くなるようにするとき，その糸の長さは何 cm か。

解答欄

(1)	cm^3
(2)	cm

解答

(1)　$9\sqrt{15}\,\pi$　cm^3

(2)　5 cm

解説

(1)

底面の円の半径を r cm，おうぎ形の半径を x cm とすると
円周はおうぎ形の弧の長さと等しいので

$2\pi r=2\pi x\times\dfrac{1}{4}$　$x=4r$ cm

O から AB に垂線 OH をひくと

AO＝$4r+r=5r$ cm

OH＝$4r-r=3r$ cm

AH＝$15-r$ cm

とおける。

△AOH で三平方の定理より

$(15-r)^2+(3r)^2=(5r)^2$

$225-30r+r^2+9r^2=25r^2$

$15r^2+30r-225=0$

$15(r+5)(r-3)=0$

$r>0$ より

$r=3$cm

よっておうぎ形の半径は $4\times3=12$ cm

円すいの高さは $\sqrt{12^2-3^2}=3\sqrt{15}$ cm

求める体積は

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{15}=9\sqrt{15}\,\pi$　cm^3

(2)

側面の展開図において 90° の頂角を 2 等分する直線 AR をひく。

AR 上に AQ＝$3\sqrt{2}$ cm となる点 Q，AB 上に AP＝7 cm の点 P をとる。

Q から AB に垂線 QK をひくと

△AQK は直角二等辺三角形になるので

AK＝QK＝$\dfrac{\mathrm{AQ}}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=3$ cm

よって PK＝$7-3=4$ cm

△QPK において三平方の定理より

PQ＝$\sqrt{3^2+4^2}=5$ cm

【問 93】

ある円錐の側面の展開図は，半径 18cm のおうぎ形である。このおうぎ形の弧の長さが 12π cm のとき，次の(1),(2)に答えなさい。ただし，π は円周率を表している。

（和歌山県 2009 年度）

(1) このおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。

(2) この円錐の体積を求めなさい。

解答欄

(1)	度
(2)	cm^3

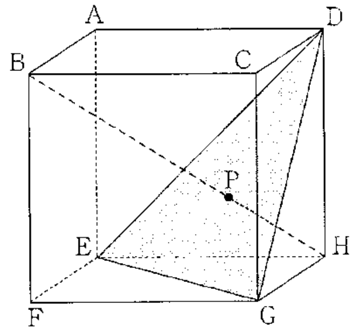
解答
(1) 120 度
(2) $144\sqrt{2}\pi$ cm^3
解説
(2)
この円錐の底面の円の半径を r cm とすると
底面の円周と側面のおうぎ形の弧の長さは等しいので
$2\pi r = 12\pi$
$r = 6$cm
三平方の定理を利用して
円錐の高さを求めると
$\sqrt{18^2 - 6^2} = 12\sqrt{2}$ cm
よって求める体積は
$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 12\sqrt{2} = 144\sqrt{2}\pi$ cm^3

【問 94】

図Ⅰのように1辺の長さが 6cm の立方体の 3 つの頂点 D, E, G を結んでできる△DEG がある。立方体の 2 つの頂点 B と H とを結ぶ対角線をひいたところ, 対角線 BH は, △DEG と垂直に交わった。対角線 BH と△DEG との交点を P とするとき, 次の各問いに答えなさい。

（鳥取県 2009 年度）

図Ⅰ

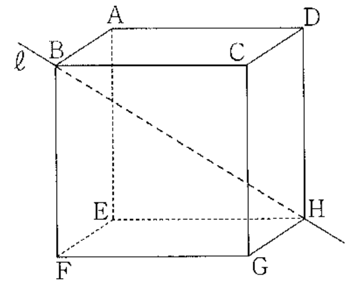


問1 線分 EG の長さを求めなさい。

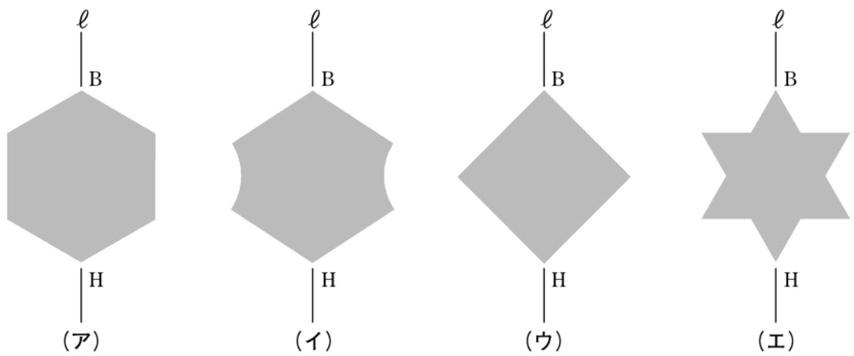
問2 △DEG の面積を求めなさい。

問3 線分 PH の長さを求めなさい。

図Ⅱ



問4 この立方体を図Ⅱのように頂点 B, H を通る直線ℓを軸として回転させる。このときにできる立体を, ℓ を含む平面で切るとき, 切り口はどのような図形になっていますか。次の(ア)～(エ)から正しいものを 1 つ選び記号で答えなさい。



解答欄

問1	EG＝　　　　　　cm
問2	cm^2
問3	PH＝　　　　　　cm
問4	

解答
問1　$6\sqrt{2}$ cm
問2　$18\sqrt{3}$ cm^2
問3　$2\sqrt{3}$ cm
問4　(イ)
解説
問2
△DEG は 1 辺が $6\sqrt{2}$ cm の正三角形だから EG の中点を M とすると
EM：DE：DM＝1：2：$\sqrt{3}$
DM＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$×DE＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 6\sqrt{2}$＝$3\sqrt{6}$ cm
△DEG＝$\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 3\sqrt{6}$＝$18\sqrt{3}$ cm^2
問3
点 P は DM と BH の交点である。
正方形の対角線はそれぞれの中点で交わるので EG の中点 M は FH の中点でもある。
よって BD // FH だから
BP：PH＝BD：MH＝2：1
BH＝$\sqrt{6^2+6^2+6^2}$＝$6\sqrt{3}$ cm
よって PH＝$\dfrac{1}{3}$BH＝$2\sqrt{3}$ cm

【問 95】

図 1 は 1 辺が 1 cm の立方体である。また，図 2 は図 1 の立方体の展開図である。

次の問1，問2に答えなさい。

（島根県 2009 年度）

図 1

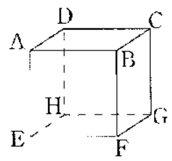
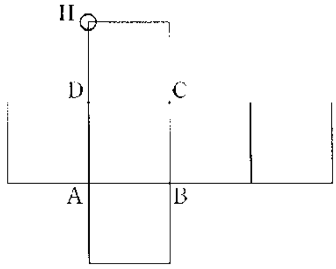


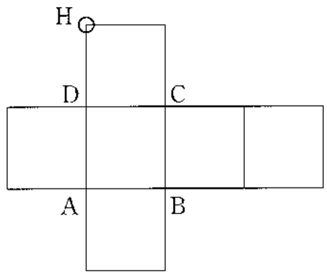
図 2



問1 図 1 の立方体において，辺 AB とねじれの位置にある辺を 1 つ答えなさい。

問2 図 2 の展開図をもとにして立方体をつくるとき，頂点 H と重なり合う点すべてに○をつけなさい。

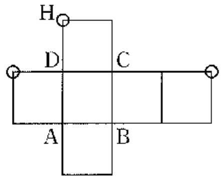
解答欄

問1	辺
問2	

解答

問1 CG

問2



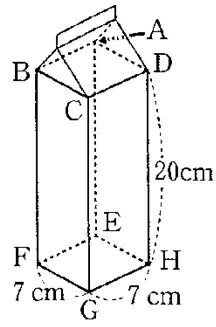
【問 96】

山口さんの学校の生徒会は，紙パックを集める活動に取り組んでいる。山口さんは，牛乳が入った紙パックの大きさを測ってみたところ，図 1 のように，点 A，B，C，D，E，F，G，H を頂点とする直方体の形をした部分は，FG＝GH＝7cm，DH＝20cm であった。

次の問1～問3に答えなさい。

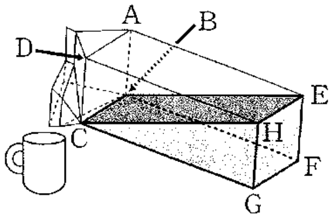
（山口県 2009 年度）

図 1



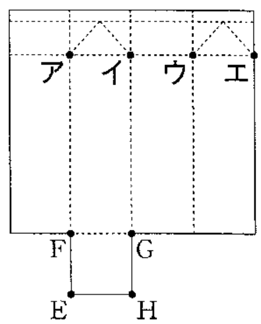
問1 図1の紙パックに入っている牛乳をコップに注ぎ，図 2 のように，液面が長方形 BCHE となった時点で注ぐのをやめた。このとき，紙パックの変形は考えないものとして，紙パックの中に残っている牛乳の体積を求めなさい。

図 2



問2 図 3 は，空になった図 1 の紙パックを切り開いたものである。図 3 のア～エの示す点は，図 1 の 4 つの頂点 A，B，C，D のいずれかである。点 A をア～エの中から 1 つ選び，記号で答えなさい。

図 3



解答欄

問1	cm^3
問2	

解答

問1　$490cm^3$

問2　エ

解説

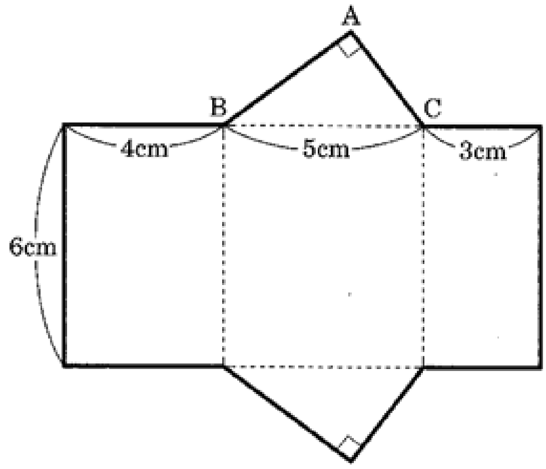
問1

求める体積は，直方体 ABCD－EFGH の体積の半分だから $\frac{1}{2}\times7\times7\times20=490\ cm^3$

【問 97】

展開図が図のようになる三角柱の 体積 を求めなさい。ただし，∠BAC＝90° とする。

（徳島県 2009 年度）



解答欄

cm^3

解答

36 cm^3

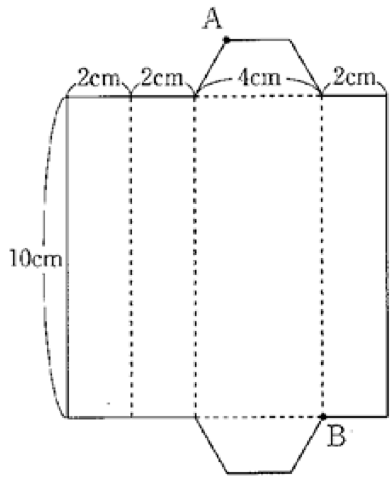
解説

三角柱の体積は底面積×高さ より $\frac{1}{2}\times3\times4\times6=36$ cm^3

【問 98】

図は，底面が台形である四角柱の展開図である。これを組み立ててできる四角柱の 2 つの頂点 A，B を結ぶ線分 AB の長さを求めよ。

（愛媛県　2009 年度）



解答欄

cm

解答
$4\sqrt{7}$ cm
解説
頂点 A を含む底面の台形を ACDE (AC＝AE＝ED＝2 cm，CD＝4 cm とおく。
A から CD に垂線 AH をひくと CH＝(4－2)÷2＝1 cm
△ACH において三平方の定理より
AH＝$\sqrt{2^2-1^2}$ ＝$\sqrt{3}$ cm
四角柱を組み立てたときに頂点 A，B を結ぶ線分 AB は
縦 4－1＝3 cm，横 10 cm，高さ$\sqrt{3}$ cm の直方体の対角線の長さと等しくなるので
三平方の定理を利用して
AB＝$\sqrt{3^2+10^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}$
＝$4\sqrt{7}$ cm

【問 99】

図 1 のような，正四角柱がある。この正四角柱の側面の展開図は，図 2 のような縦 8cm，横 16cm の長方形であった。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県 2009 年度）

問1．図 1 の正四角柱の体積を求めなさい。

図 1

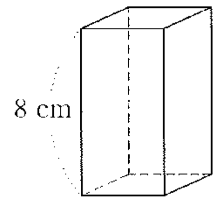
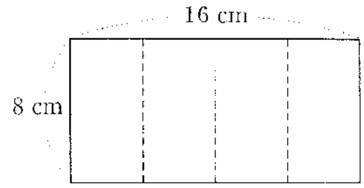


図 2



問2 次に，図 2 の長方形を図 3 のように 2 つの長方形 A，B に分け，長方形 A の横を x cm ($0<x<8$) とする。図 4 は，A が側面の展開図となる正四角柱であり，高さは x cm である。また，図 5 は，B が側面の展開図となる正四角柱であり，高さは 8 cm である。図 4 の正四角柱の体積を V cm^3，図 5 の正四角柱の体積を V′ cm^3 とする。

図 3

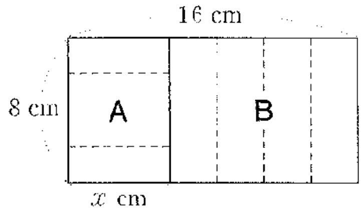


図 4

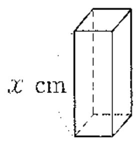
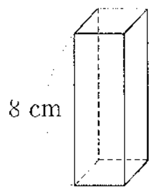


図 5



(1) V ： V′ ＝2:9 となるときの，x の値の求め方について，次の $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イ}}$ には式を，$\boxed{\text{ウ}}$ ，$\boxed{\text{エ}}$ には数を入れて，文を完成しなさい。

まず，V を x の式で表すと V＝ $\boxed{\text{ア}}$ という一次式で表され V′ を x の式で表すと V′ ＝ $\boxed{\text{イ}}$ という二次式で表される。

次に，V: V′ ＝2:9 という条件を利用して，x についての方程式をつくると，x^2- $\boxed{\text{ウ}}$ $x+$ $\boxed{\text{エ}}$ ＝0 という二次方程式が得られ，この二次方程式を解くことによって x の値が求められる。

(2) V: V′ ＝2:9 となるとき図 4 と図 5 の 2 つの正四角柱の体積の和を求めなさい。

解答欄

問1	cm^3		
問2	(1)	ア	
		イ	
		ウ	
		エ	
	(2)	cm^3	

解答
問1
128 cm^3
問2
(1)
ア　$4x$
イ　$\frac{1}{2}x^2-16x+128$
ウ　68
エ　256
(2)　88 cm^3
解説
問2
(2)
$x^2-68x+256=0$
$(x-4)(x-64)=0$
$0<x<16$ だから
$x=4$
よって $\mathrm{V}+\mathrm{V}'=4\times4+\left(\frac{16-4}{4}\right)^2\times8=16+72=88$ cm^3

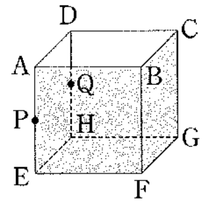
【問 100】

図 1 は，1 辺の長さが 6cm の立方体の容器 ABCD－EFGH に水をいっぱいに入れたものであり，点 P は辺 AE の中点，点 Q は辺 DH の中点である。図 2 のように，図 1 の容器を静かに傾けて，水面が四角形 PBCQ になるまで水をこぼした。また，図 3 は図 1 の容器の展開図であり，図中の・は各辺の中点である。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。ただし，容器の厚さは考えないものとする。

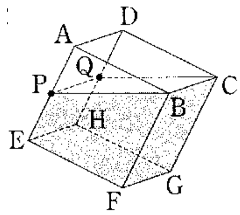
（鹿児島県 2009 年度）

図 1



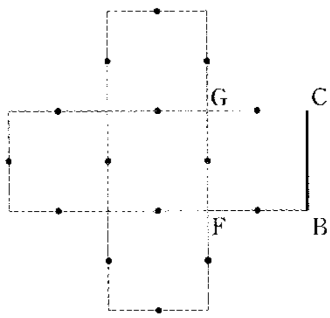
(1) 容器に残った水の体積は何 cm^3 か。

図 2

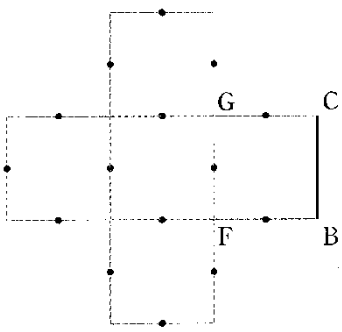


(2) 四角形 PBCQ の 4 辺のうち，辺 BC 以外の 3 辺を図 3 に実線で示せ。ただし，各点の記号 P，B，C，Q は書かなくてもよい。

図 3



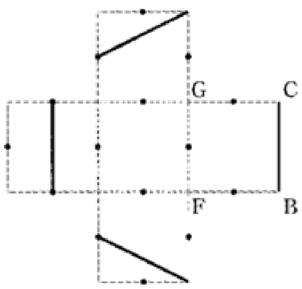
解答欄

(1)	cm^3
(2)	

解答

(1)　162 cm^3

(2)



解説

(1)

求める体積は立方体 ABCD－EFGH の体積から

三角柱 ABP－DCQ の体積をひいたものだから

$6^3-\frac{1}{2}\times6\times3\times6=216-54=162$ cm^3

【2010年度出題】

【問 101】

下の図1は，1 辺の長さが 2 cm の正八面体です。また，図2は，図1の正八面体の展開図を破線 (----) で示したものに，図1の辺 AB を実線 (——) でかき入れたものです。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（岩手県　2010 年度）

図1

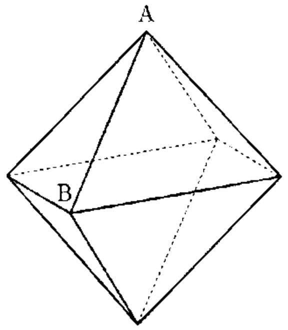
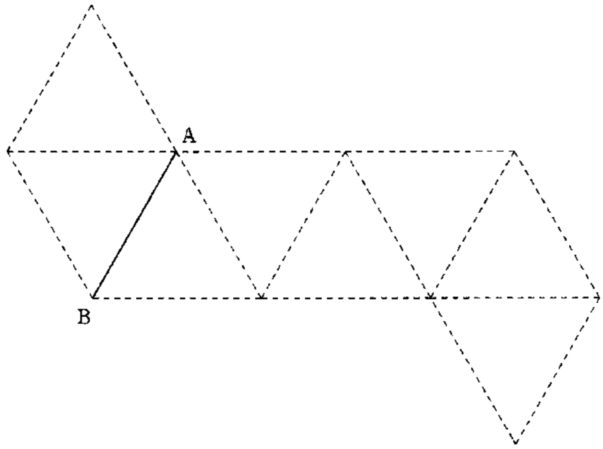
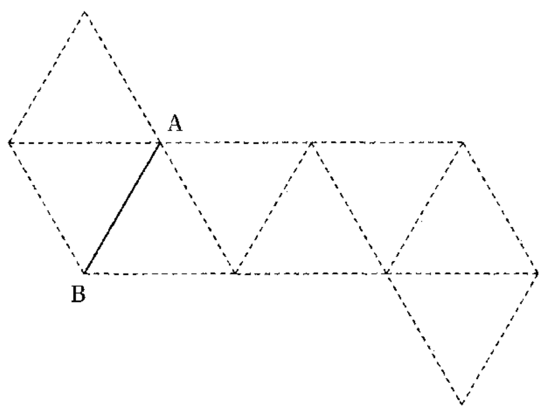


図2

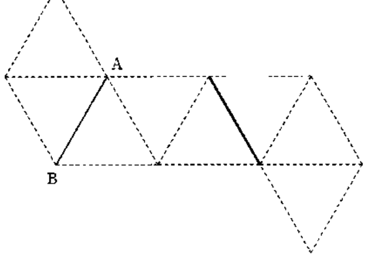


問い　図1で AB と平行な辺は，図2ではどの線分になりますか。図2に実線でかき入れなさい。

解答欄



解答



【問 102】

底面の半径がそれぞれ 2 cm, 3 cm の 2 つの円すい A, B があり, 図1は円すい A, B の展開図である。円すい A, B の展開図におけるおうぎ形の部分を合わせるとすき間や重なりがなく, ちょうど円になり, 図2のようになった。このとき, あとの問いに答えなさい。ただし, 円周率はπとする。

（山形県　2010 年度）

図1

円すいAの展開図　　円すいBの展開図

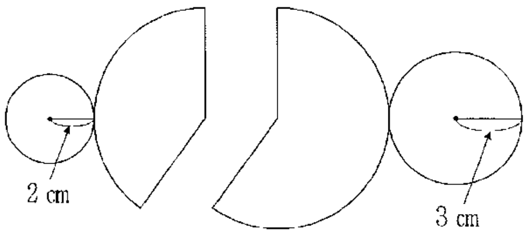
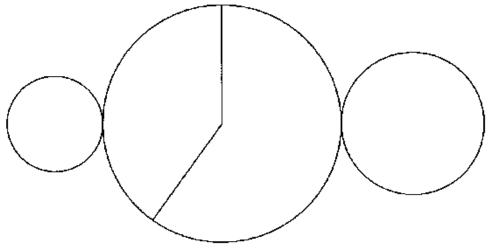


図2



(1) 円すい A の展開図におけるおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。

(2) 円すい B の体積を求めなさい。

解答欄

(1)	°
(2)	cm^3

解答

(1) 144°

(2) $12\pi\ cm^3$

解説

(1)

円すい A の弧の長さは底面の円周の長さと等しいので $2\pi\times2=4\pi$ cm

同様に円すい B の弧の長さは, $2\pi\times3=6\pi$ cm

2 つの側面のおうぎ形を合わせてできる円の周の長さは $4\pi+6\pi=10\pi$ cm

円すい A のおうぎ形の中心角は $360^\circ\times\dfrac{4\pi}{10\pi}=144^\circ$

(2)

おうぎ形の半径を r cm とすると $2\pi r=10\pi$　$r=5$ cm

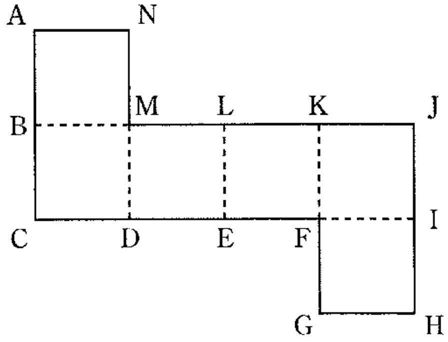
円すい B の高さは $\sqrt{5^2-3^2}=4$ cm

よって求める体積は $\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=12\pi\ cm^3$

【問 103】

図は，立方体の展開図である。この展開図を組み立ててできる立方体について，点 A と重なる点を答えなさい。

（栃木県　2010 年度）



解答欄

点

解答
点 K

【問 104】

正八面体があります。この正八面体の 6 つの頂点のうちの 1 つを選び, その頂点に集まった 4 つの面に, アルファベットの A のマーク (A) を 1 つずつ, 右の図1のようにかき入れました。この正八面体の展開図をかきます。図2の展開図に残りの 3 つの A のマークを正しい向きでかき入れなさい。

（埼玉県 2010 年度 前期）

図1

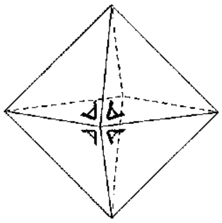
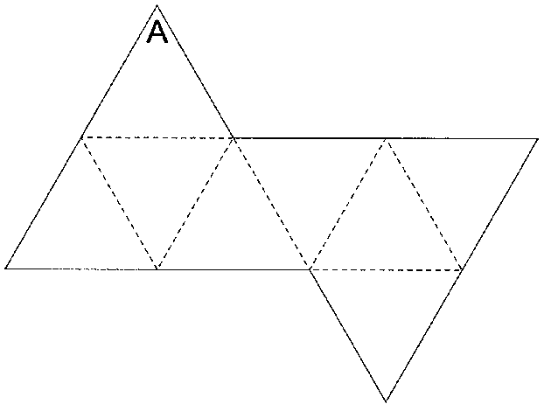
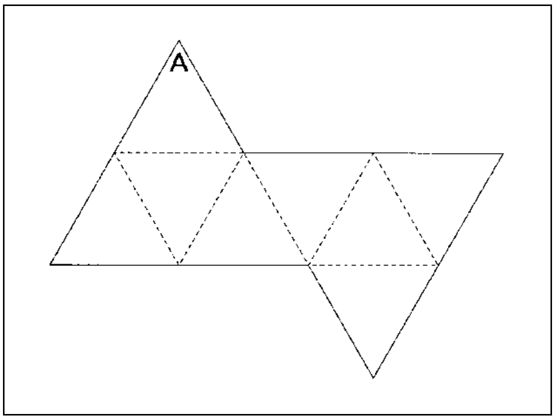


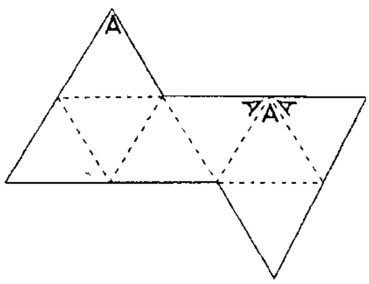
図2



解答欄



解答



【問 105】

図1のような，直径 12 cm の半円の形の紙があります。この紙を，重ならないように折り曲げて図2のような底面のない円錐をつくります。別の紙で，この円錐の底面をつくります。この底面の面積を求めなさい。ただし，円周率は π とします。

（埼玉県 2010 年度 前期）

図1

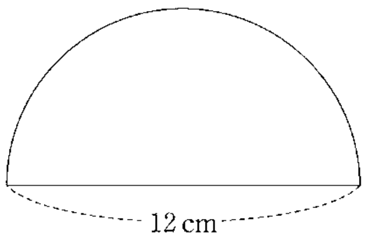
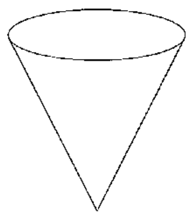


図2



解答欄

cm^2

解答

$9\pi\ \mathrm{cm}^2$

解説

円錐の底面の半径を r cm とする。

半円の弧の長さと底面の円周の長さは等しいので $\dfrac{12\pi}{2}=2\pi r\quad r=3$ cm

よって底面の円の面積は $\pi\times3^2=9\pi\ \mathrm{cm}^2$

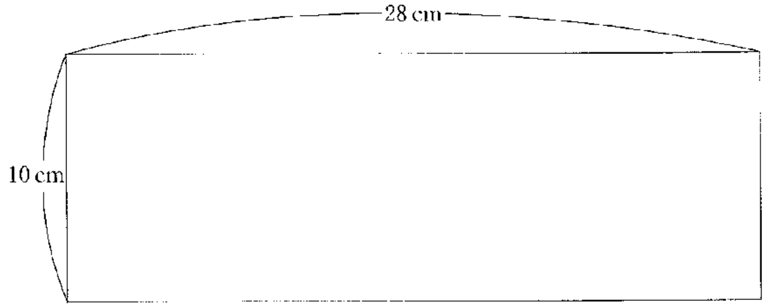
【問 106】

図1は，縦 10 cm，横 28 cm の長方形の紙を表している。この紙を 3 枚の長方形に切り分け，そのうちの 2 枚を底面に，残りの 1 枚を折り曲げて側面全体にして四角柱を組み立てる。ただし，紙の厚さや，のりしろは考えないものとする。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（千葉県 2010 年度）

図1



問1 図1の紙を，図2のように，(ア)，(イ)，(ウ) の長方形に切り分け，図3のように組み立てる。このときできる四角柱の体積を求めなさい。

図2

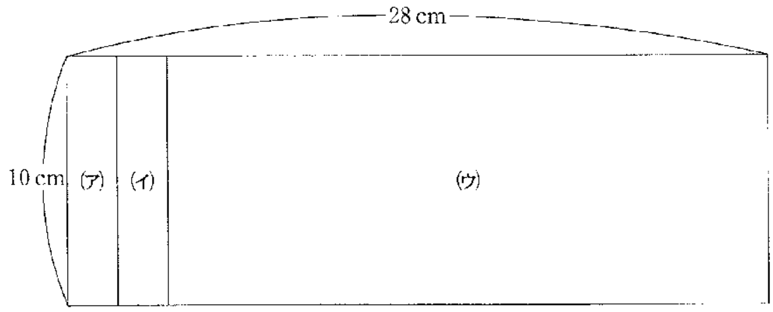
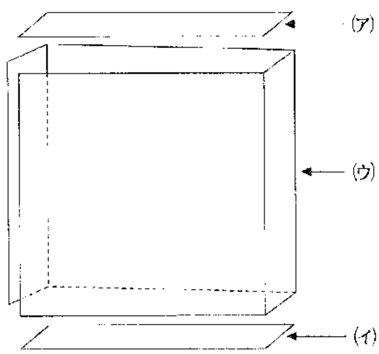
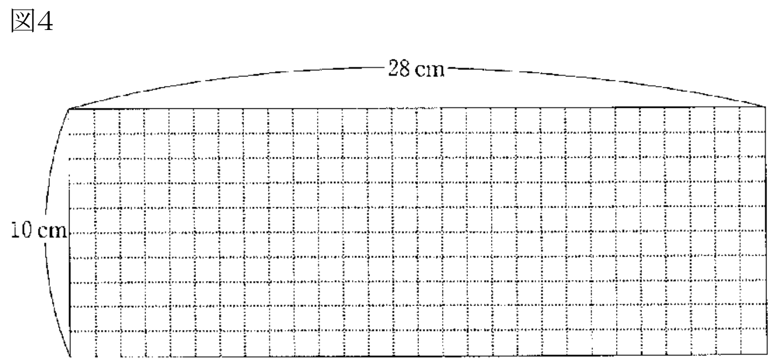


図3

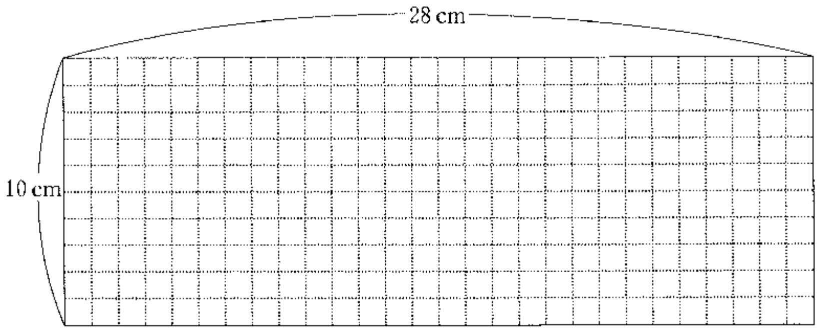


問2 図1の紙を，図2と違う切り分け方をして組み立てたところ，問1とは体積が異なる四角柱ができた。このとき，3 枚の長方形に切り分けた線を図4にひきなさい。ただし，図4の点線は，縦，横ともに 1 cm 間隔でひかれているものとする。

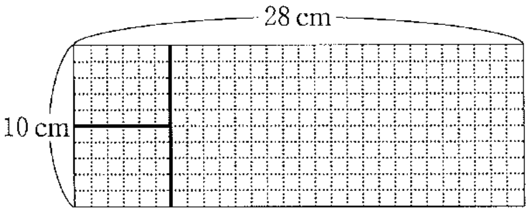
図4



解答欄

問1	cm^3
問2	

解答
問1 200 cm^3
問2

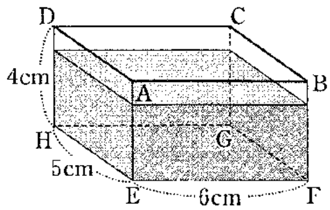


解説
問1
(ア) と (イ) の長方形の横の長さを x cm とすると
(ウ) の長方形の横の長さは $28-2x$ cm と表せる。
四角柱に組み立てたとき長方形 (ア) の周の長さは長方形 (ウ) の横の長さと一致するから
$2x+20=28-2x$
$4x=8$
$x=2$
したがって求める体積は
$2\times10\times10=200$ cm^3
問2
2 つの底面は合同なので縦は $10\div2=5$ cm
底面の横の長さを x cm とすると
$10+2x=28-x$
$3x=18$
$x=6$ cm

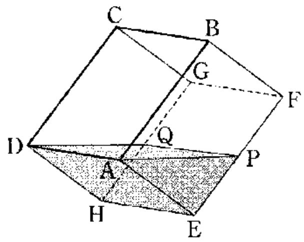
【問 107】

図のように，EF＝6 cm，EH＝5 cm，DH＝4 cm の直方体 ABCD－EFGH の容器に水が入っている。この容器を静かに傾けて，水を流し出すとき，次の問いに答えなさい。ただし，容器の厚さは考えないものとする。

（富山県　2010 年度）



辺 EF，HG の中点をそれぞれ P，Q とする。右の図のように，辺 EH を水平な台につけ，水を流し出したところ，水面が四角形 APQD となった。このとき，四角形 APQD はどのような四角形になるか，次のア～エから最も適切なものを選び，記号で答えなさい。



ア　正方形

イ　長方形

ウ　ひし形

エ　平行四辺形

解答欄

解答
ア

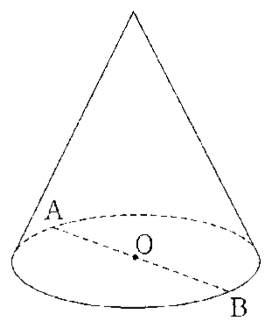
【問 108】

図1は，底面の円の半径が 3 cm，母線の長さが 6 cm の円錐で，点 O は底面の円の中心，線分 AB は底面の円の直径である。

このとき，次の問いに答えなさい。

（山梨県　2010 年度）

図



問い　図1の円錐の側面の展開図はおうぎ形になる。このおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。

解答欄

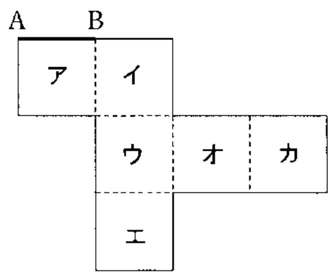
°

解答
180°

【問 109】

図は，立方体の展開図で，辺 AB は面アの 1 辺である。この展開図をもとにして立方体をつくるとき，辺 AB に平行な面をア～カからすべて選び，記号を書きなさい。

（長野県　2010 年度）



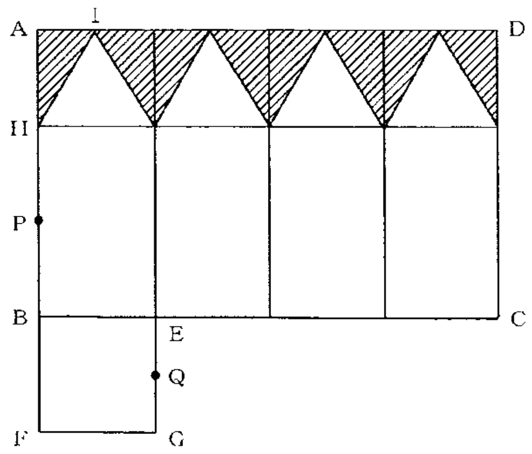
解答欄

解答
ウ，オ

【問 110】

図で, 四角形 ABCD は長方形, E は辺 BC 上の点で, BE＝$\frac{1}{4}$BC, 四角形 BFGE は正方形である。また H, I はそれぞれ辺 AB, AD 上の点で, AH＝$\frac{1}{3}$AB, AI＝$\frac{1}{8}$AD である。

この図から△AHI と合同な 8 つの三角形 (図の▨部分) を切り取って, 底面が正方形で, 底面に隣り合う面が 4 つの長方形, 残りの面が 4 つの二等辺三角形である九面体の展開図をつくる。AB＝15 cm, BC＝24 cm のとき, 次の(1), (2)の問いに答えなさい。答えは根号をつけたままでよい。



(愛知県 2010 年度 B)

(1) 線分 HB, EG の中点をそれぞれ P, Q とする。この展開図を組み立てて九面体をつくったとき, 線分 PQ の長さは何 cm か, 求めなさい。

(2) この展開図を組み立ててできる九面体の体積は何 cm^3 か, 求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^3

解答

(1)　$\sqrt{70}$ cm

(2)　408 cm^3

解説

(1)

PQ は直角三角形 PBQ の斜辺になる。

また BQ は直角三角形 BEQ の斜辺である。

BE＝$\dfrac{24}{4}$＝6 cm

EQ＝$\dfrac{6}{2}$＝3 cm より

三平方の定理を利用して

BQ＝$\sqrt{6^2+3^2}$＝$3\sqrt{5}$ cm

PB＝$\dfrac{15}{3}$＝5 cm より

PQ＝$\sqrt{5^2+(3\sqrt{5})^2}$＝$\sqrt{70}$ cm

(2)

九面体は正四角柱と正四角錐でできている。

正四角錐の底面の正方形の 1 辺は 6 cm より

対角線は $6\sqrt{2}$ cm

側面の二等辺三角形の等しい辺の長さは

$\sqrt{5^2+3^2}$＝$\sqrt{34}$ cm

高さは $\sqrt{(\sqrt{34})^2-\left(\dfrac{6\sqrt{2}}{2}\right)^2}$＝4 cm

よって求める体積は $6\times6\times10+\dfrac{1}{3}\times6\times6\times4=360+48=408$ cm^3

【問 111】

図1のように，1 辺の長さが 4 cm の，透明なガラス板をはり合わせて組み立てられた正四面体 OABC において，辺 AB，辺 OB，辺 OC，辺 AC の中点をそれぞれ P，Q，R，S とする。

このとき，次の各問いに答えなさい。ただし，ガラス板の厚みは考えないものとする。

（鳥取県　2010 年度）

図1

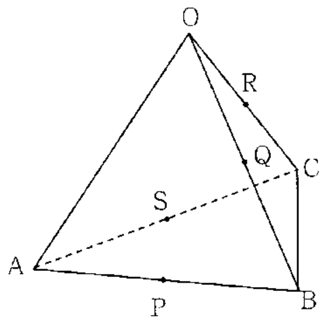


図2

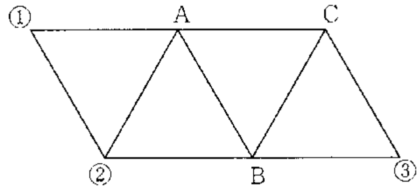
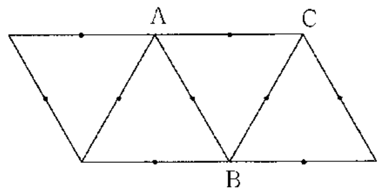


図3



問1　OP の長さを求めなさい。

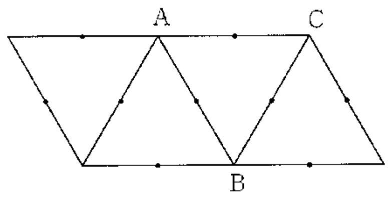
問2　△OPC の面積を求めなさい。

問3　四面体 OPCA の体積を求めなさい。

問4　図1の正四面体 OABC を図2のように展開するとき，頂点 O と一致する点を①，②，③からすべて選び，番号で答えなさい。

問5　図1の正四面体 OABC 上に，点 P と点 Q，点 Q と点 R，点 R と点 S，点 S と点 P を結ぶ線分をそれぞれ油性マーカーでかいた後に，図3のように展開するとき，油性マーカーでかかれた線分の見え方を，定規を用いて解答用紙の図の中にかきなさい。なお，図3および解答欄の〔図〕の・は図1の正四面体のそれぞれの辺の中点を表すものとする。

解答欄

問1	cm
問2	cm^2
問3	cm^3
問4	
問5	

解答

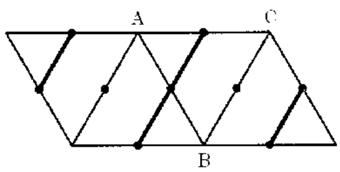
問1　$2\sqrt{3}$ cm

問2　$4\sqrt{2}$ cm^2

問3　$\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$ cm^3

問4　②, ③

問5



解説

問2

△OPC は OP＝CP＝$2\sqrt{3}$ cm の二等辺三角形なので PR⊥OC

よって PR＝$\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ cm

△OPC＝$\dfrac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$ cm^2

問3

△OPC⊥△ABC だから O から△ABC に垂線 OH をひくと H は CP 上にある。

△OPC＝$4\sqrt{2}$ cm^2 より

$\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times \mathrm{OH}=4\sqrt{2}$

OH＝$\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$ cm

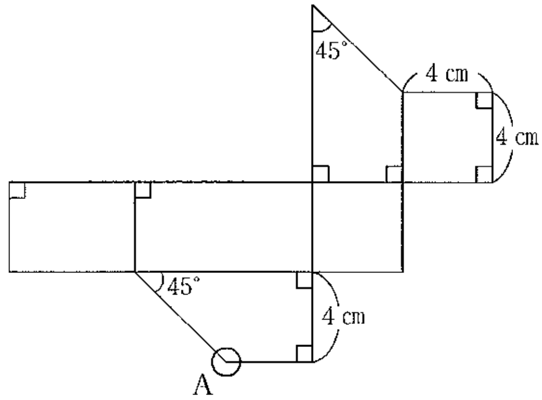
よって四面体 OPCA の体積は

$\dfrac{1}{3}\times \triangle\mathrm{APC}\times \mathrm{OH}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}\times\dfrac{4\sqrt{6}}{3}=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$ cm^3

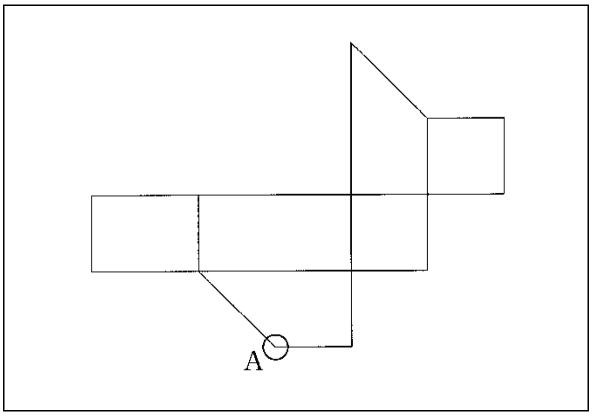
【問 112】

図は，ある立体の展開図である。この展開図をもとにして立体をつくるとき，頂点 A と重なり合う点すべてに○をつけなさい。

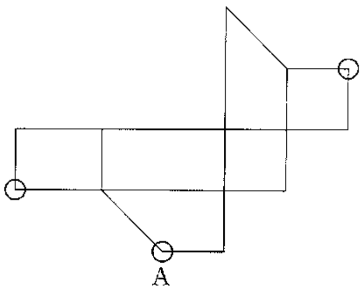
（島根県　2010 年度）



解答欄



解答



【問 113】

五面体, 五角柱, 五角すい, 立方体の 4 種類の立体は, それぞれいくつかの平面で囲まれてできたものである。この 4 種類の立体のうち, 面の数が最も多いものを, 次のア～エから1つ選び, その記号を書け。

（高知県 2010 年度 前期）

ア 五面体

イ 五角柱

ウ 五角すい

エ 立方体

解答欄

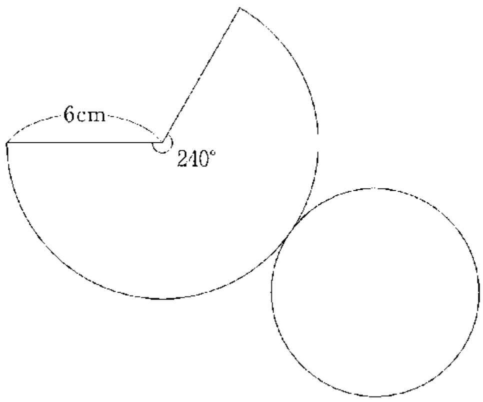
解答
イ

【問 114】

図のような円すいの展開図がある。側面の展開図は, 半径が 6 cm, 中心角が 240° のおうぎ形である。

このとき, 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

（佐賀県 2010 年度 後期）



(1) 底面の半径を求めなさい。

(2) 円すいの体積を求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^3

解答
(1) 4 cm
(2) $\dfrac{32\sqrt{5}}{3}\pi$ cm^3

【問 115】

図のように，頂点が O で，底面の半径が 2 cm の円すいがある。また，底面の周上に直径 AB となるような 2 点 A，B をとる。図1はこの円すいの展開図で，おうぎ形の中心角は 120° である。このとき，次の各問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。

（沖縄県　2010 年度）

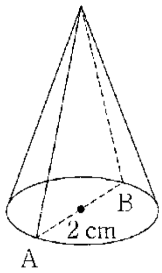
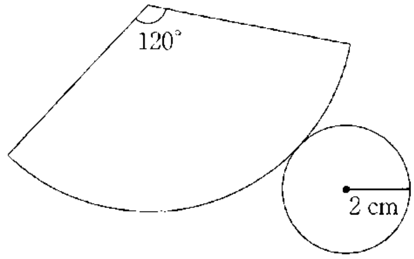


図1



問1　図1のおうぎ形の弧の長さを求めなさい。

問2　母線 OA の長さを求めなさい。

問3　母線 OA の中点を P とする。また，図2，図3のように円すいの側面上で点 P，B を結び，その最小の長さを PB の長さとする。

(1) PB の長さを求めなさい。

(2) 円すいの側面上を点 P から B を通って点 P に戻ってきたとき，その線を境界として側面を 2 つに分ける。このとき，分けられた側面のうち点 A を含む部分の面積を求めなさい。

図2

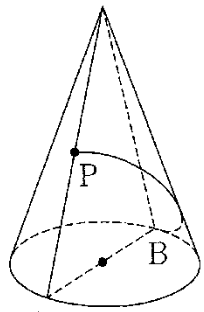
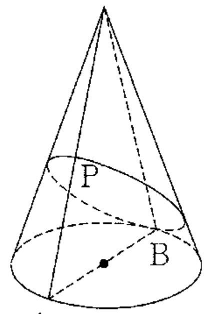


図3



解答欄

問1		cm
問2		cm
問3	(1)	cm
	(2)	cm^2

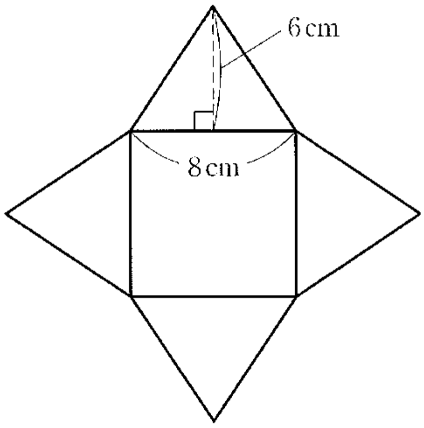
解答
問1　4π　cm
問2　6 cm
問3
(1)　$3\sqrt{3}$ cm
(2)　$12\pi - 9\sqrt{3}$ cm^2
解説
問1
おうぎ形の弧の長さは底面の円周と等しいので $2\pi \times 2 = 4\pi$　cm
問2
OA＝r cm とするとおうぎ形の弧の長さが 4π cm より
$2\pi r \times \dfrac{120}{360} = 4\pi$
$r = 6$ cm
問3
(1)
側面のおうぎ形において AB を結ぶと OA＝OB，$\angle AOB = 120^\circ \div 2 = 60^\circ$ より△AOB は正三角形である。
BP が最小になるのは展開図において B から OA に垂線をひいたときである。
正三角形 AOB において
$\angle OPB = 90^\circ$ より
△BOP は OP：OB：BP＝1：2：$\sqrt{3}$ の直角三角形だから
$BP = \dfrac{\sqrt{3}}{2} OB = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ cm
(2)
求める面積は
側面のおうぎ形－2△OBP＝$\pi \times 6^2 \times \dfrac{120}{360} - 2 \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{6}{2} \times 3\sqrt{3} = 12\pi - 9\sqrt{3}$ cm^2

【2011年度出題】

【問 116】

図は，正四角すいの展開図である。この展開図を組み立ててできる正四角すいの体積を求めなさい。

（青森県 2011 年度 前期）



解答欄

cm^3

解答

$\dfrac{128\sqrt{5}}{3}\mathrm{cm}^3$

解説

正四角すいの高さは

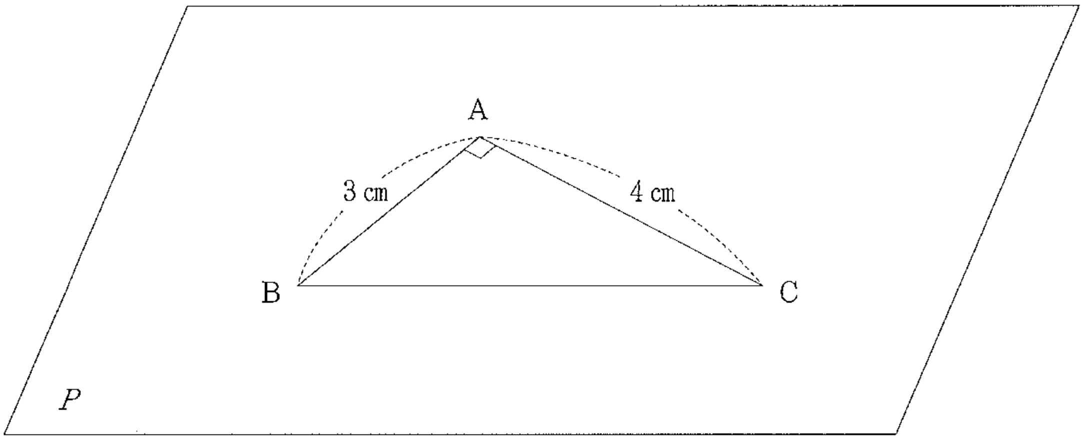
三平方の定理より $\sqrt{6^2-\left(\dfrac{8}{2}\right)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ cm

求める体積は $\dfrac{1}{3}\times 8^2\times 2\sqrt{5}=\dfrac{128\sqrt{5}}{3}\mathrm{cm}^3$

【問 117】

図のような，平面 P に含まれている，$\angle A=90^\circ$，AB＝3 cm，AC＝4 cm の直角三角形 ABC があります。この直角三角形 ABC を，平面 P に垂直な方向へ 3 cm だけ，回転させずに動かしてできる立体の体積を求めなさい。

（宮城県　2011 年度）



解答欄

cm^3

解答

$18cm^3$

解説

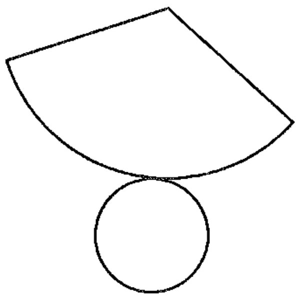
できる立体は底面が△ABC で高さが 3 cm の三角柱。

求める体積は $\frac{1}{2}\times3\times4\times3=18\ cm^3$

【問 118】

図は，円錐の展開図である。底面の半径は 3 cm，側面のおうぎ形の中心角は 120° である。この展開図を組み立てたときにできる円錐の高さを求めなさい。

（秋田県　2011 年度）



解答欄

cm

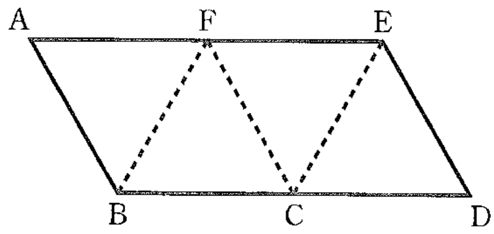
解答

$6\sqrt{2}$ cm

【問 119】

図は，正三角すいの展開図である。この展開図を組み立てて正三角すいをつくるとき，辺 AB とねじれの位置にある辺はどれか，答えなさい。

（新潟県　2011 年度）



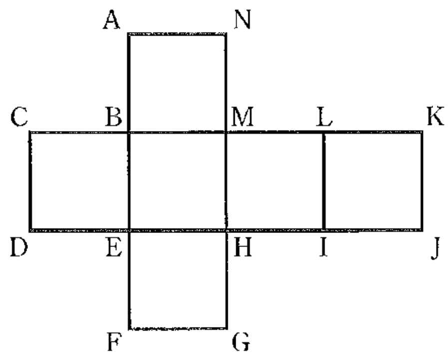
解答欄

解答
辺 CF

【問 120】

図は，立方体の展開図である。この展開図を組み立ててつくられる立方体について，頂点 A と重なる 2 つの頂点を求めなさい。

（岐阜県　2011 年度）



解答欄

解答
C，K

【問 121】

図1のように，点 P を頂点とし，点 O を底面の中心とする円錐がある。底面の周上に点 A があり，PA＝6 cm，OA＝1 cm である。また，図2はこの円錐の展開図であり，点 A′ は組み立てたときに点 A と重なる点である。

次の問1～問3に答えなさい。

（島根県　2011 年度）

図1

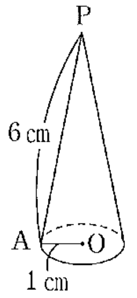
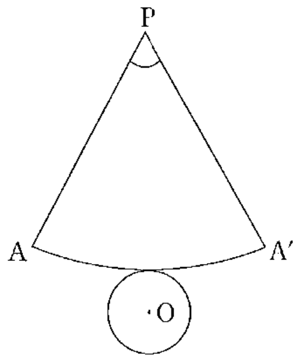


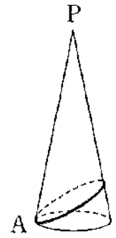
図2



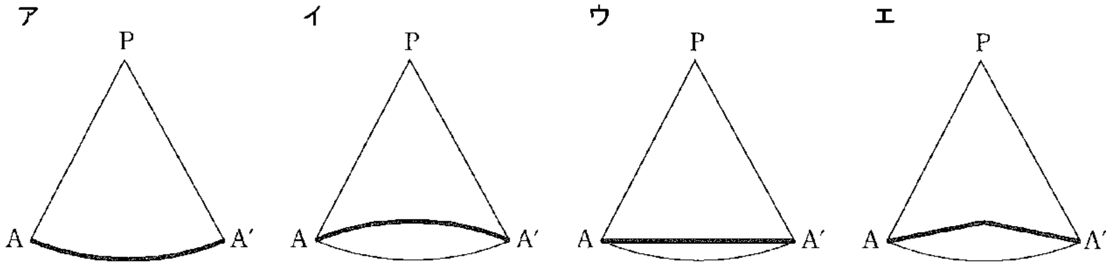
問1　図2のおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。

問2　図3のように，点 A から円錐の側面にそって，糸を 1 周巻きつけて点 A に戻す。糸の長さが最も短くなるとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

図3



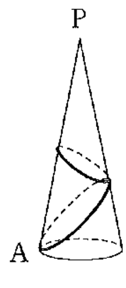
(1)　糸のようすを側面の展開図に太線で表すとどのようになるか，次のア～エから 1 つ選び，記号で答えなさい。



(2)　糸の長さは何 cm になるか，求めなさい。

問3　図4のように，点 A から円錐の側面にそって，糸を 2 周巻きつけて点 A に戻す。糸の長さが最も短くなるとき，その長さは何 cm になるか，求めなさい。

図4



解答欄

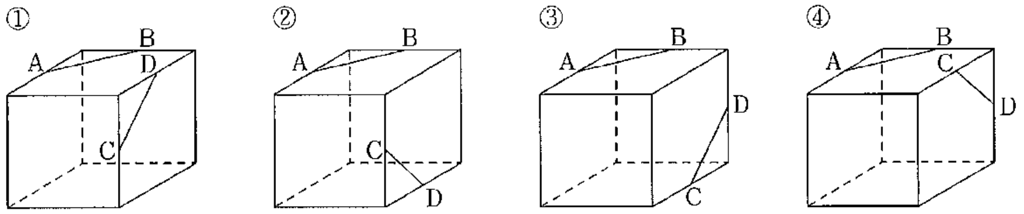
問1		°
問2	(1)	
	(2)	cm
問3		cm

解答
問1　60°
問2
(1)　ウ
(2)　6 cm
問3　$6\sqrt{3}$ cm
解説
問2
(2)
∠APA′＝60°より△PAA′は正三角形だから，AA′＝PA＝6 cm
問3
糸を2周巻きつけるとき最短となる糸の長さは
おうぎ形PAA′を2つ組み合わせた中心角120°，半径6 cmのおうぎ形の弧の両端を結んだ弦の長さになる。
この長さは$1:2:\sqrt{3}$の直角三角形の$\sqrt{3}$の比にあたる部分の2倍になるから
求める長さは$6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times2=6\sqrt{3}$ cm

【問 122】

下の①～④はそれぞれ，立方体の辺の中点のうち 4 点 A，B，C，D をとり，点 A と点 B，点 C と点 D をそれぞれ結んだ線分 AB，CD を図に表したものです。①～④の中で，線分 AB と線分 CD が同じ平面上にあるのはどれですか。その番号を書きなさい。

（広島県　2011 年度）



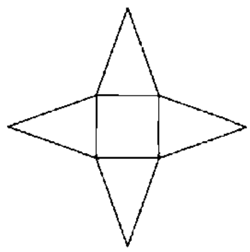
解答欄

解答
③

【問 123】

図のように，底面の正方形の 1 辺が 4 cm，側面の二等辺三角形の等しい辺がいずれも 6 cm の正四角すいの展開図がある。この正四角すいの体積を求めよ。

（高知県　2011 年度　前期）



解答欄

cm^3

解答
$\dfrac{32}{3}\sqrt{7}$　cm^3

解説
側面の二等辺三角形において，4 cm の辺を底辺としたときの高さは

$\sqrt{6^2-\left(\dfrac{4}{2}\right)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$　cm

三平方の定理より，正四角すいの高さは

$\sqrt{(4\sqrt{2})^2-\left(\dfrac{4}{2}\right)^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$　cm

よって，求める体積は

$\dfrac{1}{3}\times 4^2\times 2\sqrt{7}=\dfrac{32\sqrt{7}}{3}$　cm^3

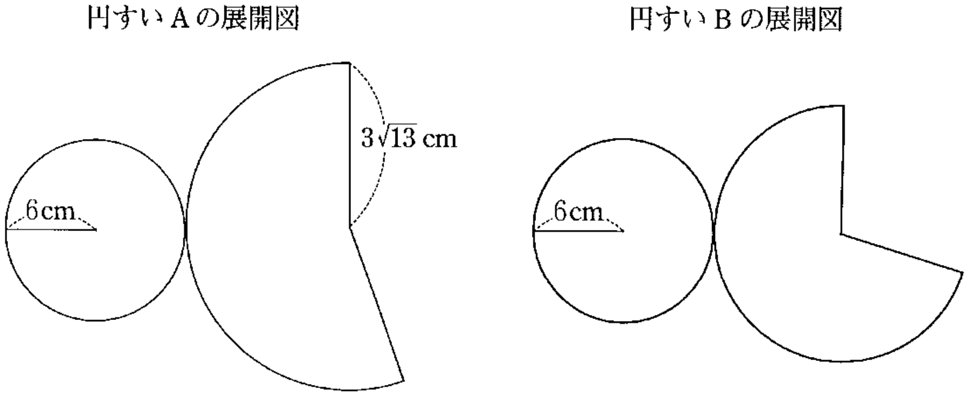
【問 124】

展開図が下の図1で表される 2 つの円すい A, B がある。円すい A は底面の半径が 6 cm で，側面になるおうぎ形の半径が $3\sqrt{13}$ cm である。円すい B は底面の半径が 6 cm で，高さが円すい A の高さの $\dfrac{2}{3}$ 倍である。

次の問1，問2に答えなさい。

（大分県　2011 年度）

図1



問1　円すい A の高さを求めなさい。

問2　図2のように，円すい A，B それぞれの上部を，切り口が底面と平行となるように切り取る。このとき，それぞれの切り口が同じ半径の円となるようにする。次に，図3のように 2 つの立体を切り口で接着させると，高さ 10 cm の立体ができた。

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

図2

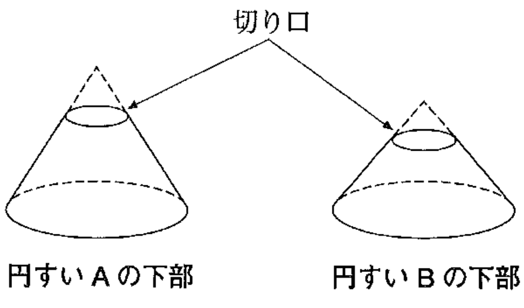
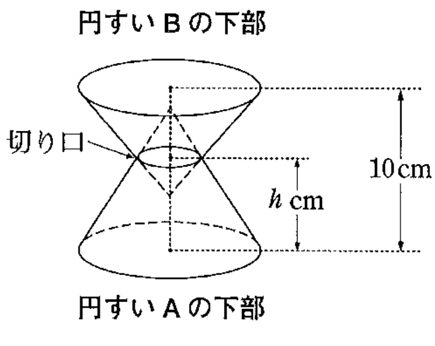


図3



(1) 図3において，円すいAの下部の底面から切り口までの高さを h cm として，h の値を求めなさい。

(2) 図3の立体の体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

解答欄

問1		cm
問2	(1)	cm
	(2)	cm^3

解答
問1　9cm
問2
(1)　6 cm
(2)　$\frac{520}{3}\pi$　cm^3
解説
問2
(1)
円すい B の高さは円すい A の高さの $\frac{2}{3}$ より $9\times\frac{2}{3}=6$ cm
切り口の半径を r cm とする。
円すい A の切り取った部分の円すいの高さは $9-h$ cm と表せるので
平行線と線分の比の関係から
$(9-h):9=r:6$…①
円すい B の切り取った部分の円すいの高さは $6-(10-h)=h-4$ cm
よって$(h-4):6=r:6$…②
①，②より
$(9-h):9=(h-4):6$
$9(h-4)=6(9-h)$
$9h-36=54-6h$
$9h+6h=54+36$
$15h=90$
$h=6$
(2)
$r:6=(9-6):9=3:9=1:3$
$3r=6$
$r=2$
よって求める体積は
$\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times9-\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times(9-6)+\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times6-\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times(6-4)$
$=108\pi-4\pi+72\pi-\frac{8}{3}\pi$
$=\frac{520}{3}\pi$　cm^3

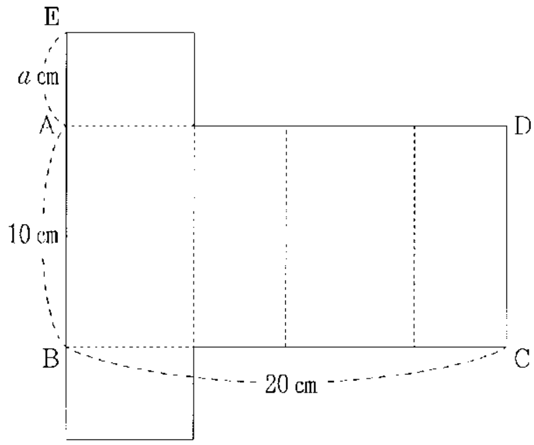
【2012年度出題】

【問 125】

図の直方体の展開図において，四角形 ABCD は，AB＝10 cm，BC＝20 cm の長方形です。

AE＝a cm とするとき，この展開図を組み立ててつくった直方体の体積を，a を使って表しなさい。

（宮城県　2012年度）



解答欄

cm^3

解答

$100a-10a^2$ cm^3

解説

直方体の底面の長方形の 2 辺は

a cm，$\dfrac{20}{2}-a=10-a$ cm と表せる。

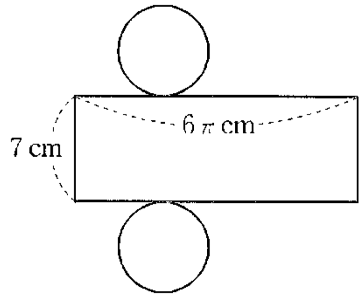
よってこの体積は

$a\times(10-a)\times10=100a-10a^2$ cm^3

【問 126】

右の図は，円柱の展開図である。この円柱の体積を求めなさい。

（福島県　2012年度）



解答欄

cm^3

解答
$63\pi\ \text{cm}^3$
解説
円柱の底面の半径を r cm とすると
$2\pi r = 6\pi$
$r = 3$ cm
よって円柱の体積は
$\pi \times 3^2 \times 7 = 63\pi\ \text{cm}^3$

【問 127】

図1の長方形 ABCD は，AB＝8 cm，AD＝16 cm であり，辺 AD の中点を E とする。また，辺 BC 上に，2 点 F，G を BF＝CG＝4 cm となるようにとる。

図1の長方形を，線分 AF，FE，EG，GD を折り目として図2のように折り，図3の四面体 HEFG をつくった。辺 FG の中点を M とするとき，後の問いに答えなさい。

（群馬県 2012 年度）

図1

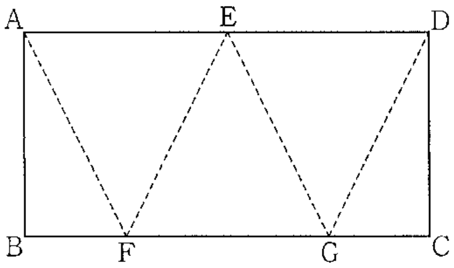


図2

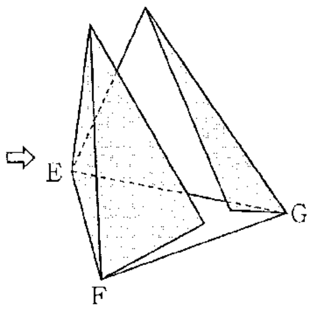


図3

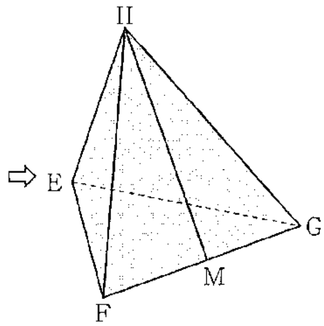


図3の点 H で重なるのは，図1のどの点か，すべて書きなさい。

解答欄

解答
点 A，D

【問 128】

右の図1に示した立体ABC－DEFは，AB＝BC＝CA＝AD＝6 cm，∠CAD＝∠BAD＝90°の正三角柱である。辺AB上にある点をPとする。点Pを通り辺ADに平行な直線を引き，辺DEとの交点をQとする。頂点Cと点P，頂点Fと点Qをそれぞれ結ぶ。

次の問いに答えよ。

（東京都　2012年度）

右の図2は，図1の正三角柱の展開図の1つに，頂点A，B，D，Eと点Pを示したものである。解答欄に示した展開図をもとにして，線分CP，PQ，QFを定規を用いて書け。ただし，点Qの位置を示す文字Qも書き入れること。

図1

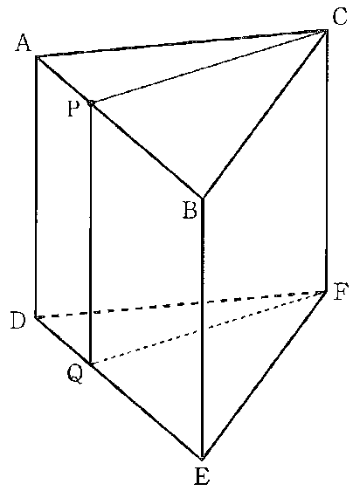
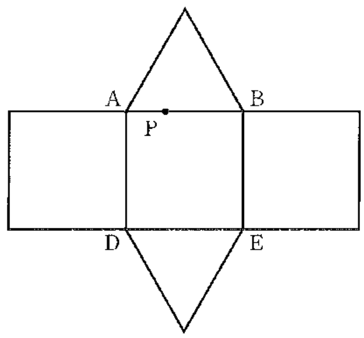
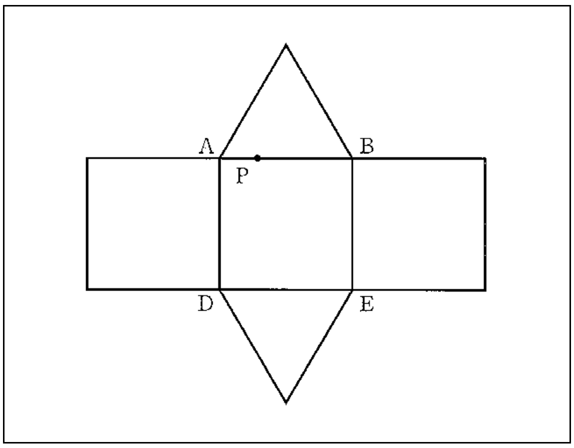


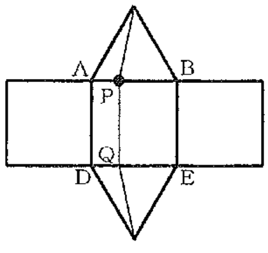
図2



解答欄



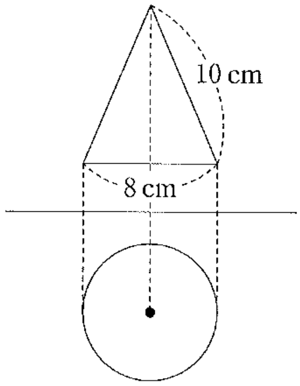
解答



【問 129】

　右の図は，円すいの投影図である。この円すいの表面積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

（富山県　2012 年度）



解答欄

cm^2

解答
56π　cm^2
解説
底面の円の半径は$\frac{8}{2}=4$ cm より
底面積は $4^2\pi=16\pi$　cm^2
側面積は$\pi\times10^2\times\frac{2\pi\times4}{2\pi\times10}=40\pi$　cm^2
よって表面積は $16\pi+40\pi=56\pi$　cm^2

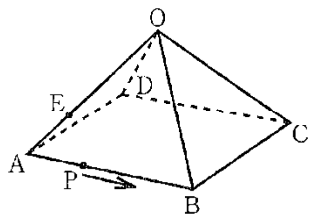
【問 130】

図6の立体は，点 O を頂点とする四角すいである。この四角すいにおいて，底面の四角形 ABCD は 1 辺の長さが 6 cm の正方形で，4 つの側面はすべて正三角形である。この立体において，点 E は辺 OA 上にあり，OE＝4 cm である。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（静岡県　2012年度）

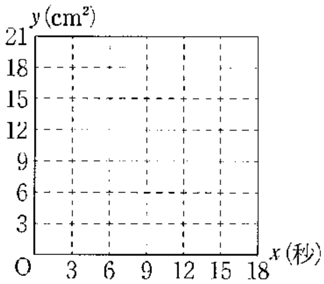
図6



問1 点 P は，点 A を出発し，毎秒 1 cm の速さで底面の正方形 ABCD の辺上を，点 B，C を通って点 D まで移動する。

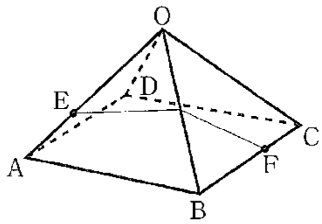
(1) 点 P が点 A を出発してから 2 秒後のとき，△EAP の面積は，△OAB の面積の何倍であるか，答えなさい。

図7



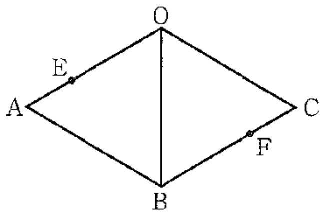
(2) 点Pが点Aを出発してからx秒後の△PDAの面積をy cm^{2}とする。このとき，xとyの関係を表すグラフを，図7にかきなさい。ただし，xの変域を$0 \leqq x \leqq 18$とする。

図8

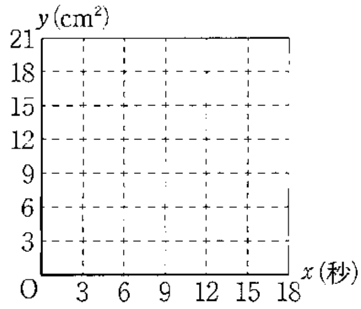
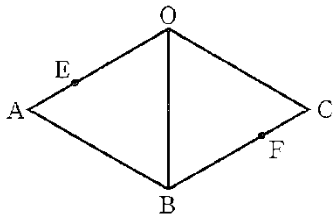


問2 この立体において，BF＝4 cm となる辺 BC 上の点を F とする。図8のように，点 E から辺 OB 上を通って点 F まで，立体の側面に糸をかける。図9は，図8の立体の展開図の一部を示したものである。かける糸の長さがもっとも短くなるときの糸のようすを，図9に線でかきなさい。また，そのときの糸の長さを求めなさい。

図9



解答欄

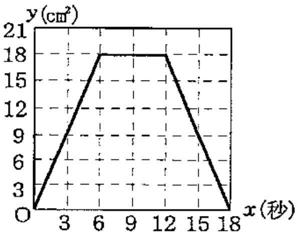
<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>(1)</td><td>倍</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td colspan="2">糸の長さ cm</td></tr>
</table>

解答

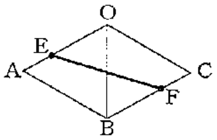
問1

(1) $\dfrac{1}{9}$倍

(2)



問2



糸の長さ $2\sqrt{13}$ cm

解説

問1

(1)

点PがAを出発してから2秒後のときAP＝2 cm

このとき△EAPは1辺が2 cmの正三角形になる。

よって△EAP∽△OAB

EA : OA＝2 : 6＝1 : 3より

△EAP : △OAB＝$1^2 : 3^2$＝1 : 9

これより△EAP＝$\dfrac{1}{9}$△OAB

問2

糸の長さがもっとも短くなるのは展開図において E と F が直線で結ばれるとき。

BA の延長線と FE の延長線の交点を P とし F から AB の延長線に垂線をひき交点を H とする。

△PBF において

AE // BF より

平行線と線分の比の定理から

PA : PB＝PE : PF＝AE : BF＝2 : 4＝1 : 2

よって PA＝AB＝6 cm

PE＝EF

ここで△FBH は∠FBH＝60° の直角三角形より

BH＝$\dfrac{1}{2}$FB＝$\dfrac{1}{2}\times 4$＝2 cm

FH＝$\sqrt{3}$ BH＝$2\sqrt{3}$ cm

△FPH において

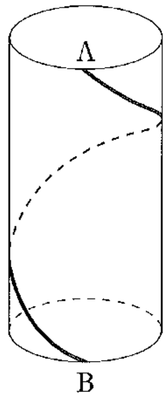
三平方の定理より PF＝$\sqrt{(6+6+2)^2+(2\sqrt{3})^2}=4\sqrt{13}$ cm

よって EF＝$\dfrac{1}{2}$PF＝$\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{13}=2\sqrt{13}$ cm

【問 131】

右の図のように，底面のない円柱の形をしたトイレットペーパーの芯がある。この芯を，点 A から点 B まで，側面上を 1 周する最短の線にそって切る。これを平面上に開くと，どんな図形になるか，その図形の名前をかきなさい。

（和歌山県　2012年度）



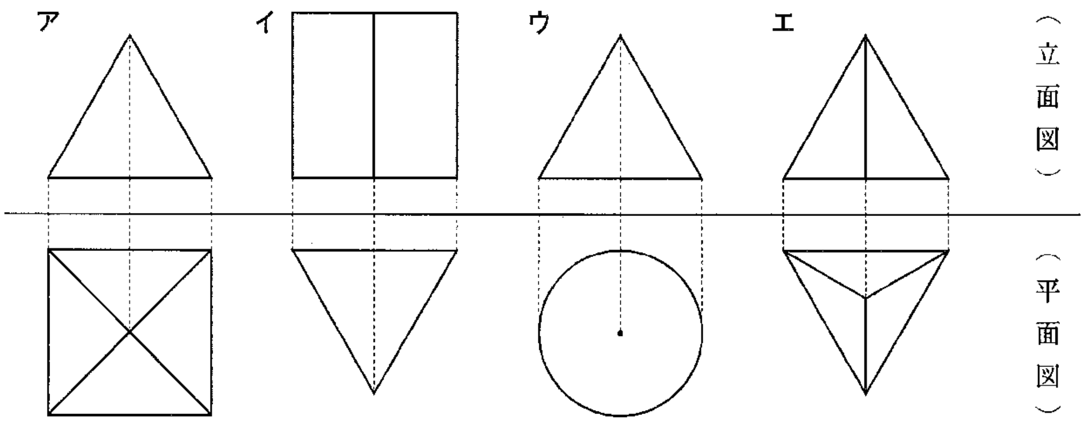
解答欄

解答
平行四辺形

【問 132】

次の投影図で表された立体のうち，三角柱はどれか，ア～エから 1 つ選びなさい。

（徳島県　2012 年度）



解答欄

解答
イ

【問 133】

AB＝9 cm, BC＝6 cm, ∠ACB＝90°の直角三角形 ABC がある。図1は, △ABC において, 辺 AB, AC の中点をそれぞれ M, N とし, 点 M と点 N を結んだものである。図2は, △ABC を辺 AC を軸として 1 回転させてできた円すいを表しており, 線分 AB 上で AD＝3 cm となる点を D, 底面の円の直径のうち直線 BC に垂直なものを PQ とする。

次の問1～問3の $\boxed{}$ の中にあてはまる最も簡単な数を記入せよ。ただし, 根号を使う場合は $\sqrt{}$ の中を最も小さい整数にすること。

（福岡県　2012年度）

図1

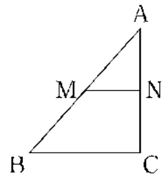
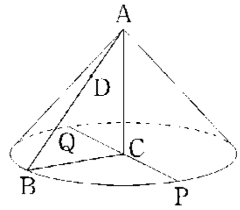


図2



問1 図2に示す円すいの体積は, 図1の△AMN を辺 AN を軸として 1 回転させてできた立体の体積の $\boxed{\text{倍}}$ である。

問2 図2に示す円すいにおいて, △DCP の辺 DP の長さは $\boxed{\text{cm}}$ である。

問3 図2に示す円すいの側面を, 母線 AQ で切って開いた展開図において, 線分 DP の長さは $\boxed{\text{cm}}$ である。

解答欄

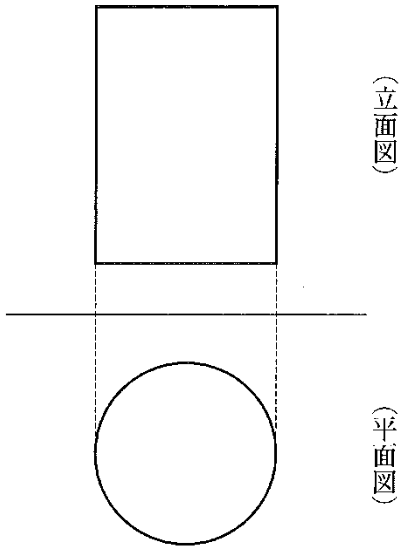
問1	倍
問2	cm
問3	cm

解答
問1　8倍
問2　$2\sqrt{15}$ cm
問3　$3\sqrt{7}$ cm
解説
問2
△ABCにおいて
三平方の定理より
$AC^2=9^2-6^2=45$
CからABに垂線をひき，交点をHとする。
BH＝x cmとすると
$AC^2-AH^2=BC^2-BH^2$より
$45-(9-x)^2=6^2-x^2$
$x=4$
$CH^2=6^2-4^2=20$
DH＝9－3－4＝2 cm
$CD^2=DH^2+CH^2=2^2+20=24$
$DP^2=CD^2+CP^2=24+6^2=60$
DP＞0より
$DP=\sqrt{60}$
$=2\sqrt{15}$ cm
問3
側面のおうぎ形の中心角は
$360^\circ\times\dfrac{2\pi\times6}{2\pi\times9}=240^\circ$
展開図においてPからABに垂線をひき交点をKとする。
△PAKは∠PAK＝60°の直角三角形だから
$AK=\dfrac{AP}{2}=\dfrac{9}{2}$ cm
$PK=\sqrt{3}\,AK=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$ cm
$DK=\dfrac{9}{2}-3=\dfrac{3}{2}$ cm
△DPKにおいて
三平方の定理より $DP^2=DK^2+PK^2=\left(\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(\dfrac{9\sqrt{3}}{2}\right)^2=63$
よって $DP=3\sqrt{7}$ cm

【問 134】

右の投影図で示された立体の名称を答えなさい。

（佐賀県 2012 年度 一般）



解答欄

解答
円柱

【問 135】

図1のように，AB＝6 cm，AE＝2 cm，EH＝4 cm の直方体があり，頂点 A から頂点 G まで，黒いひもを辺 EF に交わるようにかける。黒いひもの長さが最も短くなるとき，黒いひもと辺 EF が交わる点を P とする。このとき，黒いひもが通る線を，直方体の展開図図2に図示しなさい。

（佐賀県　2012 年度　一般）

図1

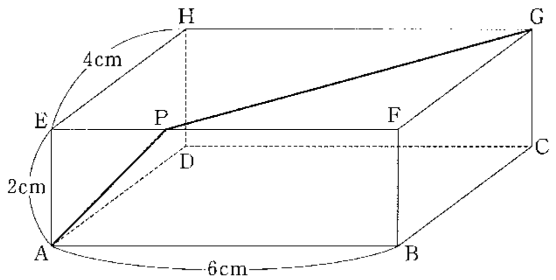
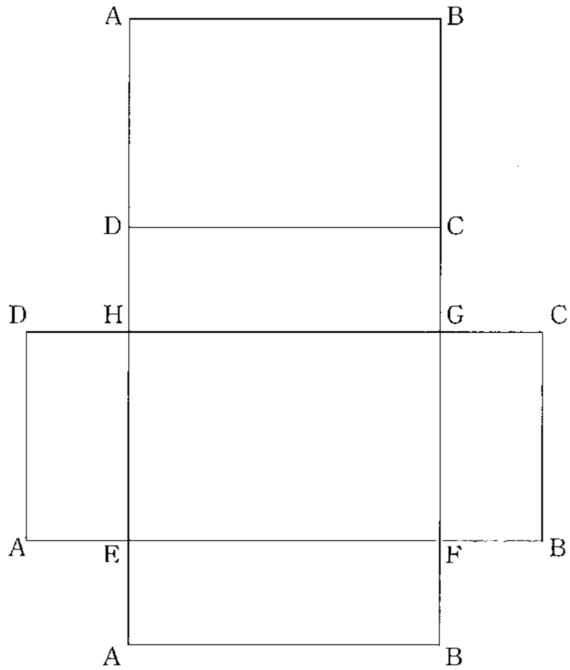


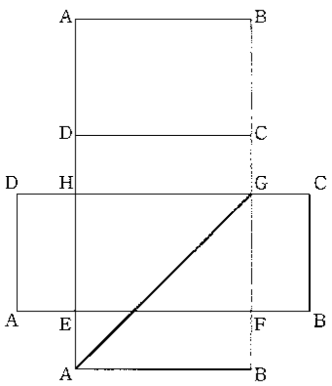
図2



解答欄

図 2 に記入しなさい

解答



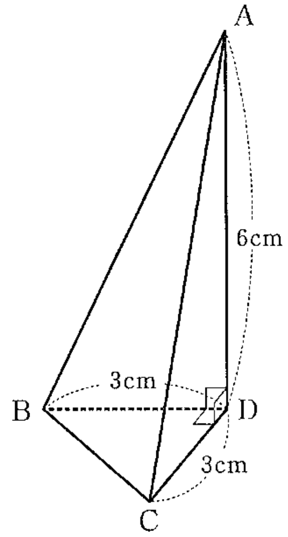
【問 136】

図1，図3のように，三角すいABCDがあり，∠ADB＝∠ADC＝∠BDC＝90°，AD＝6 cm，BD＝CD＝3 cmである。

このとき，次の問いに答えなさい。

（長崎県　2012年度）

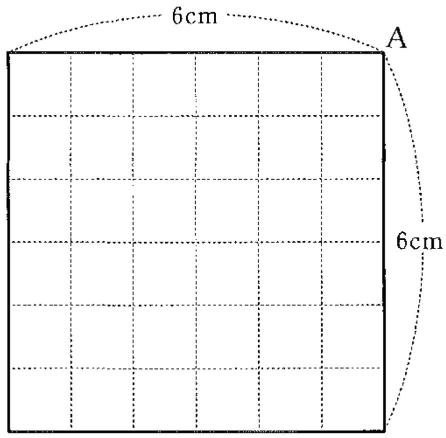
図1



問1　図1において，辺ADとねじれの位置にある辺を答えよ。

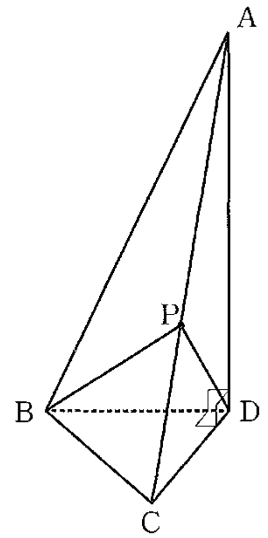
問2　三角すいABCDの体積は何cm^3か。

図2



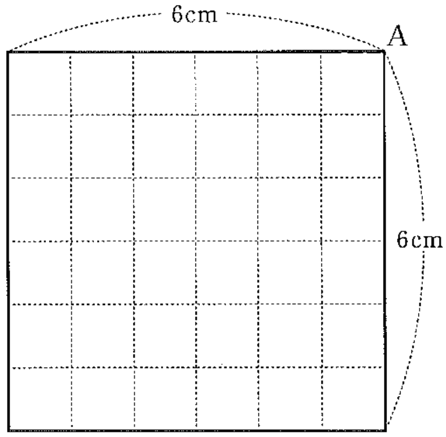
問3　三角すいABCDを辺にそって切り開くと，図2のような1辺が6 cmの正方形になった。このとき，図1の3つの辺AB，BC，CAを解答用紙の図2に実線でかき入れよ。なお，作図の参考となるように，図2には頂点Aと1目もりが縦横それぞれ1 cmの方眼をかき入れている。

図3

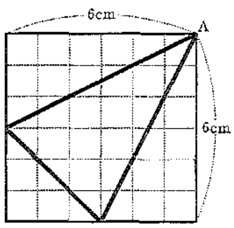


問4　図3において，辺AC上を動く点をPとする。2つの線分BP，PDの長さの和BP＋PDが最小となるとき，BP＋PDの長さは何cmか。

解答欄

問1	
問2	cm^3
問3	
問4	cm

解答
問1　辺 BC
問2　9 cm^3
問3



問4　$3\sqrt{5}$ cm
解説
問4
展開図において B と D を結ぶ線分のうち
AC と交わるものの長さが BP＋PD が最小となるときの長さである。
よって三平方の定理より $\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$ cm

【問 137】

図はある立体の投影図である。

（沖縄県　2012年度）

問1 この立体を次のア～カより 1 つ選びなさい。

ア 三角柱

イ 三角すい

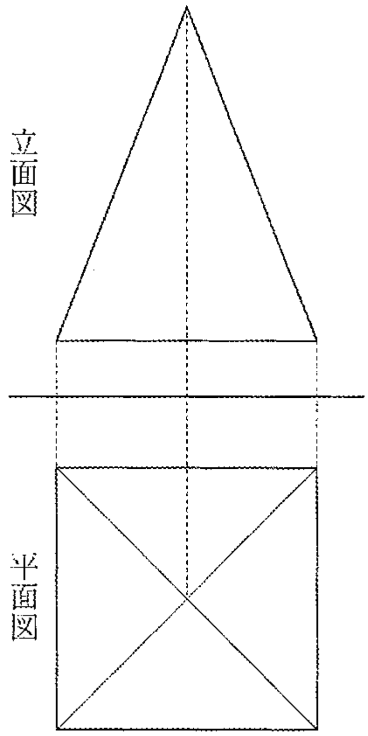
ウ 四角柱

エ 四角すい

オ 円柱

カ 円すい

図



問2 この立体は，高さが 6 cm で，底面は 1 辺の長さが 4 cm の正方形である。また，すべての側面は合同な図形である。このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) 立体の体積を求めなさい。

(2) この立体の頂点のうち，底面の各点を A，B，C，D，その他の点を O とする。2 辺 OA，OB の各中点と，頂点 C，D を通る平面でこの立体を切り取ったとき，その切り口の面積を求めなさい。

解答欄

問1		
問2	(1)	cm^3
	(2)	cm^2

解答
問1　エ
問2
(1)　32 cm^3
(2)　$9\sqrt{2}$ cm^2
解説
問2
(2)
OA, OB の中点をそれぞれ M, N とする。
中点連結定理より
$\mathrm{MN} /\!/ \mathrm{AB}$
$\mathrm{MN}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AB}=\dfrac{1}{2}\times 4=2$ cm
O から底面に垂線をひき交点を H とする。
底面の正方形の対角線より
$\mathrm{BD}=4\sqrt{2}$ cm
$\mathrm{HD}=2\sqrt{2}$ cm
△OHB において
三平方の定理より $\mathrm{OB}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+6^2}=2\sqrt{11}$ cm
△OBC において
O, N から BC に垂線をひき交点をそれぞれ P, Q とする。
OB＝OC より
$\mathrm{BP}=\mathrm{CP}=\dfrac{4}{2}=2$ cm
$\mathrm{NQ} /\!/ \mathrm{OP}$ より
$\mathrm{BQ}:\mathrm{QP}=\mathrm{BN}:\mathrm{NO}=1:1$
よって $\mathrm{BQ}=\dfrac{2}{2}=1$ cm
△BQN において
三平方の定理より
$\mathrm{NQ}=\sqrt{(\sqrt{11})^2-1^2}=\sqrt{10}$ cm
△CNQ において
$\mathrm{CN}=\sqrt{(\sqrt{10})^2+3^2}=\sqrt{19}$ cm
N から CD に垂線をひき交点を K とする。
△NCK において
$\mathrm{CK}=(4-2)\div 2=1$ cm
$\mathrm{NK}=\sqrt{(\sqrt{19})^2-1^2}=3\sqrt{2}$ cm
よって求める台形 MCDN の面積は
$\dfrac{1}{2}\times(2+4)\times 3\sqrt{2}=9\sqrt{2}$ cm^2

【2013年度出題】

【問 138】

下の図1は，１辺の長さが 8 cm の正四面体 ABCD で，辺 AB，AD の中点をそれぞれ点 E，F とします。この正四面体の E から辺 AC を通って F まで，長さが最も短くなるように糸をかけ，糸が AC と交わる点を G とします。また，図2は，図1の正四面体の展開図に，E，F をかき入れたものです。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（岩手県　2013 年度）

図１

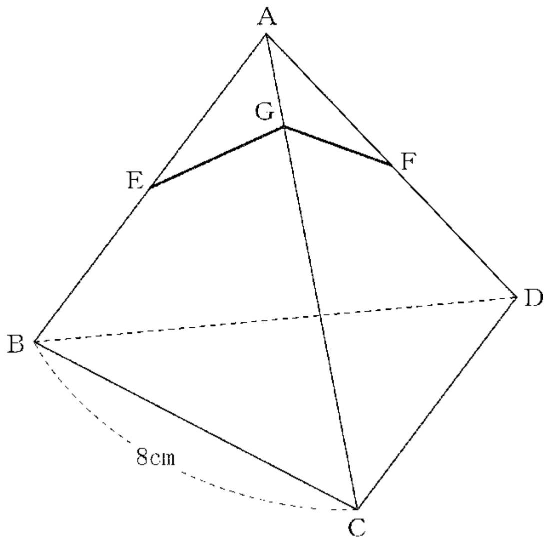
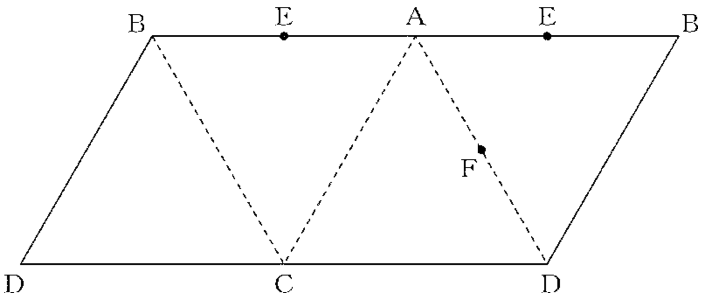


図２

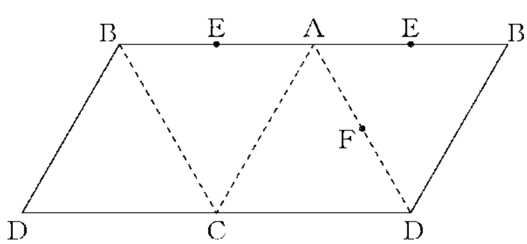


問1　糸のようすを，図2の展開図に実線でかき入れなさい。

問2　図1の正四面体 ABCD において，△EGF の面積を求めなさい。

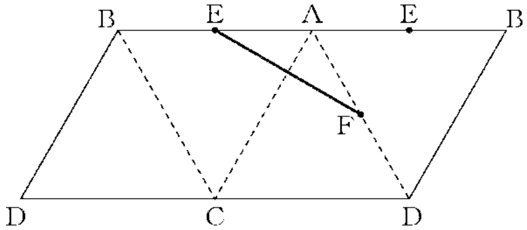
問3　図1において，四面体 AEGF の体積を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	cm^2
問3	cm^3

解答

問1



問2　$4\sqrt{2}$ cm^2

問3　$\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$ cm^3

解説

問1

長さが最も短くなるのは EF が直線になるとき。

辺 AC と交わる線分 EF をかき入れる。

問2

△ABD において

中点連結定理より EF＝$\dfrac{1}{2}$BD＝$\dfrac{1}{2}\times 8$＝4 cm

また展開図において BD と AD の交点を H とすると

△ABC は正三角形だから BH＝$8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$ cm

△ABD で中点連結定理より EF // BD

よって EG＝$\dfrac{1}{2}$BH＝$\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

△EGF は GE＝GF の二等辺三角形だから

G から EF に垂線をひき交点を M とすると

EM＝4÷2＝2 cm

三平方の定理より GM＝$\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2-2^2}=2\sqrt{2}$ cm

よって△EGF＝$\dfrac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$ cm^2

問3

四面体 AEGF において∠AGE＝∠AGF＝∠AHB＝90° だから

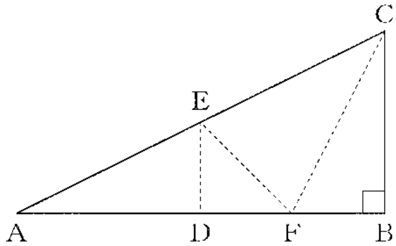
△EGF を底面とすると高さは AG＝4÷2＝2 cm となる。

よって求める体積は $\dfrac{1}{3}\times 4\sqrt{2}\times 2=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$ cm^3

【問 139】

右の図は，三角錐の展開図です。△ABC は，AB＝16 cm，BC＝8 cm，∠ABC＝90°の直角三角形です。また，点 D，E は，それぞれ辺 AB，AC の中点であり，点 F は，線分 DB の中点です。このとき，線分 DE，EF，FC を折り曲げてできる三角錐の体積を求めなさい。

なお，考えるときに，別紙にある三角形の部分を切り取って利用してもさしつかえありません。



（埼玉県　2013 年度）

解答欄

cm^3

解答

$\dfrac{64}{3}\,\text{cm}^3$

解説

点 D，E はそれぞれ辺 AB と AC の中点だから

中点連結定理より $DE=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}\times 8=4\text{cm}$

DE // BC

よって $\angle EDF=90^\circ$

また点 F は線分 DB の中点より DF＝16÷2÷2＝4cm

求める三角錐の体積は $\dfrac{1}{3}\times\triangle DEF\times AD=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\times 8=\dfrac{64}{3}\,\text{cm}^3$

【問 140】

図1，図2の三角形 ABC は，AC＝3 cm，BC＝2 cm，∠ABC＝90° の直角三角形である。

図１

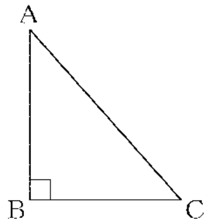
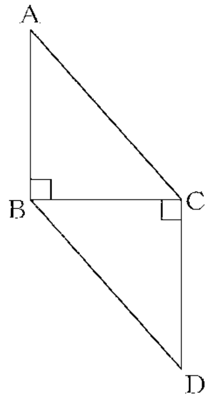


図２



次の問1，問2に答えなさい。ただし，円周率はπとする。

（群馬県 2013 年度）

問1 図1の三角形 ABC を，辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体をアとするとき，

(1) アの見取図をかきなさい。また，その立体の名称を書きなさい。
ただし，見取図をかく際に，コンパスや定規を用いる必要はない。

(2) アの体積を求めなさい。

問2 図2のように，三角形 ABC と合同な三角形 DCB を用いて四角形 ABDC をつくる。
この四角形 ABDC を，辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体をイとするとき，

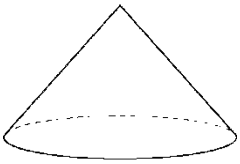
(1) イの体積を求めなさい。

(2) イの表面積を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td rowspan="2">(1)</td><td>見取図</td><td></td></tr>
<tr><td>立体の名称</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">cm^3</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td colspan="2">cm^3</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">cm^2</td></tr>
</table>

解答
問1
(1)
見取図



立体の名称　円すい

(2) $\dfrac{4\sqrt{5}}{3}\pi$　cm^3

問2

(1) $4\sqrt{5}\,\pi$　cm^3

(2) $(12+4\sqrt{5})\pi$　cm^2

解説
問1
(1)
△ABC を AB を軸として 1 回転すると底面の半径が BC 高さが AB の円すいができる。
(2)
△ABC で三平方の定理より $\mathrm{AB}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$ cm

求める体積は $\dfrac{1}{3}\times\pi\times2^2\times\sqrt{5}=\dfrac{4\sqrt{5}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

問2
(1)
立体イは上部が立体アと同じで下部が底辺の半径が 2 cm，高さが $\sqrt{5}$ cm の円柱から
立体アを除いたものなので
求める体積は
底辺の半径が 2 cm，高さが $\sqrt{5}$ cm の円柱の体積になる。
よって $\pi\times2^2\times\sqrt{5}=4\sqrt{5}\,\pi$　cm^3
(2)
求める表面積は
立体アの側面のおうぎ形の面積 2 つ分と
立体イの下部の円柱の側面の長方形の面積の和だから

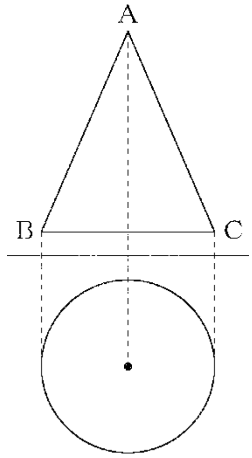
$$\pi\times3^2\times\frac{2\pi\times2}{2\pi\times3}\times2+2\pi\times2\times\sqrt{5}=12\pi+4\sqrt{5}\pi\,\mathrm{cm}^2$$

【問 141】

右の図は，円すいの投影図である。AB＝AC＝13 cm，BC＝10 cm のとき，この円すいの体積を求めなさい。

ただし，円周率は π を用いることとする。

（千葉県 2013 年度 後期）



解答欄

cm^3

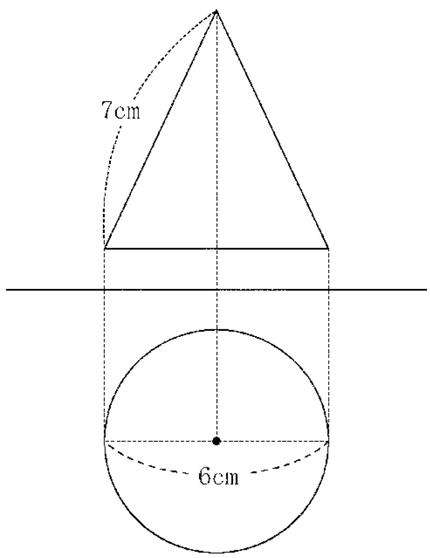
解答
$100\pi\ \text{cm}^3$
解説
円すいの底面の半径は $10 \div 2 = 5\text{cm}$ 円すいの高さは $\sqrt{13^2 - 5^2} = 12\text{cm}$

よって円すいの体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12 = 100\pi\,\text{cm}^3$

【問 142】

右の図は，円錐の投影図である。この立体の表面積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

（長野県　2013 年度）



解答欄

cm^2

解答

30π　cm^2

解説

円錐の側面積は$\pi \times 7^2 \times \dfrac{2\pi \times 3}{2\pi \times 7} = 21\pi$　cm^2

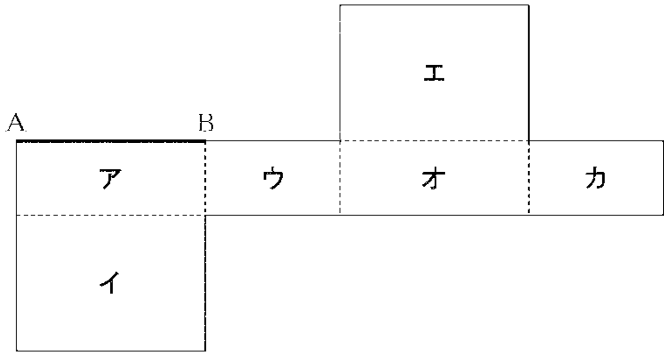
底面積は$\pi \times 3^2 = 9\pi$　cm^2

よって表面積は$21\pi + 9\pi = 30\pi$　cm^2

【問 143】

下の図は，直方体の展開図である。この展開図をもとにして直方体をつくるとき，辺 AB と平行になる面を記号ですべて答えよ。

（福井県 2013 年度）



解答欄

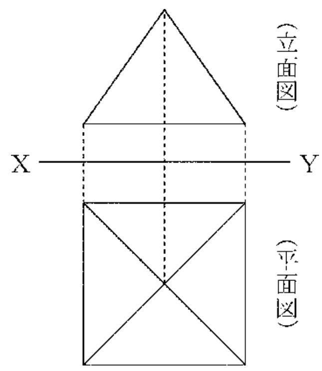
解答
面イ，オ
解説
辺 AB は面ア，面エ上にあり面ウ，面カと交わる。
よって平行な面は面イと面オ

【問 144】

図は，ある立体の投影図である。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（愛知県 2013 年度 A）



(1) この立体は，次のアからエまでのいずれかである。

正しいものを 1 つ選んで，そのかな符号を書きなさい。

ア 四面体

イ 三角柱

ウ 四角すい

エ 三角すい

(2) この立体の 1 辺の長さがすべて 6 cm であるとき，この立体の体積は何 cm^3 か，求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	cm^3

解答

(1) ウ

(2) $36\sqrt{2}$ cm^3

解説

(1)

真上から見ると四角形で正面から見ると二等辺三角形なのでこの立体は四角すい。よってウ

(2)

底面は 1 辺が 6 cm の正方形だから対角線は $6\sqrt{2}$ cm

正四角すいの高さを h cm とすると

この高さは等しい辺が 6 cm，底辺を $6\sqrt{2}$ cm とする二等辺三角形の高さと等しいので

$h = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$ cm

よって求める体積は $\frac{1}{3} \times 6^2 \times 3\sqrt{2} = 36\sqrt{2}$ cm^3

【問 145】

次の図1のように，AB＝3 cm，AD＝4 cm，AE＝$\sqrt{7}$ cm の直方体 ABCD－EFGH がある。また，図2は図1の直方体の一部を切り取ってできた三角錐(すい)AEFG である。

図１

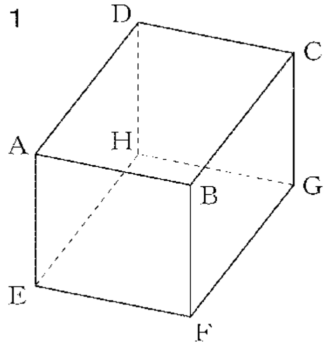
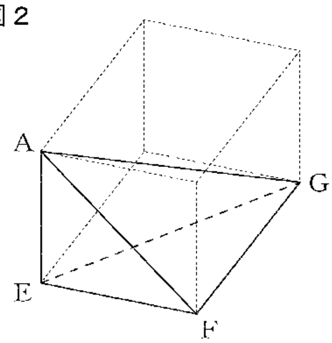


図２



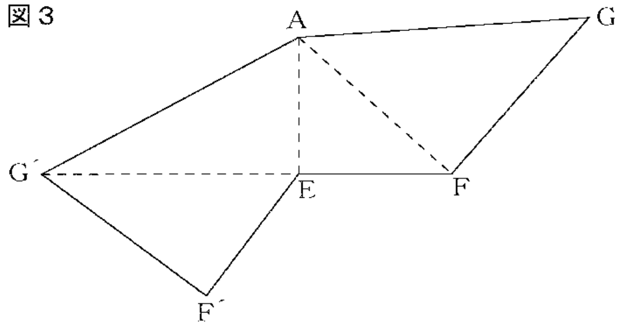
このとき，下の問1・問2に答えよ。

（京都府　2013 年度）

問1　三角錐 AEFG の体積と表面積をそれぞれ求めよ。

問2　次の図3は，図2の三角錐 AEFG の展開図である。このとき，△GG′F の面積を求めよ。ただし，この展開図を組み立てたとき，点 G′ は点 G と，点 F′ は点 F と，それぞれ重なる点である。

図３



解答欄

問1	体積	cm^3
	表面積	cm^2
問2		cm^2

解答
問1
体積　$2\sqrt{7}$ cm^3
表面積（$4\sqrt{7}$ ＋14)cm^2
問2　12cm^2
解説
問1
三角錐 AEFG の体積は $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 3\times 4\times\sqrt{7}=2\sqrt{7}$ cm^3
△AEF において
三平方の定理より AF＝$\sqrt{(\sqrt{7})^2+3^2}=4$ cm
△EFG において
三平方の定理より EG＝$\sqrt{3^2+4^2}=5$ cm
よって求める表面積は $\frac{1}{2}\times 3\times 4+\frac{1}{2}\times 4\times 4+\frac{1}{2}\times 3\times\sqrt{7}+\frac{1}{2}\times 5\times\sqrt{7}=4\sqrt{7}+14$ cm^2
問2
G から直線 G′F に垂線をひき交点を K とする。
△GFK と△FAE において
GF＝FA…①
∠GKF＝∠FEA＝90°…②
∠GFK＝180°−90°−∠AFE＝∠FAE…③
①，②，③より
直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので
△GFK≡△FAE
よって GK＝FE＝3 cm
よって△GG′F＝$\frac{1}{2}\times$G′F×GK＝$\frac{1}{2}\times(5+3)\times 3=12$ cm^2

【問 146】

前田さんのクラスは，文化祭のクラス演技で，赤と白のしま模様の円錐の形の帽子を使用することになった。右の資料は，係で協力して帽子を作成するにあたり，前田さんが説明のために書いたものである。

資料を読み，次の各問いに答えなさい。

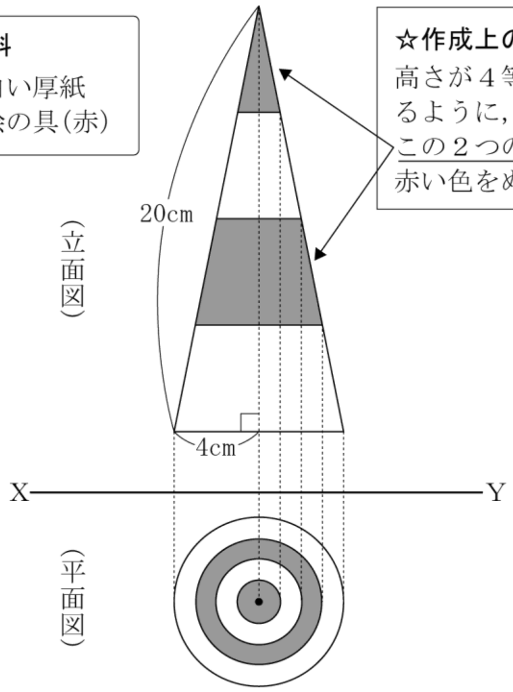
（鳥取県　2013 年度）

問1　帽子 (円錐) の高さを求めなさい。

資料

帽子(円錐)の投影図

材料
- 白い厚紙
- 絵の具(赤)



☆作成上の注意１
高さが４等分になるように，側面のこの２つの部分に赤い色をぬる。

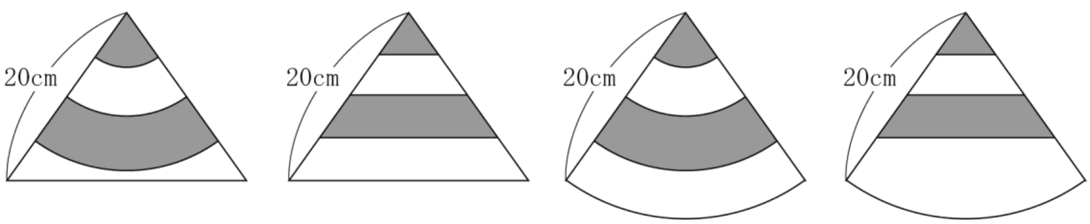
☆作成上の注意２
帽子(円錐)の側面をどの方向から見ても，立面図のように見えるように作る。

☆作成上の注意３
底面はつけないで，側面だけの帽子(円錐)を作る。

問2　帽子 (円錐) の展開図として適当なものを，次のア～エからひとつ選び，記号で答えなさい。

ただし，紙の厚さやのりしろは考えないものとする。

ア　イ　ウ　エ



問3　帽子 (円錐) の赤い色をぬる２つの部分の面積の和を求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	
問3	cm^2

解答
問1　$8\sqrt{6}$ cm
問2　ウ
問3　30π　cm^2
解説
問1
高さは
三平方の定理を利用して $\sqrt{20^2-4^2}=8\sqrt{6}$ cm
問2
円錐の側面の展開図はウのようなおうぎ形になる。
問3
求める面積の和は

$$\pi\times15^2\times\frac{2\pi\times4}{2\pi\times20}-\pi\times10^2\times\frac{2\pi\times4}{2\pi\times20}+\pi\times5^2\times\frac{2\pi\times4}{2\pi\times20}$$

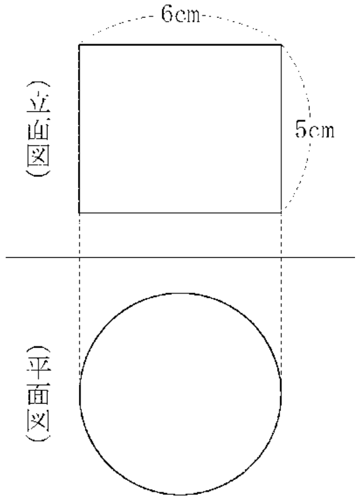
$=45\pi-20\pi+5\pi$
$=30\pi$　cm^2

【問 147】

右の図2は円柱の投影図である。この円柱の表面積は何 cm^2 か。

（長崎県　2013 年度）

図２



解答欄

cm^2

解答

48π　cm^2

解説

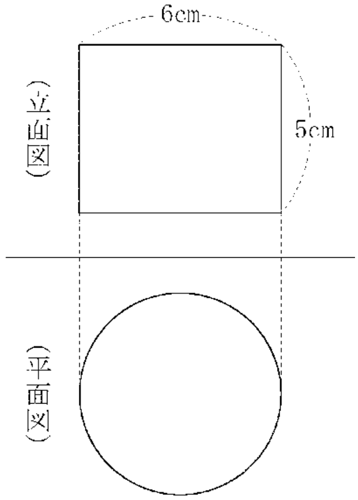
円柱の底面の半径は $6\div2=3$cm 高さは 5 cm

表面積は $\pi\times3^2\times2+5\times(2\pi\times3)=48\pi$　cm^2

【問 148】

右の図2は円柱の投影図である。この円柱の体積は何 cm^{3}か。

図２



（長崎県　2013 年度）

解答欄

cm^3

解答

45π　cm^3

解説

円柱の底面の半径は $6 \div 2 = 3$cm 高さは 5cm だから

体積は $\pi \times 3^2 \times 5 = 45\pi$　cm^3

【問 149】

下の図1のように，AB＝3 cm，BC＝5 cm，BE＝12 cm，∠BAC＝90°で，側面がすべて長方形の三角柱がある。この三角柱の頂点 B から辺 AD，辺 CF を通って頂点 E まで，もっとも短くなるようにひもをかける。このひもが，辺 AD，CF と交わる点をそれぞれ P，Q とする。

また，下の図2は，この三角柱の展開図を方眼紙にかいたもので，各頂点の記号は，A のみを書き入れている。ただし，この方眼紙の 1 マスは，1 辺の長さが 1 cm の正方形とする。

図１

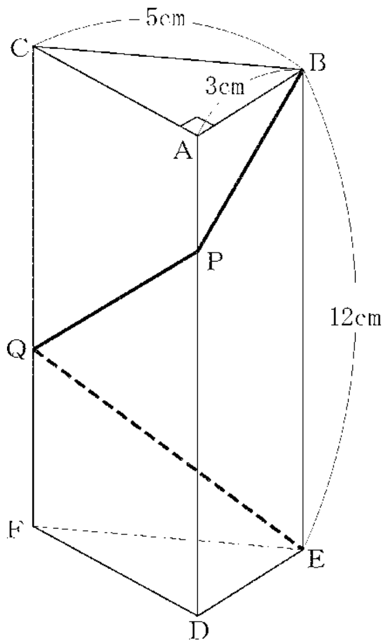
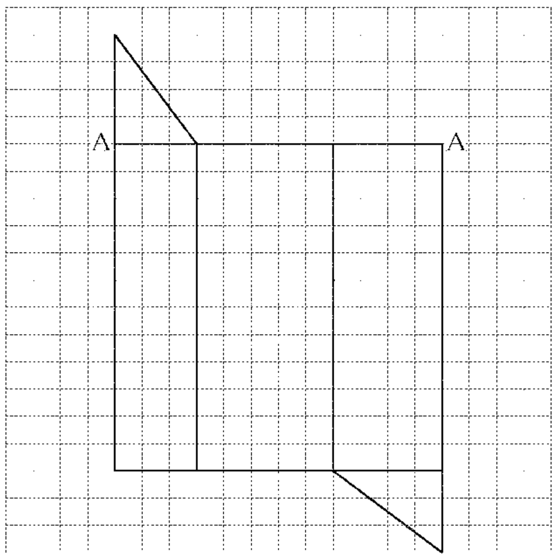


図２



次の問1～問3に答えなさい。

（大分県　2013 年度）

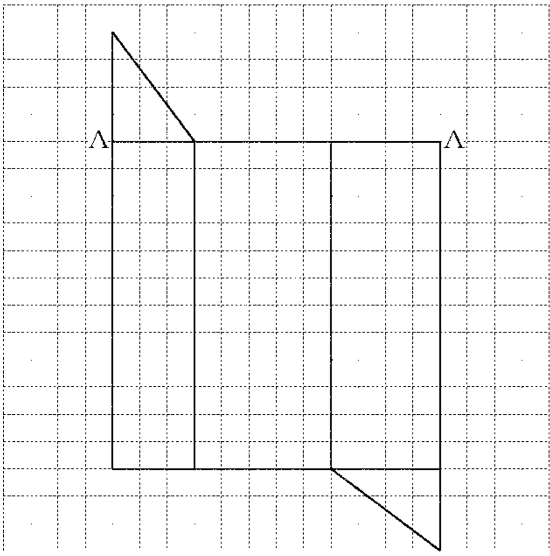
問1　三角柱の体積を求めなさい。

問2　三角柱にかけたひもを，図2の展開図に実線 ━━ で記入しなさい。頂点の記号は書き入れなくてもよい。

また，このときの PQ の長さを求めなさい。

問3　三角すい BEQP の体積を求めなさい。

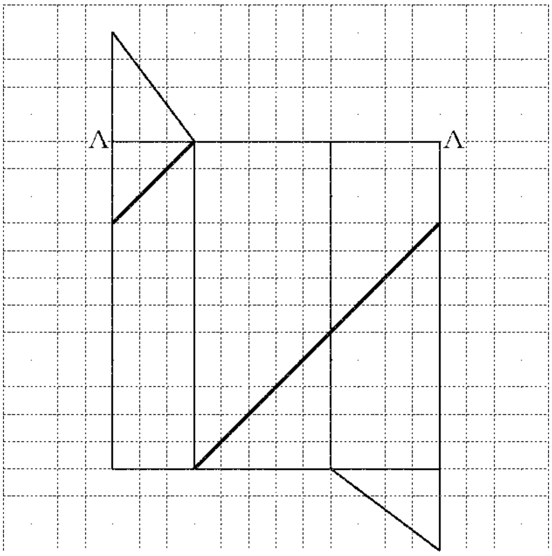
解答欄

問1	cm^3	
問2		
	PQ＝　　　　　　　cm	
問3	cm^3	

解答

問1　72cm^3

問2



PQ＝$4\sqrt{2}$ cm

問3　24cm^3

解説

問1

△ABC において

三平方の定理より AC＝$\sqrt{5^2-3^2}$ ＝4cm

三角柱の体積は△ABC×BE＝$\dfrac{1}{2}$ ×3×4×12＝72cm^3

問2

展開図に点 A 以外の点も入れると考えやすい。

PQ は 1 辺が 4 cm の正方形の対角線になるので $4\sqrt{2}$ cm

問3

三角すい BEQP において

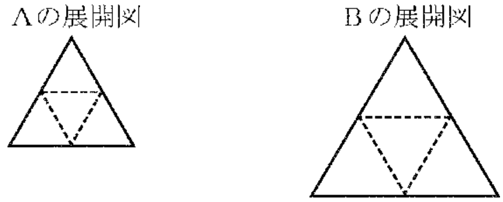
△BPE を底面とすると高さは CA と一致するから

求める体積は $\dfrac{1}{3}$ × $\dfrac{1}{2}$ ×12×3×4＝24cm^3

【問 150】

図は，正四面体 A，B の展開図である。展開図の面積がそれぞれ 40 cm^2，90 cm^2 であるとき，正四面体 A の体積は，正四面体 B の体積の何倍か。

（鹿児島県　2013 年度）



解答欄

	倍

解答

$\frac{8}{27}$ 倍

解説

正四面体 A と B の表面積の比は $40:90=4:9=2^2:3^2$ より

相似比は $2:3$

したがって，体積比は $2^3:3^3=8:27$

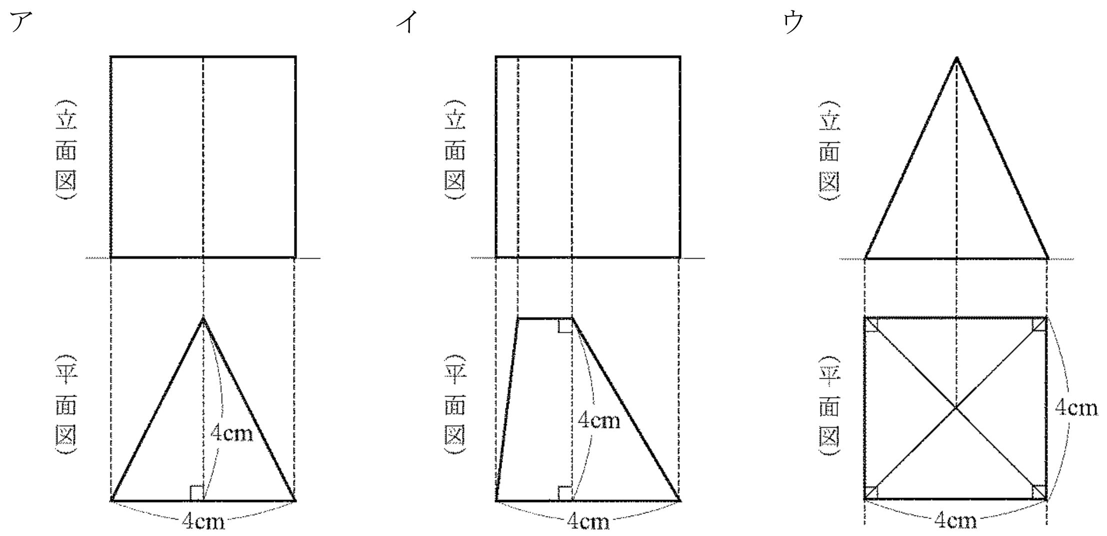
よって A は B の $\frac{8}{27}$ 倍

【2014年度出題】

【問 151】

下のア～ウは，高さが等しい立体の投影図である。ア～ウで表される立体の体積を比べ，小さい順に記号で書きなさい。

（青森県　2014 年度　前期）



解答欄

解答

ウ，ア，イ

解説

立体の高さを h cm とすると

アの体積は $\frac{1}{2}\times4\times4\times h=8h$ cm^3

イの体積は底面積がアより大きく高さが等しいのでアよりは大きい。

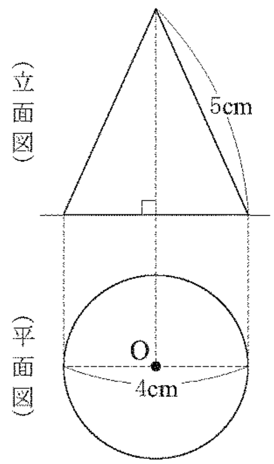
ウの体積は $\frac{1}{2}\times4\times4\times h=\frac{16}{3}h$ cm^3 よりアより小さい。

よって小さい順に記号で書くとウ，ア，イ

【問 152】

右の投影図で表される立体の表面積を求めなさい。ただし，平面図の図形は円 O である。

（青森県　2014 年度　後期）



解答欄

cm^2

解答

14π cm^2

解説

円錐の側面のおうぎ形の面積は

$\pi \times 5^2 \times \dfrac{2\pi \times 2}{2\pi \times 5} = 10\pi$ cm^2

底面積は

$\pi \times 2^2 = 4\pi$ cm^2

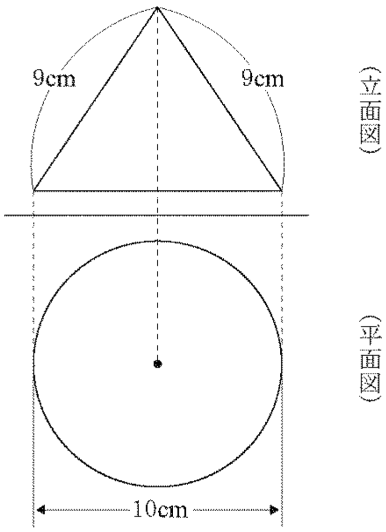
よって表面積は $10\pi + 4\pi = 14\pi$ cm^2

【問 153】

下の図は，数学の授業で学んだ立体を投影図に表したものである。Ⓐ，Ⓑのどちらか 1 つを選び，その投影図で表された立体の体積を求めなさい。なお，円周率は π とし，選んだ投影図の記号を解答欄に書くこと。

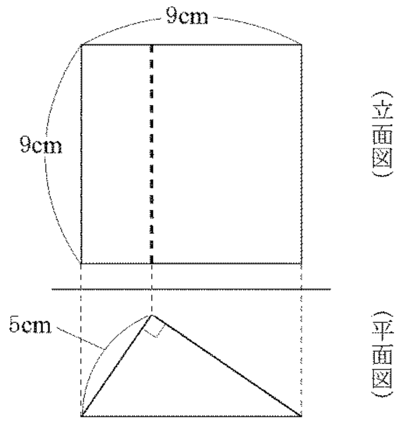
（山形県　2014 年度）

Ⓐ



立面図は二等辺三角形
平面図は円

Ⓑ



立面図は正方形
平面図は直角三角形

解答欄

≪選択問題≫　選んだ投影図の記号（　　　　）
cm^3

解答

選んだ投影図の記号　Ⓐ　$\dfrac{50\sqrt{14}}{3}\pi$ cm^3

選んだ投影図の記号　Ⓑ　$45\sqrt{14}$ cm^3

解説

Ⓐ

底面の半径が 5 cm，高さが $\sqrt{9^2-5^2}=2\sqrt{14}$ cm の円錐だから

その体積は $\dfrac{1}{3}\times\pi\times5^2\times2\sqrt{14}=\dfrac{50\sqrt{14}}{3}\pi$ cm^3

Ⓑ

$\sqrt{9^2-5^2}=2\sqrt{14}$ cm より

底面の三角形の直角を挟む 2 辺が 5 cm，$2\sqrt{14}$ cm，高さが 9 cm の三角柱だから

その体積は $\dfrac{1}{2}\times5\times2\sqrt{14}\times9=45\sqrt{14}$ cm^3

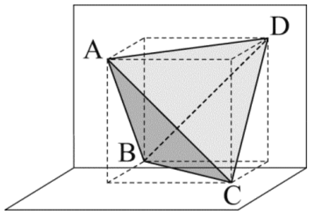
【問 154】

右の図は，立方体から 4 つの三角すいを切り取ってできた正四面体 ABCD の見取図と作成途中の投影図である。

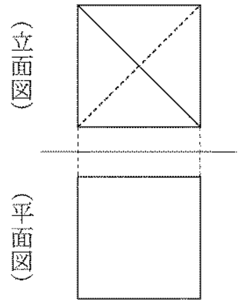
平面図に必要な線をかき入れて，この正四面体 ABCD の投影図を完成させなさい。

（群馬県 2014 年度）

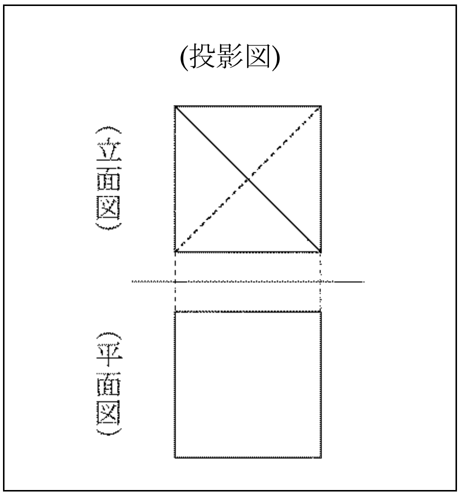
見取図



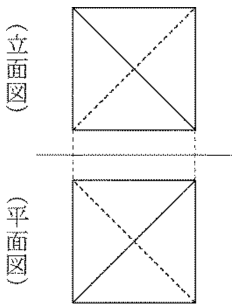
投影図



解答欄



解答

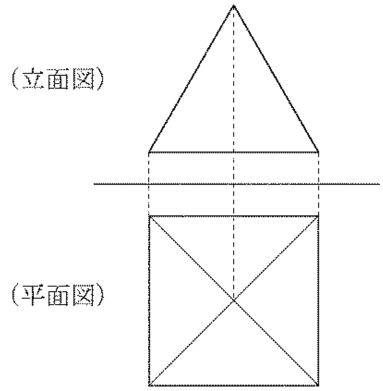


解説
真上からみた平面図をかく。
AD は実線である。

【問 155】

右の図は，正四角錐の投影図です。この正四角錐の立面図は，1 辺の長さが 6 cm の正三角形です。この正四角錐の体積を求めなさい。

（埼玉県　2014 年度）



解答欄

cm^3

解答

$36\sqrt{3}\ \text{cm}^3$

解説

正四角錐の底面は 1 辺が 6 cm の正方形

高さを h cm とすると

立面図は 1 辺が 6 cm の正三角形だから

$6 : h = 2 : \sqrt{3}$

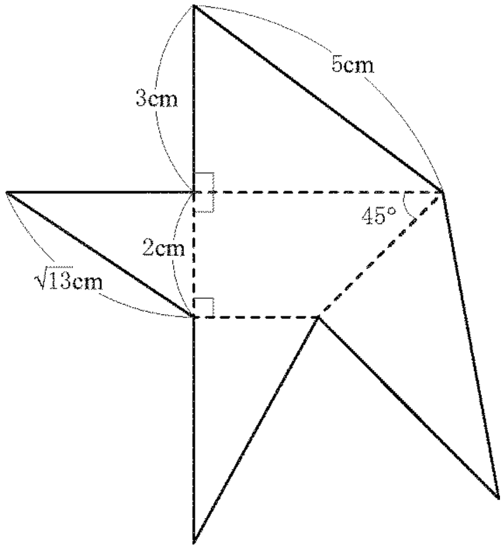
$h = 3\sqrt{3}$ cm

よって求める体積は $\dfrac{1}{3} \times 6^2 \times 3\sqrt{3} = 36\sqrt{3}\ \text{cm}^3$

【問 156】

図は，ある角錐の展開図である。この展開図を組み立ててできる立体の体積を求めなさい。

（千葉県　2014 年度　後期）



解答欄

	cm^3

解答

6 cm^3

解説

$\sqrt{5^2-3^2}=4$ cm

底面の台形を四角形と直角二等辺三角形に分ける。

直角二等辺三角形の等しい辺は 2 cm より

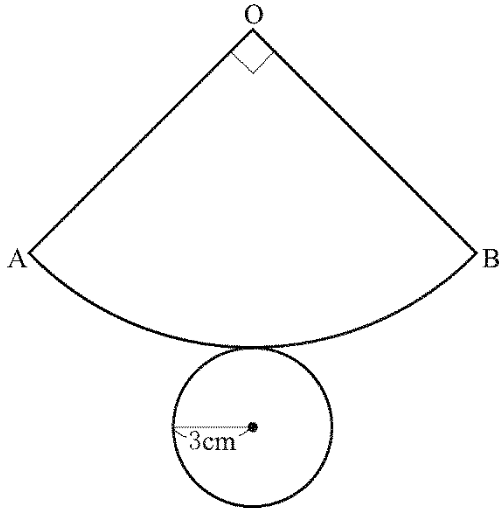
四角形は縦 2 cm，横 2 cm の正方形になる。

よって求める体積は$\frac{1}{3}(2+4)\times 2\times\frac{1}{2}\times 3=6$ cm^3

【問 157】

右の図は，底面の半径が 3 cm の円すいの展開図である。∠AOB ＝90° のとき，次の問1，問2に答えなさい。ただし，円周率は π とする。

（新潟県　2014 年度）



問1　線分 OA の長さを求めなさい。

問2　この展開図を組み立ててできる円すいの体積を求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	cm^3

解答

問1　12 cm

問2　$9\sqrt{15}\ \pi$　cm^3

解説

問1

$2\pi \times \mathrm{OA} \times \dfrac{90}{360} = 2\pi \times 3$

これを解いて OA＝12 cm

問2

円すいを組み立ててできる円すいの高さを h cm とする。

$h = \sqrt{12^2 - 3^2} = 3\sqrt{15}$ cm

円すいの体積は $\dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{15} = 9\sqrt{15}\ \pi$　cm^3

【問 158】

図2のように 1 辺が$2\sqrt{3}$ cm の立方体 Q がある。その上の面の対角線の交点を H とする。問2の立体 P を，G と H が一致するように置く。図3は，その立面図のみがかかれている投影図である。

このとき，立方体 Q の上の面と立体 P の底面の重なった部分の面積を求めよ。

必要ならば，図3を使ってもよい。

（福井県　2014 年度）

図2

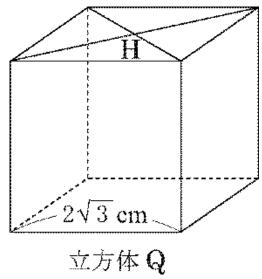
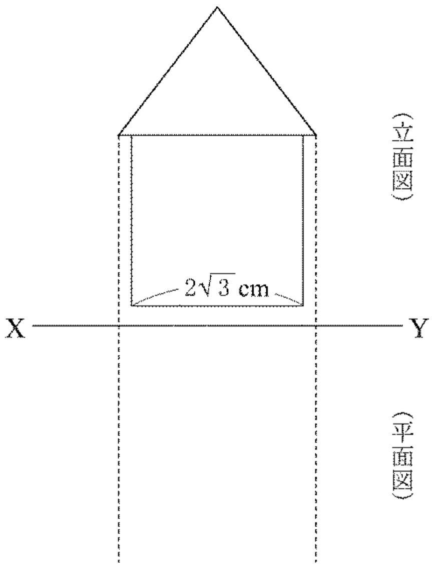


図3



解答欄

cm^2

解答

$\frac{4}{3}\pi + 4\sqrt{3}$ cm^2

解説

H を対角線の交点とする正方形を正方形 PQRS とする。

正方形の対角線より PR＝$2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{6}$ cm

点 H から正方形の周までの距離は最も短いところが$\sqrt{3}$ cm で最も長いところは$\sqrt{6}$ cm である。

よって点 H を中心に半径 2 の円をかいたときにこの正方形と重なる部分の面積が求める面積となる。

点 H を中心に半径 2 の円をかき PQ と交わる点を J，K とすると

△HJK は HJ＝HK＝2 cm

H から JK にひいた垂線の長さが$\sqrt{3}$ cm より

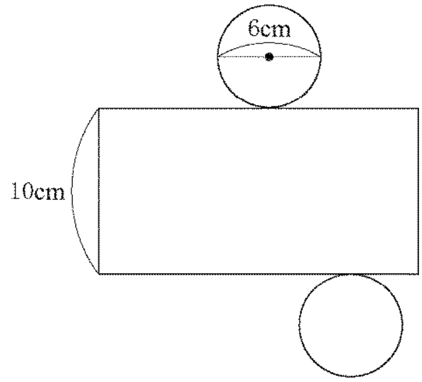
△HJK は正三角形である。

よって求める面積は$\pi \times 2^2 - \pi \times 2^2 \times \frac{60}{360} \times 4 + \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} \times 4 = \frac{4}{3}\pi + 4\sqrt{3}$ cm^2

【問 159】

図は円柱の展開図である。この円柱の体積を求めない。

（島根県　2014 年度）



解答欄

cm^3

解答

90π cm^3

解説

円柱の底面の半径は 3 cm 高さは 10 cm だから

体積は $\pi \times 3^2 \times 10 = 90\pi$ cm^3

【問 160】

図1の四角形 ABCD は，AB＝8 cm，BC＝2 cm，AD＝4 cm，CD＝h cm，∠ADC＝∠BCD＝90°の台形である。

図2は，図1の台形 ABCD を辺 CD を軸として 1 回転させてできる立体の形をした容器 X を表しており，容器 X の高さは，h cm である。

次の問1～問4の問いに答えなさい。

ただし，容器の厚さは考えないものとする。

（大分県　2014 年度）

図1

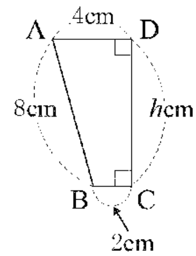


図2

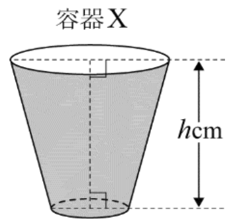


図3

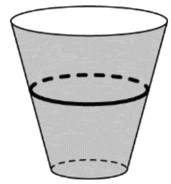
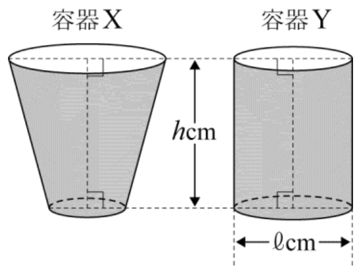
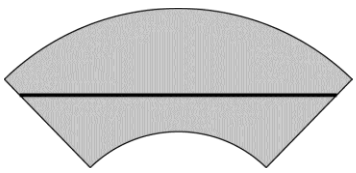


図4



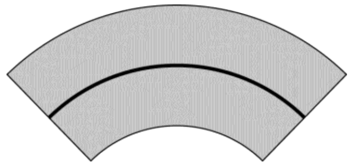
問1　図3のように，容器 X の側面にサインペンで円形の模様をかいた。このときの容器 X の側面の展開図として適切なものを下のア～エから 1 つ選び，記号で答えなさい。

ア



イ

ウ



エ

問2　h の値を求めなさい。

問3　図4のような円柱の形をした容器 Y があり，容器 Y の高さと側面積は，容器 X の高さと側面積とそれぞれ等しい。容器 Y の底面の円の直径の長さを ℓ cm として，ℓ の値を求めなさい。

問4　問3のとき，容器 X と容器 Y のそれぞれに水をいっぱいに入れる。容器 X の中に入っている水の体積を a cm^3，容器 Y の中に入っている水の体積を b cm^3 とするとき，a と b の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

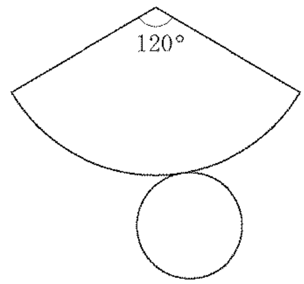
問1	
問2	$h=$ cm
問3	$\ell=$ cm
問4	$a:b=$:

解答
問1　ウ
問2　$h=2\sqrt{15}$ cm
問3　$\ell=\dfrac{8\sqrt{15}}{5}$ cm
問4　$a:b=35:36$
解説
問1
側面はおうぎ形から中心部分のおうぎ形をとりのぞいたものになる。
また模様はおうぎ形の弧になるので選択肢はウ
問2
B から AD に垂線をひき交点を H とする。
AH＝4－2＝2 cm
△ABH で
三平方の定理より BH＝$\sqrt{8^2-2^2}=2\sqrt{15}$ cm
よって $h=2\sqrt{15}$ cm
問3
AB と DC の延長線の交点を O とする。
BC // AD より OC : OD＝OB : OA＝2 : 4＝1 : 2
よって OC＝$2\sqrt{15}$ cm，OB＝8 cm
△OBC を OC を軸として 1 回転させてできる円すいの側面のおうぎ形の中心角を $a°$ とすると
$2\pi\times8\times\dfrac{a}{360}=4\pi$
$a=90°$
よって容器 X の側面の面積は $\pi\times16^2\times\dfrac{90}{360}-\pi\times8^2\times\dfrac{90}{360}=48\pi$ cm^2
容器 Y の側面積は
$\ell\pi\times2\sqrt{15}=48\pi$
$\ell=\dfrac{8\sqrt{15}}{5}$ cm
問4
$a=\dfrac{1}{3}\pi\times4^2\times4\sqrt{15}-\dfrac{1}{3}\pi\times2^2\times2\sqrt{15}=\dfrac{56\sqrt{15}}{3}\pi$ cm^3
$b=\pi\times\left(\dfrac{4\sqrt{15}}{5}\right)^2\times2\sqrt{15}=\dfrac{96\sqrt{15}}{5}\pi$ cm^3
よって $a:b=\dfrac{56\sqrt{15}}{3}\pi:\dfrac{96\sqrt{15}}{5}\pi=35:36$

【問 161】

展開図が下の図のような円すいがある。底面の円の半径が 2 cm のとき，円すいの高さは何 cm か。

（鹿児島県　2014 年度）



解答欄

cm

解答

$4\sqrt{2}$ cm

解説

側面のおうぎ形の半径を r cm とすると

$2\pi r\times\dfrac{120}{360}=2\pi\times2$

$r=6$ cm

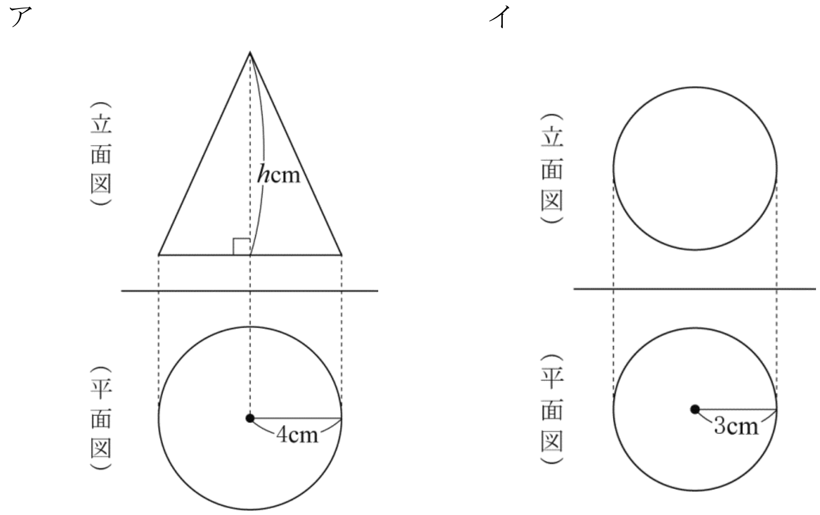
よって円すいの高さは $\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$ cm

【2015年度出題】

【問 162】

下のア，イは，体積が等しい立体のそれぞれの投影図である。アの立体の h の値を求めなさい。ただし，平面図は半径がそれぞれ 4 cm，3 cm の円である。

（青森県　2015 年度）



解答欄

$h=$

解答

$h=\dfrac{27}{4}$

解説

立体アの体積は$\dfrac{1}{3}\pi\times4^2\times h=\dfrac{16}{3}\pi h$ cm^3

立体イの体積は$\dfrac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi$　cm^3

立体アと立体イの体積が等しいので

$\dfrac{16}{3}\pi h=36\pi$

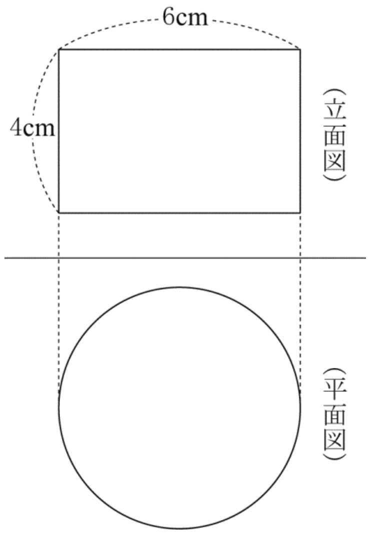
$h=\dfrac{27}{4}$

【問 163】

直方体, 円柱, 円錐, 球の 4 つの立体のなかから 1 つ選び, 投影図をかいたところ, 右の図のようになりました。立面図は長方形, 平面図は円です。

このとき, この立体の体積を求めなさい。

（岩手県　2015 年度）



解答欄

cm^3

解答
36π　cm^3
解説
この立体は底面の直径が 6 cm 高さが 4 cm の円柱。
よって求める体積は$\pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi$　cm^3

【問 164】

図1は三角錐 V の展開図であり，面 ABC は BC＝CA＝4 cm，∠ACB＝90° の直角二等辺三角形，面 ACD は CD＝8 cm，∠ACD＝90° の直角三角形，面 BCE は∠BCE＝90° の直角三角形である。図2は，図1の展開図を面 ABC を底面にして組み立てたときの三角錐 V の投影図である。次の問1～問3に答えなさい。

（秋田県　2015 年度）

図1

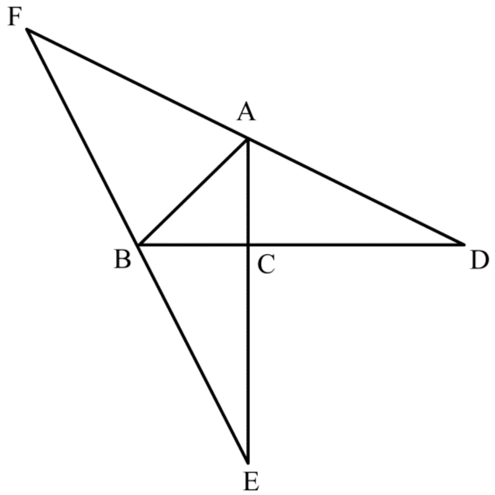
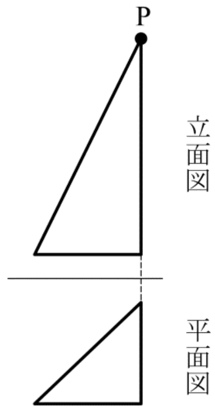


図2



問1　立面図の点 P の位置に集まる頂点を，A～F の中からすべて選んで記号を書きなさい。

問2　辺 AF の長さを求めなさい。求める過程も書きなさい。

問3　点 C を頂点，面 FBA を底面としたときの三角錐 V の高さを求めなさい。

解答欄

問1	
問2	〔過程〕 答　　　　　　　　　　cm
問3	cm

解答
問1　D，E，F
問2
〔過程〕
AF＝x cm とすると
辺 AD は組み立てたときに辺 AF と重なる辺であるから
AD＝AF＝x cm
面 ACD は直角三角形であるので
三平方の定理から
$x^2=4^2+8^2$
$x>0$ であるから
$x=4\sqrt{5}$
したがって AF＝$4\sqrt{5}$ cm
答　$4\sqrt{5}$ cm
問3　$\dfrac{8}{3}$ cm
解説
問1
△ABC が底面より，三角錐の頂点 P に集まる点は，点 D，E，F
問2
△ACD において
∠ACD＝90° より
三平方の定理を利用して
AD＝$\sqrt{4^2+8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ cm
組み立てると辺 AF と辺 AD は重なるので
AF＝$4\sqrt{5}$ cm
問3
△ABC は AC＝BC＝4 cm，∠ACB＝90° の二等辺三角形なので
AB＝$4\sqrt{2}$ cm
△FAB において
点 F から辺 AB に垂線をひき，交点を H とすると
AH＝BH＝$2\sqrt{2}$ cm
FH＝$\sqrt{(4\sqrt{5})^2-(2\sqrt{2})^2}=6\sqrt{2}$ cm
よって△FBA＝$\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\sqrt{2}=24$ cm^2
△FBA を底面としたときの三角錐 V の高さを h とすると
$\dfrac{1}{3}\times24\times h=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times4\times4\times8$　$h=\dfrac{8}{3}$ cm

【問 165】

図1は三角錐 V の展開図であり，AC＝8 cm，BC＝6 cm，∠ACB＝∠CBD＝90°，面 ACE は正三角形である。図2は，図1の展開図を面 ABC を底面にして組み立てたときの三角錐 V の投影図の一部である。次の問1～問3に答えなさい。

（秋田県　2015 年度）

図1

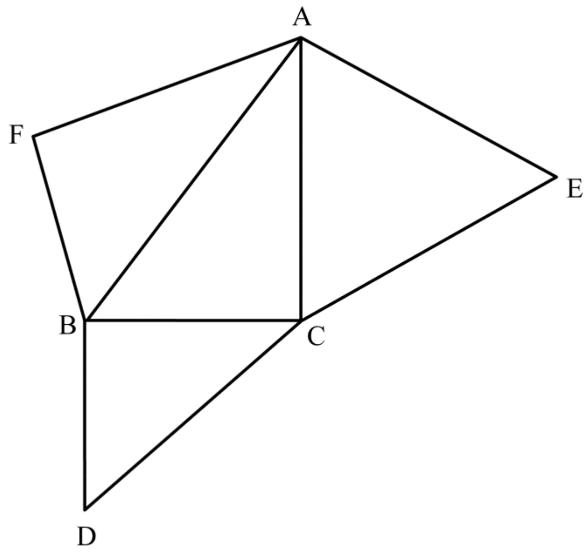
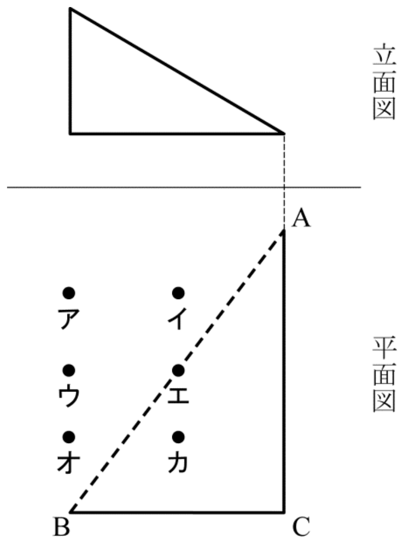


図2



問1　辺 BF の長さを求めなさい。求める過程も書きなさい。

問2　平面図における頂点 D の位置として最も適切な点を，上のア～カの点の中から 1 つ選んで記号を書きなさい。

問3　三角錐 V の体積を求めなさい。

解答欄

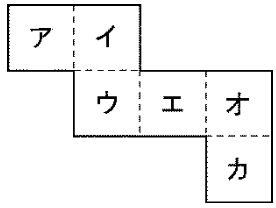
問1	〔過程〕 答　　　　　　　　　cm
問2	
問3	cm^3

解答
問1
〔過程〕
BF＝x cm とすると
辺 BD は組み立てたときに辺 BF と重なる辺であるから
BD＝BF＝x cm
面 ACE は正三角形であるから
CE＝AC＝8 cm
辺 CD は組み立てたときに辺 CE と重なる辺であるから
CD＝CE＝8 cm
面 BDC は直角三角形であるので
三平方の定理から
$x^2+6^2=8^2$
$x>0$ であるから
$x=2\sqrt{7}$
したがって BF＝$2\sqrt{7}$ cm
答　$2\sqrt{7}$ cm
問2　ウ
問3　$16\sqrt{3}$ cm^3
解説
問1
△BCD において
∠CBD＝90°, BC＝6 cm, CD＝CE＝8 cm より
BD＝$\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ cm
よって BF＝BD＝$2\sqrt{7}$ cm
問2
点 D の位置は
立面図より ア, ウ, オ
EA＝EC よりウ, エ
よってどちらにも当てはまるウとなる。
問3
点 E から辺 AC に垂線をひき交点を H とすると
△ACE は 1 辺が 8 cm の正三角形より
EH＝$4\sqrt{3}$ cm
点 D から底面に垂線をひき交点を K とすると
△DKH において
∠DKH＝90°, KH＝6 cm, DH＝$4\sqrt{3}$ cm より
DK＝$\sqrt{(4\sqrt{3})^2-6^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ cm
よって求める三角錐 V の体積は
$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times8\times2\sqrt{3}=16\sqrt{3}$ cm^3

【問 166】

右の図は，立方体の展開図である。この展開図を組み立てて立方体をつくるとき，面アと垂直になる面を，面イ～カからすべて選び，記号で答えなさい。

（群馬県　2015 年度）



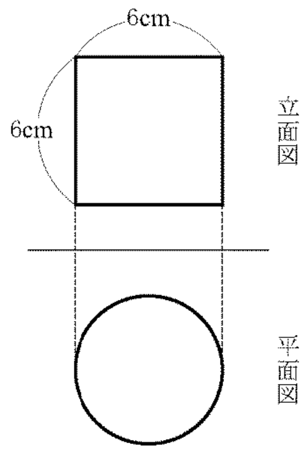
解答欄

解答
イ, ウ, オ, カ
解説
展開図を組み立てた立方体において
面アと平行な面エ以外はすべて面アと垂直になるので
答えは面イ, ウ, オ, カ

【問 167】

右の図は，円柱の投影図である。この円柱の体積を答えなさい。ただし，円周率は π とする。

（新潟県　2015 年度）



解答欄

cm^3

解答
54π cm^3
解説
底面の円の半径が 3 cm，高さが 6 cm の円柱になるから
求める体積は $\pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi$ cm^3

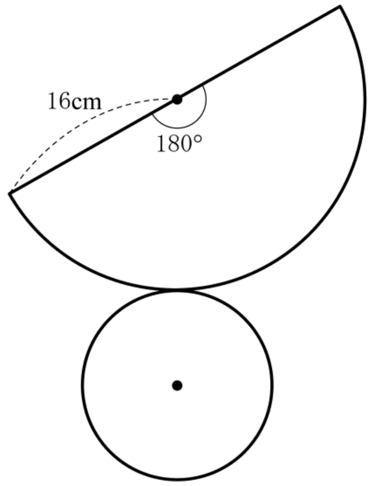
【問 168】

右の図は，円すいの展開図であり，側面の部分は，半径 16 cm，中心角 180° のおうぎ形である。この展開図を組み立ててできる円すいについて，次の各問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。

（三重県 2015 年度）

(1) この円すいの底面の円の半径を求めなさい。

(2) この円すいの体積を求めなさい。なお，答えに $\sqrt{}$ がふくまれるときは，$\sqrt{}$ の中をできるだけ小さい自然数にしなさい。



解答欄

(1)	cm
(2)	cm^3

解答

(1) 8 cm

(2) $\dfrac{512\sqrt{3}}{3}\pi$ cm^3

解説

(1)

円すいの底面の半径を r cm とすると

$2\pi r = 2\pi \times 16 \times \dfrac{180}{360}$

$r = 8$ cm

(2)

円すいの高さを h cm とすると

三平方の定理より

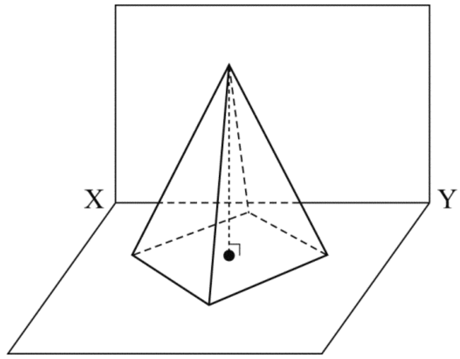
$h = \sqrt{16^2 - 8^2} = \sqrt{16^2 - 8^2} = 8\sqrt{3}$ cm

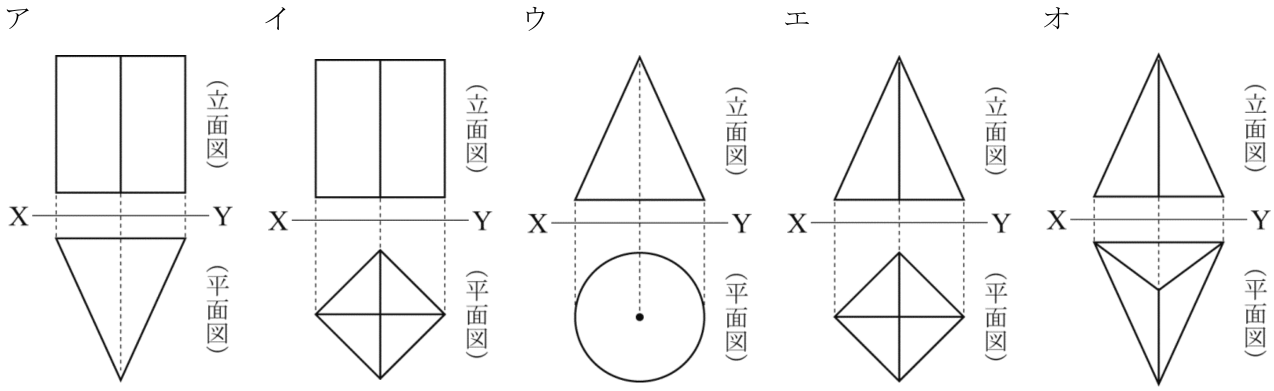
よって求める体積は $\dfrac{1}{3}\pi \times 8^2 \times 8\sqrt{3} = \dfrac{512\sqrt{3}}{3}\pi$ cm^3

【問 169】

右の図は，正四角錐の見取図である。この正四角錐の投影図が，下のア～オの中にある。正しいものをひとつ選び，記号で答えなさい。

（鳥取県　2015 年度）





解答欄

解答
エ
解説
正四角錐を
真正面から見た立面図は二等辺三角形で
真上から見た平面図は正方形なので
選択肢はエ

【問 170】

下の図1のような円すいがあり，図2はその展開図である。この展開図において，底面の円の半径は 2 cm，側面のおうぎ形の半径は 5 cm である。

（愛媛県 2015 年度）

図1

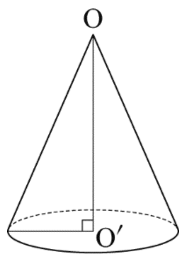
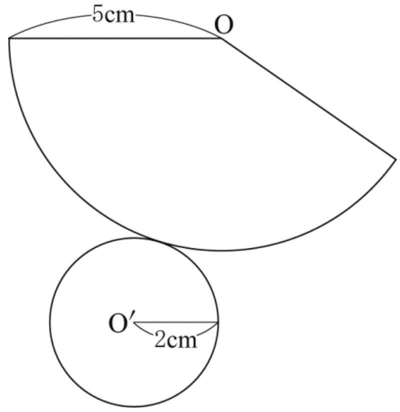


図2



(1) 図1の円すいの高さを求めよ。

(2) 図2の側面のおうぎ形の中心角の大きさを求めよ。

解答欄

(1)	cm
(2)	度

解答

(1) $\sqrt{21}$ cm

(2) 144 度

解説

(1)

円すいの高さは

三平方の定理を利用して

$\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$ cm

(2)

側面のおうぎ形の中心角を $x°$ とすると

おうぎ形の弧の長さと底面の円周は等しいので

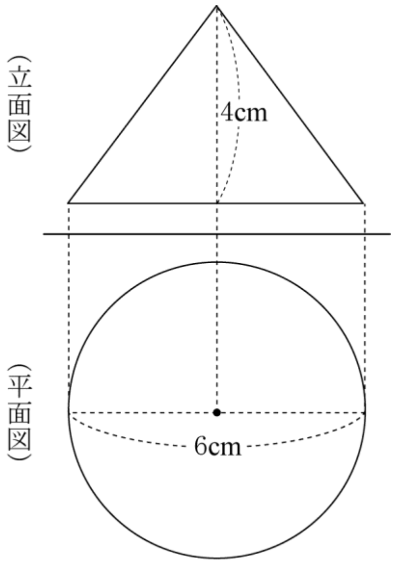
$2\pi\times5\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times2\quad x=144°$

【2016年度出題】

【問 171】

右の図は，ある立体の投影図です。この投影図が表す立体の名前として，正しいものを，ア～エから 1 つ選びなさい。また，この立体の体積を求めなさい。ただし，円周率はπを用いなさい。

（北海道　2016 年度）



ア 三角柱

イ 円柱

ウ 三角錐

エ 円錐

解答欄

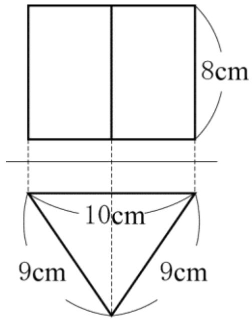
立体の名前	
体　積	cm^3

解答
立体の名前　エ
体積　12π　cm^3
解説
立体の名前は円錐だから　エ
立体の体積は$\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=12\pi$　cm^3

【問 172】

右の図は，三角柱の投影図である。この三角柱の体積を求めなさい。

（秋田県　2016 年度）



解答欄

cm^3

解答

$80\sqrt{14}\ \text{cm}^3$

解説

底面の三角形の底辺を 10 cm のところとすると

三角形の高さは

$\sqrt{9^2-5^2}=\sqrt{56}=2\sqrt{14}$

よって三角柱の体積は$\dfrac{1}{2}\times10\times2\sqrt{14}\times8=80\sqrt{14}\ \text{cm}^3$

【問 173】

図1は，正三角柱を見取図と投影図に表したものである。また，図2は，体積が 360 cm^3 の直方体から，この直方体の 3 つの頂点を通る平面で三角すいを切り取った立体を，見取図に表したものである。あとの問いに答えなさい。

（山形県　2016 年度）

図1

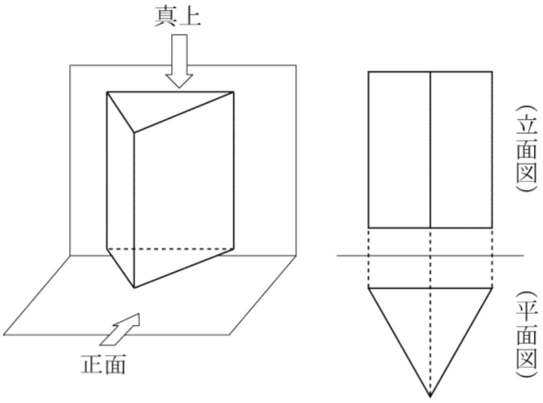
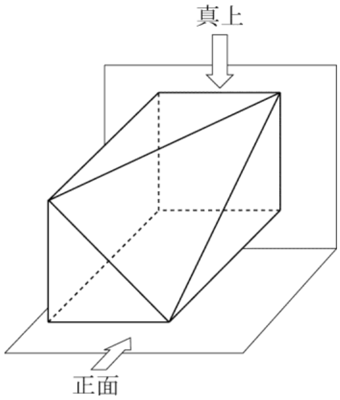
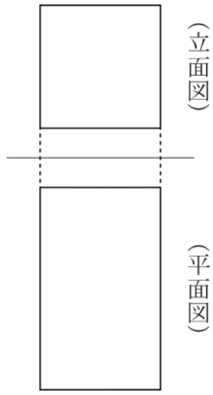


図2



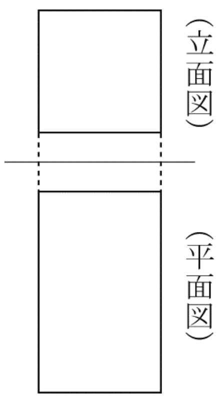
(1) 図2の立体の投影図を，図3に実線をかき入れて完成させなさい。

図3



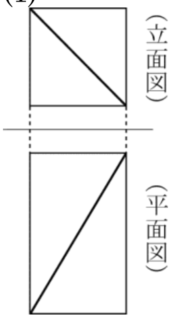
(2) 図2の立体の体積を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	cm^3

解答

(1)



(2)　300 cm^3

解説

(1)

切り口の三角形がどのように見えるかに注意する。

(2)

切り取った三角すいの体積は

同じ底面積で同じ高さの三角柱の体積の $\frac{1}{3}$ だから

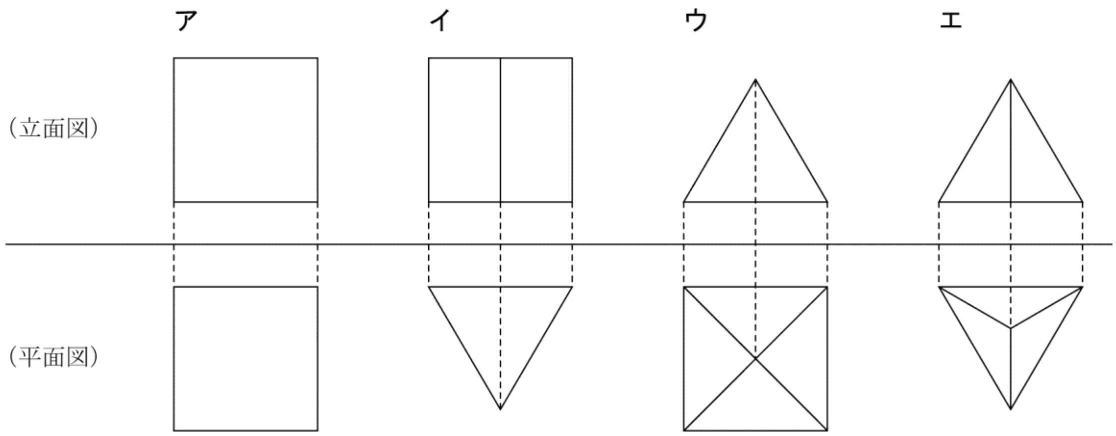
この直方体の体積の $\frac{1}{6}$ である。

よって残りの体積は $360 \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) = 300\ \mathrm{cm}^3$

【問 174】

四角錐を表している投影図を，次のア～エのうちから 1 つ選び，符号で答えなさい。

（千葉県　2016 年度　後期）



解答欄

解答
ウ
解説
ア　立方体(直方体)
イ　三角柱
エ　三角錐

【問 175】

図1のように，1 辺の長さが 3 cm の立方体があり，3 点 A, B, C を通る平面で，この立方体を 2 つに切る。

（長野県　2016 年度）

(1) 図1の立方体の展開図が図2のようになるとき，図1の頂点 C に対応する点が，図2には 2 点ある。点 C を表す文字 C と，線分 AB, BC, CA をかきなさい。

(2) 図1の立方体を 2 つに切った立体のうち，頂点 D を含む立体は図3のようになる。図3の立体の体積を求めなさい。

図1

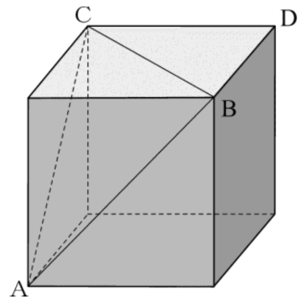


図2

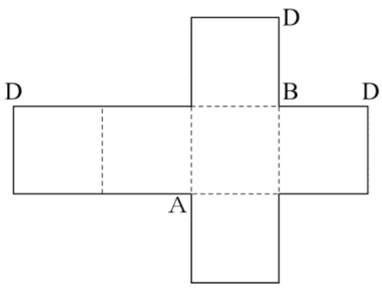
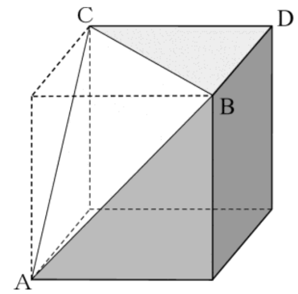
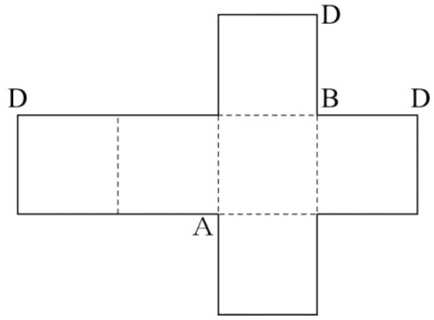
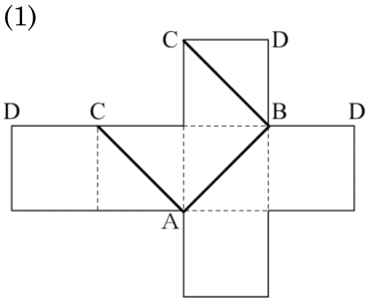


図3



解答欄

(1)	
(2)	cm^3

解答
(1)


(2) $\dfrac{45}{2}$ cm^3
解説
問１
問題文の図2の A と B を結ぶ対角線をかき
その面が一番手前にあるように
展開図を折りまげて図1のようにすると考える。
また線分 AB, BC, CA がつながっているようにかけばよい。
問2
A, B, C 以外の三角すいの頂点を P とおくと
三角すい A－PBC の体積は $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times 3\times 3\times 3=\dfrac{9}{2}$ cm^3
よって求める体積は $3^3-\dfrac{9}{2}=\dfrac{54-9}{2}=\dfrac{45}{2}$ cm^3

【問 176】

図2のように，点 O, A, B, C, D を頂点とし，全ての辺の長さが等しい正四角すいがある。図3はこの正四角すいの展開図の 1 つである。図3の展開図をつくるためには，図2の正四角すいの 3 辺 OA, OB, BC に加えて，どの 1 辺を切り開けばよいか。次のア～オから１つ選び，その記号を書け。

（奈良県　2016 年度）

ア 辺 OC

イ 辺 OD

ウ 辺 AB

エ 辺 AD

オ 辺 CD

図2

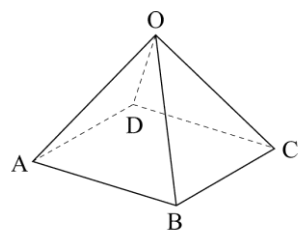
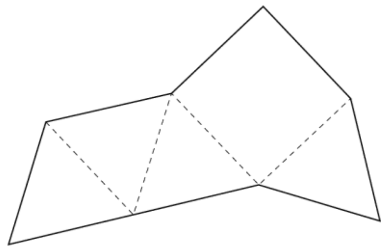


図3



解答欄

解答
オ
解説
図3より底面 ABCD の辺のうちとなりあう 2 辺を切り開いていることがわかる。
1 辺は辺 BC だからもう 1 辺は辺 AB か辺 CD となる。
辺 AB で切ると△OAB が切り離されてしまうから正しくない。
よって正しいのはオ

【問 177】

右の図1は，一辺の長さが 4 の正八面体である。このとき，次の各問いに答えなさい。

（鳥取県　2016 年度）

問1 線分 BD の長さを求めなさい。

問2 この正八面体の体積を求めなさい。

問3 右の図2は，この正八面体の展開図である。図2の①～⑥の中で，頂点 B にあたる点をすべて選び，番号で答えなさい。

問4 辺 BC の中点を M，辺 ED の中点を N とする。この正八面体を 3 点 A，M，N を通る平面で切り，2 つの立体に分けたとき，切り口はどんな形になるか。次のア～エから正しいものをひとつ選び，記号で答えなさい。

ア 二等辺三角形　　イ 正方形　　ウ ひし形　　エ 五角形

問5 右の図3のように，この正八面体の 8 つの側面にぴったりと接している球がある。この球の半径を求めなさい。

図1

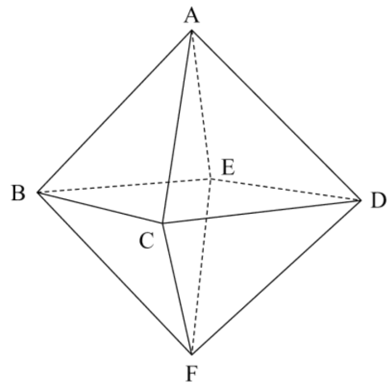


図2

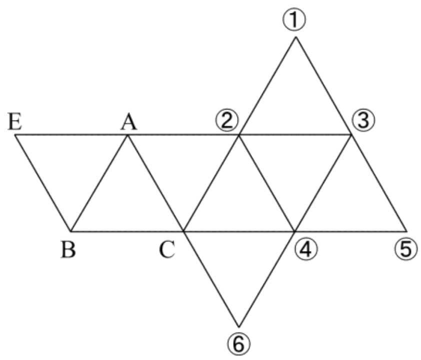
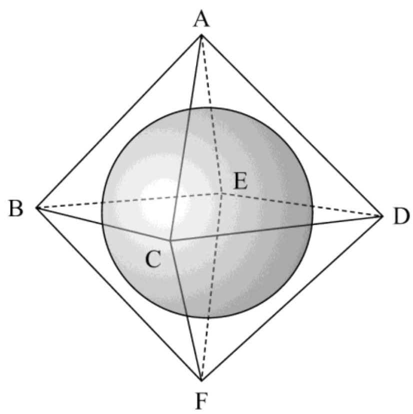


図3



解答欄

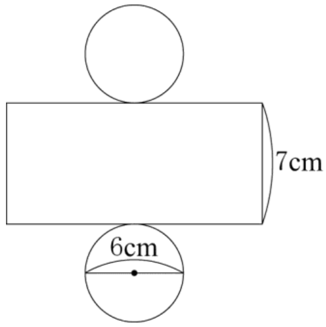
問1	BD＝
問2	
問3	
問4	
問5	

解答
問1　BD＝$4\sqrt{2}$
問2　$\dfrac{64}{3}\sqrt{2}$
問3　⑤，⑥
問4　ウ
問5　$\dfrac{2}{3}\sqrt{6}$
解説
問1
$BD^2=4^2+4^2=32$
よって BD＝$4\sqrt{2}$
問2
頂点 A から平面 BCDE へ垂線 AO を下ろすと O は各頂点から同じ距離にあるので
AO＝$2\sqrt{2}$
よって正八面体の体積は$\dfrac{1}{3}\times4\times4\times2\sqrt{2}\times2=\dfrac{64}{3}\sqrt{2}$
問3
図2の展開図と図1の正八面体の頂点を対応させると
①が A，②が D，③が E，④が F，⑤，⑥が B となる。
よって⑤，⑥
問4
AM＝AN＝MF＝NF＝$2\sqrt{3}$
MN＝4
AF＝$4\sqrt{2}$
よってウのひし形となる。
問5
球の中心は問2の O と同じ点で三角錐 OABC が 8 個で正八面体の体積となる。
球の半径を R とおくと△ABC の面積が
$\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ なので
$8\times\dfrac{1}{3}\times4\sqrt{3}\times R=\dfrac{64}{3}\sqrt{2}$
$R=\dfrac{2}{3}\sqrt{6}$

【問 178】

右の図は，底面が直径 6 cm の円で，高さが 7 cm の円柱の展開図である。これを組み立てたときにできる円柱の体積は $\boxed{}$ cm^3 である。

（岡山県　2016 年度　特別）



解答欄

cm^3

解答

63π　cm^3

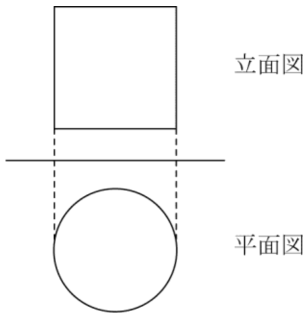
解説

$\pi \times 3^2 \times 7 = 63\pi$　cm^3

【問 179】

右の図は，円柱の投影図で，立面図は一辺の長さが 10 cm の正方形です。この円柱の体積は何 cm^3 ですか。ただし，円周率は π とします。

（広島県　2016 年度）



解答欄

cm^3

解答

250π　cm^3

解説

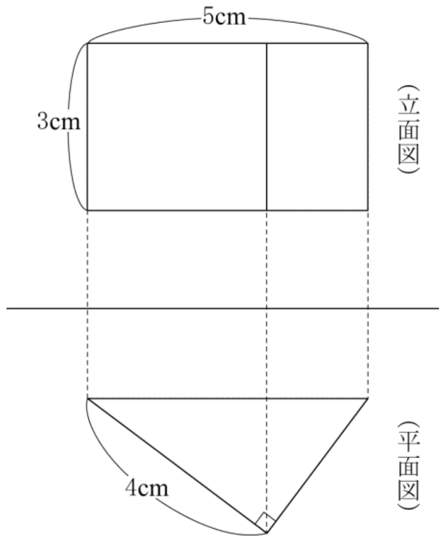
円柱の底面は半径 5 cm の円で高さ 10 cm だから

体積は　$\pi \times 5^2 \times 10 = 250\pi$　cm^3

【問 180】

右の図は，底面が直角三角形である三角柱の投影図である。この三角柱の体積を求めなさい。

（徳島県　2016 年度）



解答欄

cm^3

解答

18 cm^3

解説

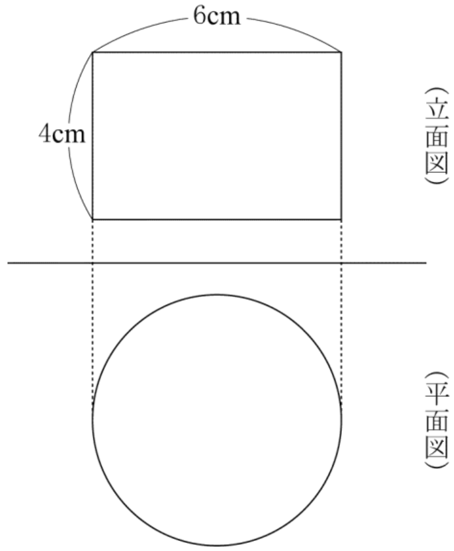
平面図の三角形の残る辺の長さは 5 cm，3 cm なので

三角柱の体積は $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times 3 = 18$ cm^3

【問 181】

右の図は，円柱の投影図である。立面図は縦 4 cm，横 6 cm の長方形であり，平面図は円である。このとき，この円柱の体積を求めなさい。

（佐賀県　2016 年度　一般）



解答欄

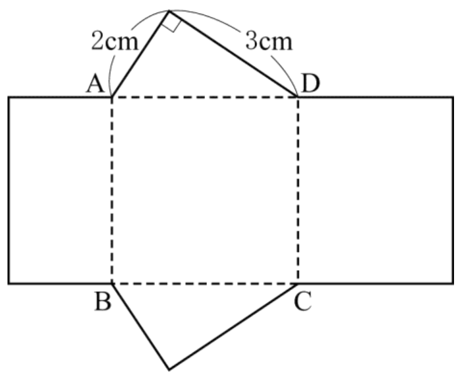
cm^3

解答
36π cm^3
解説
底面の円の半径が 3 cm 高さが 4 cm だから
体積は $\pi\times3^2\times4=36\pi$ cm^3

【問 182】

右の展開図において, 四角形 ABCD は正方形である。この展開図を組み立ててできる三角柱の体積は何 cm^3 か。

（鹿児島県　2016 年度）



解答欄

cm^3

解答

$3\sqrt{13}$ cm^3

解説

四角形 ABCD の1辺の長さは

展開図における三角形に三平方の定理を用いて

AD＝$\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$ cm^3

よって三角柱の体積は$\frac{1}{2}\times2\times3\times\sqrt{13}=3\sqrt{13}$ cm^3

【2017年度出題】

【問 183】

次の図1は，円柱の見取図とその投影図です。真上から見ると，平面図のように，6 つの点 A，D，B，E，C，F が円周上に等間隔に並んでいます。図2のように，6 つの点 A～F を 12 本の線分でつなぎ，立体をつくります。図3は，その立体の見取図です。

このとき，下の問1，問2に答えなさい。

（岩手県　2017 年度）

図1

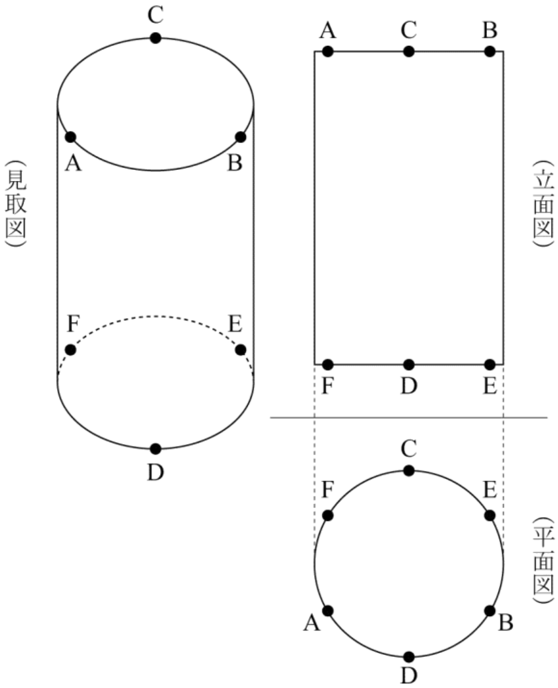


図2

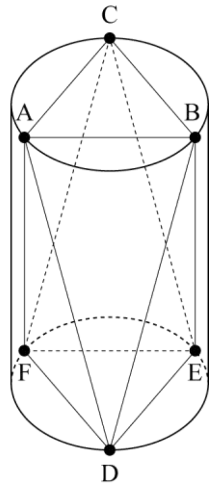
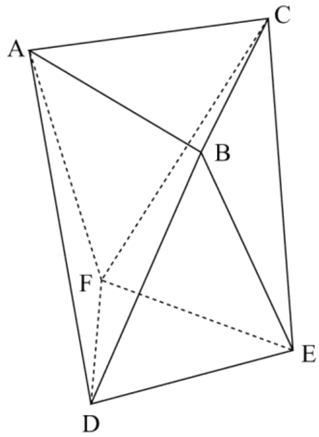
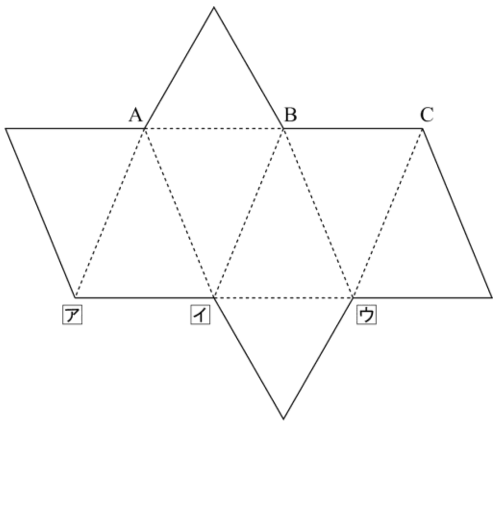


図3



問1 右の図4は，図3の立体の展開図で，図中の ア ～ ウ は，3 点 D，E，F のいずれかの点です。3 つの点 D，E，F のうち，ア ～ ウ にあてはまる記号をそれぞれ書きなさい。

図4



問2 図1の円柱の高さが 6 cm で，図3の△ABC と△DEF が，ともに 1 辺の長さが 6 cm の正三角形のとき，AD の長さを求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>ウ</td><td></td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">cm</td></tr>
</table>

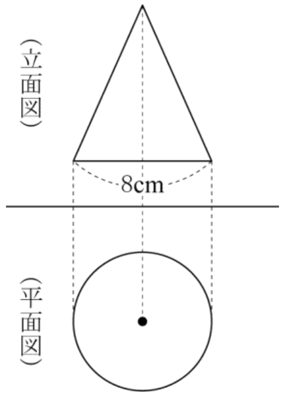
解答
問1
ア　F
イ　D
ウ　E
問2　$4\sqrt{3}$ cm
解説
問1
辺 AB でつながっているのは面 ABC と面 ABD だから$\boxed{イ}$ にあてはまるものは D である。
辺 AD でつながっているのは面 ABD と面 AFD だから$\boxed{ア}$ にあてはまるものは F である。
辺 BD でつながっているのは面 ABD と面 EBD だから$\boxed{ウ}$ にあてはまるものは E である。
問2
点 D を通り底面に垂直な直線と$\overset{\frown}{AB}$との交点を D′ とすると
円周角の定理より
$\angle AD'C = \angle ABC = 60^\circ$
半円の弧に対する円周角は直角であるから$\angle D'AC = 90^\circ$
よって△C A D′ は 90°，30°，60°　の直角三角形になるから
$AD' = \frac{1}{\sqrt{3}}AC = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 6 = 2\sqrt{3}$ cm
△AD D′ において
三平方の定理より
$AD^2 = AD'^2 + D'D^2 = (2\sqrt{3})^2 + 6^2 = 48$
よって AD＞0 より
$AD = 4\sqrt{3}$ cm

【問 184】

右の図は，円錐の投影図であり，立面図は底辺が 8 cm，面積が 36 cm^2 の二等辺三角形である。

このとき，この円錐の体積を求めなさい。

（福島県　2017 年度）



解答欄

cm^3

解答

48π　cm^3

解説

立面図の二等辺三角形の高さを h cm とすると

$\frac{1}{2}\times 8\times h = 36$

$4h = 36$

$h = 9$

底面の半径は

$8\div 2 = 4$ cm

よってこの円錐の体積は $\frac{1}{3}\times(\pi\times 4^2)\times 9 = 48\pi$　cm^3

【問 185】

右の図1は，1 辺の長さが 12 cm の正方形から，かげ（）をつけた部分を切り取ってできる正四角柱の展開図です。この展開図を組み立てて，図2のような正四角柱をつくります。

この正四角柱の底面の 1 辺の長さが，高さの 2 倍になるとき，この正四角柱の高さを求めなさい。

（埼玉県 2017 年度）

図1

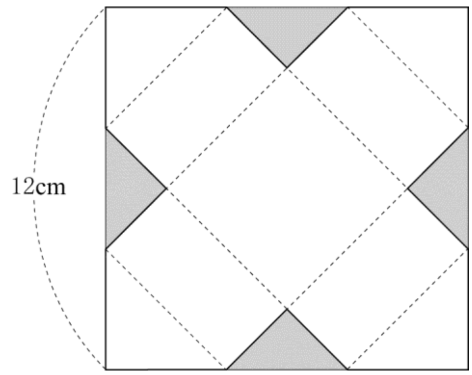
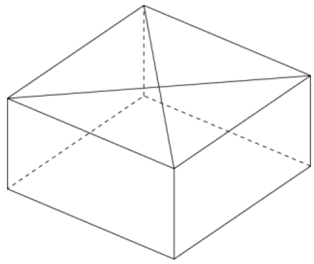


図2



解答欄

cm

解答

$2\sqrt{2}$ cm

解説

この正四角柱の高さを x cm とすると

底面の 1 辺の長さは $x \times 2 = 2x$ cm と表される。

かげをつけた部分を切り取る前の正方形の対角線の長さを x を使って表すと

$2x \div 2 + x + 2x + x + 2x \div 2 = 6x$ cm となる。

1 辺の長さが 12 cm の正方形の対角線の長さは

$12\sqrt{2}$ cm だから

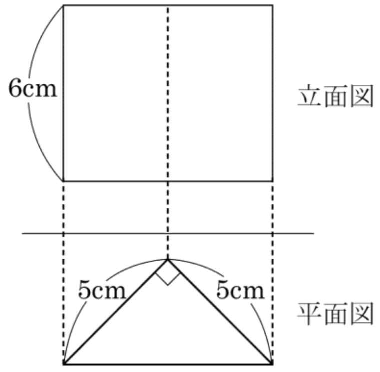
$6x = 12\sqrt{2}$

$x = 2\sqrt{2}$

【問 186】

右の図は，三角柱の投影図である。この三角柱の体積を答えなさい。

（新潟県　2017 年度）



解答欄

cm^3

解答

75 cm^3

解説

真正面から見た図が立面図真上から見た図が平面図になる。

よってこの三角柱は底面の直角をはさむ 2 辺の長さが 5 cm の直角二等辺三角形で高さが 6 cm だから

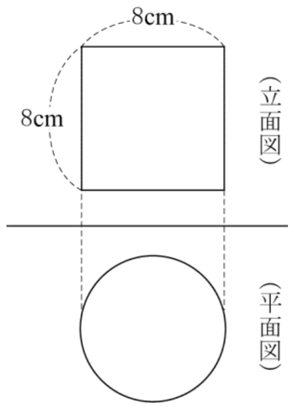
体積は $\dfrac{1}{2}\times5\times5\times6=75\text{cm}^3$

【問 187】

右の図は円柱の投影図である。立面図は一辺の長さが 8 cm の正方形で，平面図は円である。

このとき，この円柱の側面積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

（石川県　2017 年度）



解答欄

cm^2

解答

64π cm^2

解説

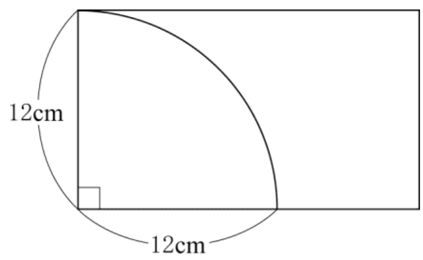
円柱の側面は長方形で
円柱の側面積は
円柱の高さ×底面の円周の長さ　で求められる。
底面の半径は $8\div2=4$ cm だから
底面の円周の長さは $2\pi\times4=8\pi$ cm
よって円柱の高さは 8 cm なので
円柱の側面積は $8\times8\pi=64\pi$ cm^2

【問 188】

右の図のように，縦 12 cm の長方形の紙に半径 12 cm，中心角 90° のおうぎ形がかかれている。このおうぎ形を側面とする円錐の展開図を完成させるために，底面の円をかき加える。

このとき，次の問いに答えよ。

（福井県　2017 年度）



問1　底面の半径を求めよ。

問2　長方形の横の長さを最も短くするために，底面をかき加える位置を工夫して，展開図を完成させた。このときの横の長さを求めよ。

解答欄

問1	cm
問2	cm

解答

問1　3 cm

問2　15 cm

解説

問1

底面の半径を r cm とする。

円錐の展開図では側面のおうぎ形の弧の長さと底面の円の周の長さは等しくなるから

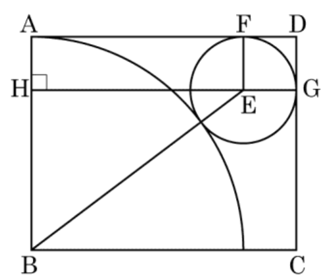
$2\pi \times 12 \times \frac{90}{360} = 2\pi r$

$2\pi r = 6\pi$

$r = 3$

問2

長方形の横の長さを最も短くするときの円錐の展開図は右の図のようになる。



このとき円の接線はその接点を通る半径に垂直であるから

EF⊥AD，EG⊥CD

よって四角形 DFEG は正方形だから FD＝EG＝3 cm

点 E から辺 AB に垂線 EH をひくと四角形 AHEF は長方形だから

AH＝FE＝3 cm

また△BEH において

三平方の定理より $HE^2 = BE^2 - BH^2 = (12+3)^2 - (12-3)^2 = 144$

HE＞0 より

HE＝12cm

したがって AF＝HE＝12cm だから

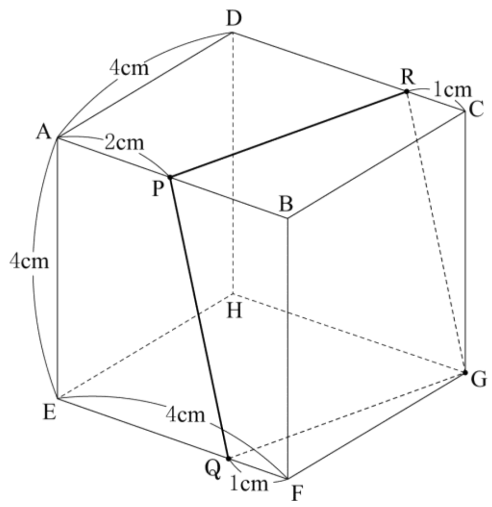
AD＝AF＋FD＝12＋3＝15 cm

【問 189】

一辺の長さが 4 cm の立方体 ABCD－EFGH において，点 P は辺 AB の中点である。また，点 Q，R はそれぞれ辺 EF，DC 上の点であり，FQ＝1 cm，CR＝1 cm である。

このとき，4 点 P，Q，G，R は同じ平面上にある。次の問1～問5に答えなさい。

（山梨県　2017 年度）



問1　線分 PQ の長さを求めなさい。

問2　次のア～エの三角形の中に直角三角形が 1 つだけある。その記号を書きなさい。

ア　△PQR　　イ　△PBG　　ウ　△PQG　　エ　△PBR

問3　線分 PG の長さを求めなさい。

問4　△QGR の面積を求めなさい。

問5　4 点 B，Q，G，R を頂点とする三角錐の体積を求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	
問3	cm
問4	cm^2
問5	cm^3

解答
問1　$\sqrt{17}$ cm
問2　イ
問3　6 cm
問4　$6\sqrt{2}$ cm^2
問5　$\dfrac{16}{3}$ cm^3

解説

問1

点 Q から辺 AB に垂線 QS をひきその交点を S とする。

△PQS において三平方の定理より

$PQ^2=PS^2+SQ^2=(2-1)^2+4^2=1^2+4^2=17$

よって PQ＞0 より

$PQ=\sqrt{17}$ cm

問2

$QG=GR=RP=PQ=\sqrt{17}$ cm

$PG^2=PB^2+BF^2+FG^2=2^2+4^2+4^2=36$

PG＞0 より

PG＝6 cm

QR＝ED より

$QR^2=ED^2=EA^2+AD^2=4^2+4^2=32$

QR＞0 より

$QR=4\sqrt{2}$ cm

よって四角形 PQGR はひし形であることがわかる。

アの△PQR とウの△PQG は直角三角形でない。

エの△PBR は，3 辺の長さが $\sqrt{17}$ cm，$\sqrt{17}$ cm，2 cm の二等辺三角形であり直角三角形でない。

イの△PBG は PB と面 BFGC が垂直だから PB⊥BG より直角三角形である。

問3

問2より PG＝6 cm

問4

問2より $QG=GR=\sqrt{17}$ cm，$QR=4\sqrt{2}$ cm だから△QGR は二等辺三角形である。

点 G から辺 QR に垂線 GT をひく。

△GQT と△GRT において

∠GTQ＝∠GTR＝90°，GQ＝GR，GT＝GT より

直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから

△GQT≡△GRT

このことから $QT=RT=\frac{1}{2}QR=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ cm

△GQT において

三平方の定理より $GT^2=GQ^2-QT^2=(\sqrt{17})^2-(2\sqrt{2})^2=17-8=9$

よって GT＝3 cm

したがって△QGR の面積は $\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times3=6\sqrt{2}$ cm^2

問5

三角錐 B－QGR の体積は四角錐 B－PQGR の体積の $\frac{1}{2}$ なので

まず四角錐 B－PQGR の体積を求める。

立方体 ABCD－EFGH を 4 点 P，Q，G，R を通る平面で 2 つの立体に分けたとき

点 B を含む方の立体は

三角柱 BCS－FGQ

四角錐 Q－CRPS

三角錐 C－GQR の 3 つの立体を合わせたものになるから

$\left(\frac{1}{2}\times1\times4\right)\times4+\frac{1}{3}\times(1\times4)\times4+\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times1\times4\right)\times4=8+\frac{16}{3}+\frac{8}{3}=16$ cm^3

この体積から三角錐 B－FGQ と三角錐 G－BCR の体積を取り除くと四角錐 B－PQGR の体積になる。

よって四角錐 B－PQGR の体積は $16-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times1\times4\right)\times4-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times1\times4\right)\times4=\frac{32}{3}$ cm^3

したがって求める立体の体積は $\frac{32}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{16}{3}$ cm^3

【問 190】

図1のように，底面の直径 AB と母線の長さ PA について AB＝PA＝4 cm の円錐がある。

（長野県　2017 年度）

図1

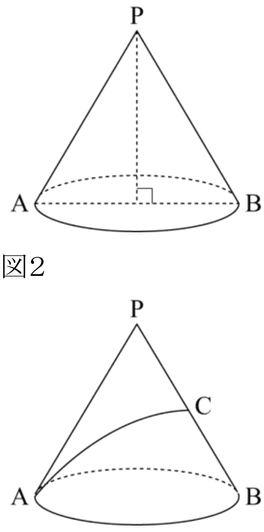
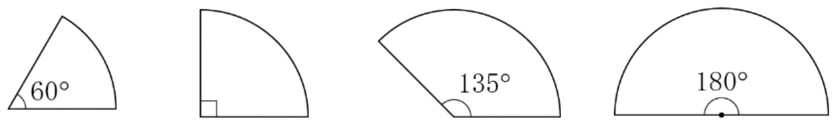


図2

(1) この円錐の側面の展開図はおうぎ形になる。その展開図として正しいものを，次のア～エから 1 つ選び，記号を書きなさい。

ア　　イ　　ウ　　エ



(2) 線分 PB の中点を C とする。図2のように，この円錐の表面に，点 A から点 C まで，ひもをゆるまないようにかける。ひもの長さが最も短くなるとき，その長さを求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	cm

解答

(1)　エ

(2)　$2\sqrt{5}$ cm

解説

(1)

この円錐の底面の半径は $4\div2=2$ cm ，円周率を π，側面のおうぎ形の中心角の大きさを $a°$ とする。

円錐の展開図では側面のおうぎ形の弧の長さと底面の円の周の長さは等しくなるから

$2\pi\times4\times\dfrac{a}{360}=2\pi\times2$

$\dfrac{a}{360}=\dfrac{2\pi\times2}{2\pi\times4}$

$\dfrac{a}{360}=\dfrac{1}{2}$

$a=180$

よってエが正しい。

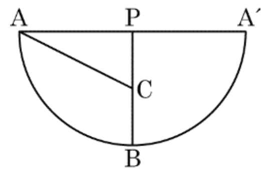
(2)

ひもの長さが最も短くなる様子を側面の展開図上に表すと

右の図のように A と C を結んだ線分 AC となる。

図1で線分 AB は底面の円の直径であるから

右の図において$\angle APB=180°\times\dfrac{1}{2}=90°$



右の図の△ACP において

三平方の定理より

$AC^2=AP^2+PC^2=4^2+2^2=20$

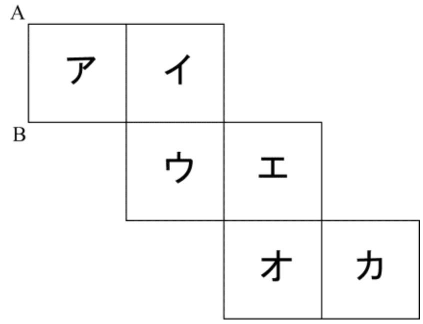
$AC>0$ より

$AC=2\sqrt{5}$ cm

【問 191】

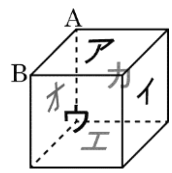
右の図は，立方体の展開図である。この展開図を組み立てて作られる立方体について，辺 AB と垂直な面をア～カのなかからすべて選び，符号で書きなさい。

（岐阜県 2017 年度）



解答欄

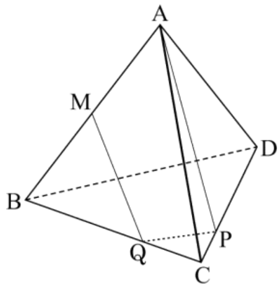
解答
ウ，カ
解説
展開図を組み立てると右の図のようになる。
よって辺 AB と垂直な面はウとカ



【問 192】

右の図のような，1 辺の長さが 5 cm の正四面体 ABCD があり，辺 AB の中点を M とする。また，2 点 P，Q をそれぞれ辺 CD，BC 上に，3 つの線分 AP，PQ，QM の長さの和 AP＋PQ＋QM が最短となるようにとる。

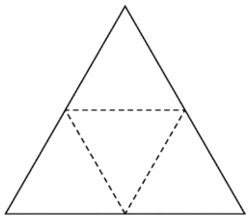
このとき，次の問1～問3に答えよ。



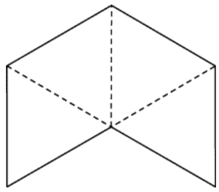
（京都府　2017 年度　前期）

問1　正四面体の展開図として適当でないものを，次の(ア)～(ウ)から 1 つ選べ。

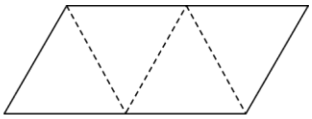
(ア)



(イ)



(ウ)



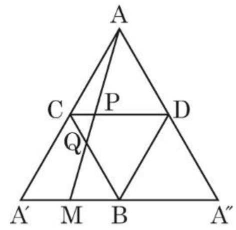
問2　AP＋PQ＋QM を求めよ。

問3　正四面体 ABCD と四面体 MQCP の体積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

解答欄

問1	
問2	cm
問3	正四面体 ABCD：四面体 MQCP＝　　：

解答
問1　イ
問2　$\dfrac{5\sqrt{13}}{2}$ cm
問3　正四面体 ABCD : 四面体 MQCP＝24 : 1
解説
問1
正四面体の展開図は(ア)と(ウ)の 2 種類しかない。
問2
右の図のように正四面体 ABCD の問1の(ア)の展開図にかいて考える。



AP＋PQ＋QM が最短となるとき
3 つの線分 AP, PQ, QM は右の図の線分 AM と重なる。
$\triangle AA'A''$ は 1 辺の長さが 5×2＝10 cm の正三角形だから
$\triangle AA'B$ は 30°, 60°, 90°の直角三角形になるので
$AA' : AB = 2 : \sqrt{3}$
よって $10 : AB = 2 : \sqrt{3}$ より
$AB = 5\sqrt{3}$ cm
$BM = 5 \div 2 = \dfrac{5}{2}$ cm だから
AP＋PQ＋QM＝y cm とすると
三平方の定理より
$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 + (5\sqrt{3})^2 = y^2$$
$$y^2 = \frac{325}{4}$$
$y > 0$ だから
$$y = \frac{5\sqrt{13}}{2}$$
問3
右上の図で $CD \parallel A'A''$ より
$AP : PM = AC : CA' = 1 : 1$ だから
$CP = \dfrac{1}{2}A'M = \dfrac{1}{4}CD$
また$\triangle CQP \backsim \triangle BQM$ だから
$CQ : BQ = CP : BM = CP : A'M = 1 : 2$
よって $CQ = \dfrac{1}{3}BC$
$\triangle BCD = S$ とすると
$$\triangle QCP = \frac{1}{4}\triangle QCD = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\triangle BCD = \frac{1}{12}S$$
ここで正四面体 ABCD において
点 A と$\triangle BCD$ の距離を h とすると
点 M は辺 AB の中点だから
点 M と$\triangle BCD$ の距離は $\dfrac{1}{2}h$ と表される。
よって正四面体 ABCD と四面体 MQCP の体積の比は
$$\left(\frac{1}{3} \times S \times h\right) : \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{12}S \times \frac{1}{2}h\right) = \frac{1}{3}Sh : \frac{1}{72}Sh = \frac{1}{3} : \frac{1}{72} = 24 : 1$$

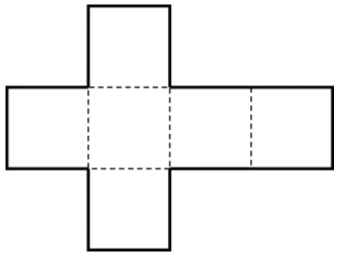
【問 193】

立方体と直方体の展開図について，次の問いに答えなさい。

（兵庫県　2017 年度）

問1　図1は，立方体を辺にそって切り開いたときの展開図である。このように立方体を切り開くときに切った辺は何本あるか，求めなさい。

図1



問2　図2のような縦 3 cm，横 2 cm，高さ 1 cm の直方体を辺にそって切り開いたときの展開図をかく。図3は，その展開図のうちの 1 つである。

図2

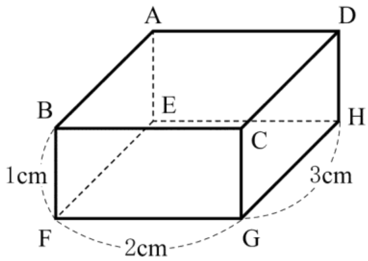
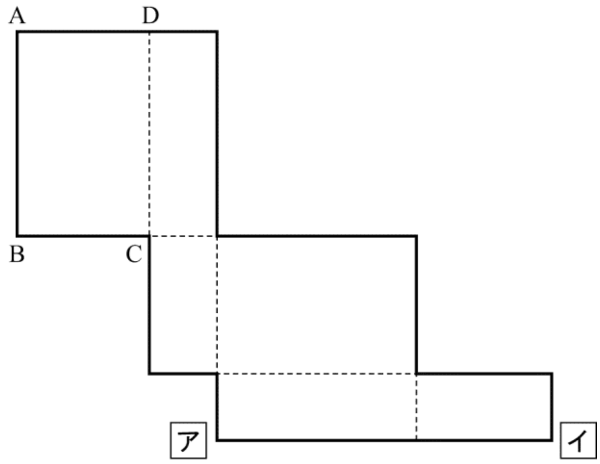


図3



(1) 図3の ア ，イ の点は，それぞれ図2の A～H のどの頂点に対応するか，その記号を書きなさい。

(2) 図3のように切り開くときに切った辺の長さの合計は何 cm か，求めなさい。

(3) 図2の直方体の展開図のうち，周の長さが最長となるのは何 cm か，また，最短となるのは何 cm か，求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="3">本</td></tr>
<tr><td rowspan="5">問2</td><td rowspan="2">(1)</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(3)</td><td colspan="2">最長 cm</td></tr>
<tr><td colspan="2">最短 cm</td></tr>
</table>

解答
問1　7 本
問2
(1)
ア　B
イ　D
(2)　14 cm
(3)
最長　34 cm
最短　22 cm
解説
問1
図1の立方体の展開図を見ると面と面の間の破線が 5 本あり
この破線は立方体を切り開くときに切らなかった辺を表している。
よって立方体には辺が 12 本あるから切った辺は 12－5＝7 本
問2
(1)
辺 CD でつながっているのは面 ABCD と面 DCGH だから
図3において点 D の右隣は点 H，点 C の右隣は点 G である。
辺 CG でつながっているのは面 DCGH と面 CBFG だから
図3において点 C のすぐ下は点 B，点 G のすぐ下は点 F である。
辺 FG でつながっているのは面 CBFG と面 GFEH だから
図3において点 G の右隣は点 H，点 F の右隣は点 E である。
辺 FE でつながっているのは面 GFEH と面 FBAE だから
図3において点 F のすぐ下は点 B($\boxed{\text{ア}}$)，点 E のすぐ下は点 A である。
辺 AE でつながっているのは面 FBAE と面 EADH だから
図3において点 E の右隣は点 H，点 A の右隣は点 D($\boxed{\text{イ}}$) である。
(2)
図3より切らなかった辺は 3 cm が 2 本，2 cm が 1 本，1 cm が 2 本である。
図2の直方体には 3 cm の辺，2 cm の辺，1 cm の辺が 4 本ずつあるから
切った辺は 3 cm が 2 本，2 cm が 3 本，1 cm が 2 本である。
よって 3×2＋2×3＋1×2＝14 cm
(3)
3 cm の辺を多く切ると展開図の周の長さが長くなる。
逆に 1 cm の辺を多く切ると展開図の周の長さが短くなる。
周の長さが最長となる場合は
切らなかった 5 本の辺の長さを 1 cm，1 cm，1 cm，2 cm，2 cm としたときで
切った辺は 3 cm が 4 本，2 cm が 2 本，1 cm が 1 本となる。
辺を 1 本切ると展開図上では 2 本に分かれることから
展開図の周の長さは切った辺の長さの 2 倍になる。
よって 3×2×4＋2×2×2＋1×2×1＝24＋8＋2＝34 cm
周の長さが最短となる場合は
切らなかった 5 本の辺の長さを 3 cm，3 cm，3 cm，2 cm，2 cm としたときで
このとき切った辺は 3 cm が 1 本，2 cm が 2 本，1 cm が 4 本となる。
よって 3×2×1＋2×2×2＋1×2×4＝22 cm

【問 194】

右の図1のような一辺の長さが 4 cm の正方形の折り紙 ABCD がある。辺 BC, CD の中点をそれぞれ M, N とする。

このとき, 次の各問いに答えなさい。

（鳥取県　2017 年度）

問1 線分 AM を折り目として折り返したとき, 点 B が折り紙と重なる点を P とする。

このとき, 点 P を作図しなさい。ただし, 作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。

問2 線分 AM の長さを求めなさい。

問3 右の図2のように, 図1の線分 AM, MN, AN で折り, 3 点 B, C, D が 1 点で重なる三角錐をつくった。

この三角錐は, 下の図3のように, 一辺の長さが 4 cm の立方体の一部と一致した。この立方体の展開図が, 下の図4のようであるとき, 線分 AN, 線分 MN をそれぞれかきなさい。ただし, 図4の点線は, この立方体の各辺の中点を結んでできる線分を表している。

問4 右の図5のように, 図2の三角錐の 3 点 B, C, D が 1 点で重なった点を L とする。また, 2 点 Q, R は, それぞれ線分 LM, LN 上の点で, 2 点 M, N からそれぞれ a cm はなれている。この三角錐を, 2 点 Q, R を通り線分 AL に平行な平面で切ったときの切り口の面積を, a を用いて表しなさい。ただし, $0<a<2$ とする。

図1

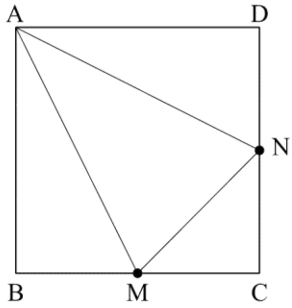


図2

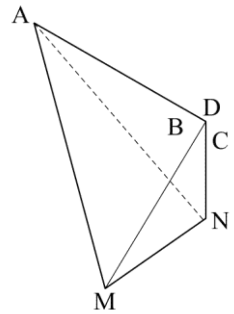


図3

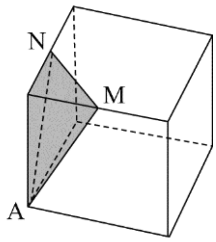


図4

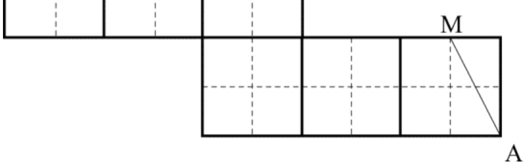
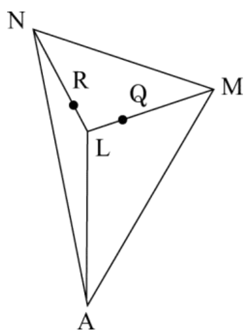
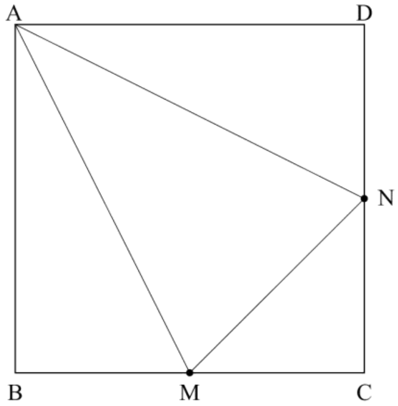
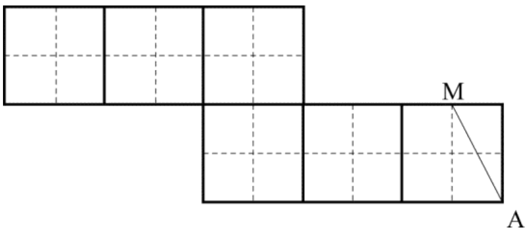


図5

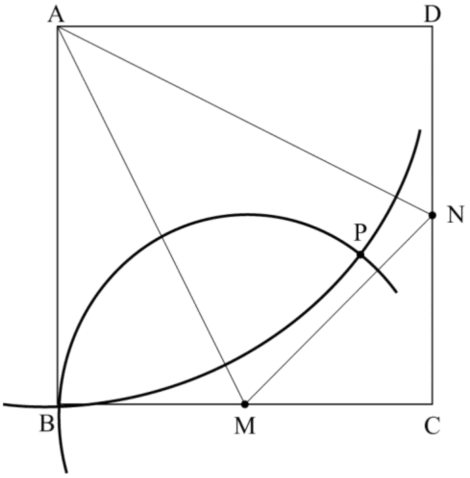


解答欄

問1	
問2	AM＝　　　　　　cm
問3	
問4	cm^2

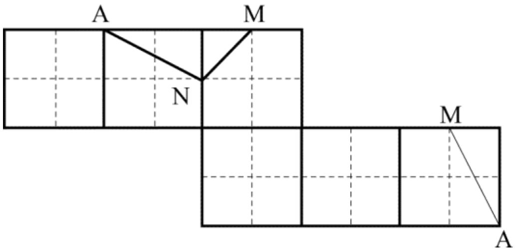
解答

問1



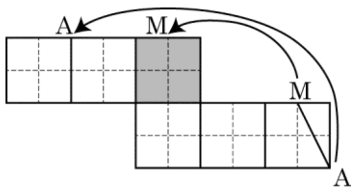
問2　AM＝$2\sqrt{5}$ cm

問3



問4　$4\sqrt{2}a-2\sqrt{2}a^2$ cm^2

解説
問1
点 P は点 B を線分 AM を対称の軸として対称移動した点になる。
よって点 A を中心とし半径の長さが辺 AB の長さと等しい円と
点 M を中心とし半径の長さが線分 BM の長さと等しい円をかき
その交点が P となる。
問2
点 M は辺 BC の中点なので BM＝2 cm
$\angle$ABM＝90° だから三平方の定理より
$AM^2 = 4^2 + 2^2 = 20$
AM＞0 より
$AM = 2\sqrt{5}$ cm
問3
図4の展開図で線分 AM がかかれている面が手前にくるようにおると
右の図のように点 M と点 A と重なる点がわかる。
このとき色をつけた面が図3で一番上にある面になるので
この面に線分 MN をかく。
線分 AN がかかれる面を考えると点 N の位置は解答のようになり
それぞれの線分をかくことができる。

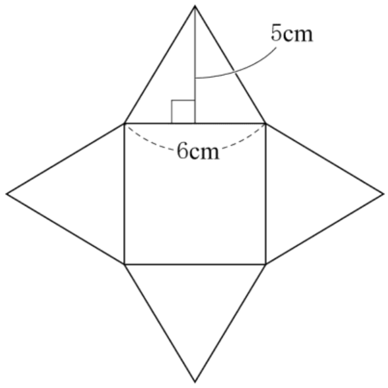


問4
点 Q を通り線分 AL に平行な線をひき辺 AM との交点を S とおく。
このとき求める切り口は縦 QS，横 QR の長方形となるので線分 QS，線分 QR の長さをそれぞれ求める。
まず△LMN は LM＝LN，$\angle$NLM＝90° の直角二等辺三角形になるから
$MN = 2\sqrt{2}$ cm
また△LRQ も LQ＝LR，$\angle$RLQ＝90° の直角二等辺三角形になるから
LQ : QR＝LM : MN がいえる。
よって$(2-a) : QR = 2 : 2\sqrt{2}$
$QR = (2-a)\sqrt{2}$ cm
次に△MLA において
MQ : QS＝ML : LA がいえるので
$a : QS = 2 : 4$
$QS = 2a$
したがって求める面積は $2a \times (2-a)\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\,a - 2\sqrt{2}\,a^2$ cm^2

【問 195】

図は 1 辺が 6 cm の正方形のまわりに，それぞれの辺を底辺とし，高さが 5 cm の二等辺三角形を 4 枚並べたものである。この図形を組み立ててできる正四角錐の体積を求めなさい。

（島根県　2017 年度）



解答欄

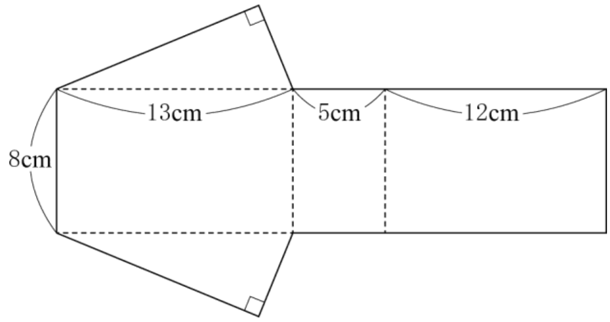
cm^3

解答
48 cm^3
解説
この正四角錐の高さを h cm とする。
1 辺が 6 cm の正方形において
対角線の交点から辺までの距離は 6÷2＝3 cm
よって三平方の定理より
$3^2+h^2=5^2$
$h^2=16$
$h>0$ より
$h=4$
求める体積は $\frac{1}{3}\times(6\times6)\times4=48$ cm^3

【問 196】

右の図は，三角柱の展開図である。この展開図を組み立ててできる三角柱の表面積を求めなさい。

（徳島県　2017 年度）



解答欄

cm^2

解答

$300\mathrm{cm}^2$

解説

展開図から底面は直角をはさむ 2 辺の長さが 12 cm，5 cm の直角三角形なので

底面積は $\dfrac{1}{2}\times12\times5=30\ \mathrm{cm}^2$

これが 2 つなので 60 cm^2

側面積は縦 8cm，横 $13+5+12=30$ cm の長方形なので $8\times30=240\ \mathrm{cm}^2$

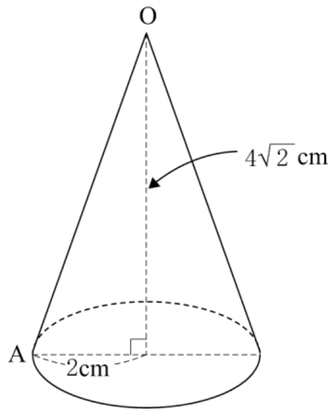
よって表面積は $60+240=300\ \mathrm{cm}^2$

【問 197】

図1，図3のように，O を頂点とし，底面の半径が 2 cm，高さが $4\sqrt{2}$ cm の円すいがあり，点 A は底面の円周上の点とする。このとき，次の問いに答えなさい。

（長崎県　2017 年度）

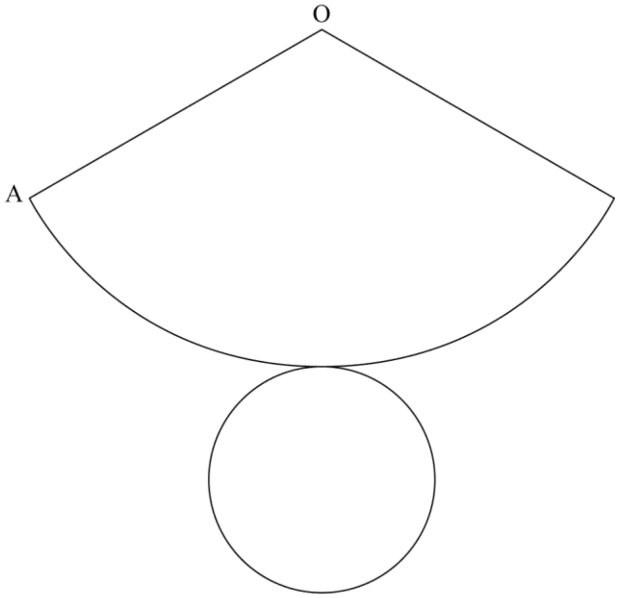
図1



問1　図1において，円すいの体積は何 cm^3 か。

問2　図1において，母線 OA の長さは何 cm か。

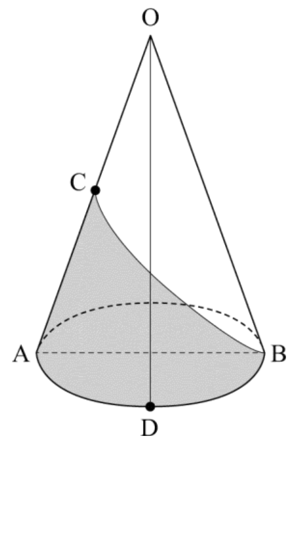
図2



問3　図2は図1の円すいの展開図である。この展開図において，円すいの側面になるおうぎ形の中心角の大きさは何度か。

問4　図3のように，図1の円すいの底面の直径を AB とし，母線 OA，弧 AB の中点をそれぞれ C，D とする。円すいの側面において，点 C から点 B まで長さが最も短くなる線を母線 OD と交わるようにひくとき，この線と線分 CA，および点 D を含む弧 AB によって囲まれる部分（図3の　　　で示した部分）の面積は何 cm^2 か。

図3



解答欄

問1	cm^3
問2	cm
問3	
問4	cm^2

解答

問1　$\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi$　cm^3

問2　6 cm

問3　120°

問4　$6\pi-\dfrac{9\sqrt{3}}{2}\ \mathrm{cm}^2$

解説

問1

$\dfrac{1}{3}\times(\pi\times 2^2)\times 4\sqrt{2}=\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi$　cm^3

問2

底面の円の中心をO'とすると$\angle \mathrm{O}\mathrm{O}'\mathrm{A}=90^\circ$

$\triangle \mathrm{OAO}'$において

三平方の定理より

$\mathrm{OA}^2=\mathrm{OO}'^2+\mathrm{O}'\mathrm{A}^2=(4\sqrt{2})^2+2^2=36$

$\mathrm{OA}>0$ より

$\mathrm{OA}=6$ cm

問3

おうぎ形の中心角の大きさをa°とする。

円すいの展開図において

側面になるおうぎ形の弧の長さは底面の円周の長さに等しいから

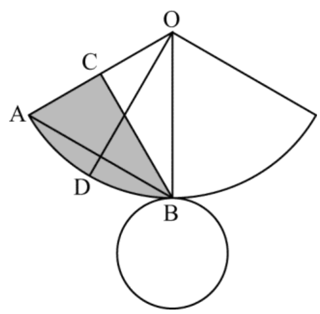
$2\pi\times 6\times\dfrac{a}{360}=2\pi\times 2$

整理すると$a=120$

問4

右の図のように円すいの展開図をかいて考える。

長さが最も短くなる線は右の図の線分 CB で表される。



右の図において$\angle\mathrm{AOB}=120^\circ\times\dfrac{1}{2}=60^\circ$だから

$\mathrm{OA}=\mathrm{OB}$より$\triangle\mathrm{OAB}$は正三角形である。

ここで$\mathrm{OC}=\mathrm{AC}$より$\mathrm{BC}\perp\mathrm{OA}$

$\triangle\mathrm{BOC}$は

3 つの角が 90°，30°，60° である直角三角形になるので

$\mathrm{OC}=\dfrac{1}{2}\mathrm{OA}=\dfrac{1}{2}\times 6=3$ cm より

$\mathrm{BC}=\sqrt{3}\,\mathrm{OC}=\sqrt{3}\times 3=3\sqrt{3}$ cm

したがっておうぎ形 OAB の面積は$\pi\times 6^2\times\dfrac{60}{360}=6\pi$　cm^2

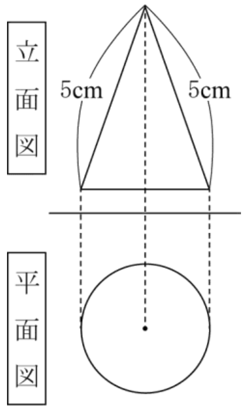
$\triangle\mathrm{BOC}$の面積は$\dfrac{1}{2}\times 3\times 3\sqrt{3}=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}\ \mathrm{cm}^2$となるから

求める面積は$6\pi-\dfrac{9\sqrt{3}}{2}\ \mathrm{cm}^2$

【問 198】

右の図は，ある立体の投影図であり，平面図は円である。この立体の側面積が 15π cm^2 であるとき，底面の周の長さは何 cm か。ただし，π は円周率とする。

（鹿児島県　2017 年度）



解答欄

cm

解答
6π　cm
解説
この立体は母線の長さが 5 cm の円錐である。
この円錐の展開図において
側面になるおうぎ形の中心角の大きさを $a°$ とすると側面積が 15π cm^2 であることから

$$\pi \times 5^2 \times \frac{a}{360} = 15\pi$$

$$\frac{a}{360} = \frac{15\pi}{25\pi}$$

$$\frac{a}{360} = \frac{3}{5}$$

$a = 216$
底面の周の長さは側面になるおうぎ形の弧の長さに等しいから

$$2\pi \times 5 \times \frac{216}{360} = 6\pi \text{ cm}$$

【問 199】

図1は，立方体の 1 つの頂点に集まる 3 つの辺の中点 A, B, C をふくむ平面で切ったときの大きい方の立体である。図2は，立方体のすべての頂点について図1と同じように，平面で切ったときの立体である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（沖縄県　2017 年度）

図1

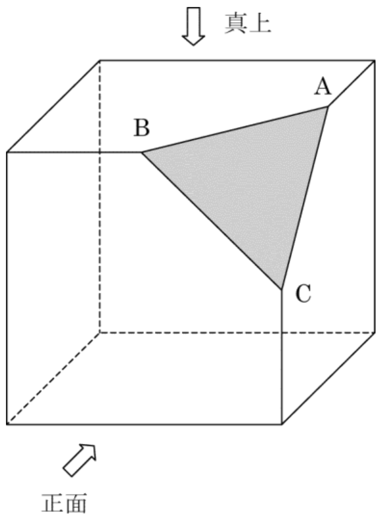
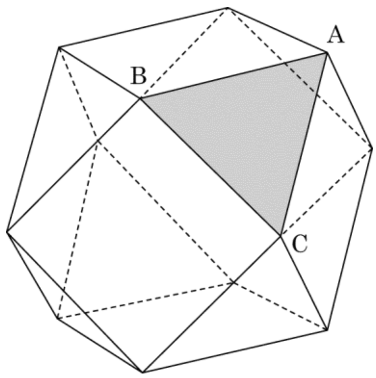
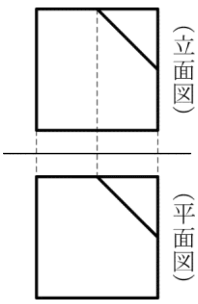


図2

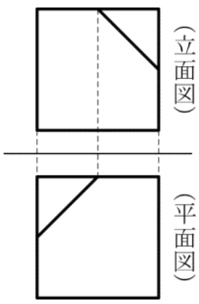


問1　図1の立体の投影図を，次のア〜エの中から 1 つ選び，記号で答えなさい。

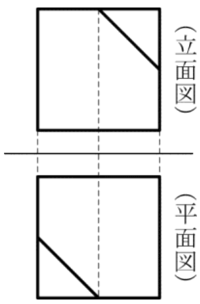
ア



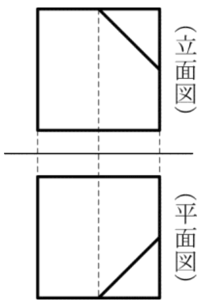
イ



ウ



エ



問2　図2の立体の面の数を答えなさい。

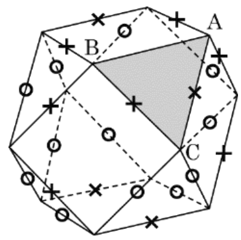
問3　図2の立体の各辺を延長した直線について，直線 AB とねじれの位置にある直線は何本あるか答えなさい。

問4　図2の立体の表面積は，切る前の立方体の表面積の何倍になるか求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	本
問4	倍

解答
問1　エ
問2　14
問3　12 本
問4　$\dfrac{3+\sqrt{3}}{6}$ 倍
解説
問1
立面図は立体を真正面から見た図。
平面図は立体を真上から見た図で立体を正面から見たときに見える面が下側にあるように見える。
立面図と平面図をあわせて投影図という。
問2
正方形の面が 6, 正三角形の面が 8 あるから求める面の数は $6+8=14$
問3
右の図の○印は直線にしたときに直線 AB とねじれの位置にある辺を表す。
×印は直線にしたときに直線 AB とねじれの位置にない辺を表す。
○印をつけた辺は 12 本, ×印をつけた辺は 11 本となる。



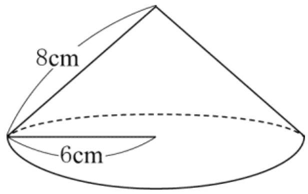
問4
切る前の立方体の 1 辺の長さを a とすると
切る前の立方体の表面積は$(a\times a)\times 6=6a^2$
△ABC は AB＝BC＝CA より正三角形であり
その 1 辺の長さは直角をはさむ 2 辺の長さがともに $\dfrac{a}{2}$ である直角二等辺三角形の斜辺の長さに等しいから
$\dfrac{a}{2}\times\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$
点 A から辺 BC に垂線をひきその交点を D とおくと
△ABD と△ACD は 3 つの角が 90°，30°，60° の直角三角形となる。
また△ABD≡△ACD だから
$BD=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}a}{2}=\dfrac{\sqrt{2}a}{4}$
$AD=\sqrt{3}BD=\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{2}a}{4}=\dfrac{\sqrt{6}a}{4}$
よって△ABC の面積は $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}a}{2}\times\dfrac{\sqrt{6}a}{4}=\dfrac{\sqrt{3}a^2}{8}$
問2より図2の立体は正方形の面が 6, 正三角形の面が 8 あるから
図2の立体の表面積は$\left(\dfrac{\sqrt{2}a}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}a}{2}\right)\times 6+\dfrac{\sqrt{3}a^2}{8}\times 8=3a^2+\sqrt{3}a^2$
したがって$(3a^2+\sqrt{3}a^2)\div 6a^2=\dfrac{3a^2+\sqrt{3}a^2}{6a^2}=\dfrac{3+\sqrt{3}}{6}$ 倍

【2018年度出題】

【問 200】

右の図は，底面の半径が 6 cm，母線の長さが 8 cm の円すいである。この円すいの展開図をかいたとき，側面になるおうぎ形の面積を求めなさい。

（青森県　2018 年度）



解答欄

cm^2

解答

48π　cm^2

解説

展開図のおうぎ形の面積：半径 8cm の円の面積＝おうぎ形の弧の長さ：半径 8cm の円の周の長さ より

おうぎ形の面積：$\pi \times 8^2 = 2\pi \times 6 : 2\pi \times 8$

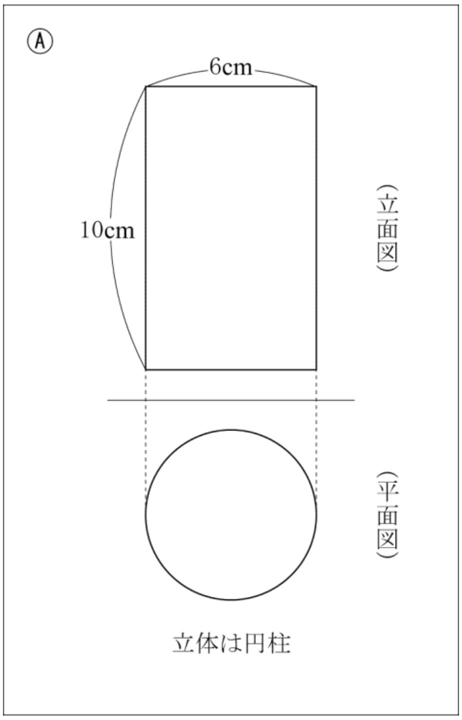
おうぎ形の面積：$64\pi = 12\pi : 16\pi = 3 : 4$

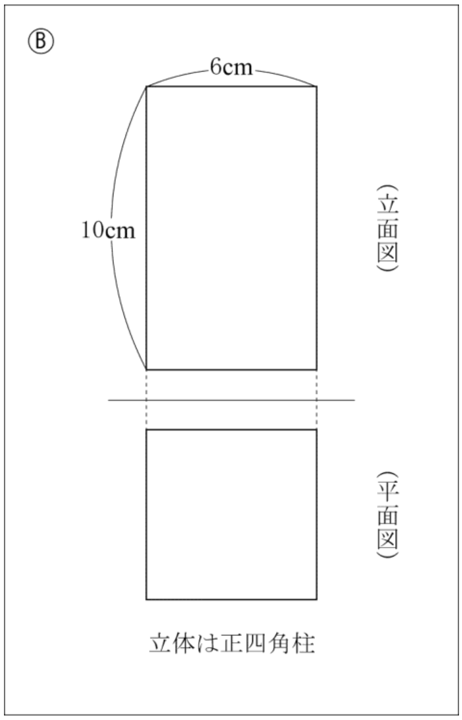
よって　おうぎ形の面積＝$64\pi \times \frac{3}{4} = 48\pi$　cm^2

【問 201】

下の図は，数学の授業で学んだ立体を投影図に表したものである。Ⓐ，Ⓑのどちらか 1 つを選び，その投影図で表された立体の表面積を求めなさい。なお，円周率は π とし，選んだ投影図の記号を解答欄に書くこと。

（山形県　2018 年度）





解答欄

≪選択問題≫　　選んだ投影図の記号（　　　　）
cm^2

解答

Ⓐ　78π　cm^2

Ⓑ　$312cm^2$

解説

Ⓐ

円柱の側面を母線に沿って切り開くと

側面の展開図は1辺が 10cm，隣り合うもう 1 辺が 6π cm の長方形になるから

求める表面積は $10\times6\pi+\pi\times3^2\times2=60\pi+18\pi=78\pi$　cm^2

Ⓑ

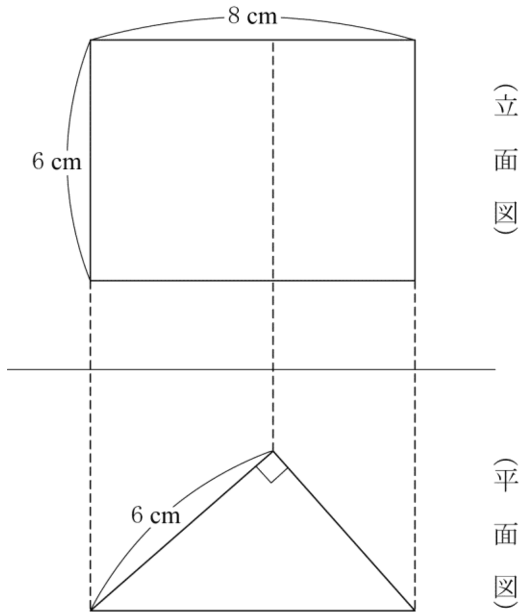
正四角柱の側面の展開図は1辺が 10cm，隣り合うもう 1 辺が $6\times4=24$cm の長方形になるから

求める表面積は $10\times24+6^2\times2=240+72=312cm^2$

【問 202】

図は，三角柱の投影図である。この三角柱の体積を求めなさい。

（千葉県 2018 年度 前期）



解答欄

cm^3

解答

$36\sqrt{7}\mathrm{cm}^3$

解説

平面図より

この三角柱の底面は直角三角形で直角をはさむ辺の 1 つが 6cm，斜辺が 8cm であることがわかる。

残りの 1 辺の長さを x cm とすると

三平方の定理より $6^2+x^2=8^2$　$x^2=28$

$x>0$ より

$x=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

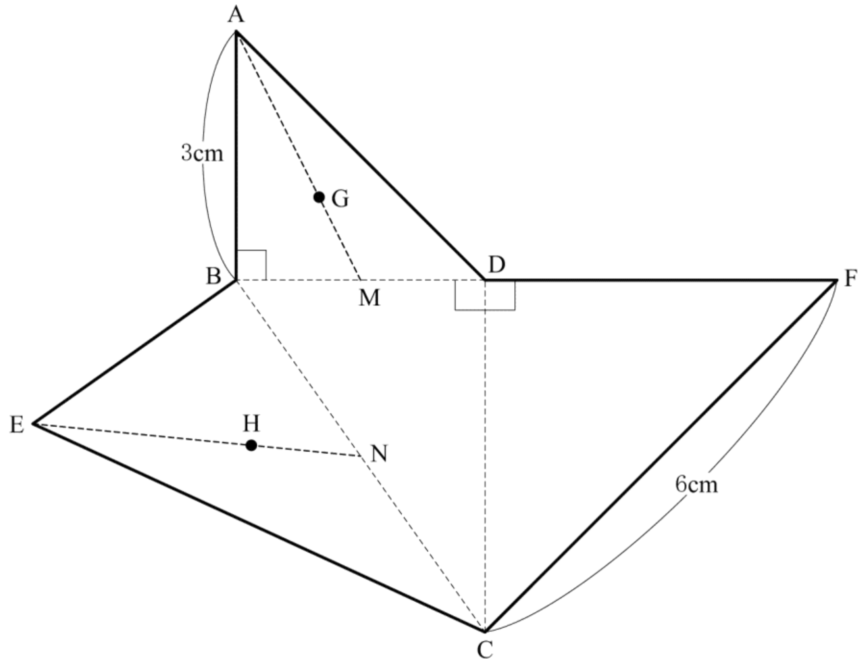
また立面図より

この三角柱の高さは 6cm だから

体積は$\dfrac{1}{2}\times6\times2\sqrt{7}\times6=36\sqrt{7}\mathrm{cm}^3$

【問 203】

下の図は，四面体 ABCD の展開図であり，展開図を組み立てると，点 E，F は点 A と重なる。△ABD は AB＝BD＝3 cm の直角二等辺三角形，△BCD は∠BDC＝90°の直角三角形，△CFD は CD＝DF，CF＝6 cm の直角二等辺三角形である。また，△ABD の頂点 A と辺 BD の中点 M を結んだ線分 AM を 3 等分した点のうち，点 M に近い方を G，△BEC の頂点 E と辺 BC の中点 N を結んだ線分 EN を 3 等分した点のうち，点 N に近い方を H とする。



このとき，次の問1～問4に答えなさい。

（新潟県 2018 年度）

問1 展開図を組み立てるとき，辺と面が垂直である組合せを，次のア～カから二つ選び，その符号を書きなさい。

ア 辺 AB と面 BCD　　イ 辺 AC と面 ABD　　ウ 辺 AD と面 BCD

エ 辺 BD と面 BEC　　オ 辺 CD と面 ABD　　カ 辺 BC と面 CFD

問2 四面体 ABCD の体積を求めなさい。

問3 展開図を組み立てるとき，線分 GH の長さを求めなさい。

問4 展開図を組み立てるとき，2 点 G，H を通り，平面 BCD と平行な平面と線分 AB との交点を I とする。立体 AIHG の体積は，四面体 ABCD の体積の何倍か。求めなさい。

解答欄

問1		
問2	〔求め方〕 答　　　　　　　　cm^3	
問3	〔求め方〕 答　　　　　　　　cm	
問4	〔求め方〕 答　　　　　　　　倍	

解答
問1　アオ
問2
〔求め方〕
底面を△BCD とすると
四面体 ABCD の高さは AB となる。
AB＝BD＝3 cm で AD＝$3\sqrt{2}$cm だから
DC＝$3\sqrt{2}$cm
よって体積は$\frac{1}{3}\times 3\times\left(\frac{1}{2}\times 3\times 3\sqrt{2}\right)=\frac{9\sqrt{2}}{2}$
答　$\frac{9\sqrt{2}}{2}$cm^3
問3
〔求め方〕
CD＝$3\sqrt{2}$cm であり△BCD で中点連結定理により
MN＝$\frac{3\sqrt{2}}{2}$である。
△AMN において AG : AM＝2 : 3，AH : AN＝2 : 3 だから
AG : AM＝AH : AN
これより GH : MN＝2 : 3
よって GH＝$\frac{2}{3}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$
答　$\sqrt{2}$cm
問4
〔求め方〕
四面体 ABCD 立体 AIHG の底面をそれぞれ△BCD，△IHG とすると高さはそれぞれ AB，AI である。
底面の相似比は 3 : 1 だから
底面積の比は $3^2 : 1^2 = 9 : 1$ で高さの比は 3 : 2 である。
よって立体 AIHG の体積は
四面体 ABCD の体積の$\frac{1}{9}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$倍である。
答　$\frac{2}{27}$倍

解説

問1

△ABD は AB＝BD＝3cm の直角二等辺三角形だから AD＝$3\sqrt{2}$cm

点 F は点 A と重なり△CFD は CD＝DF の直角二等辺三角形だから CD＝DF＝DA＝$3\sqrt{2}$cm

△BCD は∠BDC＝90° の直角三角形だから

三平方の定理より $BC^2=BD^2+CD^2=3^2+(3\sqrt{2})^2=27$

BC＞0 だから

BC＝$\sqrt{27}=3\sqrt{3}$cm

点 E は点 A と重なるから EB＝AB＝3cm

また点 E は点 F と重なるから EC＝FC＝6cm

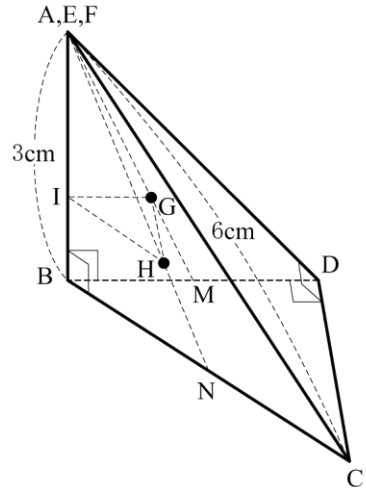
△EBC は

EB＝3cm，EC＝6cm，BC＝$3\sqrt{3}$cm だから

3 辺の比が $3:6:3\sqrt{3}=1:2:\sqrt{3}$

よって△EBC は 30°，60° の角をもつ直角三角形で∠EBC＝90°

展開図を組み立ててできる四面体 ABCD は右の図のような三角錐になる。



∠ABC＝∠ABD＝90° より AB⊥面 BCD

また∠CDA＝∠CDB＝90° より CD⊥面 ABD

よって正しいのはアとオ

問2

△BCD を底面とすると

底面積は$\frac{1}{2}\times3\times3\sqrt{2}=\frac{9\sqrt{2}}{2}$cm²

高さは AB＝3cm だから

体積は$\frac{1}{3}\times\frac{9\sqrt{2}}{2}\times3=\frac{9\sqrt{2}}{2}$cm³

問3

△BCD で

中点連結定理より MN＝$\frac{1}{2}$DC＝$\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$cm

△AMN で

AG:AM＝2:3，AH:AN＝2:3 だから GH//MN で GH:MN＝AG:AM＝2:3

よって GH＝$\frac{2}{3}$MN＝$\frac{2}{3}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$cm

問4

四面体 ABCD，立体 AIHG の底面をそれぞれ△BCD，△IHG とすると高さはそれぞれ AB，AI になる。

△BCD と△IHG は相似で相似比は DC:GH＝$3\sqrt{2}:\sqrt{2}=3:1$

よって底面積の比は $3^2:1^2=9:1$

また高さの比は AB:AI＝AM:AG＝3:2

したがって立体 AIHG は四面体 ABCD に対して

底面積が$\frac{1}{9}$で高さが$\frac{2}{3}$だから

体積は$\frac{1}{9}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$倍

【問 204】

みほさんの学級では，文化祭の展示用に，図2のような正四角錐の案内表示を作ることになった。図3は，その展開図である。

（長野県 2018 年度）

(1) 図3の展開図を組み立てた正四角錐について，辺 AE とねじれの位置にある辺をすべて選び，記号を用いて書きなさい。

(2) 図2の正四角錐の高さが 18 cm になるようにしたい。底面の正方形の 1 辺の長さが 15 cm のとき，その 1 辺を底辺とする側面の三角形の高さ h cm を求めるための方程式として正しいものを，次のア～エから 1 つ選び，記号を書きなさい。

ア　$18^2=h^2+15^2$

イ　$h^2=18^2+15^2$

ウ　$18^2=h^2+\left(\frac{15}{2}\right)^2$

エ　$h^2=18^2+\left(\frac{15}{2}\right)^2$

図2

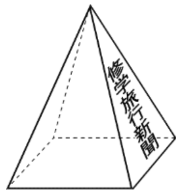
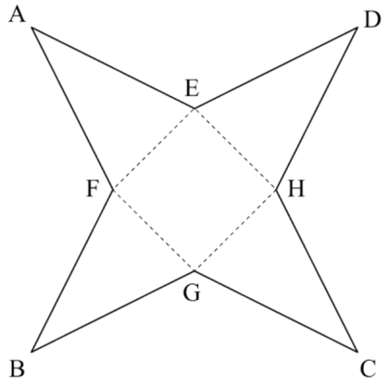


図3



解答欄

(1)	
(2)	

解答
(1)辺 FG，辺 GH
(2)エ
解説
(1)
展開図を組み立てると点 A と点 B，C，D は重なるから辺 AE と辺 BF，BG，CG，CH，DE，DH は点 A で交わる。
また辺 AE と辺 EF，EH は点 E で交わる。
よって辺 AE と平行でなく交わらないのは辺 FG，GH の 2 本である。
(2)
展開図で線分 EG と線分 FH との交点を I とし線分 EF と線分 AI との交点を J とする。
点 I は正方形 EFGH の対角線の交点なので∠EIF＝90°，IE＝IF…①であり
△EFI は直角二等辺三角形である。
また AE＝AF と①より線分 AI は線分 EF の垂直二等分線と一致するから
AI⊥EF，EJ＝FJ だから IJ＝EJ＝$15\div2=\frac{15}{2}$ cm
組み立てたときに正四角錐の高さ(18cm)と側面の三角形の高さ($h$cm)の両方を含む三角形は△AJI であり
∠AIJ＝90°だから三平方の定理より $h^2=18^2+\left(\frac{15}{2}\right)^2$ で求められる。

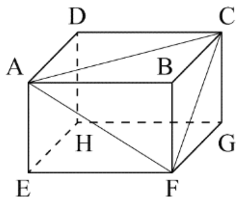
【問 205】

直方体 ABCD－EFGH があり，AB＝6 cm，AD＝AE＝4 cm である。右の図1は，この直方体に 3 つの線分 AC，AF，CF を示したものである。

このとき，次の問1・問2に答えよ。

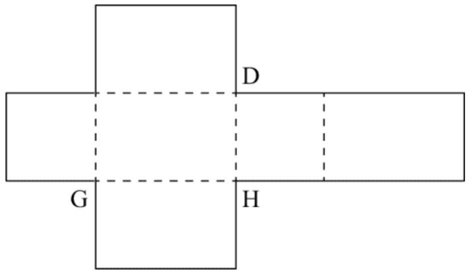
（京都府 2018 年度 中）

図1



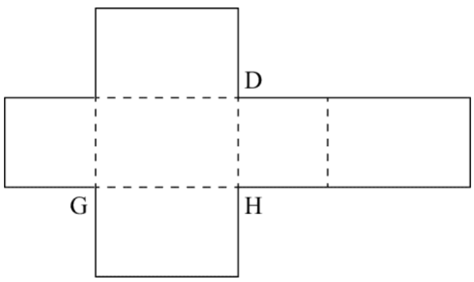
問1 右の図2は，直方体 ABCD－EFGH の展開図の 1 つに，3 つの頂点 D，G，H を示したものである。図1中に示した，3 つの線分 AC，AF，CF を，答案用紙の図にかき入れよ。ただし，答案用紙に，文字 A，C，F を書く必要はない。

図2

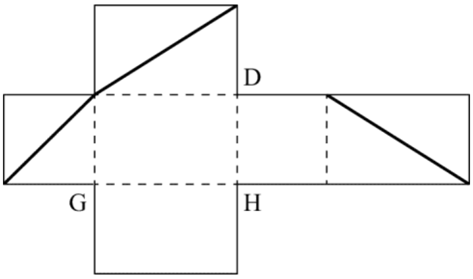


問2 直方体 ABCD－EFGH を，3 つの頂点 A，C，F を通る平面で切ってできる，三角錐ABCF の体積を求めよ。

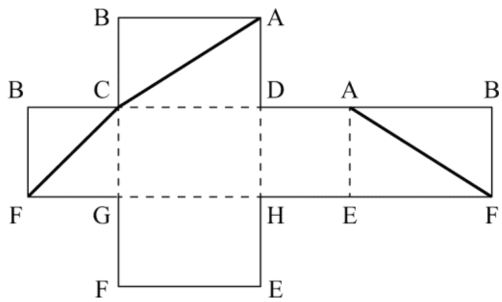
解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>図1中に示した，3 つの線分 AC，AF，CF をかき入れよ。
ただし，文字 A，C，F を書く必要はない。</td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td>問2</td><td>cm^3</td></tr>
</table>

解答
問1　図1中に示した 3 つの線分 AC, AF, CF をかき入れよ。ただし，文字 A, C, F を書く必要はない。



問2　16cm^3
解説
問1
あらかじめ書きこまれた頂点 D, G, H を手がかりに展開図に頂点を書きこみ点 A と点 F, 点 A と点 C, 点 C と点 F をそれぞれ結ぶと右の図のようになる。



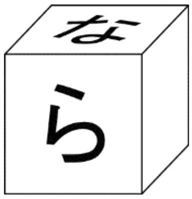
問2
$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times4\right)\times4=16\text{cm}^3$

【問 206】

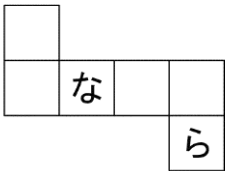
図2のように，「な」「ら」とかかれた立方体がある。次のア～エの立方体の展開図の中に，組み立てると図2の立方体ができるものが 1 つある。その展開図を選び，ア～エの記号で答えよ。

（奈良県　2018 年度）

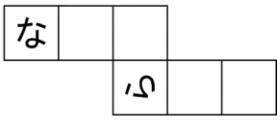
図2



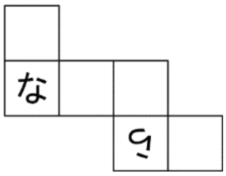
ア



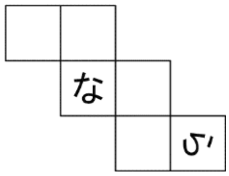
イ



ウ



エ



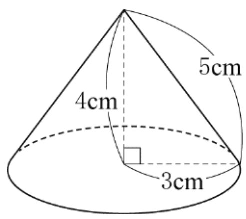
解答欄

解答
ウ
解説
組み立てたときに「な」の下側の辺と「ら」の上側の辺が重なるものをさがす。

【問 207】

右の図のように，底面の半径が 3 cm，高さ 4 cm，母線の長さが 5 cm の円錐がある。次の(1)，(2)に答えなさい。

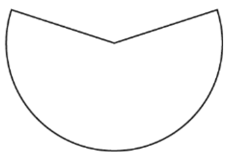
（和歌山県　2018 年度）



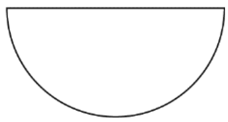
(1) この円錐の体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

(2) この円錐の展開図を作図したとき，側面のおうぎ形の形として最も近いものを，次のア～エの中から 1 つ選び，その記号をかきなさい。

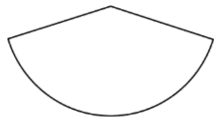
ア



イ



ウ



エ

解答欄

(1)	cm^3
(2)	

解答
(1) 12π cm^3
(2) ア

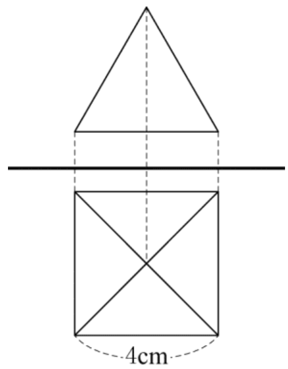
解説
(1)
$\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times4=12\pi$ cm^3
(2)
側面のおうぎ形の中心角は $360^\circ\times\frac{2\pi\times3}{2\pi\times5}=216^\circ$ であり
イ～エは中心角の大きさが 180° 以下であるから
形が最も近いものはアと考えられる。

【問 208】

図2は四角錐(しかくすい)の投影図である。立面図が正三角形，平面図が 1 辺の長さが 4 cm の正方形であるとき，この立体の体積を求めなさい。

（島根県　2018 年度）

図2



解答欄

cm^3

解答

$\frac{32\sqrt{3}}{3}cm^3$

解説

平面図の正方形の 1 辺の長さが 4cm なので立面図の正三角形の 1 辺の長さも 4cm である。
正三角形を頂角の二等分線で 2 つに分けると 30°，60°，90° の直角三角形が 2 つできるから
正三角形の高さは $4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$ cm でありこれが四角錐の高さとなる。
よって求める体積は $\frac{1}{3}\times4\times4\times2\sqrt{3}=\frac{32\sqrt{3}}{3}$ cm^3

【問 209】

右の図1のような円すいがあり，図2は図1の円すいの展開図である。図2において，図1における側面の展開図は半円であり，その直径は 12 cm である。このとき，円すいの底面の円の半径を求めよ。

（高知県　2018 年度　A）

図1

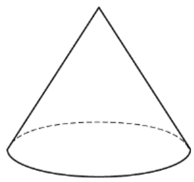
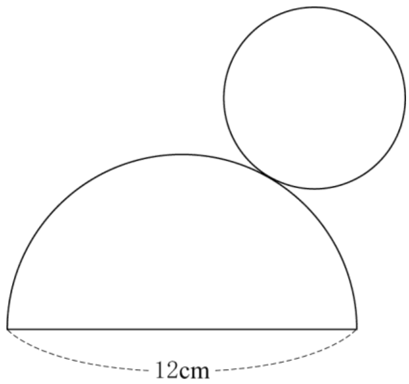


図2



解答欄

cm

解答
3cm
解説
円すいの底面の円の半径を x cm とする。
円すいの底面の円の円周と半円の弧の長さは等しいから

$$2\pi x = \pi \times 12 \times \frac{1}{2}$$

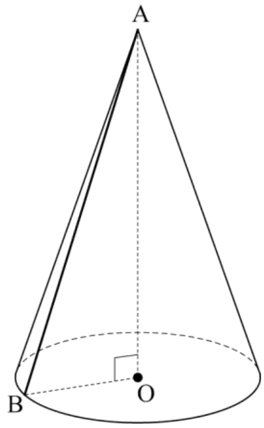
$x = 3$cm

【問 210】

右の図のように，底面が点 O を中心とする円で，点 A を頂点とする円すいがある。底面の円の周上に点 B があり，AB＝3 cm，OB＝1 cm である。

次の問1，問2に答えなさい。

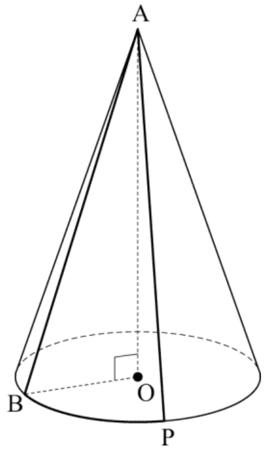
（大分県 2018 年度）



問1　線分 OA の長さを求めなさい。

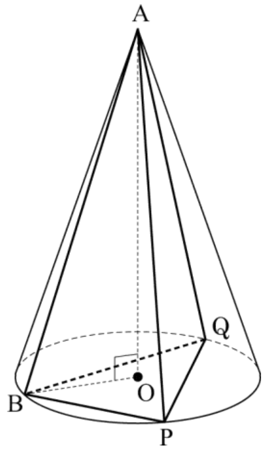
問2　底面の円の周上に点 B と異なる点 P をとる。

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。



(1)　円すいの側面の展開図において，おうぎ形 BAP の中心角が 30° であるとき，弧 BP の長さを求めなさい。

(2)　(1)のとき，底面の円の周上に 2 点 B，P と異なる点 Q をとる。三角すい ABPQ の体積がもっとも大きくなるとき，三角すい ABPQ の体積を求めなさい。



解答欄

問1		cm
問2	(1)	cm
	(2)	cm^3

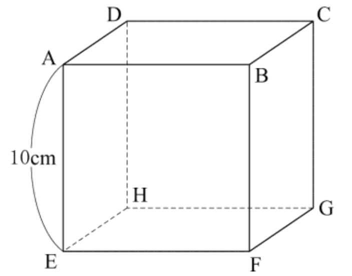
解答
問1　$2\sqrt{2}$cm
問2
(1) $\dfrac{\pi}{2}$cm
(2) $\dfrac{2+\sqrt{2}}{3}$cm^3
解説
問1
三平方の定理より OA$=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$cm
問2
(1)
円すいの側面の展開図のおうぎ形の弧の長さは 2πcm で中心角は $360^\circ\times\dfrac{2\pi}{6\pi}=120^\circ$
おうぎ形 BAP の中心角は 30° だから弧 BP の長さは $2\pi\times\dfrac{30}{120}=\dfrac{\pi}{2}$cm
(2)
三角すい ABPQ の体積がもっとも大きくなるのは辺 BP の垂直二等分線と円 O との交点のうち
辺 BP に対して点 O と同じ側にある点が Q となるときである。
弧 BP のは円 O の円周の$\dfrac{\pi}{2}\div2\pi=\dfrac{1}{4}$だから
弧 BP に対する中心角である∠BOP は 90°
よって△OBP は直角二等辺三角形だから BP$=\sqrt{2}$OB$=\sqrt{2}\times1=\sqrt{2}$cm
BP の垂直二等分線と BP との交点を H とすると QH$=$OQ$+$OH$=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$cm
したがって求める体積は$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\left(1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\times2\sqrt{2}=\dfrac{2+\sqrt{2}}{3}$cm^3

【問 211】

図1は，1 辺の長さが 10 cm の立方体である。
このとき，次の問1～問4に答えなさい。

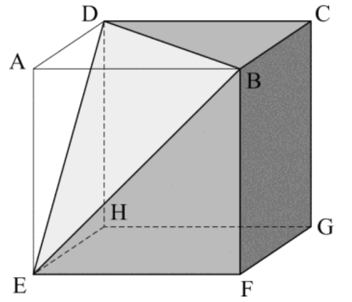
（宮崎県　2018 年度）

図1



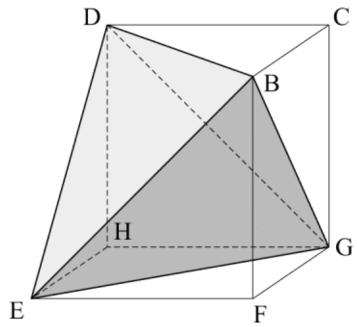
問1　図2は，図1の立方体から，三角錐ABDE を切り取った立体である。
このとき，三角形 BDE の図形の名称を答えなさい。

図2



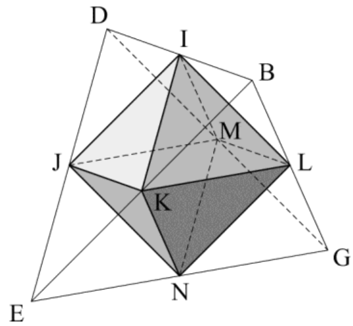
問2　図3は，図2の立体から，3 つの三角錐 CBDG，FBEG，HDEG を切り取った立体である。
このとき，4 点 B，D，E，G を頂点とする立体の表面積を求めなさい。

図3



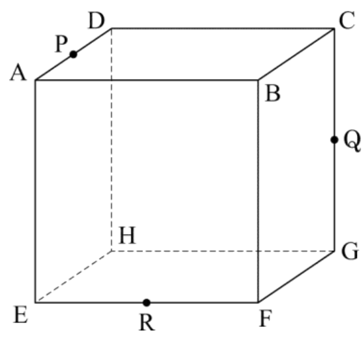
問3　図4は，図3の立体において，辺 BD，DE，BE，BG，DG，EG のそれぞれの中点を I，J，K，L，M，N とし，この立体から 4 つの三角錐 BIKL，DIJM，EJKN，GLMN を切り取った立体である。
このとき，6 点 I，J，K，L，M，N を頂点とする立体の体積を求めなさい。

図4

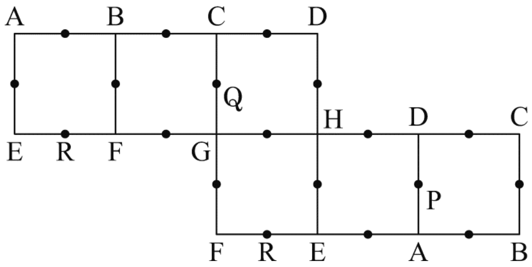


問4　図5は，図1の立方体において，辺 AD，CG，EF のそれぞれの中点 P，Q，R を示した図である。この立方体の側面に，点 P から 2 点 Q，R を順に通り点 P に戻るまで，1 本の糸を巻きつける。糸の長さが最も短くなるように巻きつけたとき，この糸が通っている部分を，解答用紙の展開図にかき入れなさい。
ただし，解答用紙の展開図にある辺上の印「・」は，それぞれの辺の中点を表している。

図5



解答欄

問1	
問2	cm^2
問3	cm^3
問4	

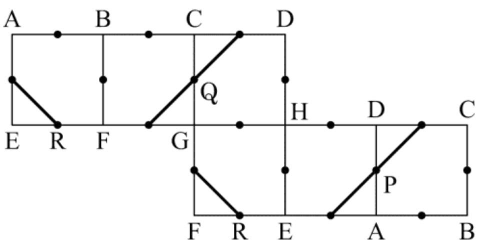
解答

問1　正三角形

問2　$200\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$

問3　$\dfrac{500}{3}\mathrm{cm}^3$

問4



解説

問1

△BDE の 3 辺は 1 辺が 10cm の正方形の対角線になっているからすべて等しい。
よって△BDE は正三角形である。

問2

図3の立体の 4 つの面の面積はすべて△BDE の面積と等しい。

三平方の定理より $BD=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}$cm

点 E から辺 BD に垂線をひき BD との交点を S とする。

△EBS は 3 つの内角が 90°, 30°, 60° の直角三角形だから $ES=\sqrt{3}BS=\sqrt{3}\times5\sqrt{2}=5\sqrt{6}$cm

よって $\triangle BDE=\frac{1}{2}\times BD\times ES=\frac{1}{2}\times10\sqrt{2}\times5\sqrt{6}=50\sqrt{3}$cm^2

したがって図3の立体の表面積は $50\sqrt{3}\times4=200\sqrt{3}$cm^2

問3

図4の立体は底面が正方形 JKLM で高さが 5cm の正四角錐を 2 つ合わせたものである。

中点連結定理より $JK=\frac{1}{2}BD=5\sqrt{2}$cm

よって図4の立体の体積は $\left(\frac{1}{3}\times5\sqrt{2}\times5\sqrt{2}\times5\right)\times2=\frac{500}{3}$cm^3

問4

点 P と点 Q, 点 Q と点 R, 点 R と点 P をそれぞれ最短距離で結ぶことを図を用いて考える。
それぞれの点を結ぶ方法は 2 通りある。
最初に点 P と点 Q を最短距離で結ぶ方法は
三平方の定理を用いてそれぞれの長さを比べると
図1の○をつけた方が短いことが分かる。
同様に点 Q と点 R を最短距離で結ぶ方法は
図2の○をつけた方で
点 Q と点 R を最短距離で結ぶ方法は
図3の○をつけた方である。
これらの図をもとに展開図に線を入れればよい。

図1

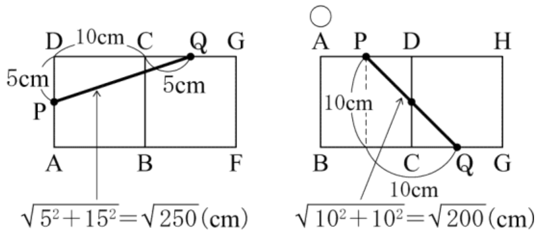


図2

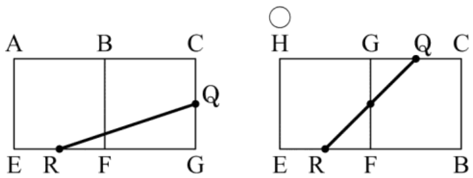
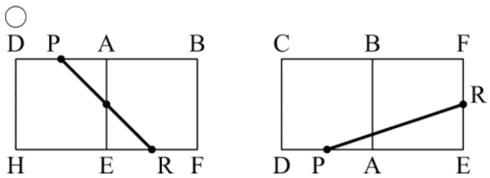


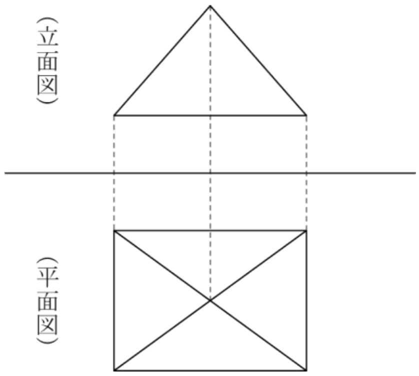
図3



【問 212】

右の図は，ある立体の投影図である。この投影図が表す立体の名前として正しいものを，次の**ア**，**イ**，**ウ**，**エ**のうちから 1 つ選んで，記号で答えなさい。

（栃木県 2019 年度）



ア　四角錐　　**イ**　四角柱

ウ　三角錐　　**エ**　三角柱

解答欄

解答

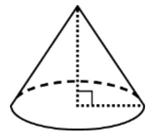
ア

解説

この立体は底面が長方形の角錐であるから四角錐である。

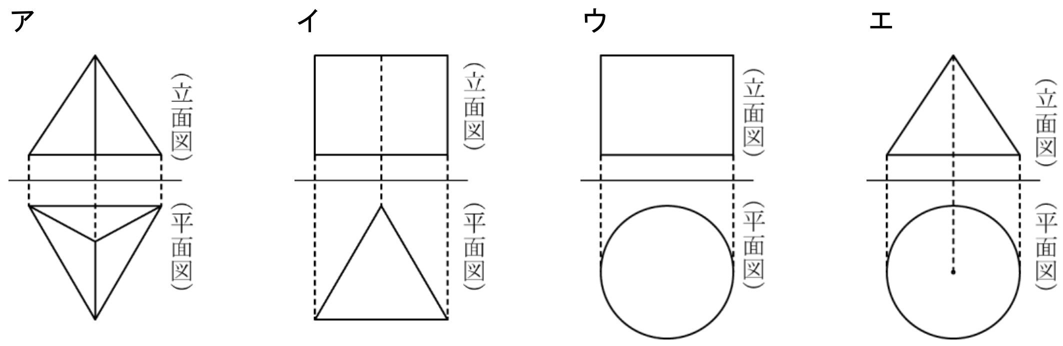
【問 213】

右図の立体は，底面の半径が 4 cm，高さが 6 cm の円すいである。この立体をＰとする。



（大阪府 A 2019 年度）

(1) 次の**ア**～**エ**のうち，立体Ｐの投影図として最も適しているものはどれですか。一つ選び，記号を○で囲みなさい。



(2) 円周率をπとして，立体Ｐの体積を求めなさい。

解答欄

(1)	ア　イ　ウ　エ
(2)	cm^3

解答

(1) **エ**

(2) 32π cm^3

解説

(1)

正面から見ると二等辺三角形で，真上から見ると円だから，**エ**

(2)

$\frac{1}{3}\pi \times 4^2 \times 6 = 32\pi\,(cm^3)$

【問 214】

図１は，１辺の長さが６cm の正八面体である。
このとき，次の各問いに答えなさい。

（沖縄県 2019 年度）

問１　図２は図１の立体の展開図である。図２の点アに対応する頂点を図１の A～F のうちから 1 つ選び，記号で答えなさい。

問２　図１の立体における線分 AF の長さを求めなさい。

問３　図３のように，図１の立体の内部ですべての面に接している球がある。この球の体積を求めなさい。
ただし，円周率は π とする。

図１

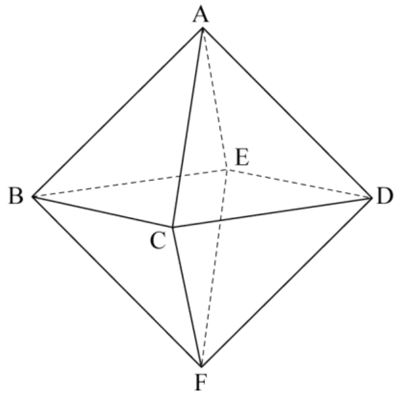


図２

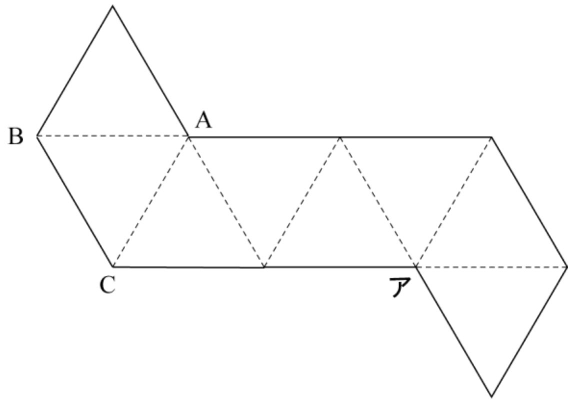
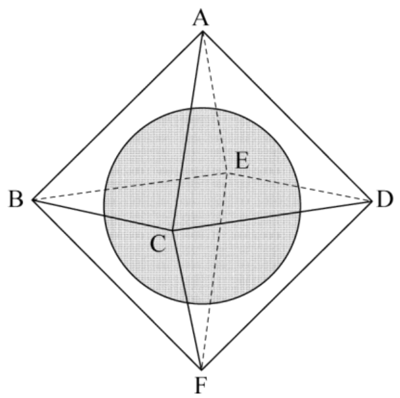


図３



解答欄

問１	
問２	cm
問３	cm^3

解答

問１F

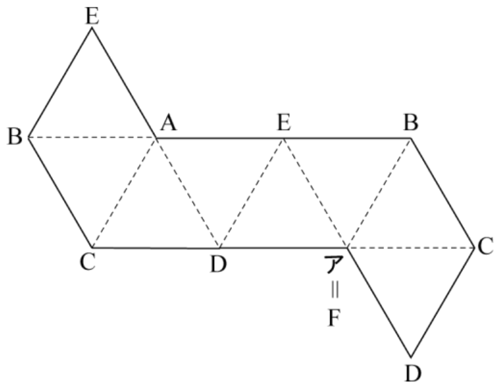
問２$6\sqrt{2}$　cm

問３$8\sqrt{6}\pi$　cm^3

解説

問１

展開図に点をかき込むと右図のようになる。よって，点**ア**に対応する頂点はＦである。



問２

正方形 BCDE の対角線の交点を H とする。△BCE において，三平方の定理より

$CE=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$(cm)　よって，$CH=3\sqrt{2}$cm だから，

△ACH において，三平方の定理より $AH=\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{2}$(cm)

したがって，$AF=2AH=6\sqrt{2}$(cm)

問３

正八面体を８つの面を底面とし，点 H を共通の頂点とする体積の等しい８つの立体にわける。

底面の面積は

$\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}$($cm^2$)

球の半径を $r$cm とすると，三角すい HABC の体積は$\frac{1}{3}\times9\sqrt{3}\times r=3\sqrt{3}r$($cm^3$)

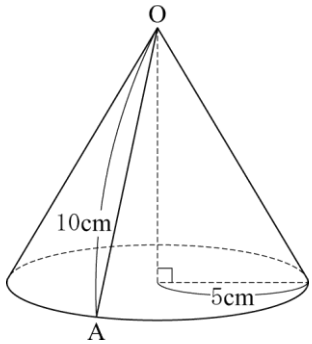
正八面体の体積は$\frac{1}{3}\times6\times6\times6\sqrt{2}=72\sqrt{2}$($cm^3$)より，$3\sqrt{3}r\times8=72\sqrt{2}$　$r=\sqrt{6}$(cm)

よって，求める球の体積は$\frac{4}{3}\pi\times(\sqrt{6})^3=8\sqrt{6}\pi$($cm^3$)

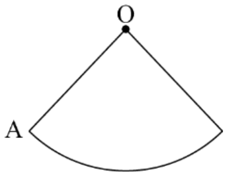
【問 215】

図は，線分 OA を母線とする，底面の半径が 5 cm，母線の長さが 10 cm の円すいである。この円すいの側面を，線分 OA で切って開いたとき，側面の展開図として最も適切なものを，あとの**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

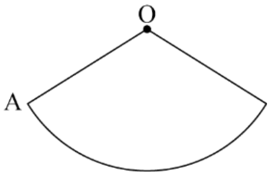
（山形県 2020 年度）



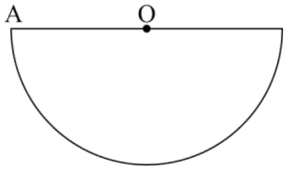
ア



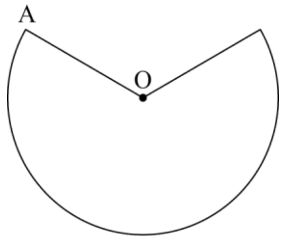
イ



ウ



エ



解答欄

解答
ウ
解説
底面の円の円周は 10π cm なので
側面のおうぎ形の中心角を x° とすると
$2\times10\times\pi\times\dfrac{x}{360}=10\pi$ で求めることができる。
この方程式を解くと，$x=180^\circ$ となり，**ウ**が正解。

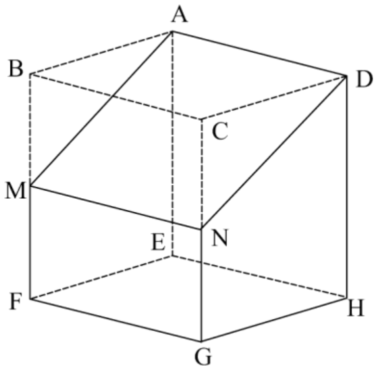
【問 216】

右の**図１**のように，１辺の長さが２cm の立方体 ABCDEFGH がある。辺 BF，CG の中点をそれぞれ M，N とする。この立方体を，４点 A，D，M，N を通る平面で切ったとき，点 E をふくむ立体を**立体Ｐ**とする。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

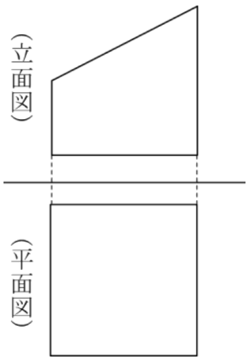
（茨城県 2020 年度）

図１

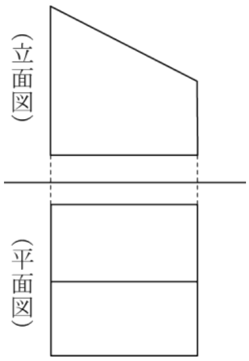


問１　**立体Ｐ**の投影図をかくとき，どの方向から見るかによって異なる投影図ができる。**立体Ｐ**の投影図として正しいものを，次の**ア**～**エ**の中から二つ選んで，その記号を書きなさい。

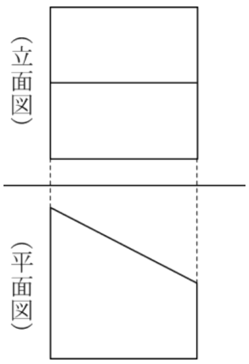
ア



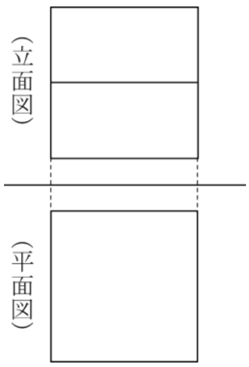
イ



ウ



エ



問２　**図１**の四角形 AMND の面積を求めなさい。

問３　**立体Ｐ**において，点 E，A，M，N，D を頂点とする四角すい EAMND の体積を求めなさい。
なお，下の**図２**，**図３**は，空間における四角すい EAMND の辺や面の位置関係を考えるために，**立体Ｐ**をそれぞれ面 DNGH，面 AMND が下になるように置きかえたものである。

図２

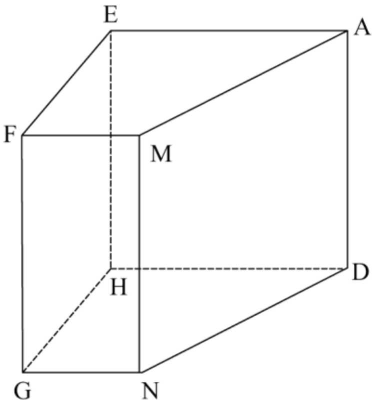
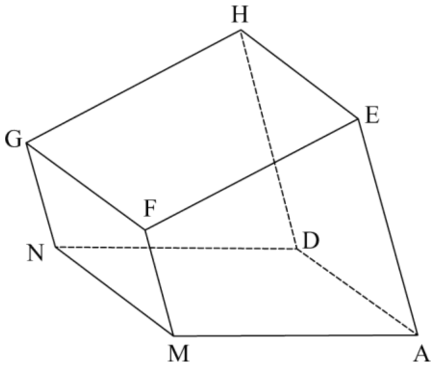


図３



解答欄

問１	
問２	cm^2
問３	cm^3

解答

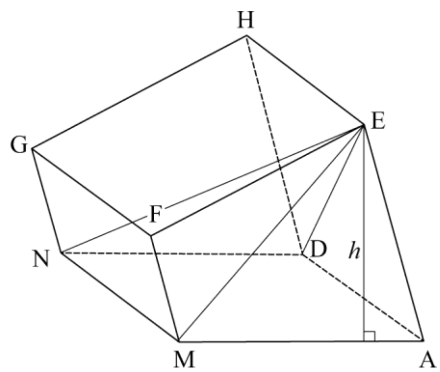
問１ア，エ

問２$2\sqrt{5}$　(cm^2)

問３$\dfrac{8}{3}$　(cm^3)

解説

問２



$\angle DAM=\angle AMN=\angle MND=\angle NDA=90^\circ$ だから，四角形 AMND は長方形である。

△ABM についての三平方の定理より，$AM^2=BM^2+AB^2$
$=1^2+2^2=5$　$AM>0$ より，$AM=\sqrt{5}$cm

よって，長方形 AMND＝AM×AD＝$2\sqrt{5}(cm^2)$

問３

四角すいなので，底面は四角形である。

右の図のように，四角形 MADN を底面とみると，

面 MADN⊥△EMA より，この四角すいの高さは，

MA を底辺とみた△EMA の高さに等しい。

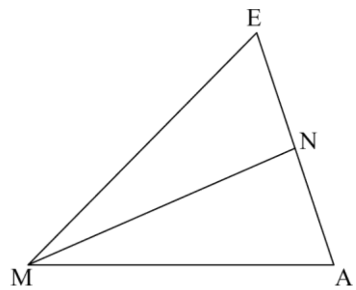
元の立方体において，△ABM≡△EFM だから，

問２より $EM=AM=\sqrt{5}$cm　EA の中点を N とすると，

△EMA は二等辺三角形だから，EA⊥MN　よって，

四角形 FMNE は長方形だから，MN＝FE＝2cm となり，

△EMA＝EA×MN÷2＝$2(cm^2)$　MA を底辺とみて，



△EMA の高さ，つまり四角すい EAMND の高さを $h$cm とおくと，

△EMA＝MA×h÷2＝2　$h=\dfrac{4}{\sqrt{5}}$(cm)

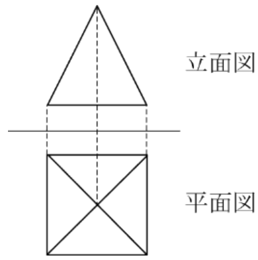
よって，**問２**の結果とから，四角すい EAMND の体積

$=\dfrac{1}{3}\times$長方形 MADN$\times h=\dfrac{1}{3}\times 2\sqrt{5}\times\dfrac{4}{\sqrt{5}}=\dfrac{8}{3}(cm^3)$

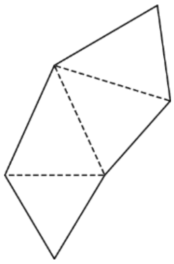
【問 217】

右の図は，ある立体の投影図です。この立体の展開図として適切なものを，下の①～④の中から選び，その番号を書きなさい。

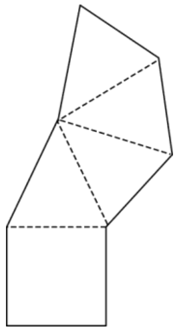
（広島県 2020 年度）



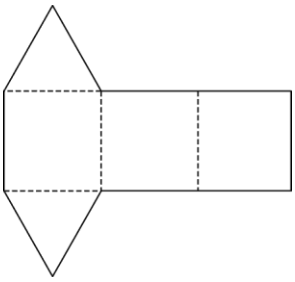
①



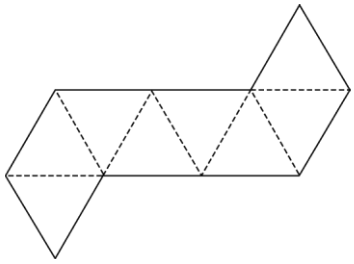
②



③



④



解答欄

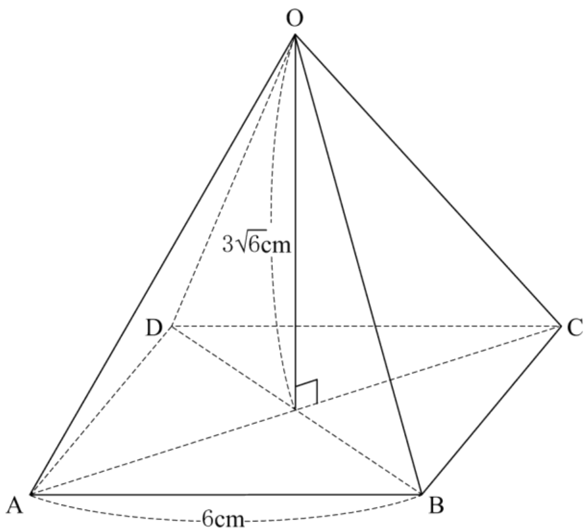
解答
②

【問 218】

図１，**図２**のように，底面が 1 辺の長さ 6 cm の正方形 ABCD で，側面がすべて合同な二等辺三角形である正四角錐 OABCD がある。また，正四角錐 OABCD の高さは $3\sqrt{6}$ cm である。このとき，次の問いに答えなさい。

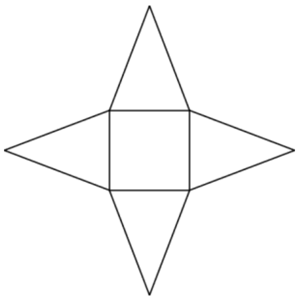
（長崎県 2020 年度）

図１

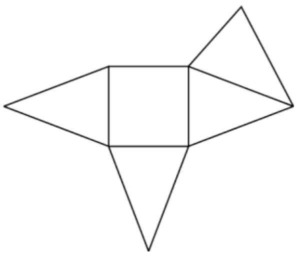


問１　**図１**の正四角錐の**展開図として適切でないもの**を，次の①～④の中から 1 つ選び，その番号を書け。

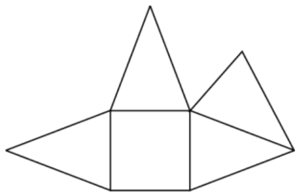
①



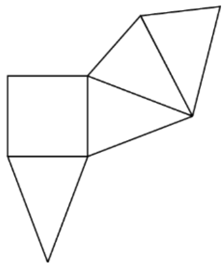
②



③



④



問２　正四角錐 OABCD の体積は何 cm^3 か。

問３　△OAC はどのような三角形か。次の①～④の中から最も適切なものを 1 つ選び，その番号を書け。

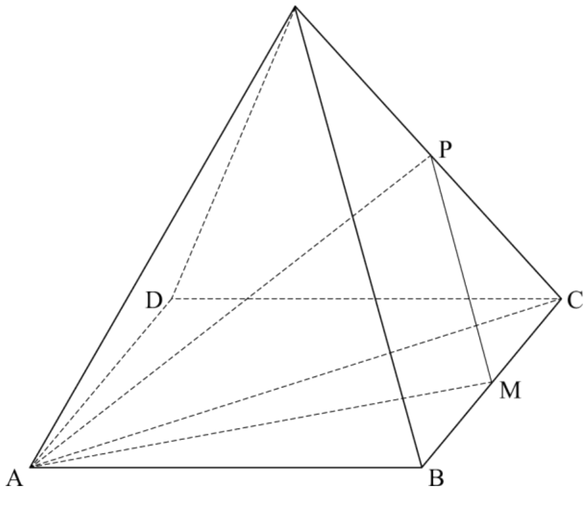
①　直角三角形　　②　二等辺三角形　　③　直角二等辺三角形　　④　正三角形

問４　**図２**のように，辺 OC の中点を P，辺 BC の中点を M とする。このとき，次の⑴，⑵に答えよ。

⑴　三角錐 PACM の体積は何 cm^3 か。

⑵　△PAC を底面とするとき，三角錐 PACM の高さは何 cm か。

図２



解答欄

問１		
問２		cm^3
問３		
問４	(1)	cm^3
	(2)	cm

解答

問１③

問２$36\sqrt{6}$　〔cm^3〕

問３④

問４

(1)$\dfrac{9\sqrt{6}}{2}$　〔cm^3〕

(2)$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　〔cm〕

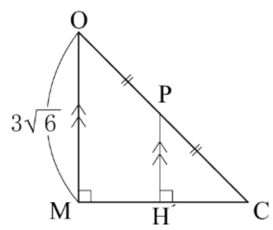
解説

問３

四角形ABCDは正方形であるため，△ABCは直角二等辺三角形であり，$AC=6\sqrt{2}$。対角線ACとBDの交点をHとすると，$AH=3\sqrt{2}$であり，△AOHで三平方の定理より$OA^2=(3\sqrt{2})^2+(3\sqrt{6})^2$

$OA>0$より，$OA=6\sqrt{2}$。側面がすべて合同な二等辺三角形であるという条件から，$OA=OC=6\sqrt{2}=AC$であり，３辺の長さがすべて等しいので，△OACは正三角形である。

図３



問４

(1)

△ACMを底面として考える。$\triangle ACM=\dfrac{1}{2}\times CM\times AB=9$である。

ここでPからACに垂線PH´を下ろすと（図３），△COH∽△CPH´である。

相似比が２：１であることから，高さ$PH'=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$。

よって，（三角錐PACM）$=\dfrac{1}{3}\times\triangle ACM\times PH'=\dfrac{9\sqrt{6}}{2}$($cm^3$)

(2)

体積から高さを逆算する問題である。△OACは正三角形であり，OP＝PCより，AP⊥OCである。

また，△PACは∠C＝60°の直角三角形であり，$AC:AP=2:\sqrt{3}$　$AP=3\sqrt{6}$

よって，$\triangle PAC=\dfrac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times 3\sqrt{6}=9\sqrt{3}$である。

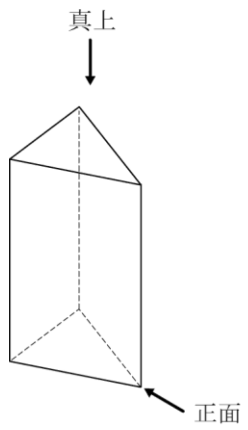
求める高さをh cmとすると，（三角錐PACM）$=\dfrac{9\sqrt{6}}{2}=\dfrac{1}{3}\times\triangle PAC\times h$

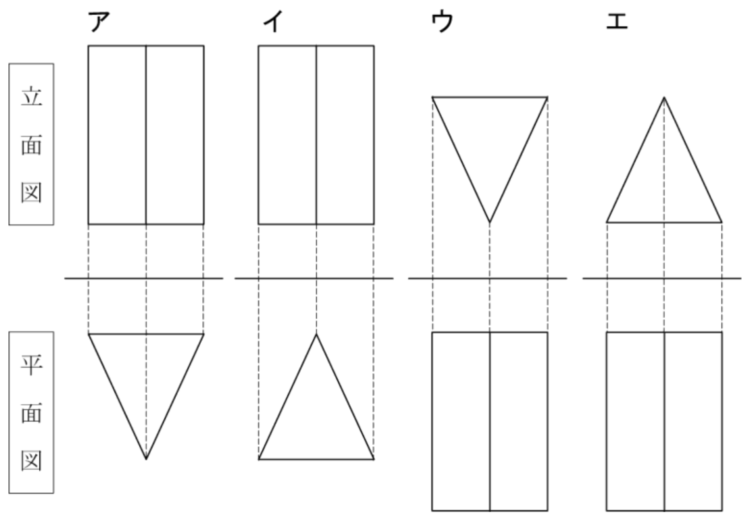
$h=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$(cm)

【問 219】

下の図のような三角柱がある。この三角柱の投影図として，最も適当なものを下の**ア**～**エ**の中から 1 つ選び，記号で答えよ。

（鹿児島県 2020 年度）





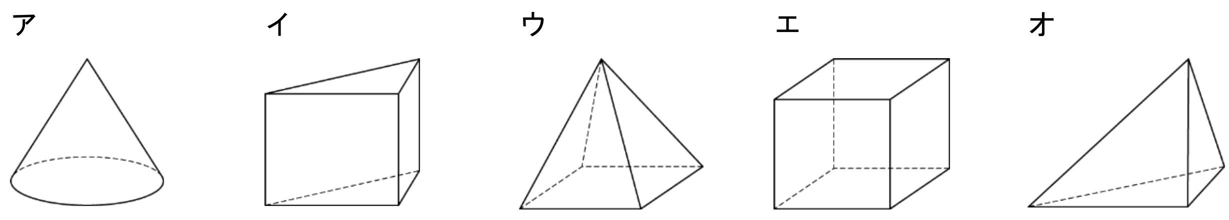
解答欄

解答
ア

【問 220】

次の**ア**～**オ**の図形のうち，角すいをすべて選び，記号で答えなさい。

（群馬県 2021 年度 前期）



解答欄

解答
ウ，オ

【問 221】

図１，**図３**，**図４**の立体 OABCD は正四角錐であり，**図２**は**図１**の展開図である。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

（石川県 2021 年度）

図１

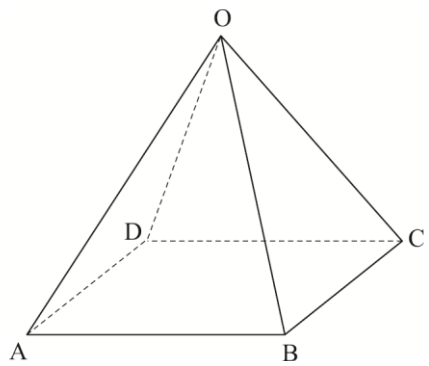
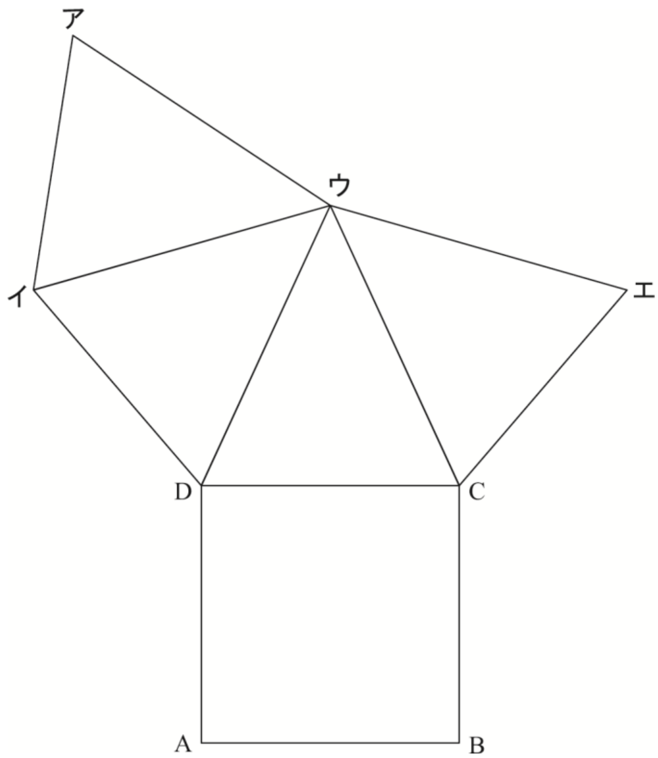


図２

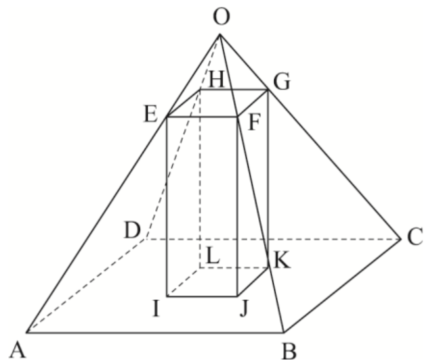


問１　**図２**の展開図を組み立てたとき，点 B と重なる点を**ア**～**エ**からすべて選び，その符号を書きなさい。

問２　**図３**のように，正四角錐 OABCD の中に直方体 EFGH－IJKL が入っている。この直方体の頂点のうち，4 点 E，F，G，H はそれぞれ辺 OA，OB，OC，OD 上にあり，4 点 I，J，K，L は，いずれも底面 ABCD 上にある。

OE：EA＝1：3 のとき，正四角錐 OABCD と直方体 EFGH－IJKL の体積比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

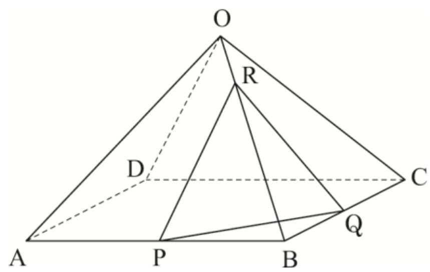
図３



問３　**図４**において，正四角錐 OABCD のすべての辺の長さを 4 cm とする。また，辺 AB，BC の中点をそれぞれ P，Q とし，辺 OB 上に点 R をとる。

△RPQ が正三角形になるとき，線分 RB の長さを求めなさい。なお，途中の計算も書くこと。

図４



解答欄

問１	
問２	正四角錐 OABCD の体積：直方体 EFGH－IJKL の体積　＝　　　　　　：
問３	〔計算〕 答　　　　　　　　cm

解答

問１ア，エ

問２

正四角錐 OABCD の体積：直方体 EFGH－IJKL の体積＝64：9

問３

〔計算〕

PQ＝QR＝RP＝$2\sqrt{2}$

P から辺 OB に垂線をひき，その交点を S とすると

△PSB は，PB＝2，BS＝1，PS＝$\sqrt{3}$

RS＝$\sqrt{PR^2-PS^2}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{5}$

よって　RB＝BS＋RS＝$1+\sqrt{5}$

〔答〕　$(1+\sqrt{5})$　cm

解説

問２

正四角錐 OABCD … ① と直方体 EFGH－IJKL … ② の体積比は，底面積の比と高さの比で求めることができる。

図１のように，△OAB において，EF//AB より，

EF：AB＝OE：OA＝1：4　⇒　IJ：AB＝1：4

よって，立体①，②の底面は，それぞれ AB，IJ を 1 辺とする正方形なので，その面積比は，$4^2:1^2=16:1$ である。

図２のように，立体①の頂点 O から底面 ABCD に垂線 OM をおろす。**図３**のように，△OAM において，EI//OM より，EI：OM＝AE：AO＝3：4 だから，立体①，②の高さの比は，4：3 である。

したがって，立体①，②の体積比は，

$\left(16\times4\times\frac{1}{3}\right):(1\times3)=64:9$

問３

図４のように，△BPQ は，BP＝BQ＝2cm，∠PBQ＝90°の直角二等辺三角形だから，

BP：PQ＝1：$\sqrt{2}$　⇒　PQ＝$2\sqrt{2}$(cm)

△RPQ は正三角形だから，PR＝PQ＝$2\sqrt{2}$(cm)

図５のように，△BPR において，点 P から辺 BR に垂線 PS をおろす。

△OAB は，正三角形なので，∠PBR＝60°だから，

△BPS は 1：2：$\sqrt{3}$の辺の比をもつ直角三角形である。

よって，BS：BP：PS＝1：2：$\sqrt{3}$より，BS＝1(cm)，PS＝$\sqrt{3}$(cm)

また，△PRS において，三平方の定理より，

$RS^2=PR^2-PS^2=(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2=5$　⇒　RS＞0 より，RS＝$\sqrt{5}$(cm)

したがって，RB＝BS＋RS＝$1+\sqrt{5}$(cm)

図１

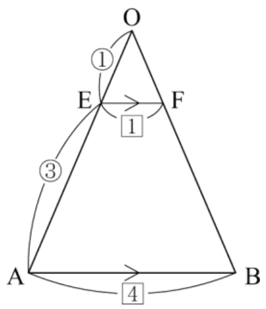


図２

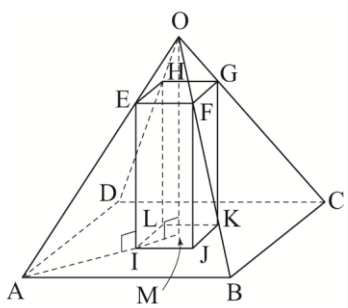


図３

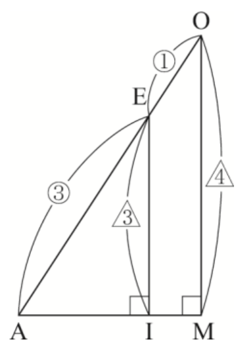


図４

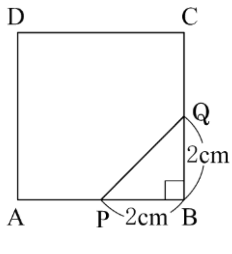
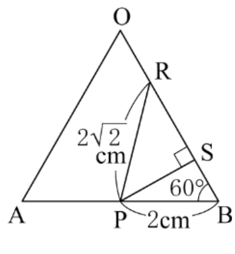


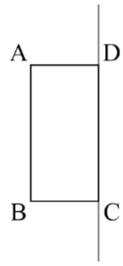
図５



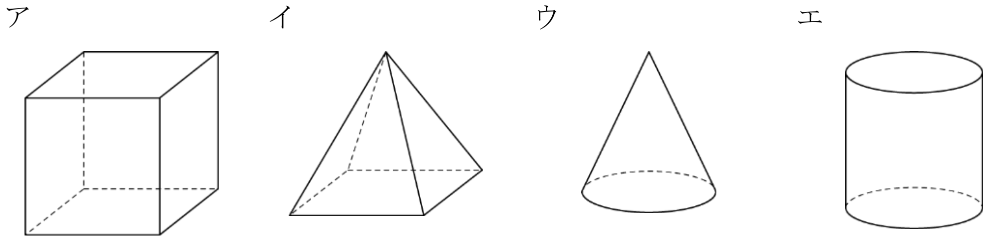
【問 222】

右図において，四角形 ABCD は長方形であり，AB＝6 cm，AD＝3 cm である。四角形 ABCD を直線 DC を軸として 1 回転させてできる立体をＰとする。

（大阪府 A 2021 年度）



(1)　次の**ア**～**エ**のうち，立体Ｐの見取図として最も適しているものはどれですか。一つ選び，記号を◯で囲みなさい。



(2)　円周率を π として，立体Ｐの体積を求めなさい。

解答欄

(1)	ア　イ　ウ　エ
(2)	cm^3

解答

(1) **エ**

(2) 54π　cm^3

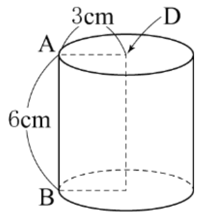
解説

(2)

立体Ｐは**図３**のような円柱になるので

その体積は $\pi\times3^2\times6=54\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

図３

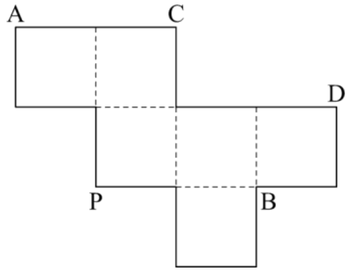


【問 223】

図１は，立方体の展開図である。この展開図を組み立ててできる立体において，頂点 P と頂点 A，B，C，D をそれぞれ結ぶ線分のうち，最も長いものはどれか。次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，その記号を書け。

（奈良県 2021 年度）

図１



ア　線分 PA

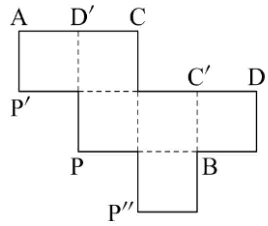
イ　線分 PB

ウ　線分 PC

エ　線分 PD

解答欄

解答
ウ
解説



右の図のように，展開図を組み立てたときに
点 P と重なる 2 点を P'，P"
点 C と重なる点を C'
点 D と重なる点を D'とし
立方体の 1 辺の長さを 1cm として考える。
ア　P'A は面の正方形の 1 辺となるから，PA＝P'A＝1cm
イ　P"B は面の正方形の対角線となるから，PB＝P"B＝$\sqrt{2}$cm
ウ　点 P，P'，P"と点 C，C'はどの組み合わせでも同じ面の正方形の頂点にならないことから
PC は立方体の対角線となるとわかる。
よって，PC＝$\sqrt{1^2+1^2+1^2}$＝$\sqrt{3}$cm
エ　P'D'は正方形の対角線となるから PD＝P'D'＝$\sqrt{2}$cm
以上より，最も長い線分は，線分 PC である。