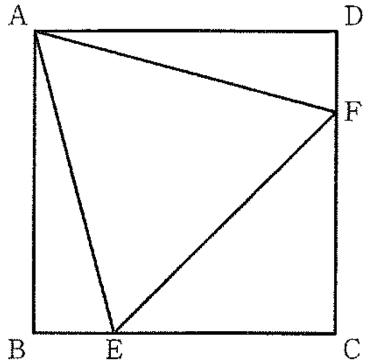
3．合同の証明と長さ・求積などの複合問題 【2012 年度出題】

【問 1】

右の図の正方形 ABCD で，△AEF が正三角形となるように，点 E を辺 BC 上に，点 F を辺 CD 上にとる。次の(1)，(2)に答えなさい。

（青森県　2012 年度　後期）



(1)　△ABE と△ADF が合同になることを証明しなさい。

(2)　AB＝2 cm のとき，BE の長さを求めなさい。

解答欄

(1)	〔証明〕
(2)	cm

解答

(1)

〔証明〕

△ABEと△ADFにおいて

四角形ABCDが正方形であることから

AB＝AD　…①

∠B＝∠D＝90°　…②

△AEFが正三角形であることから

AE＝AF　…③

①，②，③より斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい直角三角形なので

△ABE≡△ADF

(2)　$4-2\sqrt{3}$　cm

解説

(2)

BE＝x cmとすると，DF＝BE＝x cm，CE＝CF＝$2-x$ cm

△ABEにおいて，

三平方の定理より，

$AE^2=2^2+x^2$

△CEFにおいて，

三平方の定理より，

$EF^2=(2-x)^2+(2-x)^2$

△AEFは正三角形より，AE＝EFだから，$AE^2=EF^2$

よって，$2^2+x^2=(2-x)^2+(2-x)^2$

整理して，$x^2-8x+4=0$

解の公式に代入して，

$$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times1\times4}}{2\times1}$$

$$=\frac{8\pm4\sqrt{3}}{2}=4\pm2\sqrt{3}$$

$0<x<2$ より，

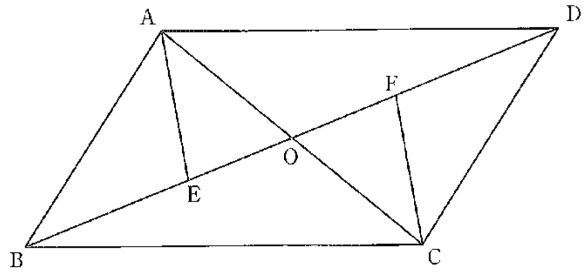
$x=4-2\sqrt{3}$ cm

【問 2】

図のように，平行四辺形 ABCD があり，対角線の交点を O とします。対角線 BD 上に OE＝OF となるように異なる 2 点 E，F をとります。

このとき，△OAE≡△OCF であることを証明しなさい。

（岩手県　2012 年度）



解答欄

〔証明〕

解答

〔証明〕

△OAE と△OCF において

仮定から

OE＝ OF …(1)

平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わるから

OA＝ OC …(2)

対頂角は等しいから

∠AOE＝∠COF …(3)

(1)，(2)，(3)より

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△OAE≡△OCF

解説

△OAE と△OCF において，

四角形 ABCD は平行四辺形より，対角線はそれぞれの中点で交わるので

OA＝OC…①

対頂角は等しいので∠AOE＝∠COF…②

仮定より OE＝OF…③

①，②，③より

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△OAE≡△OCF

【問 3】

図1のように，正三角形 ABC の辺 AB を B の方へ延長した直線上に，点 D をとります。また，点 E を，四角形 CBDE が平行四辺形となるようにとり，点 D と点 E，点 C と点 E，点 A と点 E をそれぞれ結びます。さらに，辺 BC を B の方へ延長した直線上に，BF＝BD となる点 F をとり，点 A と点 F，点 D と点 F をそれぞれ結びます。

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（宮城県　2012 年度）

(1) △ABF≡△ACE であることを証明しなさい。

(2) AB＝8 cm，BD＝2 cm とします。図2は，図1において，点 F と点 E を結んだものです。また，点 A を通り，線分 FE に垂直な直線をひき，線分 DE との交点を G とします。

次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分 FE の長さを求めなさい。

② 四角形 AGEC の面積を求めなさい。

図1

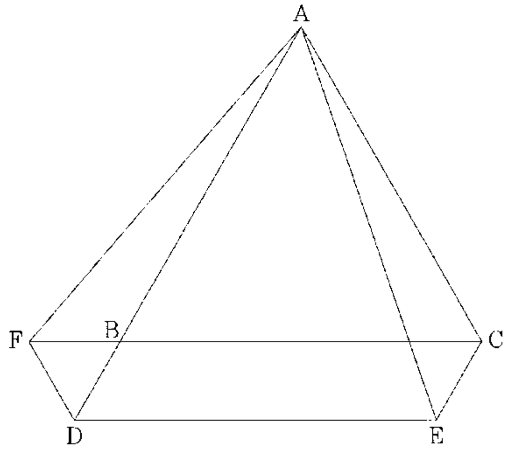
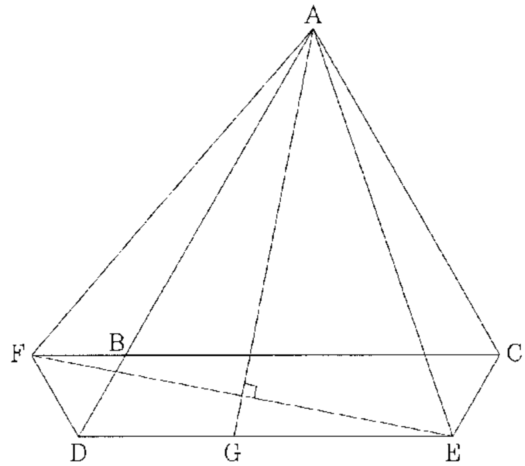


図2



解答欄

<table>
<tr><td rowspan="1">(1)</td><td colspan="3">〔証明〕</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td>①</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>②</td><td>cm^2</td></tr>
</table>

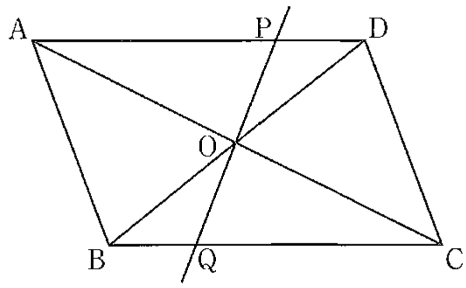
解答
(1)
〔証明〕
△ABF と△ACE において
△ABC は正三角形であるから
AB＝AC…①
仮定から，BF＝BD
平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいから，BD＝CE
したがって，BF＝CE…②
$\angle$ABF＝180°－$\angle$ABC＝180°－60°＝120°
平行線の錯角は等しいから，
$\angle$ECB＝$\angle$ABC＝60°
よって，$\angle$ACE＝$\angle$ACB＋$\angle$ECB
＝60°＋60°＝120°
したがって，$\angle$ABF＝$\angle$ACE…③
①，②，③より，
2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ABF≡△ACE
(2)
① $2\sqrt{21}$ cm　　② $\dfrac{47\sqrt{3}}{3}$ cm^2

解説
(2)
②
A から BC に垂線をひき，交点を I とすると，△ABC は 1 辺が 8 cm の正三角形より，
AI＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$AB＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}$ cm
△ACE＝△ABF＝$\dfrac{1}{2}\times 2\times 4\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ cm^2
△ABF≡△ACE より
△AFE において，$\angle$FAE＝$\angle$FAB＋$\angle$DAE＝$\angle$EAC＋$\angle$DAE＝$\angle$BAC＝60°
また，AF＝AE より△AFE は正三角形である。
AG と EF の交点を K とすると AK$\perp$EF より
EK＝$\dfrac{1}{2}$FE＝$\sqrt{21}$ cm，AK＝$\sqrt{3}\times\sqrt{21}=3\sqrt{7}$ cm
ここで，△EKG∽△EHF だから
EK : EH＝KG : HF
$\sqrt{21}$: 9＝KG : $\sqrt{3}$
9KG＝$3\sqrt{7}$
KG＝$\dfrac{\sqrt{7}}{3}$cm
よって△AGE＝$\dfrac{1}{2}\times\left(3\sqrt{7}+\dfrac{\sqrt{7}}{3}\right)\times\sqrt{21}=\dfrac{35\sqrt{3}}{3}$
よって四角形 AGEC の面積は△ACE＋△AGE＝$4\sqrt{3}+\dfrac{35\sqrt{3}}{3}=\dfrac{47\sqrt{3}}{3}$ cm^2

【問 4】

図のように，平行四辺形 ABCD の対角線の交点 O を通る直線と辺 AD，BC との交点をそれぞれ P，Q とする。このとき，△AOP≡△COQ となることを証明しなさい。

（秋田県　2012 年度）



解答欄

〔証明〕

解答

〔証明〕

△AOP と△COQ で，

平行四辺形の対角線はそれぞれ中点で交わるから，

OA＝OC…①

対頂角は等しいから，

∠AOP＝∠COQ…②

平行線の錯角は等しいから，

∠OAP＝∠OCQ…③

①，②，③より，

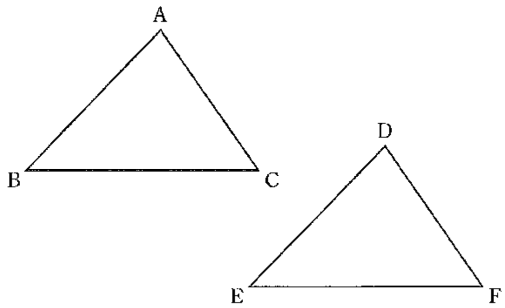
1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△AOP≡△COQ

【問 5】

図の△ABC と△DEF において，AB＝DE, BC＝EF である。このほかにどの辺や角が等しければ，△ABC と△DEF が合同であるといえるか。ア，イ，ウ，エのうちあてはまるものは 2 つある。そのうち 1 つを選んで記号で答えなさい。また，そのときに使う三角形の合同条件を答えなさい。

（栃木県　2012 年度）



ア AC＝DF

イ ∠BAC＝∠EDF

ウ ∠ABC＝∠DEF

エ ∠BCA＝∠EFD

解答欄

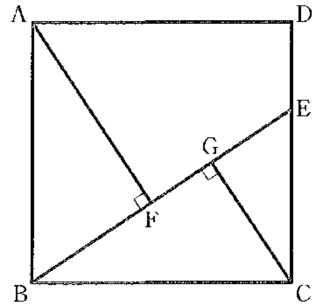
記号	
合同条件	

解答
記号 ウ
合同条件 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

【問 6】

右の図のような正方形 ABCD がある。辺 CD 上に点 E をとり，頂点 A，C から線分 BE に引いた垂線と線分 BE との交点をそれぞれ F，G とする。このとき，△ABF ≡△BCG であることを証明しなさい。

（新潟県　2012 年度）



解答欄

〔証明〕

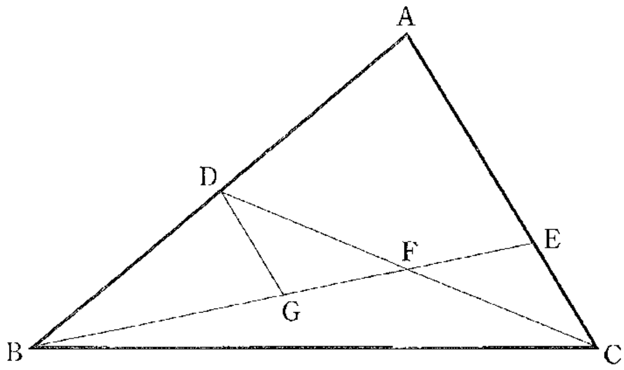
解答
〔証明〕
△ABF と△BCG において
∠AFB＝∠BGC＝90°…①
四角形 ABCD は正方形だから
AB＝BC…②
また
∠ABF＝90°－∠CBG…③
∠BCG＝90°－∠CBG…④
③，④より
∠ABF＝∠BCG…⑤
①，②，⑤より
直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから
△ABF≡△BCG
解説
△ABF と△BCG において
仮定より∠AFB＝∠BGC＝90°…①
四角形 ABCD は正方形より AB＝BC…②
∠ABF＝∠ABC－∠CBG＝90°－∠CBG
∠BCG＝180°－∠CBG－∠BGC＝90°－∠CBG
よって∠ABF＝∠BCG…②
①，②より
直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので
△ABF≡△BCG

【問 7】

図の△ABC で，点 D は辺 AB の中点であり，点 E は辺 AC 上の点で，AE:EC＝2:1 である。線分 BE と CD との交点を F，点 D を通り AC に平行な直線と BE との交点を G とする。

次の問1，問2に答えなさい。

（岐阜県　2012 年度）



問1　△CEF≡△DGF であることを証明しなさい。

問2　△ABC の面積は△DGF の面積の何倍であるかを求めなさい。

解答欄

問1	〔証明〕
問2	倍

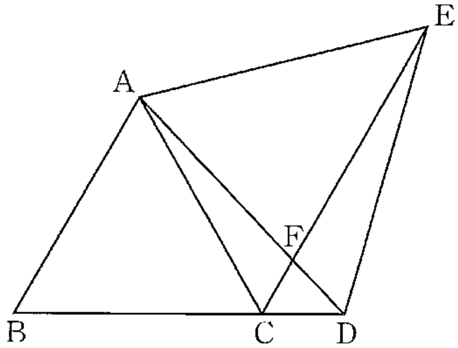
解答
問1
〔証明〕
△CEF と△DGF で
仮定から CE＝ $\frac{1}{2}$ AE…①
DG // AE，BD：BA＝1：2 だから
DG：AE＝1：2
よって DG＝$\frac{1}{2}$ AE…②
①，②から CE＝　DG…③
AC // DG より，平行線の錯角だから
∠CEF＝∠DGF…④
∠ECF＝∠GDF…⑤
③，④，⑤から
1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△CEF≡△DGF
問2　12 倍
解説
問1
△CEF と△DGF において
DG // AE より，BG：GE＝BD：DA＝1：1
よって△ABE で中点連結定理より，DG＝$\frac{1}{2}$ AE
また AE：EC＝2：1 より，CE＝$\frac{1}{2}$ AE
よって DG＝CE…①
DG // AC より，錯角は等しいので
∠FDG＝∠FCE…②
∠FGD＝∠FEC…③
①，②，③より
1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△CEF≡△DGF
問2
BG：GE＝1：1，GF：FE＝1：1 より，BF：FE＝3：1
よって△BCE＝4△CEF＝4△DGF
AE：EC＝2：1 より，
△ABC＝3△BCE＝3×4△DGF＝12△DGF
よって 12 倍。

【問 8】

右の図のように，正三角形 ABC と正三角形 ADE がある。点 D は辺 BC の延長上にあり，辺 AD と線分 CE の交点を F とする。

次の問1，問2に答えなさい。

（山口県　2012 年度）



問1　△ABD≡△ACE であることを証明しなさい。

問2　BC＝3 cm，CD＝1 cm のとき，線分 AF の長さを求めなさい。

解答欄

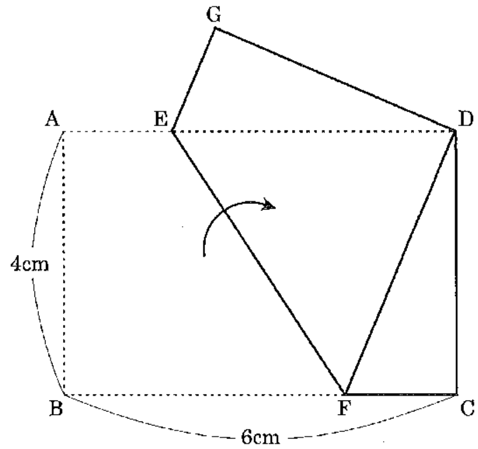
問1	〔証明〕
問2	cm

解答
問1
〔証明〕
△ABDと△ACEで
△ABC，△ADEは正三角形だから
AB＝AC…①
AD＝AE…②
∠BAC＝∠DAE＝60°…③
また，③から
∠BAD＝∠BAC＋∠CAD
＝60°＋∠CAD…④
∠CAE＝∠CAD＋∠DAE
＝∠CAD＋60°…⑤
④，⑤から
∠BAD＝∠CAE…⑥
①，②，⑥から
2辺とその間の角がそれぞれ等しいので
△ABD≡△ACE
問2 $\dfrac{3\sqrt{13}}{4}$ cm
解説
問2
AからBCに垂線をひき，交点をHとする。
△ABCは1辺が3 cmの正三角形よりCH＝$\dfrac{3}{2}$ cm，AH＝$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ cm
△ADHにおいて三平方の定理より，AD＝$\sqrt{\left(1+\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{13}$ cm
△AFE∽△CAEだから，
AF : CA＝AE : CE
AF : 3＝$\sqrt{13}$: 4
4AF＝$3\sqrt{13}$
AF＝$\dfrac{3\sqrt{13}}{4}$ cm

【問 9】

図のように，AB＝4 cm，BC＝6 cm の長方形 ABCD がある。点 B を点 D に重なるように折り，点 A が移る点を G，折り目を EF とする。問1～問4に答えなさい。

（徳島県　2012 年度）



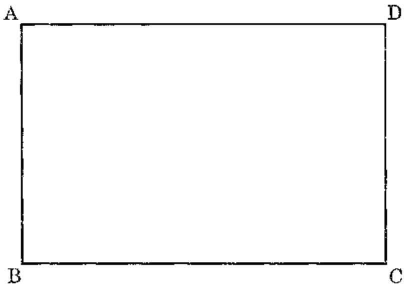
問1 長方形 ABCD の対角線 BD の長さを求めなさい。

問2 折り目 EF を，定規とコンパスの両方を使って解答用紙に作図しなさい。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。定規やコンパスを持っていない場合は，作図の方法を，文章で書きなさい。

問3 △FCD≡△EGD を証明しなさい。

問4 点 G と点 F を結ぶ線分 GF と，線分 ED，対角線 BD との交点をそれぞれ H，I とするとき，△HID の面積は，△EHG の面積の何倍か，求めなさい。

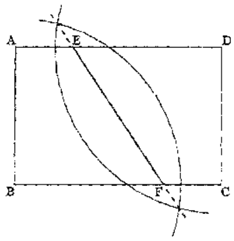
解答欄

問1	cm
問2	
問3	〔証明〕
問4	倍

解答

問1　$2\sqrt{13}$ cm

問2



(文章記述例)

点 B, D を, それぞれ中心として, 等しい半径の円をかく。

この 2 円の交点を直線で結び, 辺 AD との交点を E, 辺 BC との交点を F として, 線分 EF をひく。

問3

〔証明〕

△FCD と△EGD で

長方形の辺の長さと角の大きさの性質から

CD＝GD…①

∠FCD＝∠EGD＝90°…②

また, ∠FDC＝90°－∠EDF

∠EDG＝90°－∠EDF　より

∠FDC＝∠EDG…③

①, ②, ③から

1 辺とその両端の角が, それぞれ等しいので

△FCD≡△EGD

問4　$\dfrac{2197}{775}$ 倍

解説

問4

GE＝x cm とおくと, DE＝6－x cm と表せる。

△GED において, 三平方の定理より$(6-x)^2=x^2+4^2$

これを解いて $x=\dfrac{5}{3}$

DF＝DE＝$6-\dfrac{5}{3}=\dfrac{13}{3}$ cm

GE // DF より

EH : DH＝GE : FD＝$\dfrac{5}{3}:\dfrac{13}{3}=5:13$

DH // FB より

HI : IF＝DH : BF＝13 : (5＋13)＝13 : 18

よって△HID＝$\dfrac{13}{31}$△DHF…①

また△EHG∽△DHF だから

△EHG : △DHF＝$5^2:13^2=25:169$

△DHF＝$\dfrac{169}{25}$△EHG…②

①, ②より△HID＝$\dfrac{13}{31}\times\dfrac{169}{25}$△EHG＝$\dfrac{2197}{775}$△EHG

【問 10】

図1のように，AB＝5 cm の長方形 ABCD がある。点 E を辺 BC 上に，BE＝3 cm となるようにとり，点 F を，△AEF が∠AEF＝90°の直角二等辺三角形となるように長方形の内側にとる。また，点 F から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点を G とする。

このとき，次の問いに答えなさい。(円周率は π を用いること。)

（愛媛県　2012 年度）

図1

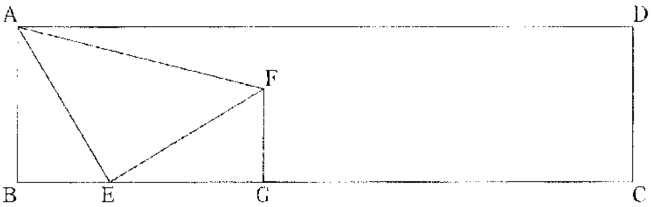
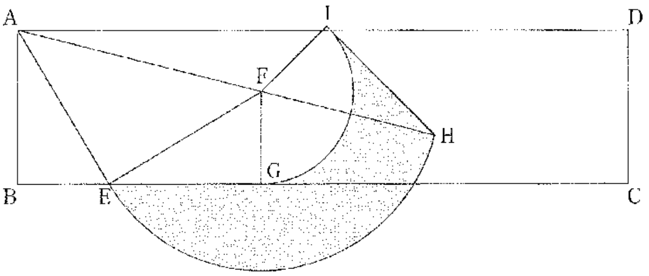


図2



問1　△ABE≡△EGF であることを証明せよ。

問2　下の図2のように，△EGF を，点 F を回転の中心として，時計の針の回転と反対向きに回転移動して，点 E が線分 AF の延長線上に移るようにする。点 E が移った点を H，点 G が移った点を I とするとき，

(1)　∠GFI の大きさを求めよ。

(2)　線分 EG が通る部分 (下の図2の をつけた部分) の面積を求めよ。

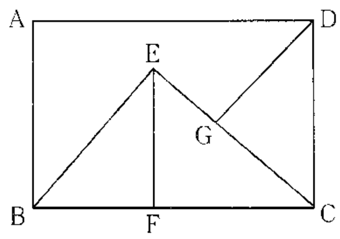
解答欄

問1	〔証明〕	
問2	(1)	度
	(2)	cm^2

解答
問1
〔証明〕△ABE と△EGF において
仮定から
∠ABE＝∠EGF＝90°…①
△AEF は直角二等辺三角形だから
AE＝EF …②
△ABE で∠ABE＝90°だから
∠BAE＋∠BEA＝90°…③
∠AEF＝90°だから
∠BEA＋∠GEF＝90°…④
③, ④から
∠BAE＝∠GEF …⑤
①, ②, ⑤で
2 つの三角形は直角三角形で, 斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいことがいえたから
△ABE≡△EGF
問2
(1) 135 度
(2) $\frac{75}{8}\pi$ cm^2
解説
問2
(1)
∠GFI＝∠EFH＝180°－∠AFE＝180°－45°＝135°
(2)
求める面積は, おうぎ形 FEH＋△HIF－△EFG－おうぎ形 FGI
ここで, △HIF≡△EFG だから,
求める面積は, おうぎ形 FEH－おうぎ形 FGI
三平方の定理より, EF＝AE＝$\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$ cm
よって, 求める面積は$\pi\times(\sqrt{34})^2\times\frac{135}{360}-\pi\times3^2\times\frac{135}{360}=\frac{75}{8}\pi$ cm^2

【問 11】

図のように，AB＝$\dfrac{2}{3}$BC である長方形 ABCD がある。この長方形 ABCD の内部に EB＝DC，∠BEC＝90° となるように点 E をとり，辺 BC を斜辺とする直角三角形 BCE をつくる。また，点 E から辺 BC に垂線をひき，辺 BC との交点を F，点 D から辺 EC に垂線をひき，辺 EC との交点を G とする。このとき，次の問1・問2に答えなさい。



（高知県 2012 年度 前期）

問1 △EBF≡△DCG を証明せよ。

問2 AB＝6 cm のとき，線分 EG の長さを求めよ。

解答欄

問1	〔証明〕 △EBF と△DCG において したがって，△EBF≡△DCG
問2	cm

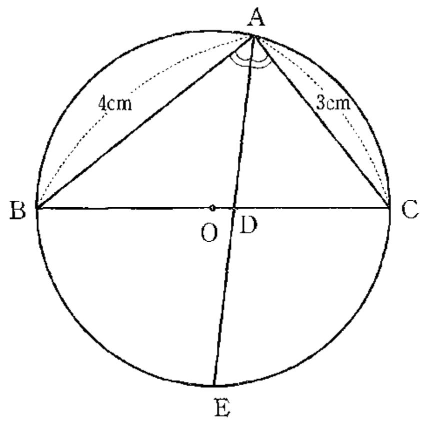
解答
問1
〔証明〕
△EBF と△DCG において
仮定から
∠EFB＝∠DGC＝90°　…①
EB＝DC　…②
また
∠BEC＝∠BCD＝90° であるから
∠EBF＝90° −∠ECB
∠DCG＝90° −∠ECB
よって
∠EBF＝∠DCG　…③
①, ②, ③より
直角三角形で斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい。
したがって△EBF≡△DCG
問2　$(3\sqrt{5}-4)$ cm
解説
問2
AB＝6 cm のとき, $BC=\frac{3}{2}AB=\frac{3}{2}\times 6=9$cm
△EBC において, 三平方の定理より
$EC=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}$ cm
△EBC の面積の関係より
$\frac{1}{2}\times BC\times EF=\frac{1}{2}\times BE\times EC$
$\frac{1}{2}\times 9\times EF=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{5}$
$EF=2\sqrt{5}$ cm
△EBF で三平方の定理より
$BF=\sqrt{6^2-(2\sqrt{5})^2}=4$cm
△EBF≡△DCG より
CG＝BF＝4cm
よって $EG=3\sqrt{5}-4$ cm

【問 12】

図1～図3のように，円 O の周上に 3 点 A, B, C がある。線分 BC は円 O の直径で，AB＝4 cm，AC＝3 cm である。∠BAC の二等分線と線分 BC，円 O との交点をそれぞれ D，E とする。このとき，次の問いに答えなさい。

（長崎県　2012 年度）

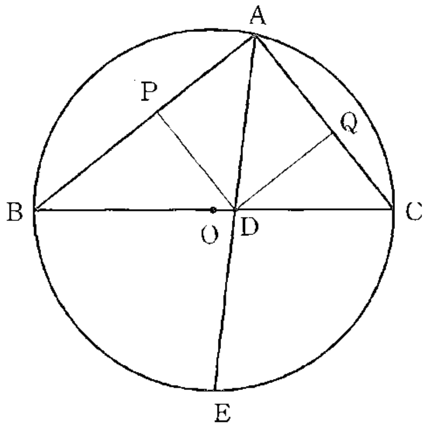
図1



問1　∠BAC の大きさは何度か。

問2　△ABC の面積は何 cm^2 か。

図2

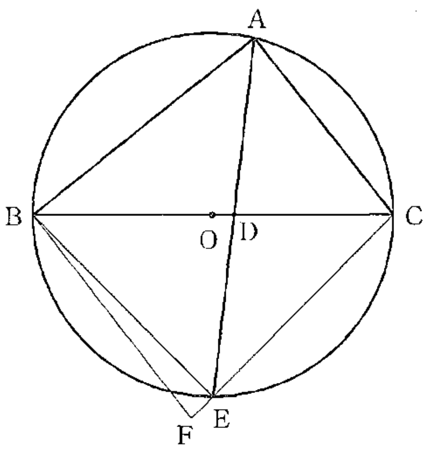


問3　図2のように，点 D から 2 つの線分 AB，AC に垂線をひき，AB，AC との交点をそれぞれ P，Q とする。このとき，次の(1)，(2)に答えよ。

(1)　△APD≡△AQD であることを証明せよ。

(2)　線分 DQ の長さは何 cm か。

図3



問4　図3のように，線分 CE を E のほうへ延長し，その上に AC // BF となる点 F をとる。このとき，△BEF の面積は何 cm^2 か。

解答欄

問1	∠BAC＝　　　　　　°	
問2	cm^2	
問3	(1)	
	(2)	cm
問4	cm^2	

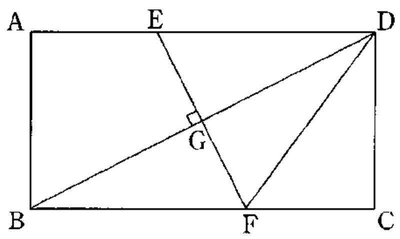
解答
問1 $\angle BAC = 90^\circ$
問2 6 cm^2
問3
(1)
△APDと△AQDにおいて
$\angle APD = \angle AQD = 90^\circ$ (仮定)…①
$\angle PAD = \angle QAD$ (仮定)…②
ADは共通…③
①, ②, ③より
直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので
$\triangle APD \equiv \triangle AQD$
(2) $\dfrac{12}{7}$ cm
問4 $\dfrac{25}{28}$ cm^2
解説
問4
△ABCにおいて
三平方の定理より $BC = \sqrt{3^2+4^2} = 5cm$
△EBCは直角二等辺三角形になるから $BE = EC = \dfrac{5}{\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ cm
ここで, $\triangle ACD \backsim \triangle CBF$ だから
$\triangle ACD : \triangle CBF = 3^2 : 5^2$
$\dfrac{1}{2} \times 3 \times \dfrac{12}{7} : \triangle CBF = 9 : 25$
$\triangle CBF = \dfrac{50}{7}$ cm^2
$\triangle BEF = \dfrac{50}{7} - \dfrac{1}{2} \times \dfrac{5\sqrt{2}}{2} \times \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$
$= \dfrac{25}{28}$ cm^2

【問 13】

右の図のような長方形 ABCD がある。対角線 BD の垂直二等分線と，辺 AD，BC との交点をそれぞれ E，F，対角線 BD との交点を G とする。

次の問1，問2に答えなさい。

（大分県　2012 年度）



問1　DE＝DF であることを次のように証明した。$\boxed{ア}$ には△BFG と△DFG が合同であることの証明を，$\boxed{イ}$ には適切な語句を書き，証明を完成させなさい。

〔証明〕

△BFG と△DFG において，

$\boxed{ア}$

よって，　∠BFG＝∠DFG　……(ⅰ)

また，AD // BC より　$\boxed{イ}$　は等しいから，

∠BFG＝∠DEG　……(ⅱ)

(ⅰ)，(ⅱ) より，∠DFG＝∠DEG

2 つの底角が等しいから，△DEF は二等辺三角形である。

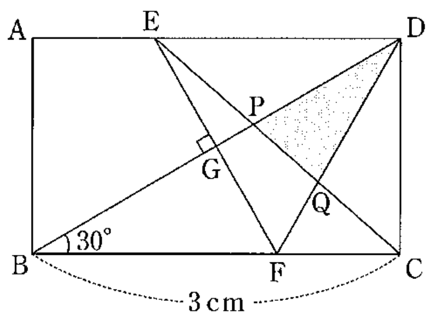
したがって，DE＝DF

問2　線分 CE と対角線 DB，線分 DF との交点をそれぞれ P，Q とする。また，BC＝3 cm，∠CBD＝30° とする。

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　線分 DF の長さを求めなさい。

(2)　△DPQ の面積を求めなさい。



解答欄

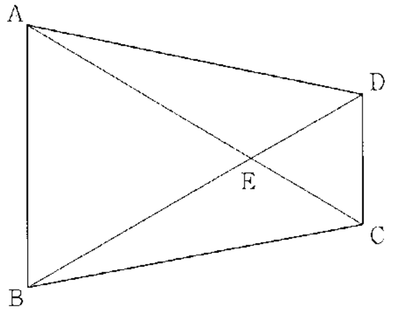
問1	ア	
	イ	
問2	(1)	cm
	(2)	cm^2

解答
問1
ア
線分 EF は対角線 BD の垂直二等分線だから
BG＝DG…①∠BGF＝∠DGF＝90°…②
また, FG は共通…③
①, ②, ③より
2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△BFG≡△DFG
イ　錯角
問2
(1)　2cm　　(2)　$\dfrac{4\sqrt{3}}{15}$ cm^2
解説
問2
(1)
△BCD は, ∠DBC＝30°, ∠BCD＝90°の直角三角形なので
DC:BC＝1: $\sqrt{3}$
DC:3＝1: $\sqrt{3}$
DC＝ $\dfrac{3}{\sqrt{3}}$ ＝ $\sqrt{3}$ cm
△DFC において, ∠DFC＝∠ADF＝30°＋30°＝60°, ∠DCF＝90°より
CF:DC＝1: $\sqrt{3}$
CF: $\sqrt{3}$ ＝1: $\sqrt{3}$
CF＝1cm
CF:DF＝1:2
1:DF＝1:2
DF＝2cm
(2)
AD // BC より
EQ:QC＝ED:FC＝2:1
よって QC＝ $\dfrac{1}{3}$ EC
同様に EP:PC＝ED:BC＝2:3
よって EP＝ $\dfrac{2}{5}$ EC
よって△DPQ＝△DEC－△EPD－△DQC
＝△DEC－ $\dfrac{2}{5}$ △DEC－ $\dfrac{1}{3}$ △DEC
＝ $\dfrac{4}{15}$ △DEC
＝ $\dfrac{4}{15}$ × $\dfrac{1}{2}$ ×2× $\sqrt{3}$
＝ $\dfrac{4\sqrt{3}}{15}$ cm^2

【問 14】

図のような四角形 ABCD がある。線分 AC と BD の交点を E とすると，△ABE と△CDE は 1 辺の長さがそれぞれ 4 cm と 2 cm の正三角形である。このとき，次の各問いに答えなさい。

（沖縄県　2012 年度）



問1　△AED≡△BEC であることを証明しなさい。ただし，証明の中に根拠となることがらを必ず書くこと。

問2　AD の長さを求めなさい。

解答欄

問1	
問2	cm

解答

問1

△AED と△BEC において

正三角形 ABE の 2 辺なので

AE＝BE…①

正三角形 CDE の 2 辺なので

ED＝EC…②

対頂角は等しいから

∠AED＝∠BEC…③

①②③より

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△AED≡△BEC

問2　$2\sqrt{7}$ cm

解説

問2

D から AB に垂線をひき，交点を H とする。

△DBH は∠DBH＝60°，∠DHB＝90°の直角三角形だから

$BH=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times(4+2)=3$cm

$DH=\sqrt{3}\,BH=\sqrt{3}\times3=3\sqrt{3}$ cm

AH＝4－3＝1cm

△ADH において，三平方の定理より

$AD=\sqrt{1^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ cm