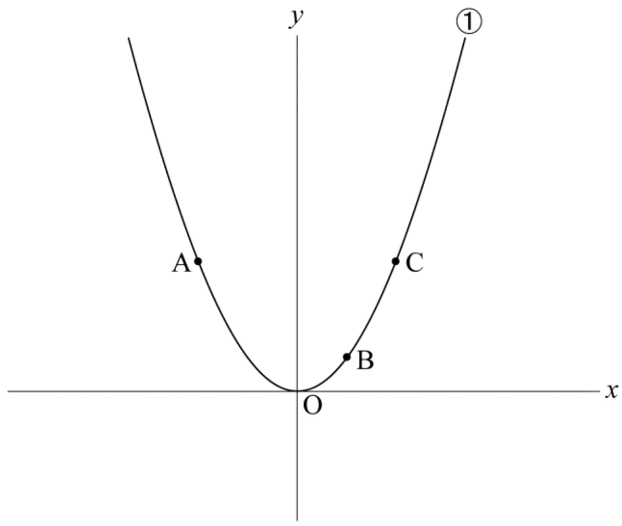
4．二次関数と図形関連の複合問題　2016年度出題

【問 1】

下の図のように，関数　$y=ax^2$ (a は正の定数)　…①
のグラフ上に，3 点 A，B，C があります。点 A の x 座標を
-2，点 B の x 座標を 1，点 C の x 座標を正の数としま
す。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。

（北海道　2016 年度）



問1　点 A と点 C の y 座標が等しいとき，点 C の x 座標を求めなさい。

問2　①について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のとき，y の変域は $0\leqq y\leqq 3$ となります。このとき，a の値を求めなさい。

問3　$a=1$ とします。x 軸上に点 P をとります。△OAB と△OBP の面積が等しくなるとき，点 P の座標を求めなさい。ただし，点 P の x 座標は，負であるものとします。

解答欄

問1	
問2	$a=$
問3	答　P(　　　，　　　)

解答
問1 2
問2 $a=\frac{1}{3}$
問3
△OABと△OBPにおいて，線分OB (底辺) が共通で
高さが等しいとき，面積が等しくなる。
直線OBの傾きは1なので，
Aを通り，直線OBに平行な直線を$y=x+b$とする。
条件から，A $(-2,\ 4)$
よって$b=6$となるので$y=x+6$
Pはこの直線とx軸との交点でありP $(-6,\ 0)$
答　P $(-6,\ 0)$
解説
問1
$y=ax^2$のグラフはy軸に関して対称なので，点Cのx座標は2
問2
xの変域が$-1\leqq x\leqq 3$なので
$x=0$のとき最小となり0
$x=3$のとき最大となり$a\times 3^2=3$
これより$a=\frac{1}{3}$
問3
$a=1$より$y=x^2$
△OABと△OBPの面積が等しいので
底辺をOBとするとき，2つの三角形の高さが等しくなればよいので
点Pは点Aを通り直線OBの傾きと等しい直線上にあり
この直線とx軸との交点となる。

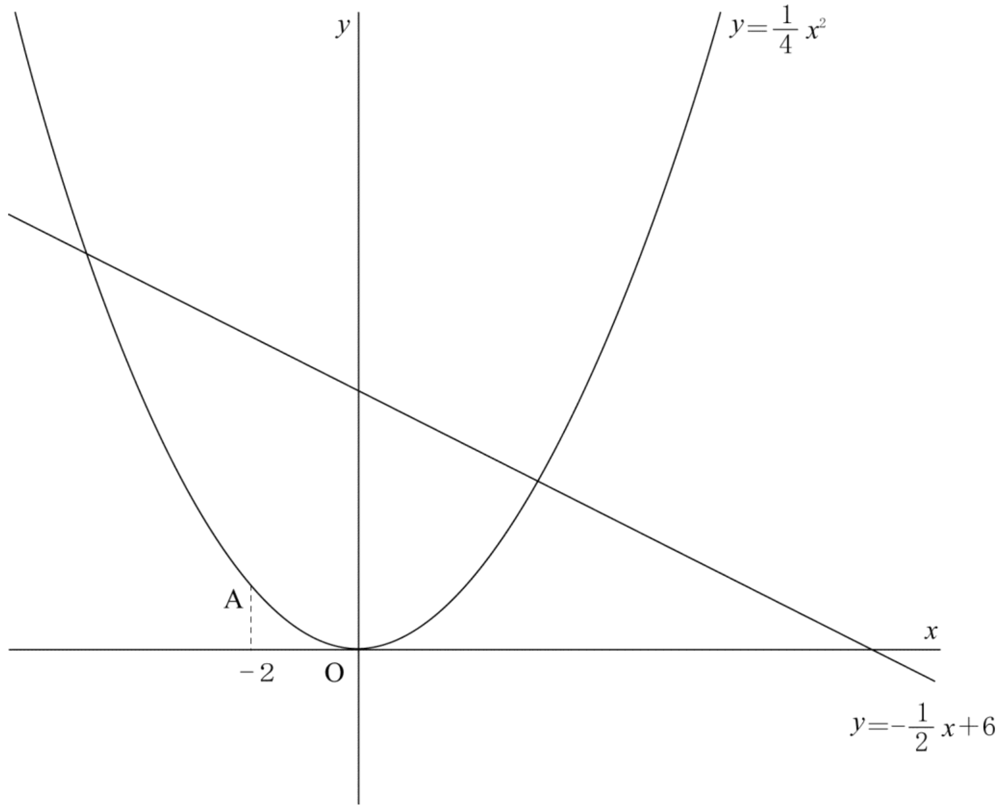
【問 2】

下の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフと直線 $y=-\dfrac{1}{2}x+6$ があります。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（岩手県　2016 年度）

問1　関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，x 座標が -2 となる点 A をとるとき，A の y 座標を求めなさい。

問2　関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上を動く点 P と，直線 $y=-\dfrac{1}{2}x+6$ 上を動く点 Q があります。P，Q の x 座標が等しく，PQ＝6 であるとき，P の x 座標をすべて求めなさい。



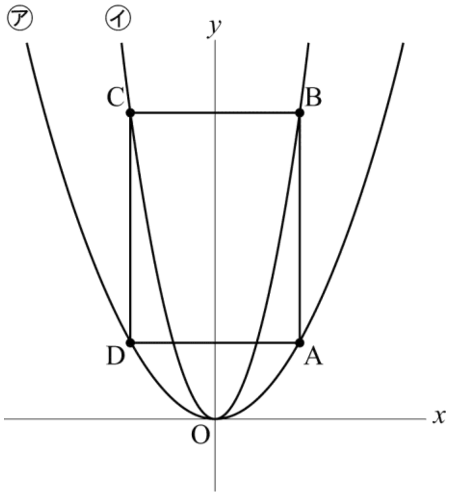
解答欄

問1	
問2	

解答
問1 1
問2 -8, -2, 0, 6
解説
問1
$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=-2$ を代入して，$y=\frac{1}{4}\times(-2)^2=1$ よって，y 座標は 1
問2
点 P の x 座標を t とすると，$P\left(t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$，$Q\left(t,\ -\frac{1}{2}t+6\right)$
したがって，点 P の y 座標が点 Q の y 座標より大きいとき
$\frac{1}{4}t^2-\left(-\frac{1}{2}t+6\right)=6$ $t^2+2t-48=0$ $(t+8)(t-6)=0$ $t=-8,\ 6$
点 Q の y 座標が点 P の y 座標より大きいとき
$-\frac{1}{2}t+6-\frac{1}{4}t^2=6$ $2t+t^2=0$ $t(t+2)=0$
$t=0,\ -2$
よって PQ$=6$ となるときの点 P の x 座標は -8, -2, 0, 6

【問 3】

次の図において，㋐は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$，㋑は関数 $y=x^2$ のグラフであり，点 A は㋐上の点で x 座標が正である。点 A を通り y 軸に平行な直線と㋑の交点を B とする。点 B を通り x 軸に平行な直線と㋑の交点のうち，x 座標が負である点を C とし，点 C を通り y 軸に平行な直線と㋐の交点を D とする。



（秋田県　2016 年度）

(1) 点 A の x 座標が 4 のとき，点 C の座標を求めなさい。

(2) 四角形 ABCD が正方形であるとき，点 A の x 座標を求めなさい。解答欄にしたがって，求める過程も書きなさい。

解答欄

(1)	(　　，　　)
(2)	〔過程〕 点 A の x 座標を a とすると， 答

解答

(1)　(−4，16)

(2)

過程例

点Aの$\boldsymbol{x}$座標を$\boldsymbol{a}$とすると

点A$\left(a,\ \dfrac{1}{4}a^2\right)$，点B$(a,\ a^2)$，点D$\left(-a,\ \dfrac{1}{4}a^2\right)$であるから

AB$=\dfrac{3}{4}a^2$, AD$=2a$である。

四角形ABCDが正方形のとき，AB＝AD

$\dfrac{3}{4}a^2=2a$

$a(3a-8)=0$

$a>0$であるから$a=\dfrac{8}{3}$

答　$\dfrac{8}{3}$

解説

(1)

$x=-4$を$y=x^2$に代入してC$(-4,\ 16)$

(2)

AD＝ABとなればよい。点Aのx座標がaなので

A，B，Dの座標はA$\left(a,\ \dfrac{1}{4}a^2\right)$，B$(a,\ a^2)$，D$\left(-a,\ \dfrac{1}{4}a^2\right)$

これより，AD$=2a$，AB$=a^2-\dfrac{1}{4}a^2=\dfrac{3}{4}a^2$

したがって$2a=\dfrac{3}{4}a^2$　$8a=3a^2$　$3a\left(a-\dfrac{8}{3}\right)=0$

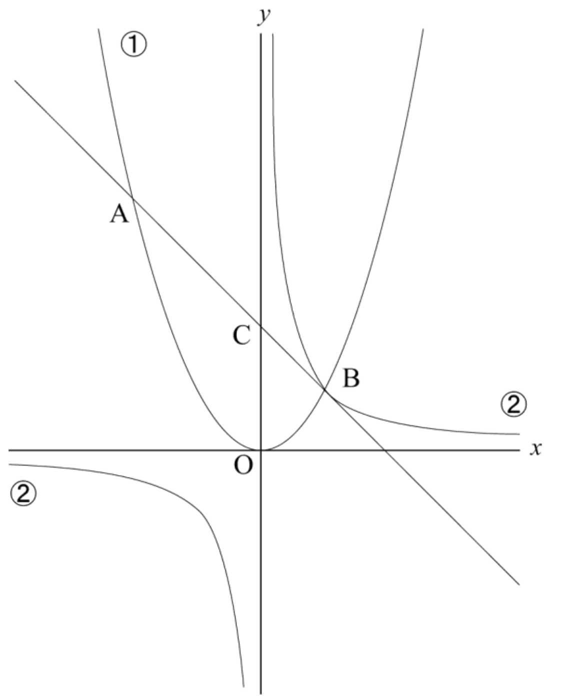
よって$a=\dfrac{8}{3}$

【問 4】

右の図において，①は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ，②は反比例のグラフである。

①と②は点 B で交わっていて，点 B の x 座標は 3 である。また，①のグラフ上に x 座標が－6 である点 A をとり，直線 AB と y 軸との交点を C とする。このとき，次の問いに答えなさい。

（山形県　2016 年度）



(1) 関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ について，x の変域が $-6 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域を求めなさい。

(2) ②のグラフ上に x 座標が負である点 P をとる。△OAB と△OCP の面積が等しくなるとき，点 P の座標を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答
(1)　$0 \leqq y \leqq 12$
(2)　$(-9,\ -1)$
解説
(1)
$y=\dfrac{1}{3}x^2$ は下に凸の放物線であるから $y \geqq 0$ である。

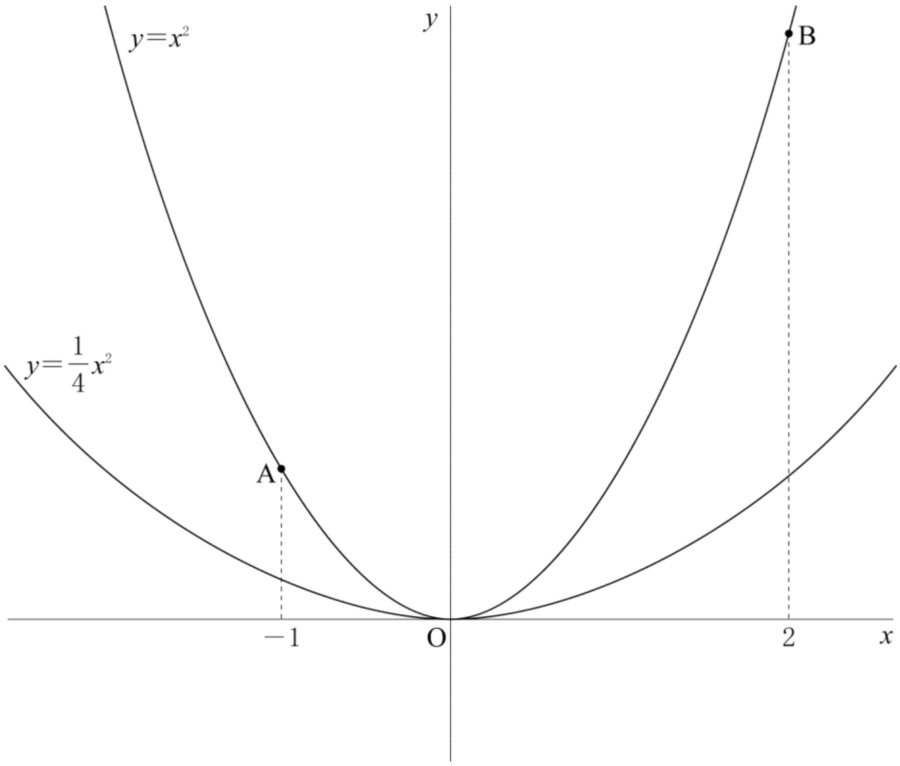
また $x=-6$ のとき $y=\dfrac{1}{3}\times(-6)^2=12$ であるから $-6 \leqq x \leqq 3$ のとき $0 \leqq y \leqq 12$ である。

(2)
(1)より $A(-6,\ 12)$　$y=\dfrac{1}{3}\times 3^2=3$ より，$B(3,\ 3)$
直線 AB を $y=ax+b$ とおくと，$12=-6a+b$…③，$3=3a+b$…④
④－③より $-9=9a$，$a=-1$
④より $3=3\times(-1)+b$，$b=6$
よって直線 AB は $y=-x+6$ であるから $C(0,\ 6)$
②の反比例のグラフは，点 B を通るから，$3=\dfrac{c}{3}$ より，$c=9$ で $y=\dfrac{9}{x}$ となる。
$p>0$ として，$P\left(-p,\ -\dfrac{9}{p}\right)$ とおくと $\triangle OCP=\dfrac{1}{2}\times 6\times p=3p$
$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC=\dfrac{1}{2}\times 6\times 6+\dfrac{1}{2}\times 6\times 3=27$
よって $3p=27$ より $p=9$
ゆえに $P(-9,\ -1)$

【問 5】

下の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフと関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフがある。2 点 A，B は関数 $y=x^2$ のグラフ上の点であり，A，B の x 座標はそれぞれ-1，2 である。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（福島県　2016 年度）



問1　2 点 A，B を通る直線の傾きを求めなさい。

問2　関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点 P をとり，P の x 座標を t とする。ただし，$0<t<2$ とする。また，P を通り y 軸に平行な直線と関数 $y=x^2$ のグラフ，直線 AB との交点をそれぞれ Q，R とする。

(1) $t=1$ のとき，線分 PQ と線分 QR の長さの比を求めなさい。

(2) 線分 AP，PB，BQ，QA で囲まれた図形の面積が△AQB の面積と等しくなる t の値を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>PQ : QR＝　　:</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
</table>

解答
問1　1

問2　(1)　PQ:QR＝3:8　　(2)　$\dfrac{2+2\sqrt{15}}{7}$

解説
問1
$y=x^2$ に，$x=-1$，2 を代入して $y=1$，4
したがって A$(-1,\ 1)$，B$(2,\ 4)$
2 点 A，B を通る直線の傾きは $\dfrac{4-1}{2-(-1)}=1$

問2
(1)
$t=1$ のとき，P$\left(1,\ \dfrac{1}{4}\right)$，Q$(1,\ 1)$　直線 AB は $y=x+b$ とおける。
点 A を通るので $b=2$　　$y=x+2$
したがって R$(1,\ 3)$
よって PQ:QR＝$\dfrac{3}{4}:2=3:8$

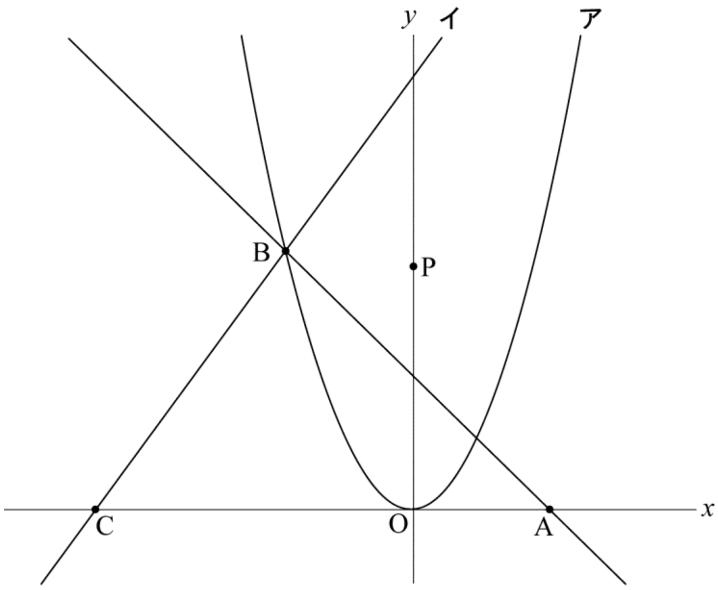
(2)
PQ＝QR となるように t の値を求める。
すると，求める 2 つの図形の面積において
PQ と QR を底辺とする左側の三角形2つと右側の三角形の2つの面積がそれぞれ等しくなる。
P$\left(t,\ \dfrac{1}{4}t^2\right)$，Q$(t,\ t^2)$，R$(t,\ t+2)$
よって $t^2-\dfrac{1}{4}t^2=(t+2)-t^2=t^2$　$7t^2-4t-8=0$　$t=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-7\times(-8)}}{7}=\dfrac{2\pm2\sqrt{15}}{7}$
$0<t<2$ より
$t=\dfrac{2+2\sqrt{15}}{7}$

【問 6】

下の図において，曲線アは関数 $y=x^2$ のグラフである。x 軸上の点で x 座標が 2 である点を A，曲線ア上の点で x 座標が -2 である点を B とする。点 B を通る右上がりの直線をイとし，直線イと x 軸との交点を C とする。3 点 A，B，C を通る円と y 軸との交点のうち y 座標が正である点を P とする。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。ただし，O は原点とする。

（茨城県　2016 年度）



問1　2 点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

問2　点 C の x 座標が -6 であるとき，点 P の座標を求めなさい。

解答欄

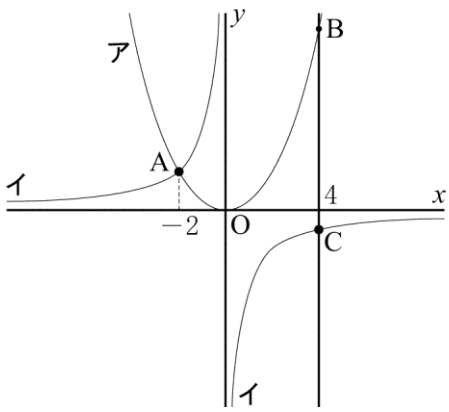
問1	$y=$
問2	（　　　　，　　　　）

解答
問1　$y=-x+2$
問2　$(0,\ 2\sqrt{3})$
解説
問1
A(2, 0), B(−2, 4)より，求める直線の傾きは $\dfrac{4-0}{-2-2}=-1$
したがって直線の式は $y=-x+b$ とおける。
点 A を通るので $0=-2+b$　$b=2$
よって $y=-x+2$
問2
$(-2,\ 0)$ の点を D とおくと AD＝DC＝DB＝4 なので 3 点 A, B, C を通る円の中心は D である。
$P(0,\ a)$ とおくと DP＝4 で
三平方の定理より $(-2)^2+a^2=4^2$　$a^2=16-4=12$
$a>0$ より
$a=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$
よって $P(0,\ 2\sqrt{3})$

【問 7】

右の図において，放物線アは関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，放物線ア上にある 2 点 A，B は，x 座標がそれぞれ-2，4 である。

また，双曲線イは点 A を通る反比例のグラフで，点 C は，点 B を通り y 軸に平行な直線と双曲線イとの交点である。次の(1)～(3)の問いに答えなさい。



（群馬県　2016 年度）

(1) A の y 座標を求めなさい。

(2) 双曲線イのグラフについて，y を x の式で表しなさい。

(3) 三角形 ABC の面積を求めなさい。

解答欄

(1)	A の y 座標
(2)	
(3)	

解答

(1) Aのy座標 2

(2) $y=-\dfrac{4}{x}$

(3) 27

解説

(1)

$y=\dfrac{1}{2}x^2$に$x=-2$を代入して$y=\dfrac{1}{2}\times(-2)^2=2$

(2)

双曲線イを$y=\dfrac{a}{x}$とおくと，A$(-2,\ 2)$ を通るから，$2=\dfrac{a}{-2}$ より$a=-4$

よって$y=-\dfrac{4}{x}$

(3)

B$(4,\ 8)$，C$(4,\ -1)$となりBC$=8-(-1)=9$である。

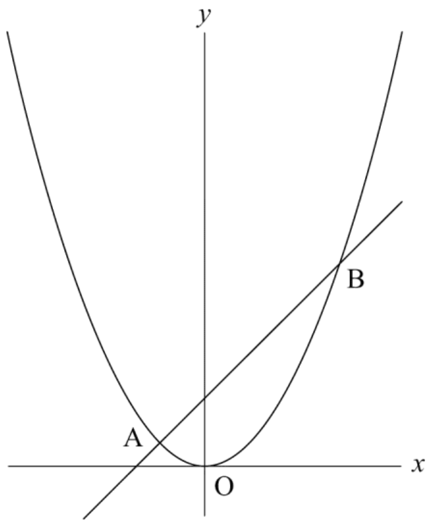
辺BCを底辺とみると△ABCの高さは$4-(-2)=6$

よって△ABC$=\dfrac{1}{2}\times9\times6=27$

【問 8】

右の図で，曲線は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフです。曲線上に x 座標が－1，3 である 2 点 A，B をとります。このとき，次の各問に答えなさい。

（埼玉県　2016 年度）



問1　直線 AB の式を求めなさい。

問2　y 軸を対称の軸として点 B と線対称である点 C をとり，四角形 CAOB をつくります。この四角形 CAOB の面積を求めなさい。ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

問3　曲線上を，x 座標が $x<-1$ の範囲で動く点 P を考えます。△PAB と△POB の面積が等しくなるとき，点 P の座標を途中の説明も書いて求めなさい。その際，解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。

解答欄

問1	$y=$
問2	cm^2
問3	〔説明〕 答え（　　　，　　　）

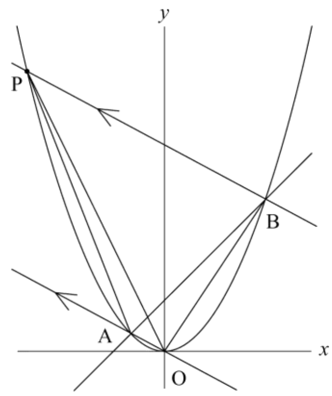
解答

問1 $y=x+\dfrac{3}{2}$

問2 15cm^2

問3

説明例



△PABと△POBの面積が等しくなるのは，OA // BPのときだから

直線OAの傾きと直線BPの傾きは等しい。

直線OAの傾きは$-\dfrac{1}{2}$で

直線BPは点B$\left(3,\ \dfrac{9}{2}\right)$を通るので

直線BPの式は$y=-\dfrac{1}{2}x+6$

また点Pの座標を$\left(t,\ \dfrac{1}{2}t^2\right)$とすると

点Pは直線BP上の点だから$\dfrac{1}{2}t^2=-\dfrac{1}{2}t+6$

この式を整理すると

$(t+4)(t-3)=0$

$t<-1$より

$t=-4$

したがって点Pの座標は$(-4,\ 8)$

答 $(-4,\ 8)$

解説

問1

点Aのy座標は$y=\dfrac{1}{2}\times(-1)^2=\dfrac{1}{2}$

点Bのy座標は$\dfrac{1}{2}\times3^2=\dfrac{9}{2}$

直線ABの式を$y=ax+b$とする。

A$\left(-1,\ \dfrac{1}{2}\right)$を通るから$\dfrac{1}{2}=-a+b$…①

B$\left(3,\ \dfrac{9}{2}\right)$を通るから$\dfrac{9}{2}=3a+b$…②

①，②を連立方程式として解くと，$a=1$，$b=\dfrac{3}{2}$

よって$y=x+\dfrac{3}{2}$

問2

四角形CAOB＝△ABC＋△OAB　C$\left(-3,\ \dfrac{9}{2}\right)$より，BC$=3-(-3)=6$cm

これを△ABCの底辺とみると△ABC$=\dfrac{1}{2}\times6\times\left(\dfrac{9}{2}-\dfrac{1}{2}\right)=12$cm^2

また，直線ABとy軸との交点をDとするとD$\left(0,\ \dfrac{3}{2}\right)$より，OD$=\dfrac{3}{2}$cm

△OAB＝△OAD＋△OBD$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}\times1+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}\times3=\dfrac{3}{4}+\dfrac{9}{4}=3$cm^2

よって四角形CAOB$=12+3=15$cm^2

問3

△PABと△POBは辺BPが共通だから，これを底辺とみたときの高さが等しいことになる。

よってOA // BPが成り立つ。

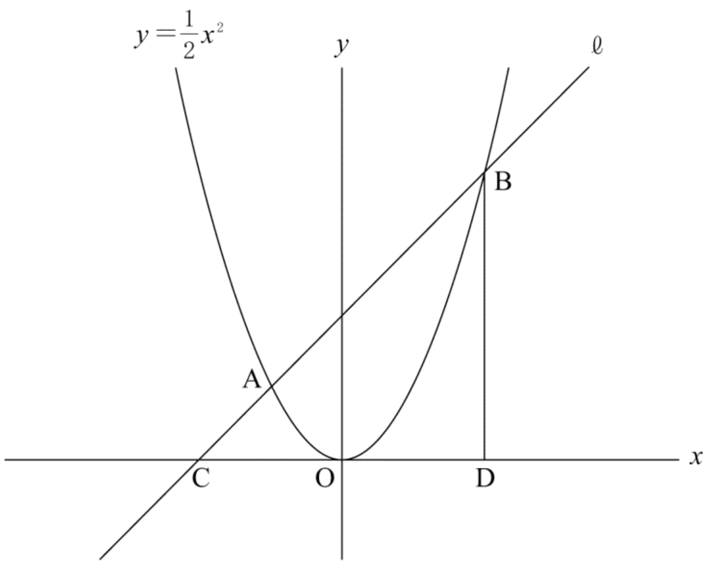
【問 9】

下の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフと直線 ℓ の交点を A, B とし，直線 ℓ と x 軸の交点を C とする。また，点 B から x 軸に垂線 BD をひく。

点 A の x 座標が -2，点 B の x 座標が 4 であるとき，次の問1，問2に答えなさい。

ただし，原点 O から点 (1, 0) までの距離及び原点Oから点 (0, 1) までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

（千葉県　2016 年度　前期）



問1　直線 ℓ の式を求めなさい。

問2　関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点 P がある。ただし，点 P の x 座標は 0 より大きく 4 より小さい。

△PCD と△PBD の面積の比が 1 : 6 であるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　点 P の x 座標を求めなさい。

(2)　△PBC を，直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率は π を用いることとする。

解答欄

問1		
問2	(1)	
	(2)	cm^3

解答

問1 $y=x+4$

問2 (1) 1　　(2) $27\sqrt{2}\ \pi$ cm^3

解説

問1

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=-2,\ 4$ を代入すると $y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2,\ y=\frac{1}{2}\times4^2=8$

よって A$(-2,\ 2)$, B$(4,\ 8)$

直線 ℓ を $y=ax+b$ とおくと

$2=-2a+b$…①

$8=4a+b$…②

②−①より $6a=6,\ a=1$

①に代入して $2=-2\times1+b,\ b=4$

よって ℓ は $y=x+4$

問2

(1)

点 P の x 座標を a とおくと $\mathrm{P}\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$

また C$(-4,\ 0)$, D$(4,\ 0)$である。

$\triangle\mathrm{PCD}=\frac{1}{2}\times\{4-(-4)\}\times\frac{1}{2}a^2=2a^2$

$\triangle\mathrm{PBD}=\frac{1}{2}\times8\times(4-a)=16-4a$

$\triangle\mathrm{PCD}:\triangle\mathrm{PBD}=1:6$ だから

$2a^2:(16-4a)=1:6$

$12a^2+4a-16=0$

$3a^2+a-4=0$

解の公式より $a=\frac{-1\pm\sqrt{(-1)^2-4\times3\times(-4)}}{2\times3}=\frac{-1\pm7}{6}$

$0<a<4$ より $a=1$

(2)

点 $\mathrm{P}\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$から直線 ℓ に垂線 PQ を引くと, 直線 PQ の傾きは

直線 ℓ と y 軸との交点と点 D を結ぶ直線の傾きと等しいので -1 である。

よって直線 PQ は $y=-x+b$ とおけて $\frac{1}{2}=-1+b,\ b=\frac{3}{2}$ より $y=-x+\frac{3}{2}$

この直線と ℓ との交点は $x+4=-x+\frac{3}{2}$, $x=-\frac{5}{4}$, $y=-\frac{5}{4}+4=\frac{11}{4}$

よって $\mathrm{Q}\left(-\frac{5}{4},\ \frac{11}{4}\right)$

求める回転体の体積は $\frac{1}{3}\pi\times\mathrm{PQ}^2\times(\mathrm{BQ}+\mathrm{CQ})=\frac{1}{3}\pi\times\mathrm{PQ}^2\times\mathrm{BC}$

三平方の定理より

$\mathrm{PQ}^2=\left(1+\frac{5}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{2}-\frac{11}{4}\right)^2=\frac{81}{16}+\frac{81}{16}=\frac{162}{16}=\frac{81}{8}$

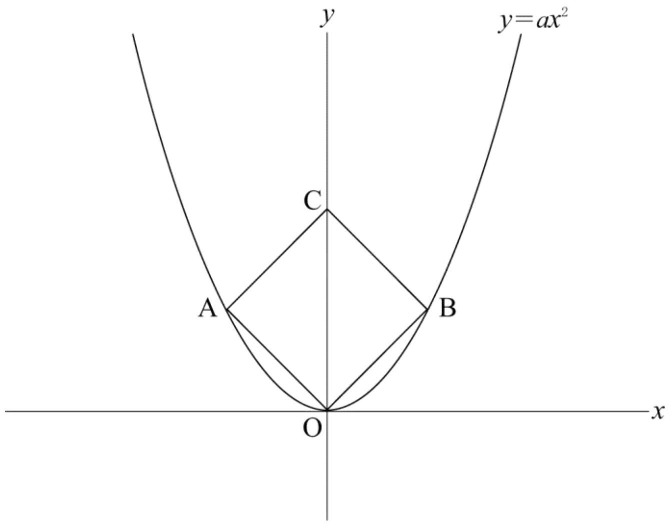
$\mathrm{BC}=\sqrt{8^2+(4+4)^2}=8\sqrt{2}$

よって求める体積は $\frac{1}{3}\pi\times\frac{81}{8}\times8\sqrt{2}=27\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^3$

【問 10】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A，B，y 軸上に点 C があり，四角形 AOBC は正方形である。この正方形の面積が 8 cm^2 となるとき，a の値を求めなさい。ただし，$a>0$とする。また，原点 O から点 (1，0) までの距離及び原点 O から点 (0，1) までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

（千葉県　2016 年度　後期）



解答欄

$a=$

解答

$a=\frac{1}{2}$

解説

四角形 AOBC は正方形だから AB＝CO で，面積が 8 cm^2 であるから

$\frac{1}{2}\times AB^2=8$，$AB^2=16$，$AB>0$ より，AB＝4cm

よって点 B の x 座標は 2

また CO＝4 より点 B の y 座標も 2

これらを $y=ax^2$ に代入して

$2=a\times 2^2$

$a=\frac{1}{2}$

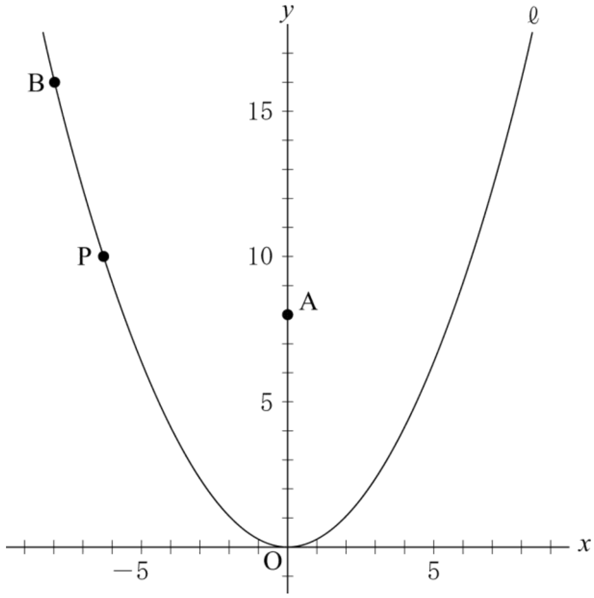
【問 11】

右の図1で，点Oは原点，点 A の座標は(0, 8) であり，曲線 ℓ は関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。

点 B は曲線 ℓ 上にあり，x 座標は－8 である。曲線 ℓ 上にある点を P とする。次の各問に答えよ。

（東京都　2016 年度）

図1



問1　点 P が点 B に一致するとき，2 点 A，P を通る直線の式を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。

ア　$y=-x+8$

イ　$y=-\dfrac{1}{3}x+8$

ウ　$y=\dfrac{1}{3}x+8$

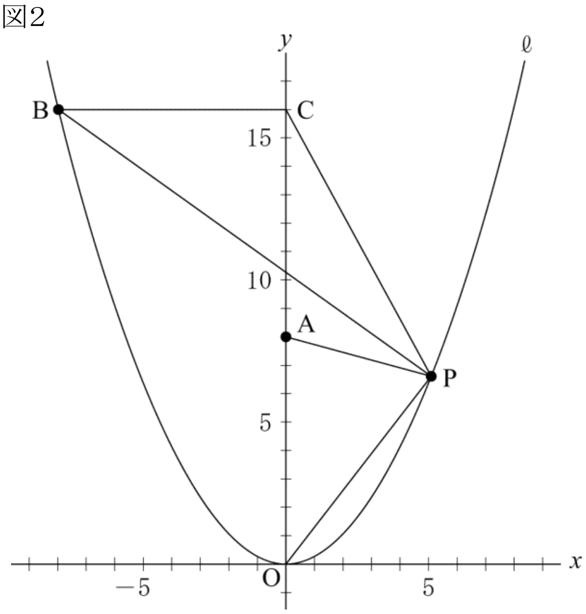
エ　$y=x+8$

問2　点 P の x 座標を a，y 座標を b とする。a のとる値の範囲が $-8\leqq a\leqq 6$ のとき，b のとる値の範囲を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。

ア　$-16\leqq b\leqq 9$　　イ　$0\leqq b\leqq 9$　　ウ　$0\leqq b\leqq 16$　　エ　$9\leqq b\leqq 16$

問3　右の図2は，図1において，点 P の x 座標が 8 より小さい正の数であるとき，点 B を通り x 軸に平行な直線を引き，y 軸との交点を C とし，点 O と点 P，点 A と点 P，点 B と点 P，点 C と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。△CBP の面積が△AOP の面積の 3 倍になるとき，点 P の x 座標を求めよ。

図2



解答欄

問1	
問2	
問3	

解答
問1 ア
問2 ウ
問3 4
解説
問1
A(0, 8), Bはx座標が-8なので$y=\frac{1}{4}\times(-8)^2=16$
求める直線の傾きは$\frac{8-16}{0-(-8)}=-1$
よって$y=-x+8$ (ア)
問2
$-8\leqq a\leqq 6$なので, bのとる値の範囲は, $a=0$のとき最小で0, $a=-8$のとき最大で16
したがって$0\leqq b\leqq 16$ (ウ)
問3
Pのx座標をaとおくと$\mathrm{P}\left(a,\ \frac{1}{4}a^2\right)$
また$\mathrm{BC}=\mathrm{OA}=8$なので2つの三角形の面積より
$\frac{1}{2}\times 8\times\left(16-\frac{1}{4}a^2\right)=3\times\frac{1}{2}\times 8\times a$
したがって$64-a^2=12a$
$(a-4)(a+16)=0$
$a>0$より
$a=4$
よってx座標は4

【問 12】

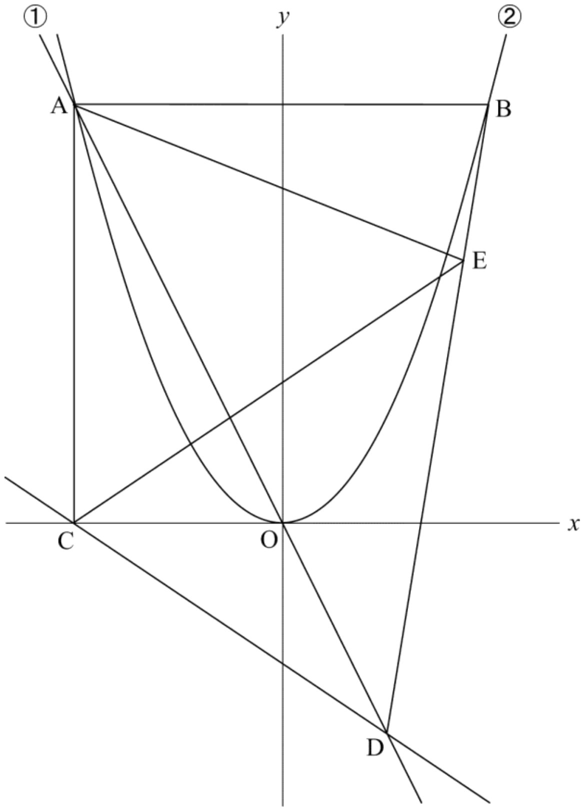
右の図において，直線①は関数 $y=-2x$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点 A は直線①と曲線②との交点で，その x 座標は-3 である。点 B は曲線②上の点で，線分 AB は x 軸に平行である。点 C は x 軸上の点で，線分 AC は y 軸に平行である。

また，原点を O とするとき，点 D は直線①上の点で，AO：OD＝2：1 であり，その x 座標は正である。

このとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県　2016 年度）



問1　曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

問2　直線 CD の式を求め，$y=mx+n$ の形で書きなさい。

問3　点 E は線分 BD 上の点である。三角形 ACE と三角形 CDE の面積が等しくなるとき，点 E の座標を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	$y=$
問3	E$\left(\quad , \quad \right)$

解答

問1 $a=\dfrac{2}{3}$

問2 $y=-\dfrac{2}{3}x-2$

問3 $\mathrm{E}\left(\dfrac{21}{8},\ \dfrac{15}{4}\right)$

解説

問1

$y=-2\times(-3)=6$ より，$\mathrm{A}(-3,\ 6)$

A は $y=ax^2$ のグラフ上の点でもあるので $6=a\times(-3)^2$

よって $a=\dfrac{2}{3}$

問2

$\mathrm{AO}:\mathrm{OD}=2:1$，$\mathrm{A}(-3,\ 6)$より $\mathrm{D}\left(\dfrac{3}{2},\ -3\right)$

D と $\mathrm{C}(-3,\ 0)$が直線 $y=mx+n$ 上にあるので

$-3=\dfrac{3}{2}m+n$

$0=-3m+n$

m，n の連立方程式を解くと

$m=-\dfrac{2}{3}$，$n=-2$

よって $y=-\dfrac{2}{3}x-2$

問3

点 B は，$6=\dfrac{2}{3}x^2$ を解いて $x=\pm 3$ より $\mathrm{B}(3,\ 6)$

直線 BD を $y=bx+c$ とおくと

B, D を通ることから

$6=3b+c$

$-3=\dfrac{3}{2}b+c$

この連立方程式を解いて

$b=6$

$c=-12$ より $y=6x-12$

直線 AD と CE の交点を F とすると

△ACE と△CDE の底辺を共通の CE にとると，面積が等しくなるのは，AF＝FD のときである。

F は辺 AD の中点より $\mathrm{F}\left(-\dfrac{3}{4},\ \dfrac{3}{2}\right)$

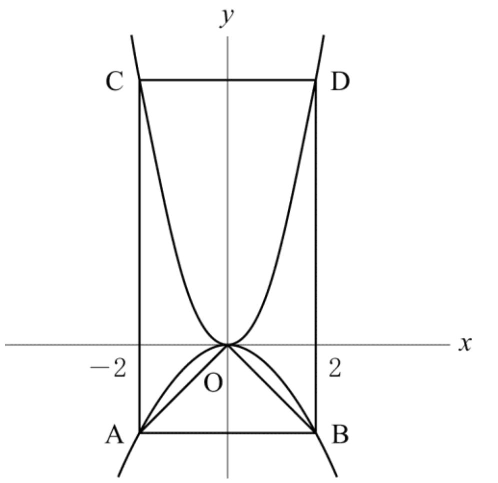
直線 CF は，$y=dx+e$ とおいて同様に求めると $y=\dfrac{2}{3}x+2$

点 E は，直線 BD と直線 CF の交点だから $\mathrm{E}\left(\dfrac{21}{8},\ \dfrac{15}{4}\right)$

【問 13】

右の図のように，関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に，x 座標がそれぞれ -2，2 となる点 A，B と，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に，x 座標がそれぞれ -2，2 となる点 C，D をとるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。ただし，$a>0$ とする。

（新潟県　2016 年度）



(1) △OAB の面積を求めなさい。

(2) 四角形 CABD の面積が△OAB の 8 倍となるとき，a の値を求めなさい。

解答欄

(1)	〔求め方〕 答
(2)	〔求め方〕 答　$a=$

解答

(1) 答　4

(2) 答　$a=\dfrac{3}{2}$

解説

(1)

$y=-\dfrac{1}{2}x^2$ に $x=-2$ を代入して，$y=-2$

よって A $(-2,\ -2)$，B $(2,\ -2)$ となる。

△OAB は底辺を AB とすると

AB$=4$，O から辺 AB までの距離が 2 なので

面積は $\dfrac{1}{2}\times4\times2=4$

(2)

C，D の y 座標は $y=a\times2^2=4a$ なので

四角形 CABD の面積$=(4a+2)\times4=4\times8$

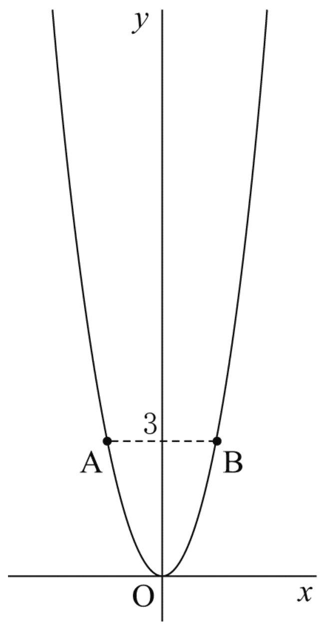
$4a=6$

$a=\dfrac{3}{2}$

【問 14】

関数 $y=ax^2$ のグラフについて，次の問いに答えなさい。

（富山県　2016 年度）



問1 x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合が 3 である。このとき，a の値を求めなさい。

問2 x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域は $0 \leqq y \leqq 18$ である。このとき，a の値を求めなさい。

問3 右の図は，$a=3$ のときのグラフである。このグラフ上に 2 点 A，B があり，点 A，B の y 座標はともに 3 である。△ABC の面積が，△OAB の面積の 3 倍となるグラフ上の点 C は 2 つある。その点の座標をそれぞれ求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	$a=$
問3	（　　，　　），（　　，　　）

解答

問1　$a=\frac{1}{2}$

問2　$a=2$

問3　$(-2,\ 12),\ (2,\ 12)$

解説

問1

2から4までの変化の割合は　$\frac{16a-4a}{4-2}=3$

これより $12a=6$

$a=\frac{1}{2}$

問2

$-2\leqq x\leqq 3$　なので

$x=0$ のとき $y=0$

$x=3$ のとき $y=18$ となるので

$18=a\times 3^2$

$a=2$

問3

$y=3x^2$ なので $A(-1,\ 3)$, $B(1,\ 3)$となる。

したがって△OAB の面積は $\frac{1}{2}\times 2\times 3=3$

△ABC の面積が△OAB の面積の 3 倍になるには

点 C と点 A の y 座標の差が 3 の 3 倍になればよい。

したがって点 C の y 座標は

$3\times 3+3=12$

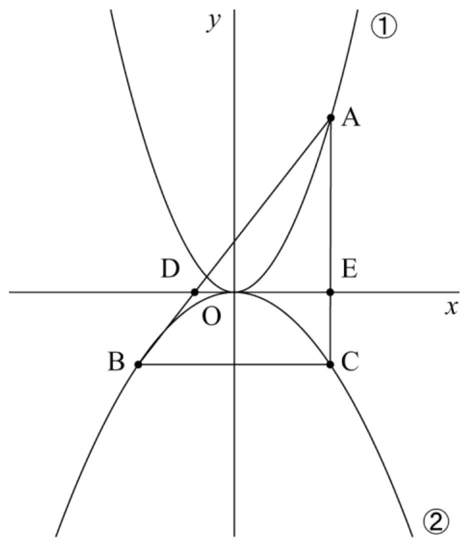
$12=3x^2$

$x^2=4$

$x=\pm 2$

よって 2 つの点の座標は$(-2,\ 12),\ (2,\ 12)$

【問 15】



右の図において，①は関数 $y=x^2$，②は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。点 A は①のグラフ上を動き，異なる 2 点 B，C は②のグラフ上を動く。2 点 A，C は x 座標が等しく，2 点 B，C は y 座標が等しい。また，線分 AB，AC と x 軸との交点をそれぞれ D，E とする。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。ただし，点 A の x 座標は正とする。

（石川県　2016 年度）

問1　点 A の x 座標が 4 のとき，点 C の座標を求めなさい。

問2　△ABC と△ADE の面積の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

問3　点 A の x 座標を 2 とする。3 点 A，B，C を通る円と x 軸との交点のうち，x 座標が正の点を P とするとき，点 P の x 座標を求めなさい。なお，途中の計算も書くこと。

解答欄

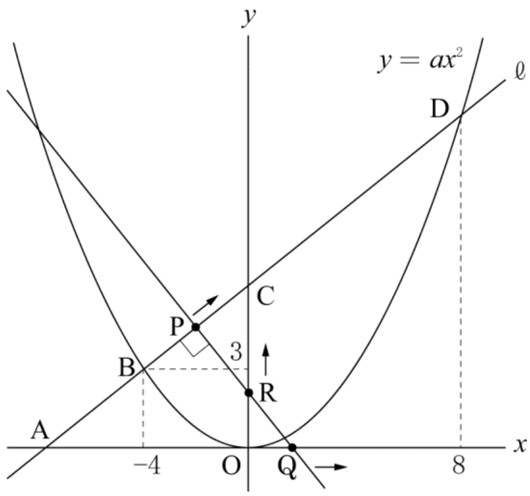
問1	
問2	△ABC：△ADE＝　　　：
問3	〔計算〕 答

解答
問1 (4, −8)
問2 △ABC:△ADE＝9:4
問3
〔計算〕
点Aの x 座標は2より
A (2, 4), B (−2, −2), C (2, −2)
∠ACB＝90°より
3点A, B, Cを通る円の直径は辺AB
直径に対する円周角は90°より
△ABPは∠APB＝90°の直角三角形
したがって $AP^2+BP^2=AB^2$
点Pの x 座標を t とすると
$\{(t-2)^2+4^2\}+\{(t+2)^2+2^2\}=4^2+6^2$
$2t^2=24$
$t^2=12$
$t>0$ より
$t=2\sqrt{3}$
答 $2\sqrt{3}$
解説
問1
$y=-\frac{1}{2}x^2$ に $x=4$ を代入して $y=-\frac{1}{2}\times4^2=-8$ より C(4, −8)
問2
$a>0$ として，点Aの座標を(a, a^2)とおくと $C\left(a,\ -\frac{1}{2}a^2\right)$
△ABC∽△ADEで
$AC=a^2-\left(-\frac{1}{2}a^2\right)=\frac{3}{2}a^2$
$AE=a^2$ より
相似比は $AC:AE=\frac{3}{2}a^2:a^2=3:2$
よって面積比は△ABC:△ADE＝$3^2:2^2$＝9:4
問3
∠ACB＝90°より3点A, B, Cを通る円の直径はABである。
$AB^2=AC^2+BC^2=6^2+4^2=52$ より $AB=2\sqrt{13}$
円の中心をMとするとM(0, 1)であり $AM=\sqrt{13}$
P(t, 0) とすると $PM=AM=\sqrt{13}$ で
△OPMに三平方の定理を用いて
$t^2+1^2=(\sqrt{13})^2$
$t^2=12$
$t>0$ より
$t=\sqrt{12}=2\sqrt{13}$ と求めることもできる。

【問 16】

下の図のように，直線 ℓ は x 軸と点 A で，y 軸と点 C で，放物線 $y=ax^2$ と 2 点 B，D で交わっている。点 B の座標は $(-4,\ 3)$，点 D の x 座標は 8 である。また，点 P は点 B を出発して線分 BD 上を点 D まで毎秒 1 cm の速さで動く。点 P を通り，直線 ℓ に垂直な直線と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ Q，R とする。点 P が点 B を出発してからの時間を t 秒，原点 O から点 $(1,\ 0)$ および $(0,\ 1)$ までの距離をいずれも 1 cm とするとき，次の問いに答えよ。

（福井県　2016 年度）



問1　a の値と直線 ℓ の式および線分 AC の長さを求めよ。

問2　2 点 P，R が重ならないとき，線分 CP と線分 PR の長さの比を求めよ。

問3　t 秒後の△APR の面積を t を用いて表せ。ただし，2 点 P，R が重なるときは△APR の面積は 0 cm^2 と考える。

(1) $0 \leqq t \leqq 5$ のとき

(2) $5 \leqq t \leqq 15$ のとき

問4　△ABQ と△APR の面積の比が 15 : 16 となるときの t の値をすべて求めよ。

解答欄

問1	$a=$　　　直線 ℓ の式 $y=$　　　AC＝　　　cm	
問2	CP : PR＝　　　:	
問3	(1)	cm^2
	(2)	cm^2
問4	$t=$	

解答

問1 $a=\dfrac{3}{16}$　　直線 ℓ の式 $y=\dfrac{3}{4}x+6$　　AC＝10 cm

問2 CP : PR＝3 : 4

問3 (1) $\dfrac{2}{3}(25-t^2)$ cm^2　　(2) $\dfrac{2}{3}(t^2-25)$ cm^2

問4 $t=2,\ 8$

解説

問1

$y=ax^2$ に $x=-4$, $y=3$ を代入して $3=a\times(-4)^2$, $a=\dfrac{3}{16}$

$y=\dfrac{3}{16}x^2$ に $x=8$ を代入して $y=\dfrac{3}{16}\times8^2=12$ より D(8, 12)

直線 ℓ の傾きは $\dfrac{12-3}{8-(-4)}=\dfrac{9}{12}=\dfrac{3}{4}$ であるから $y=\dfrac{3}{4}x+b$ に $x=-4$, $y=3$ を代入して

$3=\dfrac{3}{4}\times(-4)+b$ より, $b=6$

よって直線 ℓ は $y=\dfrac{3}{4}x+6$ となる。

$\dfrac{3}{4}x+6=0$ より $x=-8$ から A(-8, 0)

また, C(0, 6)であるから, 三平方の定理より

$AC^2=8^2+6^2=100$　AC＝10 cm

問2

△CRP∽△CAO となるから CP : CO＝PR : OA より CP : PR＝CO : OA＝6 : 8＝3 : 4

問3

(1)

$0\leqq t\leqq5$ のとき, 点 P は BC 上にあり, AB＝BC＝5 cm より, AP＝$5+t$ cm, CP＝$5-t$ cm

問2より, CP : PR＝3 : 4 だから, PR＝$\dfrac{4}{3}(5-t)$ cm

$\triangle APR=\dfrac{1}{2}\times AP\times PR=\dfrac{1}{2}(5+t)\times\dfrac{4}{3}(5-t)=\dfrac{2}{3}(25-t^2)$cm^2

(2)

$5\leqq t\leqq15$ のとき, 点 P は CD 上にあり, CP＝$t-5$ cm より PR＝$\dfrac{4}{3}(t-5)$ cm だから

$\triangle APR=\dfrac{1}{2}\times AP\times PR=\dfrac{1}{2}(5+t)\times\dfrac{4}{3}(t-5)=\dfrac{2}{3}(t^2-25)$ cm^2

問4

(1)

$0\leqq t\leqq5$ のとき, OR＝$6-\dfrac{5(5-t)}{3}=\dfrac{5t-7}{3}$ cm

△CRP∽△QRO で QO : OR＝3 : 4 より OQ＝$\dfrac{3}{4}$OR＝$\dfrac{5t-7}{4}$ cm　　AQ＝$8+\dfrac{5t-7}{4}=\dfrac{5}{4}(t+5)$cm

$\triangle ABQ=\dfrac{1}{2}\times AQ\times3=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5}{4}(t+5)\times3=\dfrac{15}{8}(t+5)$cm^2

$\dfrac{15}{8}(t+5):\dfrac{2}{3}(25-t^2)=15:16$ より, $10(25-t^2)=30(t+5)$

これより, $t^2+3t-10=0$　$(t+5)(t-2)=0$　$t>0$ より, $t=2$

(2)

$5\leqq t\leqq15$ のとき, △ABQ は(1)と同じである。

$\dfrac{15}{8}(t+5):\dfrac{2}{3}(t^2-25)=15:16$ より, $10(t^2-25)=30(t+5)$

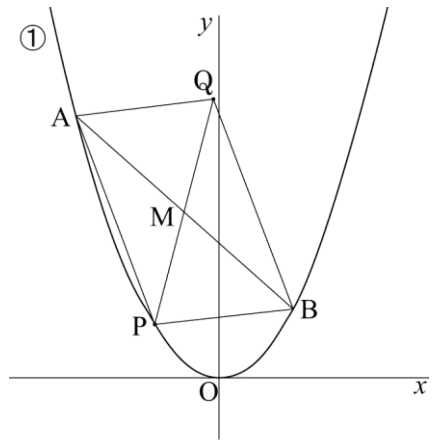
これより $t^2-3t-40=0$　$(t+5)(t-8)=0$　$t>0$ より $t=8$

【問 17】

右の図1，2において，①は関数 $y=ax^2$ のグラフであり，点 A，B は①上の点で，点 A の座標は$(-4,\ 8)$，点 B の x 座標は 2 である。また，①上において点 A と点 B の間 (点 A，B を除く) を動く点 P を考え，点 Q を四角形 APBQ が平行四辺形になるようにとる。点 M は対角線 AB，PQ の交点で，その x 座標は-1 である。このとき，次の問1～問3に答えなさい。

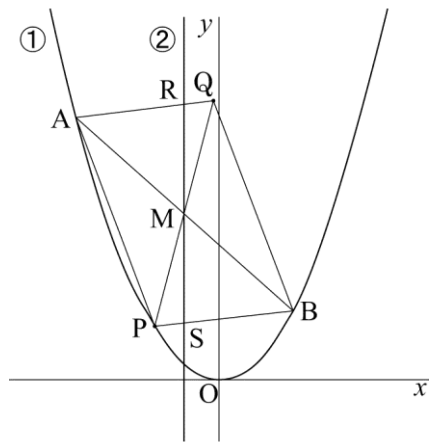
（山梨県　2016 年度）

図1



問1　a の値を求めなさい。

図2



問2　点 Q の y 座標が最大になるとき，点 Q の座標を求めなさい。

問3　図2のように，点 M を通り y 軸に平行な直線②を考え，点 P が②上の点ではないとき，②と平行四辺形 APBQ の辺との交点をそれぞれ R，S とする。
このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1)　点 P が直線②に対して点 A と同じ側にあるとき，△MPS≡△MQR となることを証明して，MS＝MR を示しなさい。

(2)　点 P の x 座標を t とする。また，3 点 M，P，S を頂点とする三角形の面積と 3 点 M，Q，R を頂点とする三角形の面積の和を T，平行四辺形 APBQ の面積を U とする。このとき，T：U＝1：5 となる t の値をすべて求めなさい。

解答欄

問1		$a=$
問2		
問3	(1)	〔証明〕
	(2)	t の値

解答

問1 $a=\dfrac{1}{2}$

問2 $(-2,\ 10)$

問3

(1)

〔証明〕

△MPSと△MQRにおいて

平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わるから

MP＝MQ …①

対頂角は等しいから

∠SMP ＝∠RMQ …②

平行線の錯角は等しいから

∠MPS ＝∠MQR …③

①，②，③より，1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△MPS ≡△MQR

合同な三角形の対応する辺は等しいから

MS＝MR

(2)

t の値 $-3,\ 1$

解説

問1

A$(-4,\ 8)$は $y=ax^2$ 上の点だから $8=a\times(-4)^2$ $a=\dfrac{1}{2}$

問2

点Qの y 座標が最大になるのは，点Pの y 座標が最小になるときで，点Pは原点O上にある。

点Mは対角線PQの中点だから，点Qは直線OM上にあってOQ＝2OMとなる点。

したがって，点Mの x 座標，y 座標をそれぞれ2倍すると点Qの x 座標，y 座標となる。

点Bの y 座 標は，$y=\dfrac{1}{2}\times2^2=2$ だから，2点A$(-4,\ 8)$，B$(2,\ 2)$を通る直線の傾きは $\dfrac{2-8}{2-(-4)}=-1$

直線ABの式を $y=-x+b$ として，点Bの座標の値を代入すると $2=-2+b$ $b=4$

したがって直線ABの式は $y=-x+4$ 点Mの y 座標は $y=-(-1)+4=5$

よってM$(-1,\ 5)$よりQ$(-2,\ 10)$

問3

(1)

平行線の錯角が等しいことなどを使って△MPS≡△MQRを導く。

(2)

点Pが直線②に対して点Aと同じ側にあるとき(1)より△MPS≡△MQR

また，△APB≡△BQAだからT:U＝1:5のとき△MPS:△APB＝1:5が成り立つ。

さらに，MA＝MBより△MPA＝△MPBだから△MPS:△MPB＝$1:\dfrac{5}{2}=2:5$

したがってPS:PB＝2:5よりPS:SB＝2:(5−2)＝2:3

点P，S，Bの x 座標はそれぞれ t，-1，2だから

PS:SB＝$(-1-t):\{2-(-1)\}=(-1-t):3$

よって $-1-t=2$ $t=-3$

次に，点Pが直線②に対して点Aと反対側にあるとき

点Rは辺QB上，点Sは辺AP上にあるが

(1)と同様に△MPS≡△MQRが成り立ち

△MPS:△MPA＝2:5，PS:SA＝2:3となる。

点P，S，Aの x 座標はそれぞれ t，-1，-4 だから

PS:SA＝$\{t-(-1)\}:\{-1-(-4)\}=(t+1):3$

よって $t+1=2$ $t=1$

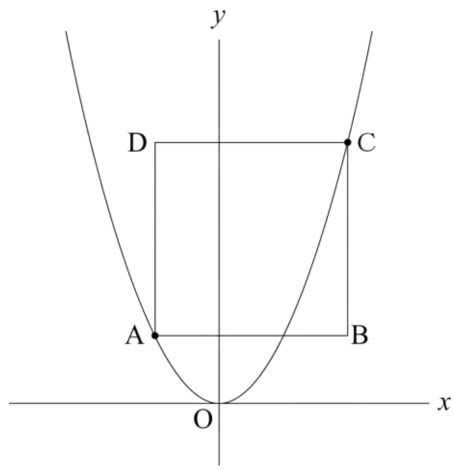
【問 18】

図のように，関数 $y=\dfrac{1}{3}x^2$ のグラフ上に点 A $(-3,\ 3)$ と点 C がある。また，辺 AB，BC が，それぞれ x 軸，y 軸と平行になるように，正方形 ABCD をつくる。

このとき，はるさんとゆきさんは，点 C の座標を，それぞれ次のように求めた。

（長野県　2016 年度）

図



〔はるさんの求め方〕

点 C の x 座標を s とすると，
点 C は放物線上にあるから，
$C\left(s,\ \dfrac{1}{3}s^2\right)$
これと A $(-3,\ 3)$ より，B $(s,\ 3)$ となり，
四角形 ABCD は正方形だから，
$s-(-3)=\dfrac{1}{3}s^2-3$ …❶
これを解くと，
$s^2-3s-18=0$ …❷
$\boxed{\quad あ \quad}=0$ …❸
$s=-3,\ 6$
$s=-3$ は点 C が点 A と同じになるので，
問題にあわない。
したがって，C $(6,\ 12)$

〔ゆきさんの求め方〕

正方形の 1 辺の長さを t とすると，
A $(-3,\ 3)$ より，
C ($\boxed{い}$, $\boxed{う}$)
ここで，点 C は放物線上にあるから，

$\boxed{\qquad え \qquad}$

したがって，C $(6,\ 12)$

(1) はるさんの求め方で，二次方程式❶は，正方形 ABCD において，どのような関係を表しているか。その関係として適切なものを，次のア～エから 1 つ選び，記号を書きなさい。

〔 ア　AC＝BD　　イ　AB⊥BC　　ウ　AB＝BC　　エ AB // DC 〕

(2) はるさんの求め方で，式❷から式❸へ変形するとき，左辺を因数分解している。$\boxed{あ}$ に当てはまる式を書きなさい。

(3) ゆきさんの求め方で，$\boxed{い}$, $\boxed{う}$ に当てはまる式を t を用いて，それぞれ書きなさい。

(4) $\boxed{え}$ に，t についての方程式と途中の過程を書き，ゆきさんの求め方を完成させなさい。

解答欄

(1)				
(2)				
(3)	い		う	
(4)	ここで，点 C は放物線上にあるから， したがって，C (6，12)			

解答
(1)ウ
(2) $(s+3)(s-6)$
(3) い$-3+t$ う $3+t$
(4)
(ここで，点 C は放物線上にあるから，)

$$3+t=\frac{1}{3}(-3+t)^2$$

これを解くと，
$t^2-9t=0$
$t(t-9)=0$
$t=0,\ 9$
$t=0$ は点 C が点 A と同じになるので，問題にあわない。
$t=9$ のとき，C (6，12) となり，これは問題にあっている。
(したがって C (6，12))
解説
(1)
AB＝BC を表しているのでウ
(2)
$s^2-3s-18=0$ より
$(s-6)(s+3)$
(3)
C の x 座標は$-3+t$，y 座標は $3+t$
(4)
$3+t=\frac{1}{3}(-3+t)^2$　$3+t=\frac{1}{3}(9-6t+t^2)$
これより $t^2-9t=0$　$t(t-9)=0$　$t=9$
よって C(6，12)

【問 19】

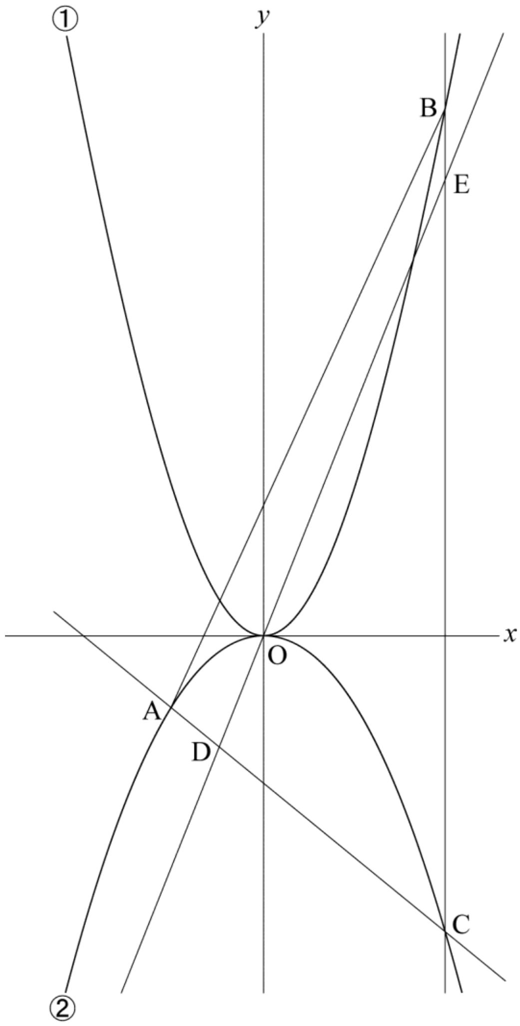
図4において，①は関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフであり，②は関数 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフである。

点 A は，放物線②上の点であり，その x 座標は -2 である。2 点 B, C は，それぞれ放物線①，②上の点であり，その x 座標はともに 4 である。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（静岡県　2016 年度）

図4



問1　x の変域が $-4 \leqq x \leqq 3$ であるとき，関数 $y=ax^2$ の y の変域を，a を用いて表しなさい。

問2　直線 $y=-\dfrac{3}{2}x+b$ は，3 点 O, A, C のうち，どの点を通るとき，その b の値が最も小さくなるか。また，そのときの b の値を求めなさい。

問3　点 D は直線 AC 上の点であり，その y 座標は -3 である。直線 OD と直線 BC との交点を E とする。△EDC の面積が四角形 BADE の面積の 3 倍となるときの，a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

解答欄

問1	
問2	通る点　　　　　　　　, $b=$
問3	〔求める過程〕 答　$a=$

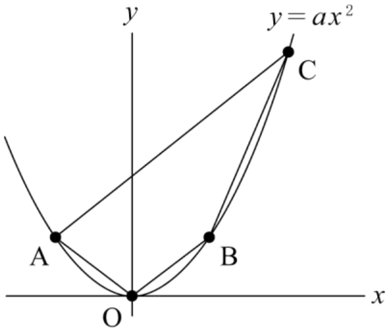
解答
問1 $0 \leqq y \leqq 16a$
問2 通る点 A, b の値 -5
問3
〔求める過程〕
$A(-2,\ -2)$, $C(4,\ -8)$ より
直線 AC の式は $y=-x-4$ だから
$D(-1,\ -3)$ となる。
よって直線 OD の式は $y=3x$ より $E(4,\ 12)$ となる。
$\triangle EDC=\{12-(-8)\}\times\{4-(-1)\}\times\dfrac{1}{2}=50$
また $B(4,\ 16a)$ だから
$\triangle BAC=\{16a-(-8)\}\times\{4-(-2)\}\times\dfrac{1}{2}=48a+24$
△EDC の面積が四角形 BADE の面積の 3 倍だから
△EDC の面積は△BAC の面積の $\dfrac{3}{4}$ 倍となる。
よって $50=(48a+24)\times\dfrac{3}{4}$
$a=\dfrac{8}{9}$
答　$a=\dfrac{8}{9}$
解説
問1
$a>0$ であるから, $y=ax^2$ の最小値は 0 で
$x=-4$ のとき $y=a\times(-4)^2=16a$ より
$-4 \leqq x \leqq 3$ のときの
$y=ax^2$ の変域は $0 \leqq y \leqq 16a$ である。
問2
$y=-\dfrac{1}{2}x^2$ に
$x=-2$ を代入して $y=-\dfrac{1}{2}\times(-2)^2=-2$
$x=4$ を代入して $y=-\dfrac{1}{2}\times 4^2=-8$
だから $A(-2,\ -2)$, $C(4,\ -8)$
$y=-\dfrac{3}{2}x+b$ が点 O を通るとき $b=0$,
点 A を通るとき $-2=-\dfrac{3}{2}\times(-2)+b$
$b=-5$,
点 C を通るとき $-8=-\dfrac{3}{2}\times 4+b$
$b=-2$
よって b の値が最も小さくなるのは, 点 A を通るときで $b=-5$ である。
問3
直線 AC の式から, 点 D の座標を求めると, 直線 OD の式がわかる。
これより, 点 E の座標が求まり, △EDC の面積が求まる。
次に, $B(4,\ 16a)$ から, △BAC の面積を a で表す。
$\triangle EDC : \triangle BAC=3:4$ であることから a の値を求める。

【問 20】

図で, O は原点, A, B, C は関数 $y=ax^2$ (a は定数) のグラフ上の点である。

点 A, B の座標がそれぞれ (−3, 3), (3, 3) であり, 点 C の x 座標が 6 であるとき, 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

（愛知県 2016 年度 B）



(1) a の値を求めなさい。

(2) 原点を通り, 四角形 AOBC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

解答欄

(1)	$a=$
(2)	$y=$

解答

(1)　$a=\dfrac{1}{3}$

(2)　$y=3x$

解説

(1)

$y=ax^2$ に　$(3,\ 3)$　を代入すると $3=a\times3^2$ より $a=\dfrac{1}{3}$

(2)

四角形 AOBC の面積を求めると A，B の y 座標が等しく AB＝6 であり

$x=6$ を $y=\dfrac{1}{3}x^2$ に代入すると $y=\dfrac{1}{3}\times36=12$ より C $(6,\ 12)$

したがって四角形 AOBC の面積は $\dfrac{1}{2}\times6\times12=36$

直線 AC は $\dfrac{12-3}{6-(-3)}=1$ の傾きなので $y=x+b$ とおける。

$(-3,\ 3)$を代入して $b=6$

したがって y 軸との交点を D とすると D $(0,\ 6)$

直線 AC 上に点 E をとり，直線 OE が四角形 AOBC を二等分するものとする。

E $(a,\ a+6)$　とおくと

△OAD の面積は $\dfrac{1}{2}\times6\times3=9$ なので

四角形 DOBC から△OAD の面積を除いた面積を 2 等分すればよい。

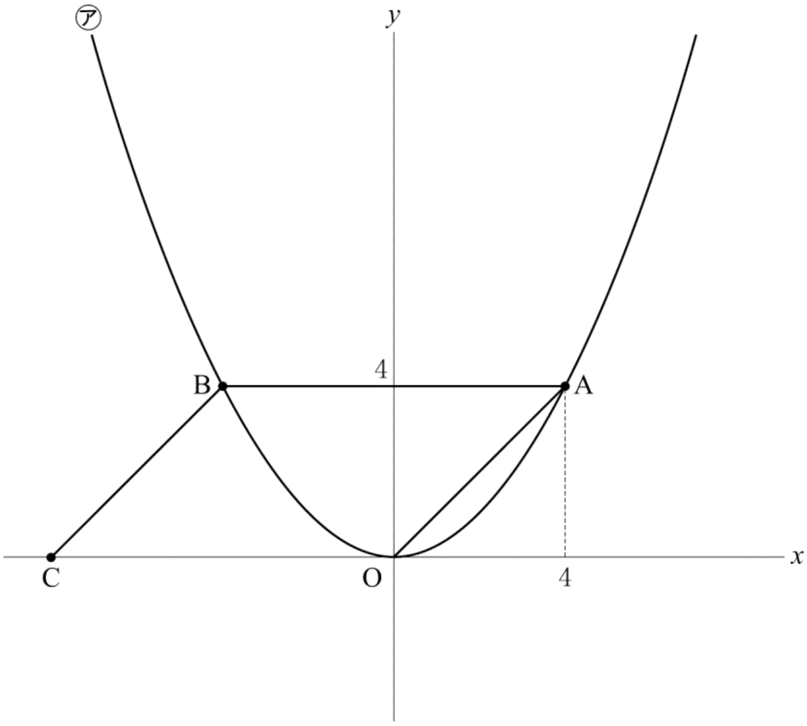
$\triangle\mathrm{ODE}=\dfrac{1}{2}\times6\times a=\dfrac{1}{2}\times(36-2\times9)$　より $a=3$ なので E$(3,\ 9)$

よって二等分する直線の傾きは $\dfrac{9}{3}=3$ なので $y=3x$

【問 21】

次の図のように，関数 $y=ax^2$…㋐のグラフ上に点 A (4, 4) がある。点 A を通り，x 軸に平行な直線をひき，関数㋐のグラフと交わる点を B とする。四角形 OABC が平行四辺形となるように，x 軸上に点 C をとる。このとき，あとの各問いに答えなさい。ただし，原点を O とし，座標の 1 目もりを 1 cm とする。

（三重県　2016 年度）



問1　a の値を求めなさい。

問2　関数㋐について，x の変域が $-6 \leqq x \leqq 4$ のときの y の変域を求めなさい。

問3　2 点 A，C を通る直線の式を求めなさい。

問4　2 点 B，C を通る直線と y 軸との交点を D とするとき，次の各問いに答えなさい。

(1)　△ADC の面積を求めなさい。

(2)　線分 AD 上に点 E をとり，△BED をつくる。△BED と△ADC の面積の比が 1:6 となるとき，点 E の座標を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$	
問2	$\leqq y \leqq$	
問3	$y=$	
問4	(1)	cm^2
	(2)	$\mathrm{E}\left(\quad , \quad \right)$

解答

問1　$a=\frac{1}{4}$

問2　$0 \leqq y \leqq 9$

問3　$y=\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$

問4　(1)　32　cm^2　　(2)　E $\left(\frac{4}{3},\ \frac{20}{3}\right)$

解説

問1

$y=ax^2$ に点 A の座標の値を代入すると $4=a\times 4^2$　$a=\frac{1}{4}$

問2

関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ は，$x=0$ のとき最小値 $y=0$，$x=-6$ のとき最大値 $y=\frac{1}{4}\times(-6)^2=9$ をとる。

したがって求める y の変域は $0 \leqq y \leqq 9$

問3

点 B$(-4,\ 4)$ で，BC // AO，BC＝AO より点 C$(-8,\ 0)$

よって直線 AC の傾きは $\frac{4-0}{4-(-8)}=\frac{1}{3}$ だから，この式を $y=\frac{1}{3}x+b$ とおく。

この式に点 A の座標の値を代入すると $4=\frac{1}{3}\times 4+b$　$b=\frac{8}{3}$

したがって求める直線の式は $y=\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$

問4

(1)

直線 BC の傾きは 1，点 C の x 座標は -8 だから，点 D の y 座標は 8

また，DC // AO より，△ADC と△ODC の底辺をともに線分 DC とみると高さが等しい。

したがって△ADC＝△ODC＝$\frac{1}{2}\times 8\times 8=32cm^2$

(2)

点 E の x 座標を t とすると，直線 AD の式は $y=-x+8$ だから

y 座標は $-t+8$　点 E を通り，直線 CD に平行な直線を ℓ とする。

ℓ の式を $y=x+k$ とおき，点 E の座標の値を代入すると

$-t+8=t+k$

$k=-2t+8$

よって ℓ の式は $y=x-2t+8$

ℓ と y 軸との交点を F とすると

(1)と同様に，DB // EF より△BDE＝△BDF となる。

DF＝$8-(-2t+8)=2t$ より

△BDF＝$\frac{1}{2}\times 2t\times 4=4t$

よって $4t:32=1:6$ より $t=\frac{4}{3}$ だから

点 E の y 座標は $y=\frac{4}{3}-2\times\frac{4}{3}+8=\frac{20}{3}$

したがって点 E$\left(\frac{4}{3},\ \frac{20}{3}\right)$

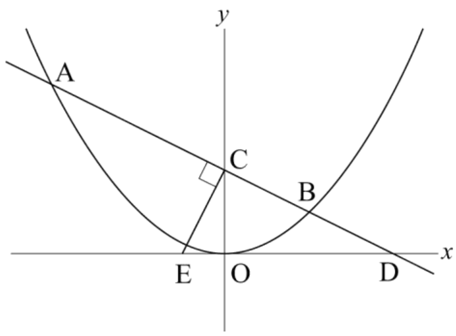
【問 22】

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{8}x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり，2 点 A, B の x 座標はそれぞれ－8, 4 である。

2 点 A, B を通る直線と y 軸との交点を C, x 軸との交点を D とする。また，x 軸上に∠ACE＝90° となるように点 E をとる。

このとき，次の問1，問2に答えよ。

（京都府　2016 年度　中期）



問1　2 点 A, B を通る直線の式を求めよ。

問2　点 D の座標を求めよ。また，線分 DE の長さを求めよ。

解答欄

問1	$y=$	
問2	D(　　　,　　　)	DE＝

解答

問1　$y=-\frac{1}{2}x+4$

問2　D (8, 0)　　DE＝10

解説

問1

$y=\frac{1}{8}x^2$ に $x=-8$, 4 を代入すると A(－8, 8), B(4, 2)

2 点 A, B を通る直線の傾きは $\frac{2-8}{4-(-8)}=-\frac{1}{2}$

したがって $y=-\frac{1}{2}x+b$ とおくと $2=-2+b$ より $b=4$

よって $y=-\frac{1}{2}x+4$　…①

問2

①に $y=0$ を代入して $\frac{1}{2}x=4$ より，$x=8$　よって D(8, 0)

OC＝4 だから CD＝$\sqrt{4^2+8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

△CED∽△OCD より，ED＝a とおくと，ED : CD＝CD : OD

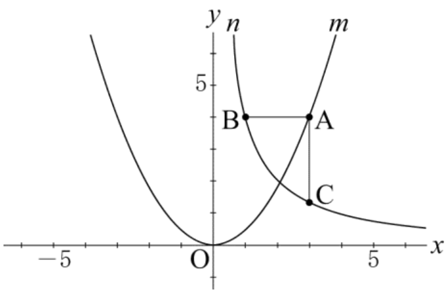
したがって，$a:4\sqrt{5}=4\sqrt{5}:8$　$8a=80$

よって DE＝a＝10

【問 23】

右図において，m は $y=\dfrac{4}{9}x^2$ のグラフを表し，n は $y=\dfrac{4}{x}$ $(x>0)$ のグラフを表す。

A は m 上の点であり，その x 座標は正である。B，C は n 上の点であり，B の x 座標は 1 である。A の y 座標は B の y 座標と等しく，C の x 座標は A の x 座標と等しい。A と B，A と C とをそれぞれ結ぶ。



（大阪府　2016 年度　B）

(1) 関数 $y=\dfrac{4}{9}x^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

(2) 線分 AC の長さは線分 AB の長さの何倍ですか。ただし，x 軸の 1 目もりの長さと y 軸の 1 目もりの長さとは等しいものとする。

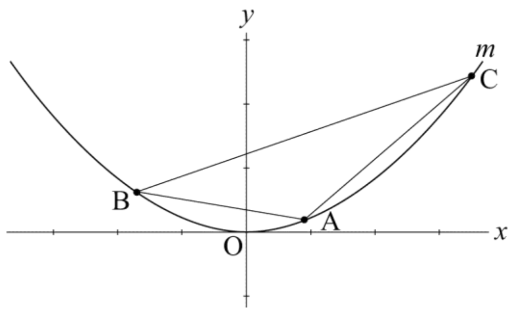
解答欄

(1)	
(2)	倍

解答
(1) $0\leqq y\leqq 4$
(2) $\dfrac{4}{3}$ 倍
解説
(1)
関数 $y=\dfrac{4}{9}x^2$ で，y は $x=0$ のとき，最小値 $y=0$ をとり，$x=-3$ のとき最大値
$y=\dfrac{4}{9}\times(-3)^2=4$ をとる。よって，求める y の変域は $0\leqq y\leqq 4$
(2)
点 A の x 座標を t とすると，y 座標は，$y=\dfrac{4}{9}t^2$　点 B の y 座標は，$y=\dfrac{4}{1}=4$ だから
$\dfrac{4}{9}t^2=4$　$t^2=9$　$t>0$ より，$t=3$　よって A$(3,\ 4)$，C$\left(3,\ \dfrac{4}{3}\right)$
$\mathrm{AB}=3-1=2$，$\mathrm{AC}=4-\dfrac{4}{3}=\dfrac{8}{3}$ だから
AC の長さは AB の長さの $\dfrac{8}{3}\div 2=\dfrac{4}{3}$ 倍

【問 24】

右図において，m は $y=\frac{1}{5}x^2$ のグラフを表す。A, B, C は m 上の点である。A の x 座標は 0 より大きく 1 より小さい。k を 2 より大きい定数とする。B の x 座標は A の x 座標より k 小さく，C の x 座標は A の x 座標より k 大きい。A と B, A と C, B と C とをそれぞれ結ぶ。△ABC の面積を k を用いて表しなさい。求め方も書くこと。ただし，座標軸の 1 目もりの長さは 1 cm とする。



（大阪府　C　2016 年度）

解答欄

〔求め方〕

cm^2

解答
〔求め方〕
A, B, C それぞれを通り y 軸に平行にひいた直線と x 軸との交点をそれぞれ D, E, F とする。
A の x 座標を a とすると

$\mathrm{A}\left(a,\ \ \dfrac{1}{5}a^2\right)$

$\mathrm{B}\left(a-k,\ \ \dfrac{1}{5}(a-k)^2\right)$

$\mathrm{C}\left(a+k,\ \ \dfrac{1}{5}(a+k)^2\right)$

D $(a,\ 0)$,
E $(a-k,\ 0)$,
F $(a+k,\ 0)$

台形 BEFC の面積は $\dfrac{1}{2}\times\left\{\dfrac{1}{5}(a-k)^2+\dfrac{1}{5}(a+k)^2\right\}\times 2k=\dfrac{2}{5}k(a^2+k^2)$ cm^2

台形 BEDA の面積は $\dfrac{1}{2}\times\left\{\dfrac{1}{5}(a-k)^2+\dfrac{1}{5}a^2\right\}\times k=\dfrac{1}{10}k(2a^2-2ak+k^2)$ cm^2

台形 ADFC の面積は $\dfrac{1}{2}\times\left\{\dfrac{1}{5}a^2+\dfrac{1}{5}(a+k)^2\right\}\times k=\dfrac{1}{10}k(2a^2+2ak+k^2)$ cm^2

よって△ABC の面積は台形 BEFC−(台形 BEDA＋台形 ADFC)$=\dfrac{1}{5}k^3$ cm^2

$\dfrac{1}{5}k^3$cm^2

解説
A の x 座標を a とすると

$\mathrm{A}\left(a,\ \ \dfrac{1}{5}a^2\right)$, $\mathrm{B}\left(a-k,\ \ \dfrac{1}{5}(a-k)^2\right)$, $\mathrm{C}\left(a+k,\ \ \dfrac{1}{5}(a+k)^2\right)$

A, B, C それぞれを通り, y 軸に平行な直線をひき x 軸との交点をそれぞれ D, E, F とすると
D$(a,\ 0)$
E$(a-k,\ 0)$
F$(a+k,\ 0)$ より
これら A～F の座標から
△ABC の面積を, (台形 BEFC)−(台形 BEDA)−(台形 ADFC) として求める。

【問 25】

図1のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，A の座標は (−4，−8) である。線分 AB は x 軸に平行で，この線分と y 軸との交点を C とする。また，点 P は線分 OC 上の点である。

次の問1～問4に答えなさい。

（和歌山県　2016 年度）

問1　a の値を求めなさい。

問2　∠APB＝60° であるとき，線分 BP の長さを求めなさい。

問3　P の y 座標が−4 のとき，直線 AP と x 軸との交点を Q とする。このとき，Q を通り，△ABQ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

問4　図2のように，P の y 座標が−6 のとき，x 軸上に点 R (6，0) をとり，△BRP をつくる。B から辺 PR に垂線をひき，辺 PR との交点を H とするとき，線分 BH の長さを求めなさい。

図1

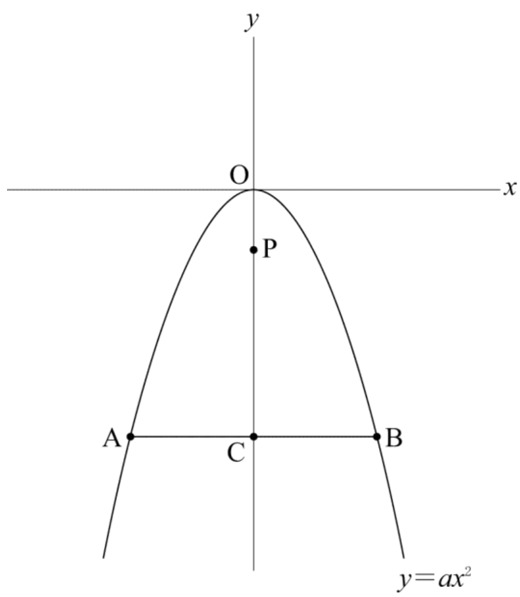
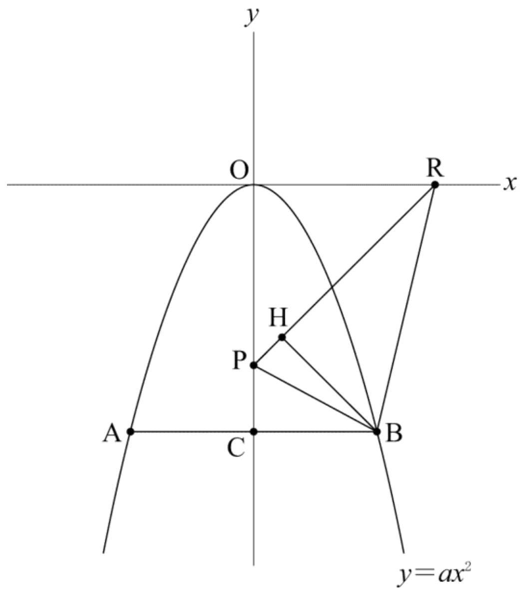


図2



解答欄

問1	$a=$
問2	BP＝
問3	
問4	BH＝

解答

問1　$a=-\dfrac{1}{2}$

問2　BP＝8

問3　$y=2x-8$

問4　$\mathrm{BH}=3\sqrt{2}$

解説

問1

$y=ax^2$ に$(-4,\ -8)$を代入すると$-8=a\times(-4)^2$　$a=-\dfrac{1}{2}$

問2

$\angle\mathrm{APB}=60^\circ$ となるのは△PAB が PA＝PB の二等辺三角形なので

$\angle\mathrm{PAB}=\angle\mathrm{PBA}=\dfrac{180^\circ-60^\circ}{2}=60^\circ$

△PAB は正三角形になるときなので BP＝AB＝8

問3

A, P を通る直線は，傾きが$\dfrac{-4-(-8)}{0-(-4)}=1$

したがって $y=x-4$ なので点 Q は $y=0$ のときで $x=4$

Q(4, 0)，△QAB の面積を 2 等分するのは

Q，C を通る直線で

C(0，−8)より傾きは$\dfrac{0-(-8)}{4-0}=2$ で切片が−8 なので

$y=2x-8$

問4

R(6, 0)，P(0，−6)，C(0，−8)，B(4，−8)　なので

四角形 OCBR の面積は$\dfrac{1}{2}(6+4)\times8=40$

△OPR の面積は$\dfrac{1}{2}\times6\times6=18$

△PCB の面積は$\dfrac{1}{2}\times2\times4=4$

したがって△BRP の面積は $40-18-4=18$　$\mathrm{PR}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$

よって $\mathrm{BH}=x$ とおくと，面積より $18=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}\,x$　$x=3\sqrt{2}$

【問 26】

右の図のように，

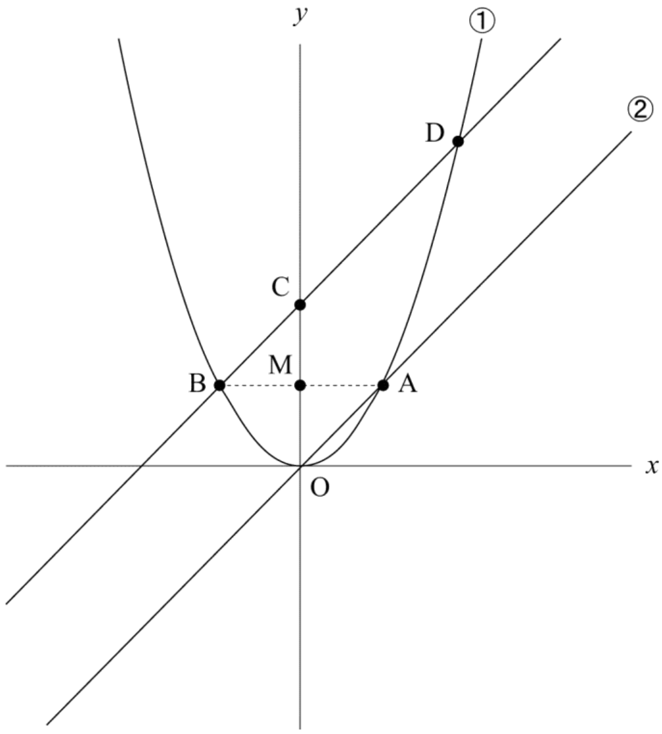
関数　$y=\frac{1}{3}x^2$ …①

関数　$y=ax$ …②

のグラフが，y 座標の値が 3 である点 A で交わっている。点 B は，y 軸を対称の軸として点 A と線対称な点であり，線分 AB と y 軸との交点を M とする。また，点 B を通り，②のグラフに平行な直線と y 軸との交点を C とする。さらに，2 点 B，C を通る直線と①のグラフとの交点のうち，x 座標が正の数である点を D とする。このとき，次の各問いに答えなさい。

（鳥取県　2016 年度）

図



問1　a の値を求めなさい。

問2　2 点 B，C を通る直線の式を求めなさい。

問3　線分 CD 上に点 P をとり，2 点 M，P を通る直線と②のグラフとの交点を Q とする。このとき，△MPC≡△MQO であることを証明しなさい。ただし，点 P の x 座標は正の数であるとする。

問4　四角形 OADC の面積と△ADR の面積が等しくなるような点 R の座標を求めなさい。ただし，点 R は，②のグラフ上の点であり x 座標は負の数であるとする。なお，答えだけでなく，答えを求める過程がわかるように，途中の式や計算などもかきなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	〔証明〕　△MPC と△MQO において， △MPC≡△MQO 証明終
問4	

解答
問1　$a=1$
問2　$y=x+6$
問3
〔証明〕
△MPC と△MQO において
点 C は (0, 6), 点 M は (0, 3) の点だから
MC＝MO…①
対頂角は等しいので
∠CMP＝∠OMQ…②
また, 直線 BC と直線 OA は平行だから, 錯角は等しいので
∠PCM＝∠QOM…③
①, ②, ③より, 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△MPC≡△MQO
問4
直線 MD と②のグラフとの交点を R とすると
問3より, △MDC≡△MRO となり, △MDC＝△MRO
また, 四角形 OADC＝四角形 OADM＋△MDC
△ADR＝四角形 OADM＋△MRO
したがって四角形 OADC＝△ADR となる。
よって直線 MD と②のグラフとの交点の座標を求めればよい。
点 D は, 直線 BC と①のグラフとの交点だから
二次方程式　$x+6=\frac{1}{3}x^2$　より　$x=-3,\ 6$　であり
点 D の x 座標は正の数だから D (6, 12)
直線 MD は, 2 点 (0, 3), (6, 12) を通るから $y=\frac{3}{2}x+3$　と表せる。
したがって, 直線 MD と②のグラフとの交点の x 座標は
方程式　$\frac{3}{2}x+3=x$　より
$x=-6$
よって求める点 R の座標は(−6, −6)
解説
問1
点 A の y 座標が 3 なので $3=ax,\ x=\frac{3}{a}$
したがって $3=\frac{1}{3}\left(\frac{3}{a}\right)^2$ より $a^2=1$　$a>0$ より $a=1$
問2
A(3, 3) なので, B(−3, 3)
B, C を通る直線の傾きは 1 なので $y=x+b$ とおけ
B を通るので $b=6$
よって $y=x+6$
問3
△MPC と△MQO において CM＝MO
対頂角が等しいことより∠CMP＝∠OMQ,
また錯角が等しいので∠CPM＝∠OQM
よって△MPC≡△MQO
問4
点 R は直線②上の点なので R$(-x,\ -x)$ とする。
四角形 OADC と△ADR の共通部分が四角形 OADM なので
R を△MCD≡△MOR にとればよい。
よって R は直線 DM と②の直線との交点である。

【問 27】

図1，図2の①は，関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフである。

このグラフ上に点Aがあり，その x 座標は2である。点Aを通り x 軸に平行な直線とグラフ①との交点のうち，点Aと異なる点をBとする。次の問1～問3に答えなさい。

（島根県　2016 年度）

問1　点Bの座標を求めなさい。

問2　x の変域が $-2 \leqq x \leqq 8$ のとき，y の変域を求めなさい。

問3　点Pは①のグラフ上を動く点であり，その x 座標は2より大きいものとする。図2のように，2 点 B，P を通る直線を ℓ とし，直線 ℓ と x 軸との交点をQとする。

次の(1)～(3)に答えなさい。

(1)　点Pの x 座標が4のとき，直線 ℓ の式を求めなさい。

図1

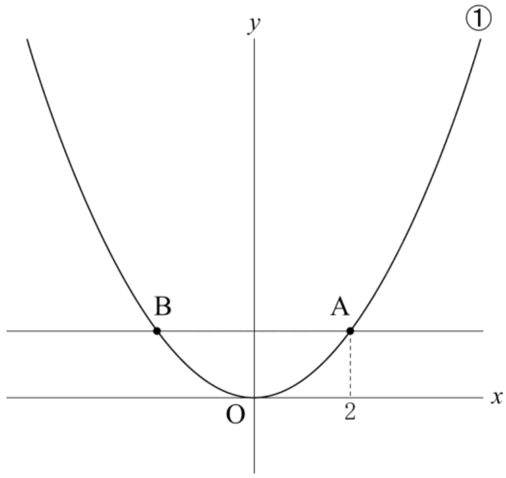
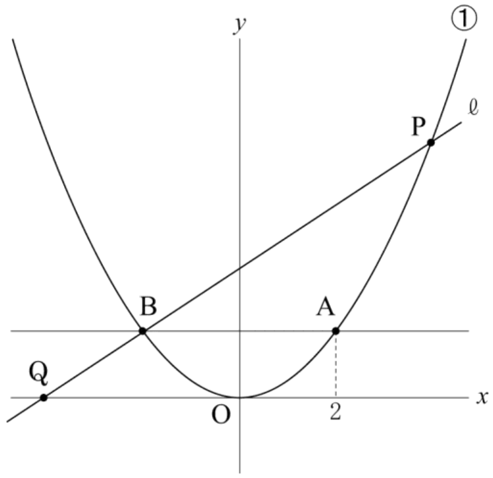


図2



(2)　点Pの x 座標が大きくなると，それにともなって△ABQの面積はどのように変化するか。最も適当なものを次のア～ウから1つ選び，記号で答えなさい。また，その記号を選んだ理由を「平行」と「高さ」の2語を用いて説明しなさい。

ア　小さくなる　　イ　大きくなる　　ウ　変わらない

(3)　△ABQの面積と△ABPの面積が等しくなるとき，点Pの x 座標を求めなさい。

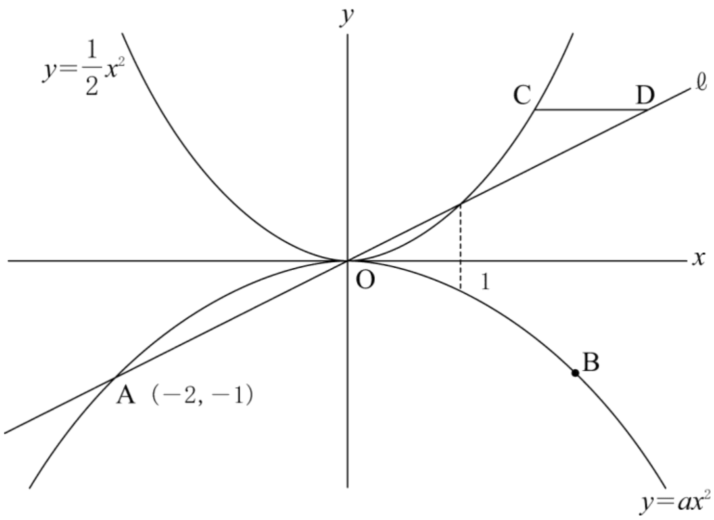
解答欄

問1	B (　　　　,　　　　)	
問2	≦y≦	
問3	(1)	
	(2)	〔記号〕 〔説明〕
	(3)	

解答
問1　B $(-2,\ 1)$
問2　$0 \leqq y \leqq 16$
問3
(1)　$y=\dfrac{1}{2}x+2$
(2)
〔記号〕ウ
〔説明〕
点 Q の位置に関わらず，底辺を AB としたとき底辺の長さは 4 (一定) であり
辺 AB と x 軸は平行なので高さは 1 (一定) となるから。
(3)　$2\sqrt{2}$
解説
問1
$x=2$ を $y=\dfrac{1}{4}x^2$ に代入すると $y=\dfrac{1}{4}\times 2^2=1$　$y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフは y 軸に関して対称なので B$(-2,\ 1)$
問2
$-2 \leqq x \leqq 8$ のとき $x=0$ のとき $y=0$，$x=8$ のとき $y=\dfrac{1}{4}\times 8^2=16$
よって $0 \leqq y \leqq 16$
問3
(1)
$x=4$ のとき，$y=\dfrac{1}{4}\times 4^2=4$
P$(4,\ 4)$，B$(-2,\ 1)$なので ℓ の傾きは $\dfrac{4-1}{4-(-2)}=\dfrac{1}{2}$
ℓ は $y=\dfrac{1}{2}x+b$ とおける。
点 P を通るので
$4=\dfrac{1}{2}\times 4+b$
$b=2$
よって $y=\dfrac{1}{2}x+2$
(2)
△ABQ の底辺を AB にとると，高さは直線 AB と x 軸までの距離となる。
この 2 直線は平行なので，Q が x 軸上のどこの点でも高さは変わらないのでウ。
(3)
点 P と点 A の y 座標の差が△ABQ の高さと同じになればよいので差は 1
したがって P の y 座標が 2 になればよい。
よって $2=\dfrac{1}{4}x^2$
$x=\pm 2\sqrt{2}$
$x>2$ より
$x=2\sqrt{2}$

【問 28】

下の図は，関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフと関数 $y=ax^2$ のグラフを同じ座標軸を使ってかいたものであり，直線 ℓ は原点 O を通り，関数 $y=ax^2$ のグラフと点 A $(-2,\ -1)$ で交わっている。また，点 B は関数 $y=ax^2$ のグラフ上，点 C は関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上，点 D は直線 ℓ 上にある。このとき，3 点 B，C，D の x 座標はすべて 1 以上で，線分 CD と x 軸は平行であるとする。



次の問1～問3に答えなさい。

（山口県　2016 年度）

問1　点 B の y 座標が -1 のとき，点 B の x 座標を求めなさい。

問2　a の値を求めなさい。

問3　点 C の x 座標を t とするとき，点 D の x 座標を t を使った式で表しなさい。また，CD＝1 となるときの，t の値を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	$a=$
問3	点 D の x 座標を表す式
	$t=$

解答
問1　2

問2　$a=-\dfrac{1}{4}$

問3　点Dの x 座標を表す式　t^2　　$t=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

解説
問1
$y=ax^2$ のグラフは y 軸に関して対称である。
点AとBの y 座標が -1 で同じなのでBの x 座標は $x=2$
問2

$y=ax^2$ に $A(-2,\ -1)$ を代入すると $-1=a\times(-2)^2$　$a=-\dfrac{1}{4}$

問3

直線 ℓ の式は原点と $A(-2,\ -1)$ を通るので，傾きは $\dfrac{0-(-1)}{0-(-2)}=\dfrac{1}{2}$

したがって $y=\dfrac{1}{2}x$

点Cの y 座標は $\dfrac{1}{2}t^2$ なので

点Dの x 座標を求めると $\dfrac{1}{2}t^2=\dfrac{1}{2}x$ より

$t>1$ なので $x=t^2$
また $CD=1$ となるのは
$t^2-t=1$ のときなので $t^2-t-1=0$ の解を求めると

$t=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-1)}}{2}=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

$t>1$ より

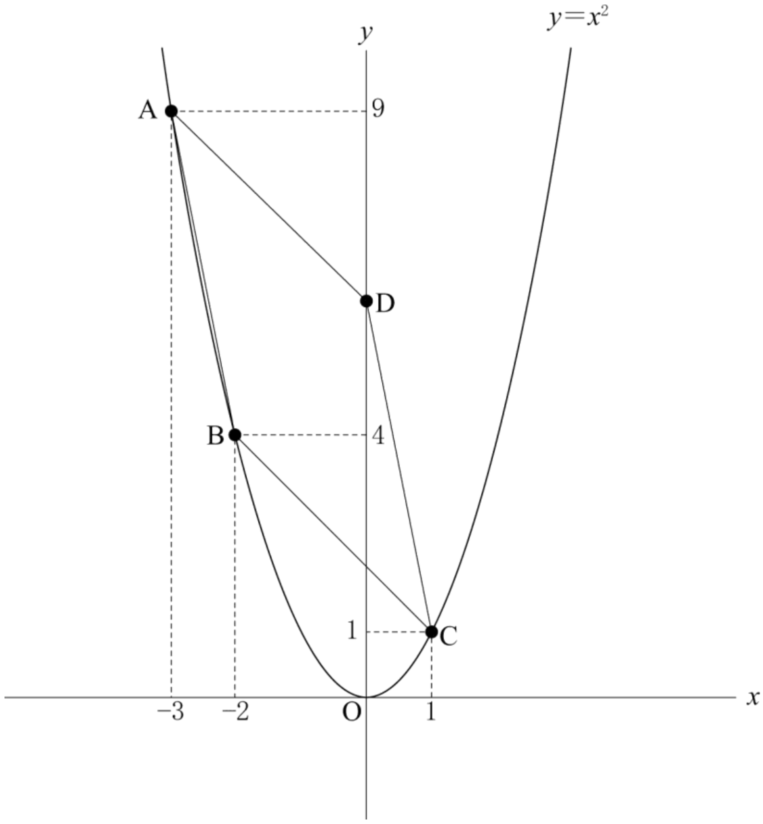
$t=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

【問 29】

下の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 3 点 A $(-3,\ 9)$，B $(-2,\ 4)$，C $(1,\ 1)$ があり，四角形 ABCD が平行四辺形となるように，y 軸上に点 D がある。問1～問4に答えなさい。

（徳島県　2016 年度）

図1



問1　点 D の座標を求めなさい。

問2　▱ABCD の面積を求めなさい。

問3　点 $(3,\ 3)$ を通り，▱ABCD の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

問4　点 P を関数 $y=x^2$ のグラフ上にとる。△OBC の面積と△OAP の面積の比が $1:5$ になるときの点 P の座標を求めなさい。ただし，点 P の x 座標は正とする。

解答欄

問1	D (　　　　,　　　　)
問2	
問3	
問4	P (　　　　,　　　　)

解答
問1　D $(0,\ 6)$
問2　12
問3　$y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{9}{2}$
問4　P $(2,\ 4)$
解説
問1
点 A と B の y 座標の差は $9-4=5$
よって点 C の y 座標＋1 を求めて $D(0,\ 6)$
問2
直線 BC は $\dfrac{1-4}{1-(-2)}=-1$ の傾きなので $y=-x+b$ とおける。
$(1,\ 1)$を通るので $b=2$，$E(0,\ 2)$ を通る。
$DE=6-2=4$ を底辺と考え
△BDE，△CDE の面積の和の 2 倍が求める面積となるので
$2\left(\dfrac{1}{2}\times4\times2+\dfrac{1}{2}\times4\times1\right)=12\text{cm}^2$
問3
求める直線は$(3,\ 3)$ と辺 BD の中点を通る直線となる。
中点は $(-1,\ 5)$ なので，傾きは $\dfrac{3-5}{3-(-1)}=-\dfrac{1}{2}$
したがって $y=-\dfrac{1}{2}x+c$ とおける。
$(3,\ 3)$ を通るので $c=3+\dfrac{3}{2}=\dfrac{9}{2}$
よって $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{9}{2}$
問4
△OAB の面積は $\dfrac{1}{2}\times2\times(2+1)=3\text{cm}^2$
点 P の座標を $(a,\ a^2)$ とおくと
直線 AP は a を用いて表すと，傾きは $\dfrac{a^2-9}{a-(-3)}=a-3$
したがって直線は $y=(a-3)\,x+d$ とおけ
$(-3,\ 9)$ を通ることから
$9=-3\times(a-3)+d$
$d=3\,a$
O から切片までを底辺と考えると
△OAP の面積は $\dfrac{1}{2}\times3a\times(3+a)=5\times3$ が成り立つ。
$3a^2+9a-30=0$
$a^2+3a-10=0$
$(a+5)(a-2)=0$
$a>0$ より
$a=2$
よって $P(2,\ 4)$

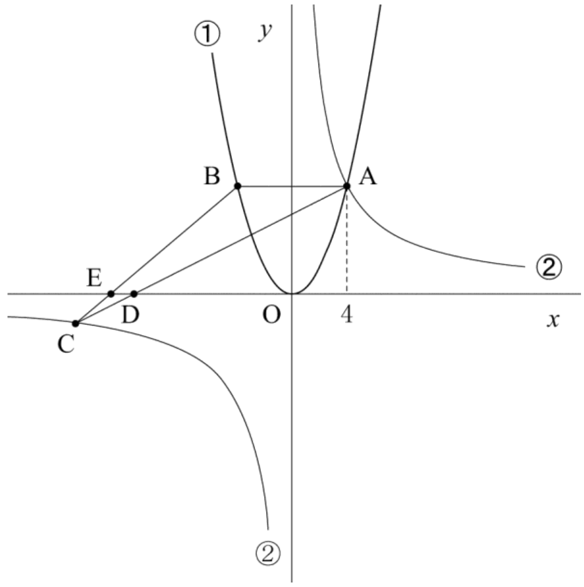
【問 30】

右の図で，点 O は原点であり，放物線①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。双曲線②は反比例 $y=\frac{a}{x}$ のグラフで，$a>0$ である。

点 A は，放物線①と双曲線②との交点で，その x 座標は 4 である。点 B は，放物線①上の点で，線分 AB は x 軸に平行である。点 C は，双曲線②上の点で，その x 座標は負の数である。線分 AC，線分 BC と x 軸との交点をそれぞれ D，E とする。

これについて，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

（香川県　2016 年度）



(1) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(2) 点 D と点 E を結ぶ。AB:DE＝5:1 であるとき，点 C の座標を求めよ。

解答欄

(1)	
(2)	C (　　　　,　　　　)

解答

(1)　2

(2)　C $(-16,\ -2)$

解説

(1)

x の増加量は，$3-1=2$　y の増加量は $\frac{1}{2}\times 3^2-\frac{1}{2}\times 1^2=4$

変化の割合は $\frac{4}{2}=2$

(2)

点 A の y 座標は $y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$

よって $A(4,\ 8)$，$B(-4,\ 8)$

双曲線②は点 A を通るから

$8=\frac{a}{4}$

$a=32$

よって②の式は $y=\frac{32}{x}$

△CAB で

AB // DE，AB : DE＝5 : 1 より

BE : EC＝(5－1) : 1＝4 : 1

点 C の y 座標を c とすると

$c<0$ より

$8:(-c)=4:1$

$c=-2$

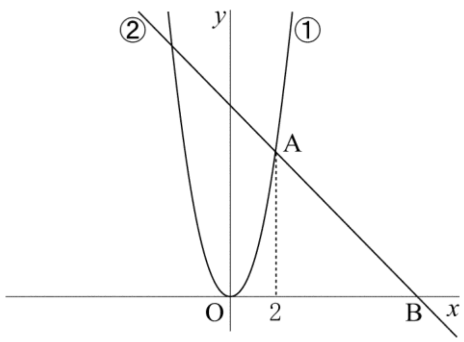
x 座標は $-2=\frac{32}{x}$ より

$x=-16$

よって C $(-16,\ -2)$

【問 31】

図において，①は関数 $y=2x^2$ のグラフで，②は傾きが－1 の直線である。点 A は①と②の交点で，その x 座標は 2 であり，点 B は②と x 軸の交点である。このとき，次の問1～問3に答えなさい。



（高知県　2016 年度）

問1　直線②の式を求めよ。

問2　線分 AB 上に点 C をとり，点 O と点 C を通る直線を ℓ とする。この直線 ℓ が三角形 OAB の面積を二等分するとき，直線 ℓ の式を求めよ。

問3　線分 OB 上に点 D $(d, 0)$ をとり，点 D を通り x 軸に垂直な直線を m とする。この直線 m が三角形 OAB の面積を二等分するときの d の値を求めよ。

解答欄

問1	
問2	
問3	$d=$

解答

問1 $y=-x+10$

問2 $y=\dfrac{2}{3}x$

問3 $d=10-2\sqrt{10}$

解説

問1

点 A の座標は $y=2x^2$ に $x=2$ を代入して $y=8$ A(2, 8)

直線の式は $y=-x+b$ とおける。

A(2, 8)を通ることから式に代入して

$8=-2+b$ より $b=10$

よって $y=-x+10$

問2

△OAB の面積を二等分する直線 OC は線分 AB の中点を通る。

点 B(10, 0)であるので，点 C の x 座標は $\dfrac{2+10}{2}=6$ である。

点 C の座標は $y=-6+10=4$ より C(6, 4)である。

よって直線 ℓ の式は，傾きが $\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$ より $y=\dfrac{2}{3}x$

問3

△OAB の面積は $\dfrac{1}{2}\times10\times8=40$ その半分は 20

したがって D(d, 0) を通る直線 m と②の直線の交点を E とすると

E の y 座標を d を用いて表すと $y=-d+10$

したがって E(d, $-d+10$)

△BDE の面積が $\dfrac{1}{2}\times(10-d)\times(10-d)=20$ となればよいので

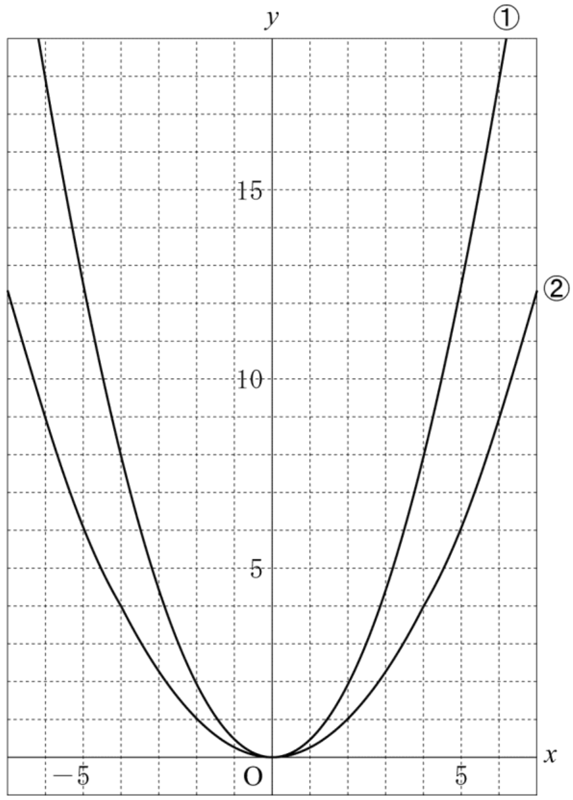
$(10-d)^2=40$

$10-d=2\sqrt{10}$

よって $d=10-2\sqrt{10}$

【問 32】

下の図で，放物線①，放物線②の式は，それぞれ $y=\frac{1}{2}x^2$，$y=\frac{1}{4}x^2$ である。



1 から 6 までの目が出るさいころを 3 回投げる。

1 回目に出た目の数を a，2 回目に出た目の数を b，3 回目に出た目の数を c とし，放物線①上に x 座標が a である点 A と x 座標が $-b$ である点 B をとり，放物線②上に x 座標が c である点 C をとる。

次の問1，問2は最も簡単な数で，問3は指示にしたがって答えよ。ただし，根号を使う場合は $\sqrt{\ }$ の中を最も小さい整数にすること。

（福岡県　2016 年度）

問1　3 点 A，B，C の x 座標と y 座標が，すべて整数になる確率を求めよ。ただし，さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

問2　さいころを投げて，1 回目に 2 の目，2 回目に 6 の目，3 回目に 6 の目が出た場合，四角形 OACB の面積を求めよ。ただし，座標軸の 1 目もりを 1 cm とする。

問3　さいころを投げて，3 回とも 4 の目が出た。放物線②上の $-4 \leqq x \leqq 4$ に対応する部分に点 P をとり，△ABP の面積が△ACP の面積の 2 倍になるようにする。点 P の x 座標を t とし，方程式をつくって点 P の x 座標を求めよ。解答は，解く手順にしたがってかき，答の $\boxed{}$ の中には，あてはまる最も簡単な数を記入せよ。

解答欄

問1	
問2	cm^2
問3	〔解答〕 答　求める点 P の x 座標は, $\boxed{}$ である。

解答

問1　$\frac{1}{8}$

問2　84 cm^2

問3

〔解答〕

点 A (4, 8)，点 B (−4, 8)，点 C (4, 4)である。

点 P の座標は，$\left(t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$(ただし，$-4 \leqq t \leqq 4$)

と表せる。

△ABP の底辺を AB とすると高さは $8-\frac{1}{4}t^2$ なので

$\triangle ABP = \frac{1}{2} \times 8 \times \left(8-\frac{1}{4}t^2\right)$

△ACP の底辺を AC とすると高さは $4-t$ なので

$\triangle ACP = \frac{1}{2} \times 4 \times (4-t)$

△ABP の面積が△ACP の面積の 2 倍と等しいので

$\frac{1}{2} \times 8 \times \left(8-\frac{1}{4}t^2\right) = 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times (4-t)$

これを解くと

$t = 2 \pm 2\sqrt{5}$

$2 < \sqrt{5} < 3$ より

$t = 2 + 2\sqrt{5}$ は問題にあわない。

$t = 2 - 2\sqrt{5}$ は問題にあう。

答　求める点 P の x 座標は，$\boxed{2-2\sqrt{5}}$ である。

解説

問1

3回のさいころの目の出方は全部で $6^3=216$ 通り

点 $A\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$, $B\left(-b,\ \frac{1}{2}b^2\right)$, $C\left(c,\ \frac{1}{4}c^2\right)$ の x 座標と y 座標が整数となるのは，$a=2,\ 4,\ 6$ の3通り，

$b=2,\ 4,\ 6$ の3通り

$c=2,\ 4,\ 6$ の3通りだから

$3^3=27$ 通り

よって，求める確率は $\frac{27}{216}=\frac{1}{8}$

別解

点 $A\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$ の x 座標と y 座標が整数となるのは $a=2,\ 4,\ 6$ の3通りだから

その確率は $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ である。

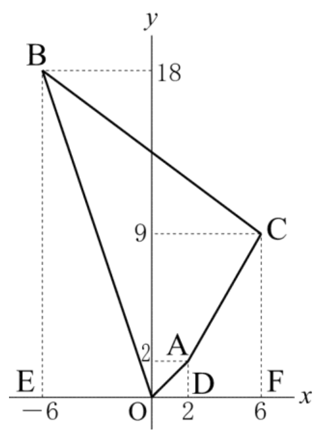
同じように $B\left(-b,\ \frac{1}{2}b^2\right)$, $C\left(c,\ \frac{1}{4}c^2\right)$ の場合も $\frac{1}{2}$ である。

よって求める確率は $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

問2

A(2, 2), B(−6, 18), C(6, 9)

右の図で



台形 BEFC の面積は $\frac{1}{2}\times(9+18)\times(6+6)=162\mathrm{cm}^2$

$\triangle BEO=\frac{1}{2}\times6\times18=54\mathrm{cm}^2$

$\triangle AOD=\frac{1}{2}\times2\times2=2\mathrm{cm}^2$

台形 ADFC の面積は $\frac{1}{2}\times(2+9)\times(6-2)=22\mathrm{cm}^2$

よって，四角形 OACB の面積は $162-(54+2+22)=84\mathrm{cm}^2$

問3

△ABP は底辺を AB

△ACP は底辺を AC

としてそれぞれ高さを考えて面積を t で表す。

t を求めたら

$-4\leqq t\leqq4$ にあてはまるかどうかの吟味を忘れないようにする。

【問 33】

図1，図2のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点 A，x 軸上に点 B があり，点 A と点 B の x 座標はどちらも 4 である。原点を O として，次の問いに答えなさい。

（長崎県　2016 年度）

問1　点 A の y 座標を求めよ。

問2　△OAB の面積を求めよ。

問3　直線 OA の式を求めよ。

問4　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めよ。

問5　図2のように，y 軸上に 2 点 C $(0,\ t)$，D $(0,\ -t)$ をとる。△ACD の面積が△OAB の面積の $\frac{1}{3}$ 倍になるとき，t の値を求めよ。ただし，$t>0$ とする。

図1

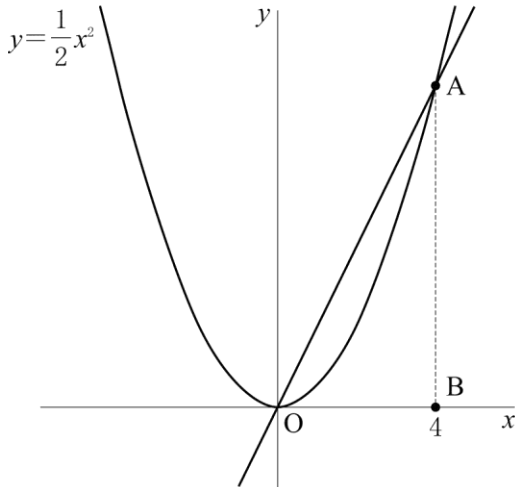
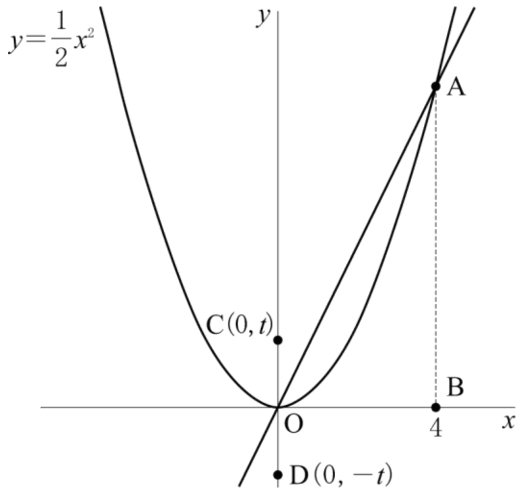


図2



解答欄

問1	
問2	
問3	$y=$
問4	$\leqq y \leqq$
問5	$t=$

解答

問1　8

問2　16

問3　$y=2x$

問4　$0\leqq y\leqq \frac{9}{2}$

問5　$t=\frac{4}{3}$

解説

問1

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=4$ を代入して y 座標は $y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$

問2

$\frac{1}{2}\times 4\times 8=16$

問3

原点と $(4,\ 8)$ を通るので $y=\frac{8}{4}x$　すなわち $y=2x$

問4

変域が $-3\leqq x\leqq 2$ なので

$x=0$ で最小の 0，$x=-3$ で最大の $y=\frac{1}{2}(-3)^2=\frac{9}{2}$

よって $0\leqq y\leqq \frac{9}{2}$

問5

△ACD の面積は，CD を底辺とすると $CD=2t$，高さは 4 なので

$\frac{1}{2}\times 2t\times 4=\frac{16}{3}$

$12t=16$

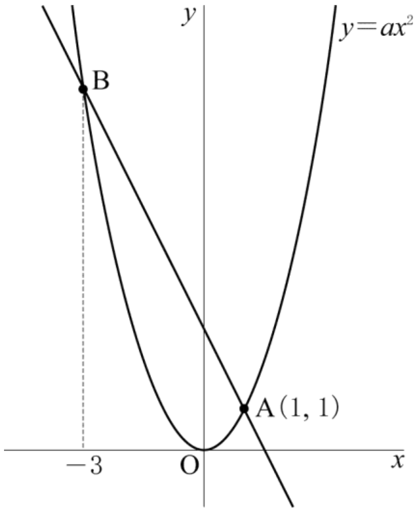
$t=\frac{4}{3}$

【問 34】

図1～図3のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 A (1，1) と x 座標が－3 である点 B がある。原点を O として，次の問いに答えなさい。

（長崎県　2016 年度）

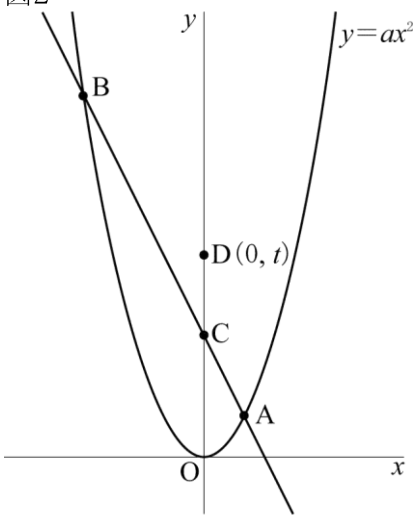
図1



問1　a の値を求めよ。

問2　直線 AB の式を求めよ。

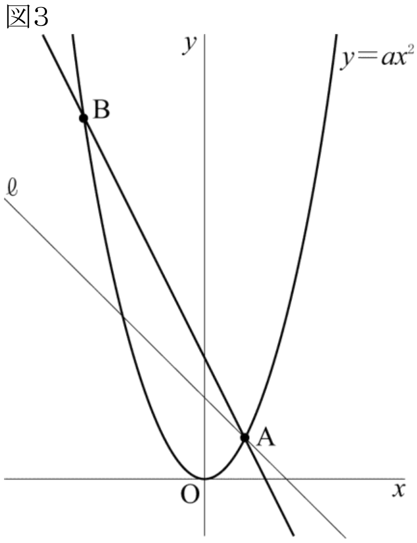
図2



問3　△OAB の面積を求めよ。

問4　図2のように，直線 AB と y 軸との交点を C とし，y 軸上に点 D (0，t) をとる。△ADB の面積が△OAB の面積の $\frac{1}{2}$ 倍になるとき，t の値を求めよ。ただし，t の値は点 C の y 座標の値より大きいものとする。

図3



問5　図3において，点 A を通り，傾きが－1 である直線を ℓ とする。直線 ℓ 上に点 E を，△ABE の面積が△OAB の面積の $\frac{1}{2}$ 倍になるようにとる。このとき，点 E の x 座標をすべて求めよ。

解答欄

問1	$a=$
問2	$y=$
問3	
問4	$t=$
問5	

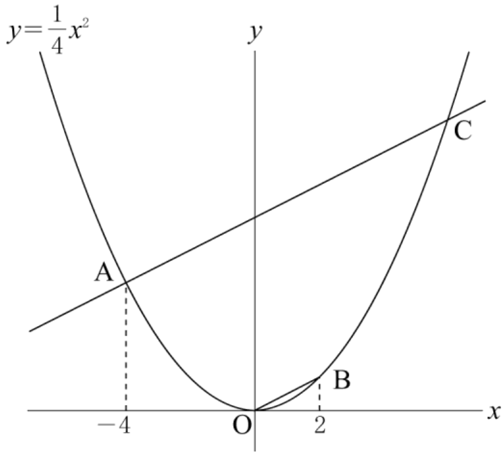
解答
問1 $a=1$
問2 $y=-2x+3$
問3 6
問4 $t=\dfrac{9}{2}$
問5 $-\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{5}{2}$
解説
問1
点 A(1, 1)が $y=ax^2$ のグラフ上にあるので $1=a\times1^2$ $a=1$
問2
点 B は $y=x^2$ に-3 を代入して $y=(-3)^2=9$
B(-3, 9), A(1, 1)を通る直線の傾きは $\dfrac{1-9}{1-(-3)}=-2$
$y=-2x+b$ とおいて(1, 1) を代入して $b=3$
よって $y=-2x+3$
問3
直線 AB の切片は 3 なので△OAB の面積は $\dfrac{1}{2}\times3\times(3+1)=6\text{cm}^2$
問4
△ADB と△OAB の面積を求めるとき，底辺を y 軸にとると
2 つの三角形の高さは同じなので OC＝2CD となればよい。
$3=2(t-3)$ $t=\dfrac{9}{2}$
問5
△OAB と△ABE において AB を底辺にとれば，△ABE の高さが△OAB の高さの $\dfrac{1}{2}$ になっていればよい。
OC の中点は $\dfrac{3}{2}$，点 C より $\dfrac{3}{2}$ 高い y 軸上の点は $3+\dfrac{3}{2}=\dfrac{9}{2}$
これらを切片とし AB に平行な直線と ℓ との交点を E とすればよい。
直線 ℓ の方程式は $y=-x+c$ とおいて，(1, 1)を通るので $c=2$ これより $y=-x+2$
$y=-x+2$ と $y=-2x+\dfrac{3}{2}$ との交点の x 座標は $-x+2=-2x+\dfrac{3}{2}$ $x=-\dfrac{1}{2}$
$y=-x+2$ と $y=-2x+\dfrac{9}{2}$ との交点の x 座標は $-x+2=-2x+\dfrac{9}{2}$ $x=\dfrac{5}{2}$

【問 35】

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 3 点 A，B，C がある。A の x 座標は -4 で，B の x 座標は 2 であり，C の x 座標は正で，C の y 座標は A の y 座標より 5 だけ大きい。また，点 O は原点であり，直線 AC と線分 OB は平行である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県　2016 年度）



問1　点 A の y 座標を求めなさい。

問2　点 C の座標を求めなさい。

問3　直線 AC の式を求めなさい。

問4　線分 AC 上に 2 点 A，C とは異なる点 P をとる。△BCP の面積が△AOB の面積と等しくなるときの P の座標を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	(,)
問3	$y=$
問4	(,)

解答
問1 4
問2 (6, 9)
問3 $y=\frac{1}{2}x+6$
問4 (4, 8)
解説
問1
$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=-4$ を代入して $y=\frac{1}{4}\times(-4)^2=4$
問2
点 C は点 A の y 座標より 5 だけ大きいので y 座標が 9 である。
$9=\frac{1}{4}x^2$ より
$x=\pm6$
$x>0$ より
C(6, 9)
問3
直線 AC の傾きは $\frac{5}{6-(-4)}=\frac{1}{2}$
$y=\frac{1}{2}x+b$ と表せるので
(6, 9)を代入して $9=\frac{1}{2}\times6+b$ より $b=6$
よって $y=\frac{1}{2}x+6$
問4
直線 AC と線分 OB が平行なので
△AOB の底辺を OB としたときの高さと
△BCP の底辺を PC としたときの高さは等しい。
また, 四角形 OPCB は平行四辺形になればよいので
P の x 座標は C の x 座標より 2 小さい 4 となる。
直線 AC の式に $x=4$ を代入して $y=\frac{1}{2}\times4+6=8$
よって P(4, 8)

【問 36】

右の図のように，2 つの関数

$y=ax^2$ (a は定数)　…①，

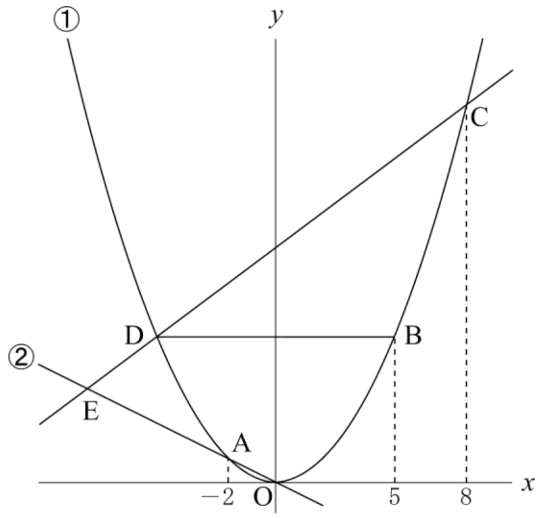
$y=-\dfrac{1}{2}x$　…②

のグラフがある。

点 A は関数①，②のグラフの交点で，A の x 座標は-2 である。3 点 B，C，D は関数①のグラフ上にあり，B の x 座標は 5，C の x 座標は 8 であり，線分 BD は x 軸と平行である。また，点 E は関数②のグラフと直線 CD との交点である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県　2016 年度）



問1　a の値を求めなさい。

問2　直線 CD の式を求めなさい。

問3　線分 CD 上に 2 点 C，D とは異なる点 P をとる。△EAP の面積が△ABD の面積と等しくなるときの P の座標を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	$y=$
問3	$\left(\qquad , \qquad \right)$

解答

問1　$a=\frac{1}{4}$

問2　$y=\frac{3}{4}x+10$

問3　$\left(-1,\ \frac{37}{4}\right)$

解説

問1

②に $x=-2$ を代入すると $y=-\frac{1}{2}\times(-2)=1$　A$(-2,\ 1)$

点Aは①のグラフ上の点でもあるので $1=a\times(-2)^2$　$a=\frac{1}{4}$

問2

点B, Dの y 座標は $y=\frac{1}{4}\times5^2=\frac{25}{4}$　D$\left(-5,\ \frac{25}{4}\right)$

点Cの y 座標は $y=\frac{1}{4}\times8^2=16$　C$(8,\ 16)$

直線CDの傾きは $\frac{16-\frac{25}{4}}{8-(-5)}=\frac{39}{13\times4}=\frac{3}{4}$　$y=\frac{3}{4}x+b$ とおくと $16=\frac{3}{4}\times8+b$　$b=10$

よって $y=\frac{3}{4}x+10$

問3

点Eの座標を求めると $-\frac{1}{2}x=\frac{3}{4}x+10$　$x=-8$

これを②に代入すると $y=-\frac{1}{2}\times(-8)=4$　E$(-8,\ 4)$

また直線ABの傾きは $\frac{\frac{25}{4}-1}{5-(-2)}=\frac{3}{4}$ で直線DCの傾きに等しいので2直線は平行である。
三角形の面積を底辺をADとして，高さを直線CE上で考える。
辺DC上に点Fを△ABDの面積＝△ADFの面積となるようにとる。
Fの座標はAB // DCなので，四角形ABFDが平行四辺形になるようにとればよく
点Dが点Aの x 座標よりも3だけ小さいので，Bの x 座標より3小さい $x=2$
△ADFの面積から△ADEの面積を除いた△ADPをつくればよいので
DとEの x 座標の差が3なので，FとPの x 座標の差も3すなわち $x=-1$ がPの x 座標である。

よって $y=\frac{3}{4}\times(-1)+10=\frac{37}{4}$ より

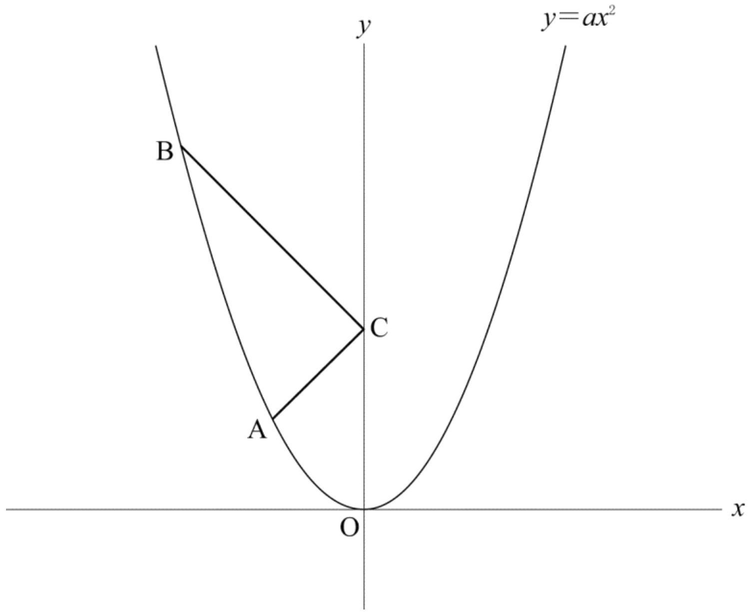
P$\left(-1,\ \frac{37}{4}\right)$

【問 37】

右の図のように，関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフ上に 2 点 A, B があり，点 A の座標は $(-3,\ 3)$，点 B の x 座標は -6 である。また，y 軸上に点 C があり，点 C の y 座標は正である。次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（大分県　2016 年度）

(1) a の値を求めなさい。



(2) 線分 AC と線分 BC の長さの和 AC＋BC がもっとも小さくなるときの，点 C の y 座標を求めなさい。

解答欄

(1)	$a=$
(2)	y 座標

解答

(1) $a=\dfrac{1}{3}$

(2) y 座標　6

解説

(1)

$y=ax^2$ に $x=-3$，$y=3$ を代入して $3=a\times(-3)^2$，$a=\dfrac{1}{3}$

(2)

$y=\dfrac{1}{3}x^2$ に $x=-6$ を代入して $y=\dfrac{1}{3}\times(-6)^2=12$ より B$(-6,\ 12)$

AC＋BC は，点 A と y 軸について対称点 A′(3, 3)と点 B を結んだ直線が y 軸と交わる点を C としたときにもっとも小さくなる。

A′B の傾きは $\dfrac{3-12}{3+6}=-1$ で

$y=-x+b$ とおくと，$3=-3+b$，$b=6$ となり，これが点 C の y 座標である。

【問 38】

図1のように，関数 $y=ax^2$…①のグラフと直線 ℓ が 2 点 A，B で交わっている。点 A の x 座標は -4，点 B の座標は (2，2) であり，点 C は直線 ℓ と x 軸との交点である。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（宮崎県　2016 年度）

問1　a の値を求めなさい。

問2　直線 ℓ の式を求めなさい。

問3　図2は，図1において，点 D (0，-1) を通り，x 軸に平行な直線 m をひいたものである。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　△ADC の面積を求めなさい。

(2)　直線 m 上に点 P をとり，△APC の周の長さが最も短くなるようにする。このとき，点 P の x 座標を求めなさい。

図1

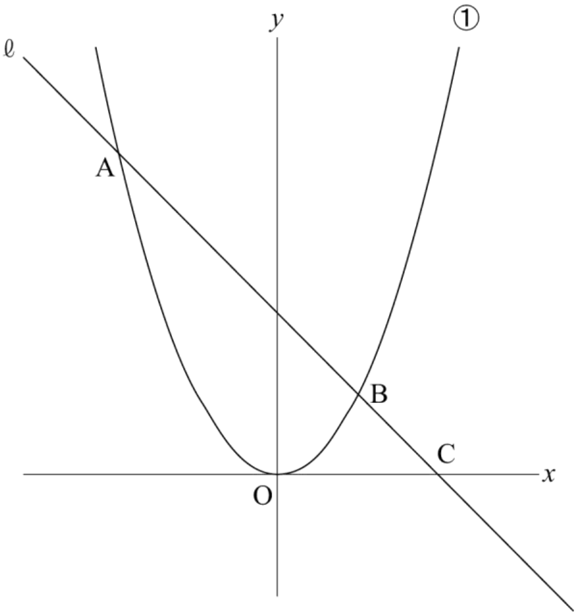
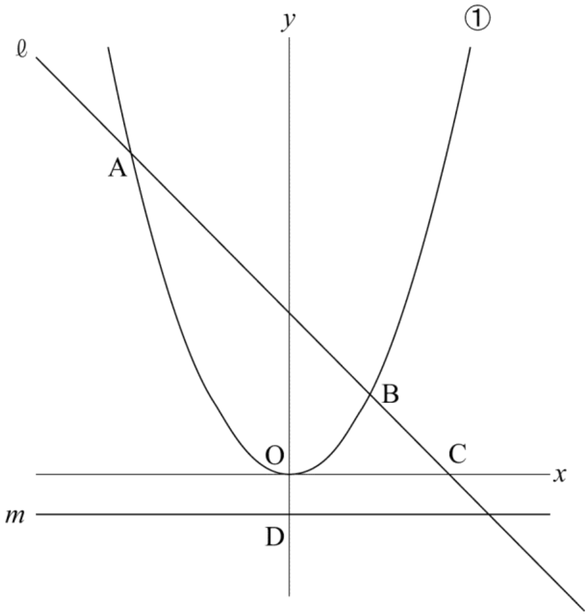


図2



解答欄

問1	$a=$	
問2		
問3	(1)	
	(2)	$x=$

解答

問1 $a=\dfrac{1}{2}$

問2 $y=-x+4$

問3 (1) 20　　(2) $x=\dfrac{16}{5}$

解説

問1

$y=ax^2$ のグラフは点 B(2, 2)を通るから $2=a\times 2^2$　$a=\dfrac{1}{2}$

問2

点 A の x 座標 -4 を $y=\dfrac{1}{2}x^2$ に代入すると $y=\dfrac{1}{2}\times(-4)^2=8$

よって，直線 ℓ は 2 点 A(−4, 8),

B(2, 2) を通るから，傾きは $\dfrac{8-2}{-4-2}=-1$

ℓ の式を $y=-x+b$ とすると，点 B(2, 2) を通るから

$2=-2+b$　$b=4$

よって $y=-x+4$

問3

(1)

点 C の x 座標は $0=-x+4$　$x=4$　よって C(4, 0)

直線 ℓ と y 軸の交点を E とすると E(0, 4)より DE$=4-(-1)=5$

$\triangle\mathrm{ADC}=\triangle\mathrm{ADE}+\triangle\mathrm{CDE}=\dfrac{1}{2}\times5\times4+\dfrac{1}{2}\times5\times4=20$

(2)

点 C と直線 m について対称な点を C′ とすると C′ (4, −2)

直線 AC′ と m の交点を P とすると

AP＋PC′ ＝AP＋PC だから

△APC の周の長さが最短になる。

直線 AC′ の式を求めると $y=-\dfrac{5}{4}x+3$

よって m との交点 P の x 座標は $-1=-\dfrac{5}{4}x+3$　$x=\dfrac{16}{5}$