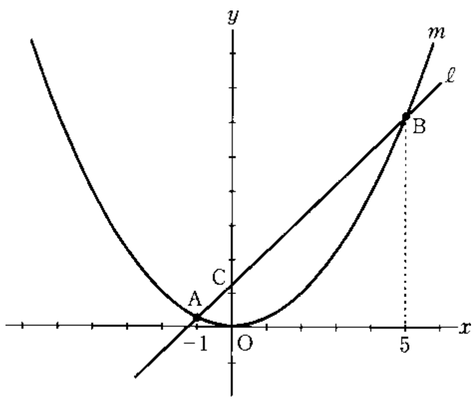
3. 二次関数の座標・グラフ・式

【問 1】

図において, m は $y=ax^2$ のグラフを表す。a は定数である。A, B は m 上の点であり, その x 座標はそれぞれ-1, 5 である。ℓ は2点 A, B を通る直線を表し, C はℓ と y 軸との交点である。

（大阪府 2002 年度 一般）



関数 $y=ax^2$ について, x の値が-1 から 5 まで増加するときの変化の割合が 1 であるとき,

① a の値を求めなさい。

② C の y 座標を求めなさい。

解答欄

①	
②	

解答

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{5}{4}$

解説

①

xの値が-1から5まで増加するときの増加量は, $5-(-1)=6$

このときのyの増加量は, $a\times5^2-a\times(-1)^2=24a$

変化の割合が1であることから, $\frac{24a}{6}=1$　$4a=1$より, $a=\frac{1}{4}$

②

点 A の y 座標は $y=\frac{1}{4}\times(-1)^2=\frac{1}{4}$

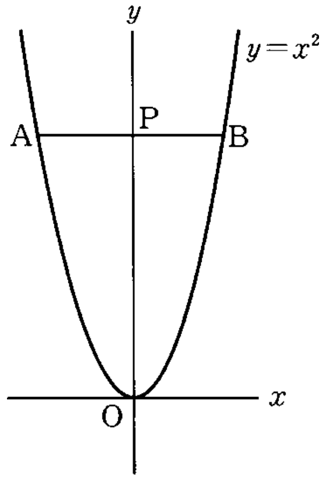
直線 AB の傾きは, x の値が-1 から 5 まで増加するときの変化の割合に等しく 1 である。

$y=x+b$ の式に点 A の座標を代入すると, $\frac{1}{4}=-1+b$ より, $b=\frac{5}{4}$

【問 2】

次の(1), (2)に答えなさい。

（山口県 2002年度）



(1) 図のように, 関数 $y=x^2$ のグラフ上に, 2点 A, B があり, 線分 AB は x 軸に平行で, AB＝6 である。
このとき, 線分 AB と y 軸との交点 P の座標を求めなさい。

(2) 関数 $y=ax^2$ で, x の値が 1 から 4 まで増加するとき, 変化の割合が 10 であった。a の値を求めなさい。

解答欄

(1)	（　　　　,　　　　）
(2)	$a=$

解答

(1)（0, 9）

(2) $a=2$

解説

(1)

AB＝6 より B の x 座標は 3 とわかるから $y=x^2$ に代入して, $y=3^2=9$　よって P(0, 9)

(2)

変化の割合＝$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ より, $\frac{16a-a}{4-1}=10$　これを解いて $a=2$

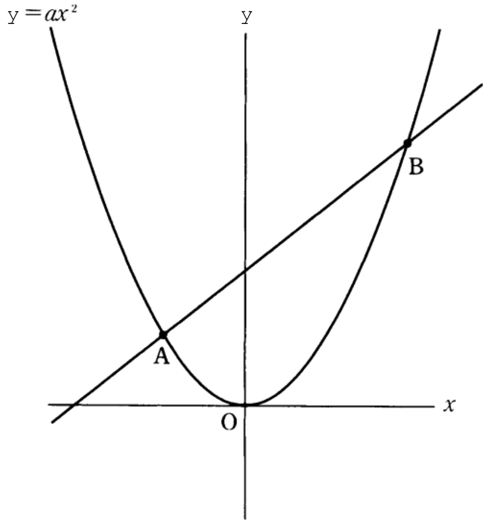
【問 3】

図のように，関数$y=ax^2$のグラフ上に，2点A$(-2,\ 2)$，B$(4,\ 8)$がある。次の各問いに答えなさい。

（沖縄県 2002 年度）

問1．aの値を求めなさい。

問2．2点 A，B を通る直線の式を求めなさい。



解答欄

問1	$a=$
問2	$y=$

解答

問1　$a=\frac{1}{2}$

問2　$y=x+4$

解説

問1

$y=ax^2$に点 A の座標$(-2,\ 2)$を代入すると$2=a\times(-2)^2$

よって$a=\frac{1}{2}$

問2

求める直線の式を$y=mx+n$とおき

点Aの座標$(-2,\ 2)$を代入して整理すると$-2m+n=2$ …①

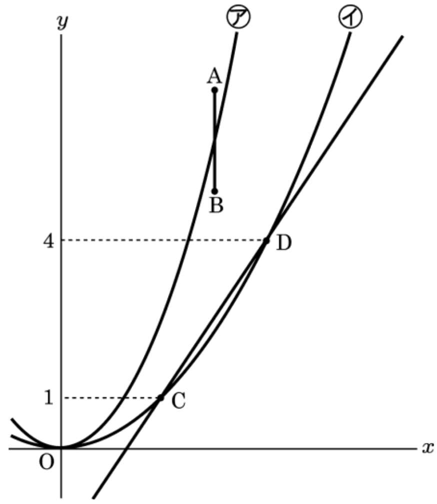
点Bの座標$(4,\ 8)$を代入して整理すると$4m+n=8$ …②

①と②を連立方程式として解くと$m=1$，$n=4$

よって求める直線の式は$y=x+4$

【問 4】

図で，㋐は関数 $y=ax^2$，㋑は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフである。



（秋田県 2003 年度）

① 2点A(3，7)，B(3，5)を結ぶ線分ABがある。aの値を次のア～エとするとき，この中で，㋐が線分ABと交わるのはどれか。その記号を1つ書きなさい。

ア　$a=-1$	イ　$a=\frac{1}{3}$
ウ　$a=\frac{2}{3}$	エ　$a=1$

② ㋑上にある点 C，D は，x 座標が正で y 座標がそれぞれ 1，4 である。このとき，2点 C，D を通る直線の傾きを求めなさい。

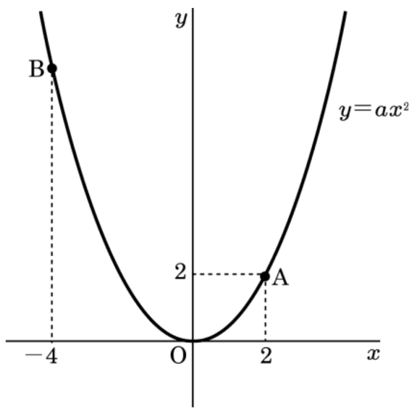
解答欄

①	
②	

解答
① ウ
② $\frac{3}{2}$
解説
①
㋐の式 $y=ax^2$ に $x=3$ を代入すると $y=9a$ となる。
よって$5\leqq 9a\leqq 7$を満たすとき㋐は線分ABと交わる。 ウ
②
C，D の y 座標を㋑の式に代入し，x について解くと，C(2，1)，D(4，4)なので傾き$\frac{4-1}{4-2}=\frac{3}{2}$

【問 5】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点 A，B があり，点 A の座標は(2，2)，点 B の x 座標は－4 である。



（福島県 2003 年度）

① a の値を求めなさい。

② 点 B を通り，OA に平行な直線の式を求めなさい。

解答欄

①	
②	

解答

① $\frac{1}{2}$

② $y=x+12$

解説

①

A(2，2)を$y=ax^2$に代入して$2=2^2\times a$

したがって$a=\frac{1}{2}$

②

OAは2点(0，0)，(2，2)を通るので$y=x$　Bのx座標は－4より$y=\frac{1}{2}\times 16=8$

よって求める直線は傾きが1だから，$y=x+b$と表せる。

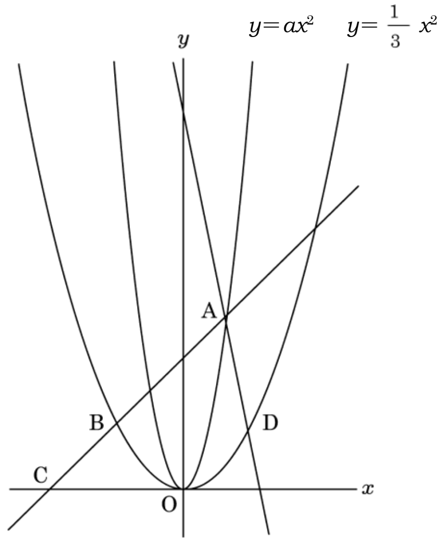
B(－4，8)を通るので$x=-4$，$y=8$を代入してbを求めると$b=12$

よって $y=x+12$

【問 6】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 A があり，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に2点 B，D がある。また，2点 A，B を通る直線が x 軸と交わる点を C とする。
点 B，D の x 座標はそれぞれ-3，3 であり，点 C の座標は$(-6,\ 0)$であるとき，
次の⑴，⑵の問いに答えなさい。ただし，$a>0$ とする。

（千葉県 2003 年度）



⑴ 2点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

⑵ 2点 A，D を通る直線の切片が 18 であるとき，関数 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

解答欄

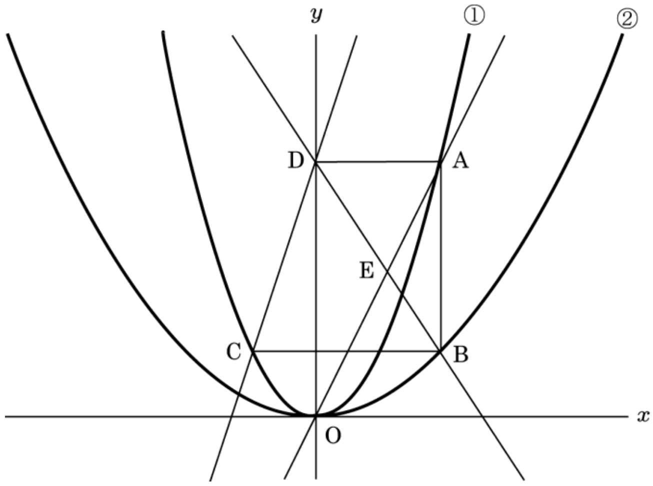
(1)	
(2)	$a=$

解答
(1) $y=x+6$
(2) $a=2$
解説
⑴
$y=$B は $y=\frac{1}{3}x^2$ 上の点だから $x=-3$ を代入して $y=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$ よって B$(-3,\ 3)$
求める直線は2点 B，C を通るから，直線の式を，$y=mx+n$ とおくと，点 B を通ることから，$3=-3m+n$…①
点 C を通ることから $0=-6m+n$…② ①－②より $3=3m$
$m=1$ これを①に代入して $n=6$ よって $y=x+6$…③
⑵
D は $y=\frac{1}{3}x^2$ 上の点だから D$(3,\ 3)$
直線 AD の式を $y=px+18$ とおくと，点 D を通るから，$3=3p+18$ $p=-5$
よって，$y=-5x+18$…④
③，④から y を消去して，$x+6=-5x+18$ $6x=12$ $x=2$ これを③に代入して，$y=8$
よって，A$(2,\ 8)$ $y=ax^2$ は点 A を通るから $8=a\times2^2$ $a=2$

【問 7】

図において，曲線①は関数 $y=x^2$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。点 A は曲線①上の点で，その x 座標は 2 である。点 B は曲線②上の点で，線分 AB は y 軸に平行である。また，点 C は曲線①上の点で，線分 BC は x 軸に平行であり，点 C の x 座標は -1 である。さらに，点 D は y 軸上の点で，線分 AD は x 軸に平行である。原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県　2003 年度）



(ア)　曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ)　直線 CD の式を $y=mx+n$ とするとき，m，n の値を求めなさい。

(ウ)　直線 BD と直線 OA との交点 E の座標を求めなさい。

解答欄

(ア)	$a=$
(イ)	$m=$　　　　，$n=$
(ウ)	（　　　，　　　）

解答

(ア) $a=\frac{1}{4}$　　(イ) $m=3$，$n=4$　　(ウ) $\left(\frac{8}{7},\ \frac{16}{7}\right)$

解説

(ア)

2点 A，C は $y=x^2$ 上の点だから，A(2，4)，C(-1，1)

よって，B(2，1)となり，B は $y=ax^2$ 上の点だから，$1=a\times2^2$　　$a=\frac{1}{4}$

(イ)

D(0，4)より，$n=4$　　$y=mx+4$ は点 C を通るから，$1=-m+4$　　$m=3$

(ウ)

直線 BD の式を $y=px+4$ とすると，点 B を通るから

$1=2p+4$　　$p=-\frac{3}{2}$　　よって，$y=-\frac{3}{2}x+4$　…①

直線OAの傾きは $\frac{4-0}{2-0}=2$ だから，直線OAの式は，$y=2x$　…②

①と②の連立方程式を解いて，$x=\frac{8}{7}$，$y=\frac{16}{7}$ よって，E$\left(\frac{8}{7},\ \frac{16}{7}\right)$

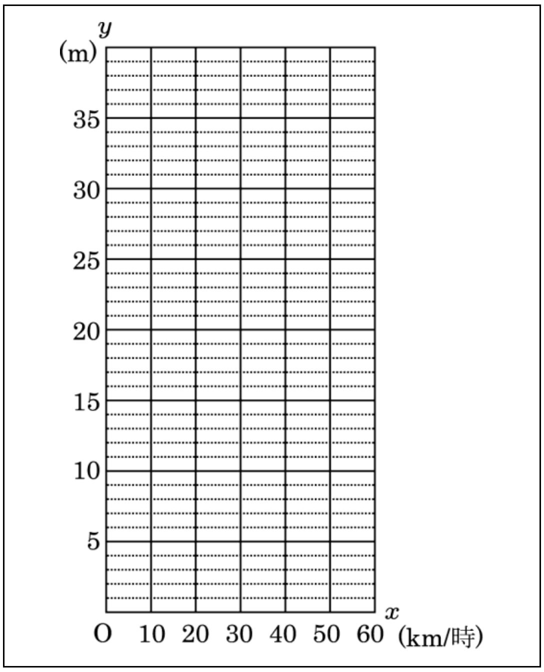
【問 8】

ある中学校では，生活委員会で，交通安全を呼びかけるポスターと旗を作ることになった。そこで，生活委員全員が，ポスター班と旗班のどちらか一方の班に入って活動を始めた。このとき，次の問いに答えなさい。

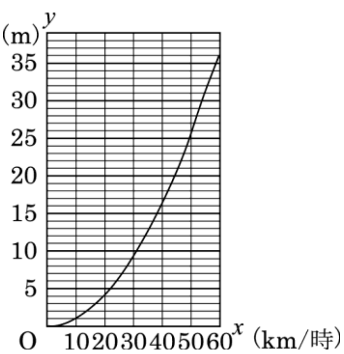
（静岡県 2003 年度）

時速 x km で走っている自動車が，ブレーキをかけてから止まるまでに進む距離を y m とすると，y は x の2乗に比例するという。ポスター班に入ったＡさんは，このことに注目し，ポスターに x と y の関係を表すグラフをかくことにした。x と y の関係が $y=\frac{1}{100}x^2$ であるとして，x と y の関係を表すグラフを，解答欄にかきなさい。ただし，x の変域を $0 \leqq x \leqq 60$ とする。

解答欄



解答



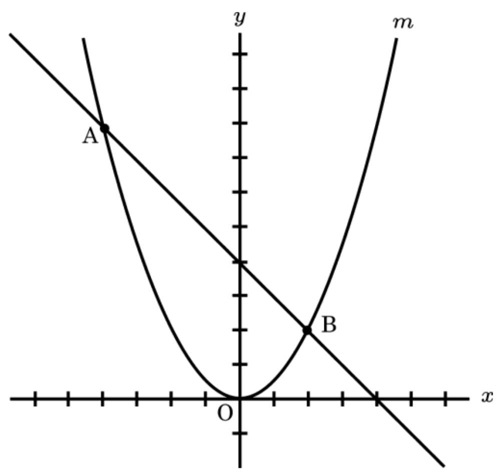
解説

点(0, 0), (10, 1), (20, 4), (30, 9), (40, 16), (50, 25), (60, 36)の点をとってなめらかな曲線で結ぶ。

【問 9】

図において，m は $y=ax^2$ のグラフを表す。a は定数である。A, B は m 上の点であり，A の座標は(－4，8)，B の x 座標は 2 である。

（大阪府 2003 年度 前期）



① a の値を求めなさい。

② 直線 AB の傾きを求めなさい。

解答欄

①	
②	

解答

① $\frac{1}{2}$

② -1

解説

①

$y=ax^2$ の式に，点 A の座標を代入すると $8=a\times(-4)^2$ 　$8=16a$

よって$a=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$

②

点Bのy座標は，$y=\frac{1}{2}x^2$の式に$x=2$をを代入して$y=\frac{1}{2}\times 2^2=\frac{1}{2}\times 4=2$

2点 A(－4，8)，B(2，2)を通る直線の傾きは$\frac{2-8}{2-(-4)}=\frac{-6}{6}=-1$

【問 10】

関数 $y=-2x^2$ について，次の⑴～⑶に答えなさい。

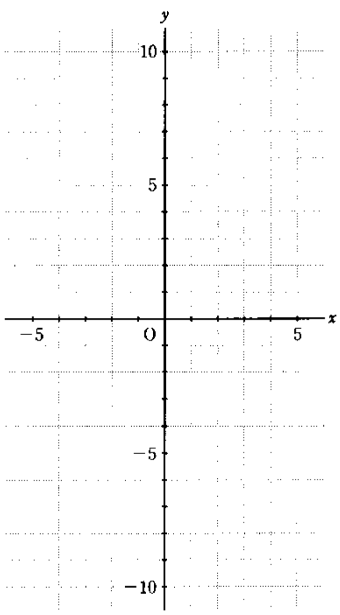
（和歌山県 2003 年度）

⑴ この関数のグラフをかきなさい。

⑵ x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

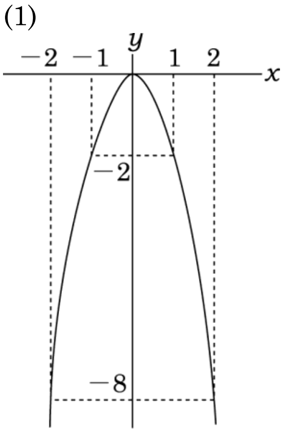
⑶ x の値が 1 から 6 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答

(1)



(2) $-18 \leqq y \leqq 0$

(3) -14

解説

(1

$y=-2x^2$ について

$x=-2$のとき, $y=-2\times(-2)^2=-8$

$x=-1$のとき, $y=-2\times(-1)^2=-2$

$x=0$のとき, $y=-2\times0^2=0$

$x=1$のとき, $y=-2\times1^2=-2$

$x=2$のとき, $y=-2\times2^2=-8$

よって, $(-2,\ -8)$, $(-1,\ -2)$, $(0,\ 0)$, $(1,\ -2)$, $(2,\ -8)$を通るようになめらかな曲線を描く。

(2)

$x=-3$のとき, $y=-2\times(-3)^2=-18$

$x=0$のとき, $y=-2\times0^2=0$

$x=2$のとき, $y=-2\times2^2=-8$

よって, $-18 \leqq y \leqq 0$

(3) $x=1$のとき, $y=-2\times1^2=-2$

$x=6$のとき, $y=-2\times6^2=-72$

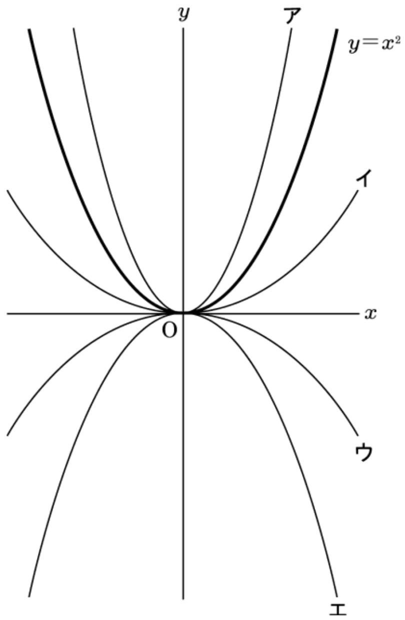
$(\text{変化の割合})=\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\dfrac{(-72)-(-2)}{6-1}=\dfrac{-70}{5}=-14$

【問 11】

図のア～エは，$y=ax^2$の形で表される4つの関数のグラフを，$y=x^2$のグラフと同じ座標軸を使ってかいたものである。

次の⑴，⑵に答えなさい。

（山口県 2003 年度）



⑴ ア～エのうちの1つが，関数$y=\frac{1}{3}x^2$のグラフである。そのグラフを選び，記号で答えなさい。

⑵ 関数 $y=x^2$ のグラフ上に，y 座標が 4 である点が2つある。その2つの点の座標を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	（　　　，4），（　　　，4）

解答

(1) イ

(2) $(-2,\ 4)$，$(2,\ 4)$

解説

⑴

$\frac{1}{3}>0$ だから，グラフは下開きでアかイ

また$\frac{1}{3}<1$ だから $y=x^2$ のグラフより開き方が大でイ

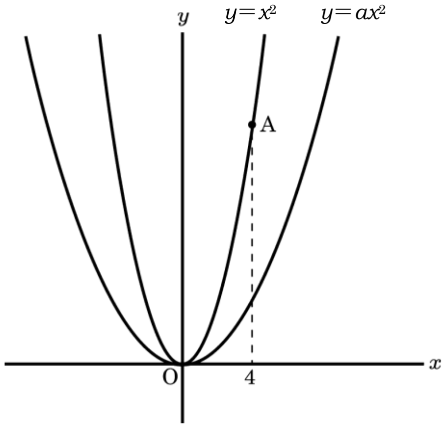
⑵

$x^2=4$ から，$x=\pm2$　よって座標は$(-2,\ 4)$，$(2,\ 4)$

【問 12】

図のように，2つの放物線 $y=x^2$ と $y=ax^2$ があって，$y=x^2$ は点 A を通る。点 A の x 座標が 4 のとき，次の各問いに答えなさい。

（沖縄県 2003 年度）



問1．点 A の y 座標を求めなさい。

問2．$y=x^2$ について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問3．$y=ax^2$ について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合が 2 のとき，a の値を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 16

問2 6

問3 $a=\frac{1}{3}$

解説

問1

点 A は $y=x^2$ の放物線上の点なので点 A の x 座標 $x=4$ を代入して，$y=16$

問2

x の値が2のとき，$y=4$ なので　変化の割合$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{16-4}{4-2}=6$

問3

x の値が2のとき，$y=4a$　　x の値が4のとき，$y=16a$

よって，変化の割合$=\frac{16a-4a}{4-2}=6a$　　変化の割合は2なので $6a=2$　　$a=\frac{1}{3}$

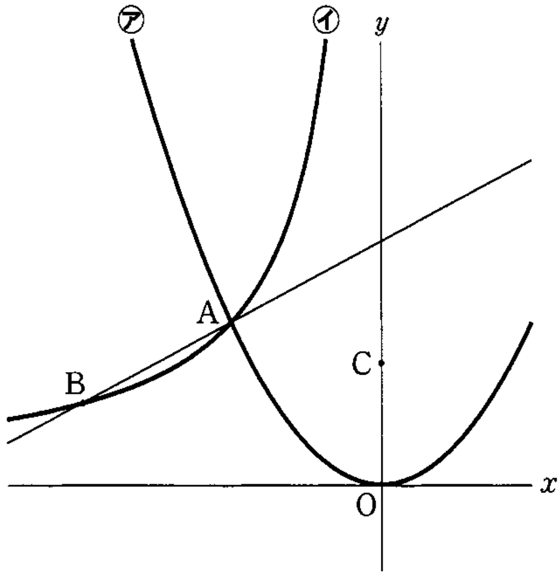
【問 13】

右の図で，㋐は関数 $y=ax^2$，㋑は関数 $y=\frac{b}{x}$ のグラフである。㋐，㋑の交点をA(－4，4)とする。

（秋田県　2004 年度）

① a の値を求めなさい。

② 点Bは㋑上の点でその x 座標が－8であり，点Cの座標は(0，3)である。直線ABに平行で，点Cを通る直線の式を求めなさい。



解答欄

①	
②	

解答

① $a=\frac{1}{4}$

② $y=\frac{1}{2}x+3$

解説

②

㋑は(－4，4)を通ることから，$4=-\frac{b}{4}$　$b=-16$

Bは $y=-\frac{16}{x}$ 上の点であるから，$x=-8$ を代入すると，B(－8，2)

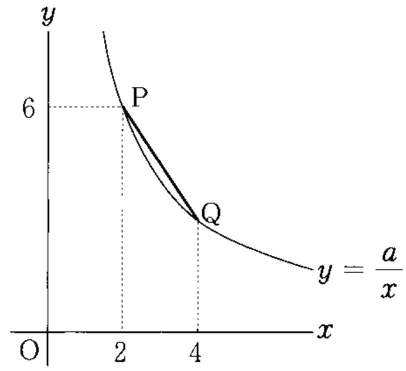
直線ABの傾きは $\frac{4-2}{-4-(-8)}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

以上より求める直線は(0，3)を通り傾きが $\frac{1}{2}$ の直線となる。

【問 14】

右の図のように，反比例 $y=\dfrac{a}{x}$ $(a>0)$ のグラフ上に 2 点P，Qがあり，点Pの x 座標は 2 で y 座標は 6，点Qの x 座標は 4 である。このとき，線分PQの長さを求めなさい。

（山形県　2004 年度）



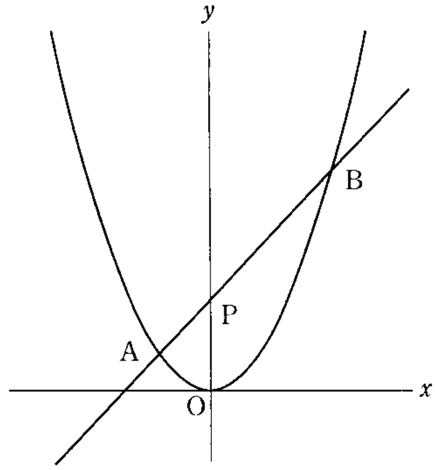
解答欄

解答
$\sqrt{13}$
解説
P(2，6)を $y=\dfrac{a}{x}$ に代入すると，$6=\dfrac{a}{2}$　$a=12$　よって，$y=\dfrac{12}{x}$　Q は(4，3)となる。
$PQ=\sqrt{(4-2)^2+(3-6)^2}=\sqrt{13}$

【問 15】

右の図で，曲線は関数　$y=x^2$　のグラフです。このグラフ上に x 座標が－1 である点 A と x 座標が正である点 B をとり，直線 AB と y 軸との交点を P とします。AP：PB＝1：3 となるとき，点 P の y 座標を求めなさい。

（埼玉県　2004 年度）



解答欄

解答
3
解説
点 A の x 座標が－1 より点 A(－1，1)　AP：PB＝1：3 より点 B(3，9)
これより直線 AB の式は，$y=2x+3$　よって，点 P の y 座標は 3

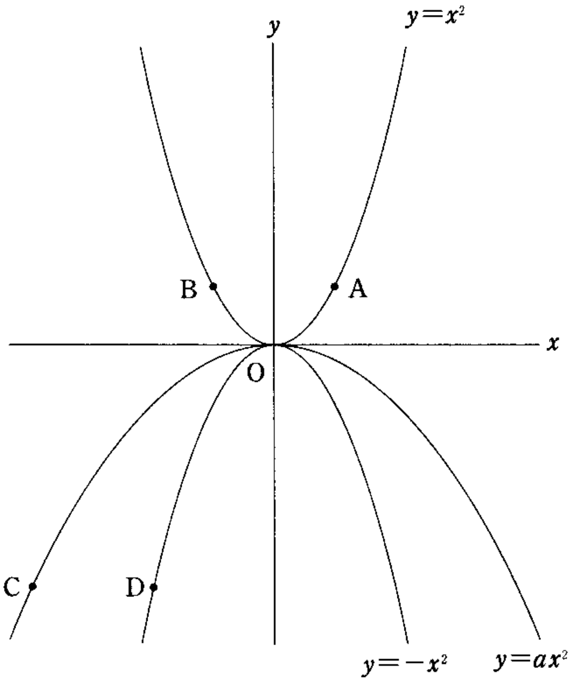
【問 16】

右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 C がある。

また，関数 $y=-x^2$ のグラフ上に点 D がある。

点 A，B，D の x 座標はそれぞれ 1，-1，-2 であり，点 A，B，C，D を結んでできる四角形 ABCD が平行四辺形になるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。ただし，$a<0$ とする。

（千葉県　2004 年度）



(1) 関数 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

(2) y 軸上に点 P をとり，点 P，D，A を結んでできる△PDA と平行四辺形 ABCD の面積が等しくなるとき，点 P，D を通る直線の式を求めなさい。ただし，点 P の y 座標は正とする。

解答欄

(1)	$a=$
(2)	

解答

(1) $a=-\frac{1}{4}$

(2) $y=5x+6$

解説

(1)

A(1, 1)，B(-1, 1)，C(-4, -4)，D(-2, -4)である。$y=ax^2$ は，C(-4, -4)を通るから，$-4=(-4)^2\times a$

$a=-\frac{1}{4}$

(2)

平行四辺形 ABCD の面積は，$2\times5=10$　直線 AD の方程式を　$y=ax+b$ とおく。$-2a+b=4$　$a+b=1$

点 P を$(0,\ p)$とおき，直線 AD と y 軸との交点を E とする。

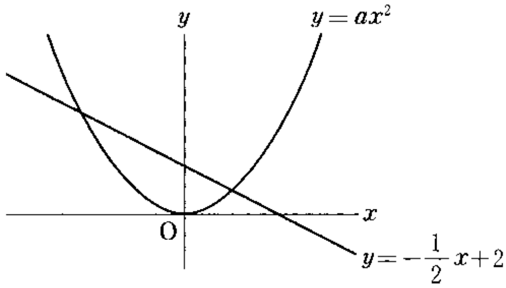
$\triangle\text{PDA}=\triangle\text{EPA}+\triangle\text{EPD}=\left(p+\frac{2}{3}\right)\times1\times\frac{1}{2}+\left(p+\frac{2}{3}\right)\times2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}p+1$　$\frac{3}{2}p+1=10$ より，$p=6$

$y=ax+6$ に　$x=-2$，$y=-4$ を代入する。$-4=-2a+6$　$a=5$　よって $y=5x+6$

【問 17】

図のように，直線 $y=-\frac{1}{2}x+2$ が関数 $y=ax^2$ のグラフと 2 点で交わっている。一方の交点の x 座標が -4 であるとき a の値を求めよ。

（福井県　2004 年度）



解答欄

$a=$

解答

$a=\frac{1}{4}$

解説

$y=-\frac{1}{2}x+2$ に $x=-4$ を代入すると $y=-\frac{1}{2}\times(-4)+2=4$

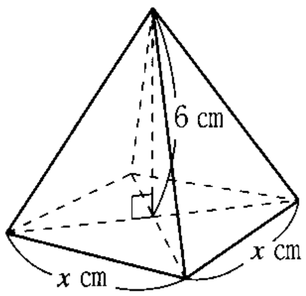
$y=ax^2$ に $x=-4$，$y=4$ を代入すると $4=a\times(-4)^2$　$16a=4$

よって $a=\frac{1}{4}$

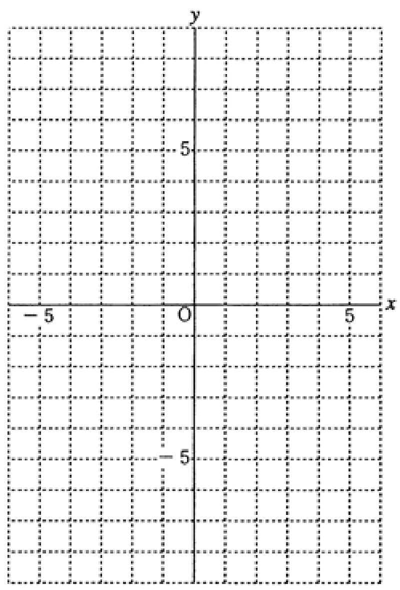
【問 18】

右の図のような，底面が 1 辺 $x$cm の正方形で，高さが 6cm の正四角錐の体積を $y$cm³とする。このとき，y を x の式で表しなさい。また，この関数のグラフをかきなさい。

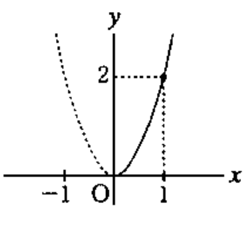
（和歌山県　2004 年度）



解答欄

式	$y=$
グラフ	

解答
式　$y=2x^2$
グラフ

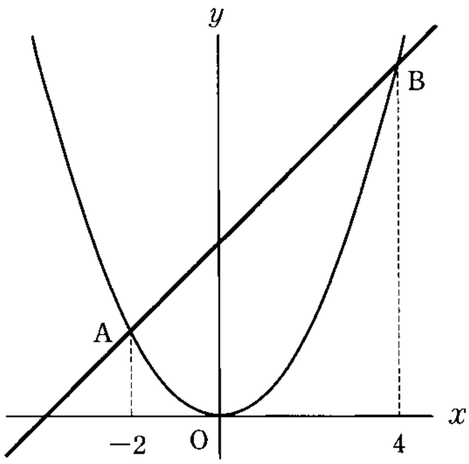


解説
$y=x^2\times6\times\frac{1}{3}=2x^2$　グラフは，$y=2x^2$ の $x>0$ の範囲である。

【問 19】

下の図で，2 点 A，B は関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点で，点 A，B の x 座標はそれぞれ－2，4 である。また，直線 AB の傾きは 1 である。次の①，②の問いに答えなさい。

（大分県　2004 年度）



① a の値を求めなさい。

② 直線 AB の式を求めなさい。

解答欄

①	$a=$
②	

解答

① $a=\frac{1}{2}$

② $y=x+4$

解説

②

A(－2，2)，B(4，8)となる。

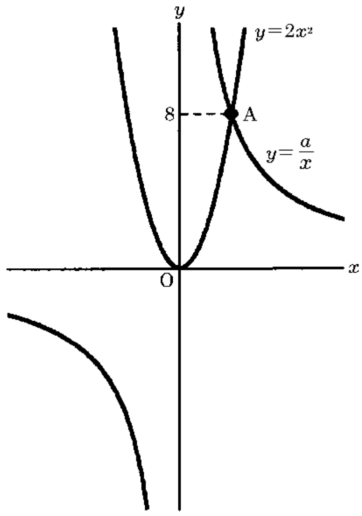
求める直線の式　$y=x+b$ に　$x=-2$，$y=2$ を代入すると $b=4$

したがって $y=x+4$

【問 20】

図のように，関数 $y=2x^2$ と関数 $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフが点 A で交わっている。交点 A の x 座標は正の数で，y 座標が 8 であるとき，a の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

（栃木県　2005 年度）



解答欄

答　$a=$

解答

点A は関数 $y=2x^2$ 上の点だから　$8=2x^2$

$x^2=4$

$x=\pm 2$

$x>0$ より　$x=2$

よって，交点A の座標は$(2,\ 8)$である。

関数 $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフは点A を通るから　$8=\dfrac{a}{2}$

したがって$a=16$

答　$a=16$

解説

点 A は x 座標が正で関数 $y=2x^2$ のグラフ上の点だから，その x 座標は $8=2x^2$ より $x=2$　よって A$(2,\ 8)$

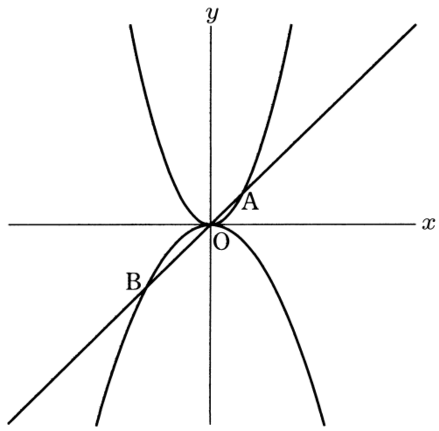
関数 $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフは点 A を通るから $8=\dfrac{a}{x}$

よって $a=16$

【問 21】

図で，曲線は関数 $y=x^2$ と $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフです。関数 $y=x^2$ 上に x 座標が 1 となる点 A をとり，点 A と原点 O を通る直線が関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ と交わる点で，原点以外の点を B とします。このとき，点 B の座標を求めなさい。

（埼玉県 2005 年度）



解答欄

(,)

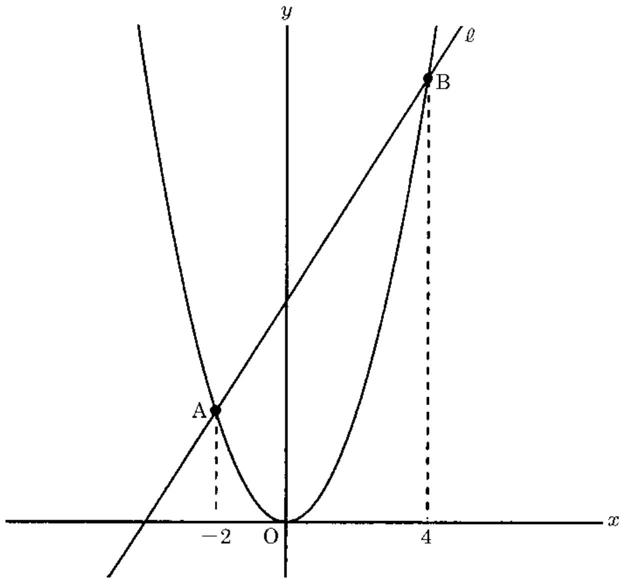
解答
$(-2,\ -2)$
解説
$y=x^2$ において，$x=1$ のとき $y=1^2=1$ よって，$A(1,\ 1)$
直線 AB の式は $y=x$ となるから，これと $y=-\frac{1}{2}x^2$ との交点の座標を求めると
$-\frac{1}{2}x^2=x$ より，$x^2+2x=0$　$x(x+2)=0$
$x=0,\ -2$　$x=-2$ のとき，$y=-\frac{1}{2}\times(-2)^2=-2$
したがって $B(-2,\ -2)$

【問 22】

図のように，関数$y=ax^2$（$a>0$）のグラフと直線ℓ が2点A，Bで交わっており，点A，Bのx座標はそれぞれ-2，4である。

次の⑴～⑷の場合について，問いに答えなさい。

（富山県 2005 年度）



⑴ 点Bのy座標が8のとき，aの値を求めなさい。

⑵ 直線ℓ の傾きが3であるとき，aの値を求めなさい。

⑶ 関数 $y=ax^2$ について，x の変域が$-2\leqq x\leqq 4$ のとき，y の変域は，$0\leqq y\leqq 4$ であった。このとき，a の値を求めなさい。

⑷ $a=2$ のとき，直線ℓ とy 軸について対称な直線の式を求めなさい。

解答欄

(1)	$a=$
(2)	$a=$
(3)	$a=$
(4)	$y=$

解答

(1) $a=\dfrac{1}{2}$　(2) $a=\dfrac{3}{2}$　(3) $a=\dfrac{1}{4}$　(4) $y=-4x+16$

解説

⑴ 点Bの座標は（4，8）だから，この座標のx，yの値を$y=ax^2$に代入して$a=\dfrac{8}{16}=\dfrac{1}{2}$

⑵ 直線ℓ の傾きが3だから，点Aから点Bまでのxの増加量$4-(-2)=6$に対して，yの増加量は$3\times6=18$である。点Aのy座標をbとおくと，点Bのy座標は$b+18$とおけるから，それぞれのx，yの値を$y=ax^2$に代入して$b=a\times(-2)^2$…①　$b+18=a\times4^2$…②　①②の連立方程式を解いて　$a=\dfrac{3}{2}$

⑶ 条件より，関数$y=ax^2$は$x=4$のとき$y=4$だから，$4=a\times4^2$　よって　$a=\dfrac{1}{4}$

⑷ $a=2$ のとき，A$(-2,\ 8)$，B$(4,\ 32)$直線ℓ は2点A，Bを通るからその式は$y=4x+16$　この直線とy軸について対称な直線の式は$y=-4x+16$

【問 23】

関数 $y=ax^2$ …㋐ のグラフが点(2，－8)を通るとき，次の各問いに答えなさい。

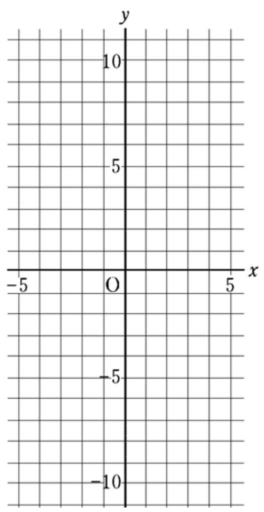
（三重県 2005 年度）

① a の値を求めなさい。

② 関数㋐のグラフをかきなさい。

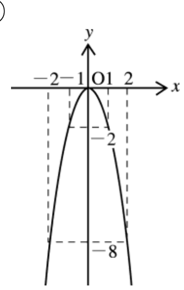
③ x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域を求めなさい。

解答欄

①	$a=$
②	
③	$\leqq y \leqq$

解答

①$a=-2$　②



③$-8 \leqq y \leqq 0$

解説

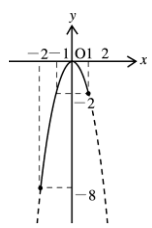
①

関数 $y=ax^2$ のグラフが点(2，－8)を通るのだから，$x=2$，$y=-8$ を代入して $-8=4a$

よって $a=-2$

③

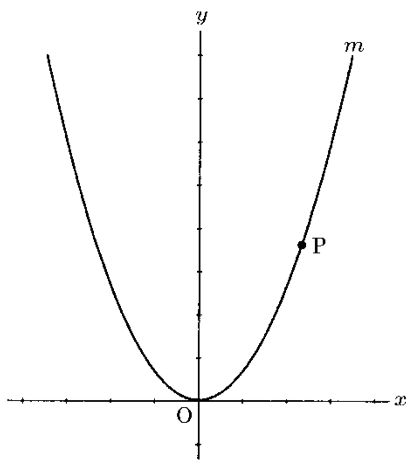
xの変域が $-2 \leqq x \leqq 1$のとき，グラフは図のようになるのでyの変域は $-8 \leqq y \leqq 0$である。



【問 24】

図において，m は $y=\frac{2}{3}x^2$ のグラフを表す。O は原点である。P は m 上にあって O と異なる点である。

（大阪府 2005 年度 後期）



① P の x 座標が 3 のとき，P を通り y 軸との交点の y 座標が 5 となる直線の式を求めなさい。

② P の x 座標と y 座標とが等しくなるときの P の座標を求めなさい。

解答欄

①	$y=$
②	P(　　　　，　　　　)

解答

① $y=\frac{1}{3}x+5$

② ($\frac{3}{2}$, $\frac{3}{2}$)

解説

①

$y=\frac{2}{3}x^2$ に $x=3$ を代入して，$y=\frac{2}{3}\times 3^2=6$

よって，P(3, 6)　y 軸との交点の y 座標が 5 となる直線の式は $y=ax+5$ とおけるから

これに点 P の座標を代入して $6=3a+5$　　$a=\frac{1}{3}$

よって $y=\frac{1}{3}x+5$

②

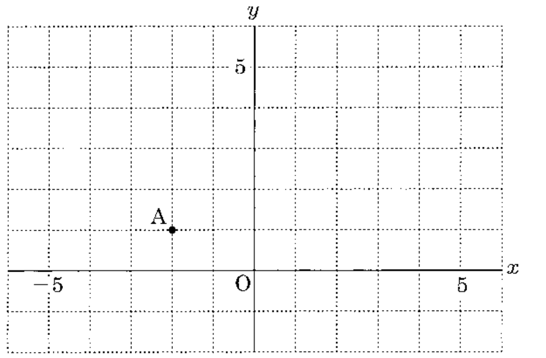
P(p, p)とすると，これが $y=\frac{2}{3}x^2$ のグラフ上にあることから，$p=\frac{2}{3}p^2$　$p\neq 0$ より両辺を p でわって，$1=\frac{2}{3}p$　　$p=\frac{3}{2}$

よって P($\frac{3}{2}$, $\frac{3}{2}$)

【問 25】

図において，点 A の座標は（−2，1）である。

（大阪府 2005 年度 後期）



① 関数 $y=ax^2$ のグラフが A を通るとき，a の値はいくらですか。
a を定数として求めなさい。

② 次のア～エで示した点のうち，A を通り傾きが $\frac{1}{2}$ の直線上にあるものはどれですか。
一つ選び，記号を書きなさい。

ア（−4，2）　イ（−1，3）　ウ（2，3）　エ（5，4）

解答欄

①	
②	

解答

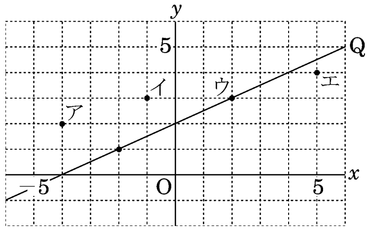
① $\frac{1}{4}$

② ウ

解説

②

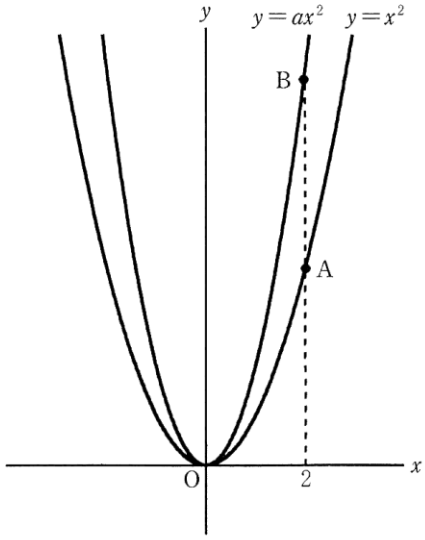
A を通り傾きが $\frac{1}{2}$ の直線は，図の直線 ℓ である。よって，この直線上にある点はウ。



【問 26】

右の図のように，2 つの関数 $y=x^2$，$y=ax^2$($a>1$)のグラフ上の x 座標が 2 である点をそれぞれ A，B とする。AB＝2 となるときの a の値を求めなさい。

（栃木県　2006 年度）



解答欄

$a=$

解答

$a=\frac{3}{2}$

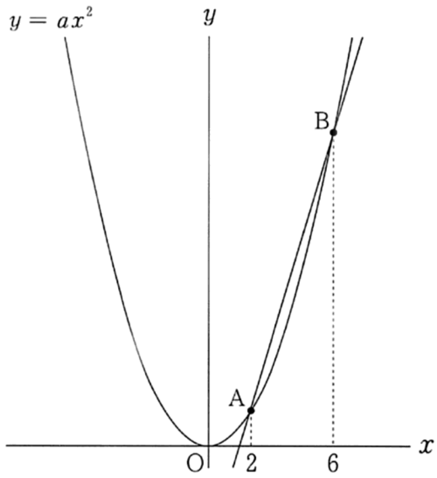
解説

点 A は $y=x^2$ 上の点より，$x=2$ のとき，$y=2^2=4$　点 B は $y=ax^2$ 上の点より，$x=2$ のとき，$y=a\times2^2=4a$　$a>1$ より，AB＝$4a-4$　この値が 2 より，$4a-4=2$　$4a=6$　$a=\frac{3}{2}$

【問 27】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に，x 座標がそれぞれ 2，6 となる 2 点 A，B をとります。直線 AB の傾きが 4 のとき，a の値を求めなさい。

（宮城県 2007 年度）



解答欄

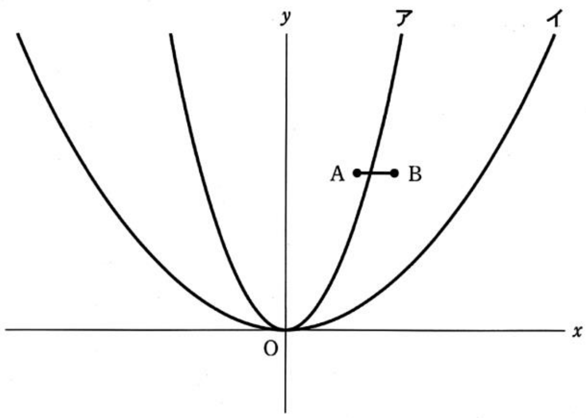
$a=$

解答

$a=\dfrac{1}{2}$

【問 28】

図のように，2 点 A(2，10)，B(3，10)がある。また，曲線アは関数 $y=ax^2$ のグラフであり，曲線イは関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。



このとき，次の1，2の問いに答えなさい。
ただし，$a>0$ で，O は原点とする。

（茨城県　2007 年度）

問1. a が自然数で，曲線アが線分 AB と交わるとき，a の値を求めなさい。

問2. 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ において，x の変域が $-6\leqq x\leqq m$ のとき y の変域は $2\leqq y\leqq n$ となる。m と n の値を求めなさい。

解答欄

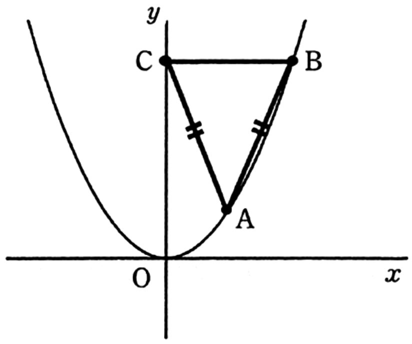
問1	$a=$
問2	$m=$　　　　　，$n=$

解答
問1　$a=2$
問2　$m=-2$，　$n=18$
解説
問2
y の変域に 0 が含まれないので，$m<0$
よって，$x=-6$ のとき $y=n$
$y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して $n=18$
また $x=m$ のとき $y=2$
$y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して $2=\frac{1}{2}m^2$　$m^2=4$
$m<0$ より，$m=-2$

【問 29】

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B，y 軸上に点 C を，次の条件ア～ウをみたすようにとる。このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県 2007 年度）



条件

ア　2 点 A，B の x 座標は正である。

イ　2 点 B，C の y 座標は等しい。

ウ　線分 AB，AC の長さは等しい。

(1)　点 C の座標が(0，4)のとき，点 A の座標を求めなさい。

(2)　点 A の座標が(2，4)のとき，2 点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

解答欄

(1)	(　　　，　　　)
(2)	$y=$

解答

(1)　(1，1)

(2)　$y=6x-8$

解説

(2)

A(2，4)のとき，点 B の x 座標は $2\times2=4$，y 座標は $4^2=16$

よって，B(4，16)　AB を通る直線の式を $y=mx+n$ とおき，A，B の座標の値を代入すると

$4=2m+n$…(ⅰ)

$16=4m+n$…(ⅱ)

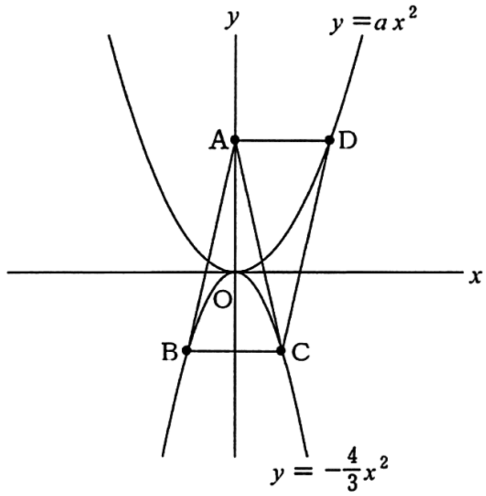
(ⅰ)，(ⅱ)を連立方程式として解くと $m=6$，$n=-8$

よって $y=6x-8$

【問 30】

図で，O は原点，A は y 軸上の点，B，C は関数 $y=-\dfrac{4}{3}x^2$ のグラフ上の点であり，D は関数 $y=ax^2$（a は定数，$a>0$）のグラフ上の点である。また，四角形 ABCD は平行四辺形で，辺 BC は x 軸に平行である。点 D の座標が (3, 5) のとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

（愛知県 2007 年度 A）



(1) a の値を求めよ。

(2) 直線 AC の式を求めよ。

解答欄

(1)	$a=$
(2)	$y=$

解答

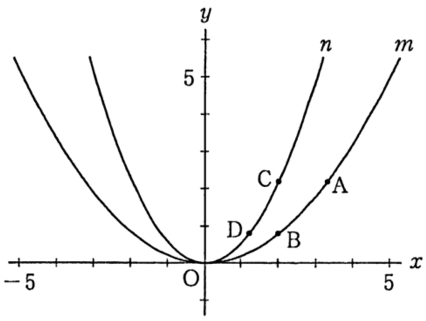
(1) $a=\dfrac{5}{9}$

(2) $y=-\dfrac{16}{3}x+5$

【問 31】

図において，m は $y=\dfrac{1}{5}x^2$ のグラフを表し，n は $y=\dfrac{5}{9}x^2$ のグラフを表す。AB は m 上の点であり，C，D は n 上の点である。B，C の x 座標はともに 2 であり，A，D の x 座標はともに正である。A の y 座標と C の y 座標とは等しく，B の y 座標と D の y 座標とは等しい。

（大阪府　2007 年度　前期）



(1)　A，D の座標をそれぞれ求めなさい。

(2)　2 点 A，D を通る直線の式を求めなさい。

解答欄

(1)	A(　　　，　　　)，D(　　　，　　　)
(2)	$y=$

解答

(1)　$A\left(\dfrac{10}{3},\ \dfrac{20}{9}\right)$，$D\left(\dfrac{6}{5},\ \dfrac{4}{5}\right)$

(2)　$y=\dfrac{2}{3}x$

解説

(1)

B は $y=\dfrac{1}{5}x^2$ 上の点で，$x=2$ より，$y=\dfrac{1}{5}\times2^2=\dfrac{4}{5}$　$B\left(2,\ \dfrac{4}{5}\right)$　C は $y=\dfrac{5}{9}x^2$ 上の点で，$x=2$ より，$y=\dfrac{5}{9}\times2^2=\dfrac{20}{9}$　$C\left(2,\ \dfrac{20}{9}\right)$　点 A と点 C の y 座標は等しいから，$y=\dfrac{20}{9}$ を $y=\dfrac{1}{5}x^2$ に代入して，$\dfrac{20}{9}=\dfrac{1}{5}x^2$　$x^2=\dfrac{100}{9}$　$x>0$ だから，

$x=\dfrac{10}{3}$　$A\left(\dfrac{10}{3},\ \dfrac{20}{9}\right)$　D と B の y 座標は等しいから，$y=\dfrac{4}{5}$ を $y=\dfrac{5}{9}x^2$ に代入して，$\dfrac{4}{5}=\dfrac{5}{9}x^2$　$x^2=\dfrac{36}{25}$　$x>0$ より，$x=\dfrac{6}{5}$　よって，$D\left(\dfrac{6}{5},\ \dfrac{4}{5}\right)$

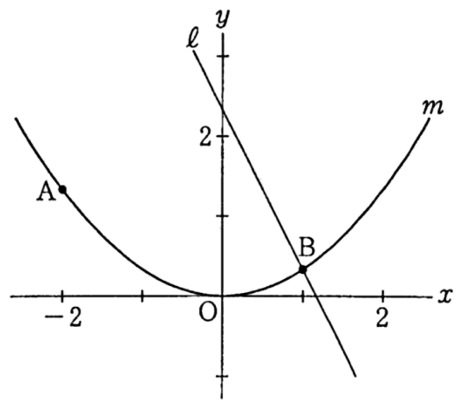
(2)

直線 AD を $y=ax+b$ とおく。$A\left(\dfrac{10}{3},\ \dfrac{20}{9}\right)$を通るので，$\dfrac{20}{9}=\dfrac{10}{3}a+b\cdots$(ⅰ)

$D\left(\dfrac{6}{5},\ \dfrac{4}{5}\right)$を通るので，$\dfrac{4}{5}=\dfrac{6}{5}a+b\cdots$(ⅱ)　(ⅰ)，(ⅱ)を連立方程式として解くと，$a=\dfrac{2}{3}$，$b=0$　よって，$y=\dfrac{2}{3}x$

【問 32】

図において，m は $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフを表す。A, B は m 上の点であり，その x 座標はそれぞれ -2, 1 である。ℓ は，点 B を通り傾きが -2 の直線である。



（大阪府 2007 年度 後期）

(1) A の y 座標を求めなさい。

(2) 直線 ℓ の式を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	$y=$

解答

(1) $\frac{4}{3}$

(2) $y=-2x+\frac{7}{3}$

解説

(2)

B は $y=\frac{1}{3}x^2$ 上の点で，$x=1$ より，$y=\frac{1}{3}\times 1^2=\frac{1}{3}$　B$\left(1,\ \frac{1}{3}\right)$

よって直線 ℓ を $y=-2x+b$ とおき点 B の座標の値を代入して $\frac{1}{3}=-2\times 1+b$

$\frac{1}{3}=-2+b$　$b=\frac{7}{3}$

求める式は $y=-2x+\frac{7}{3}$

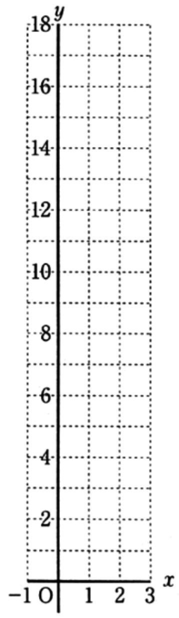
【問 33】

関数 $y=ax^2$ において，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域は $0 \leqq y \leqq 18$ である。a の値を求めよ。また，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 3$ のときのこの関数のグラフをかけ。

（愛媛県 2007 年度）

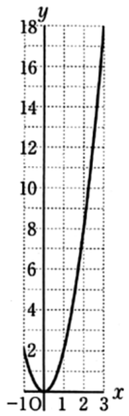
解答欄

$a=$



解答

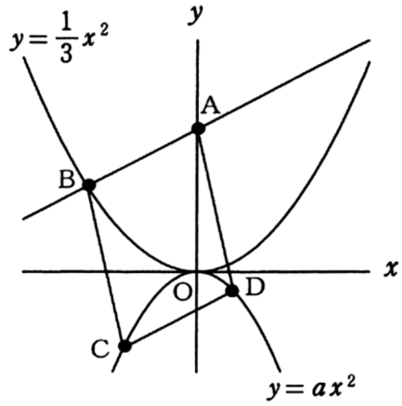
$a=2$



【問 34】

図で, O は原点, A は y 軸上の点, B は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上の点, C, D は関数 $y=ax^2$ (a は定数, $a<0$) のグラフ上の点である。点 A の y 座標は 5, 点 B, C の x 座標は, それぞれ -3, -2 であり, 四角形 ABCD は平行四辺形である。
このとき, 次の(1), (2)の問いに答えよ。

（愛知県 2008 年度 A）



(1) 直線 AB の式を求めよ。

(2) a の値を求めよ。

解答欄

(1)	$y=$
(2)	$a=$

解答

(1) $y=\frac{2}{3}x+5$

(2) $a=-\frac{2}{3}$

解説

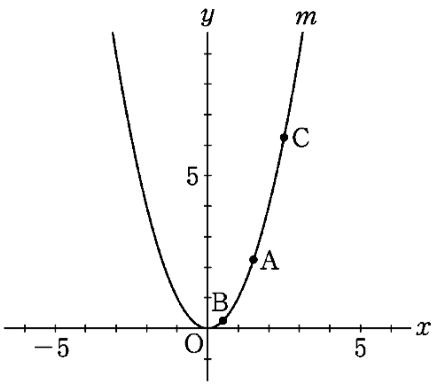
(2)

C は $y=ax^2$ の点より, C $(-2,\ 4a)$ とおくと
四角形 ABCD は平行四辺形より AB∥CD, AB＝CD であるから
A $(0,\ 5)$, B $(-3,\ 3)$ より点 D の x 座標は $-2+\{0-(-3)\}=1$, y 座標は $4a+(5-3)=4a+2$ とおける。
点 D も $y=ax^2$ の点より $4a+2=a\times1^2$　$3a=-2$　$a=-\frac{2}{3}$

【問 35】

図において，m は関数 $y=x^2$ のグラフを表す。A，B，C は m 上の点である。B の x 座標は A の x 座標より 1 小さく，C の x 座標は A の x 座標より 1 大きい。直線 BC の傾きが 3 となるときの A の x 座標を求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

（大阪府 2008 年度 後期）



解答欄

求め方

A の x 座標

解答

求め方

A の x 座標を t とすると

B$(t-1,\ (t-1)^2)$，C$(t+1,\ (t+1)^2)$だから

直線 BC の傾きは $\dfrac{(t+1)^2-(t-1)^2}{2}=2t$

よって $2t=3$

これを解くと $t=\dfrac{3}{2}$

答 $\dfrac{3}{2}$

【問 36】

関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，次の(1)～(3)に答えよ。

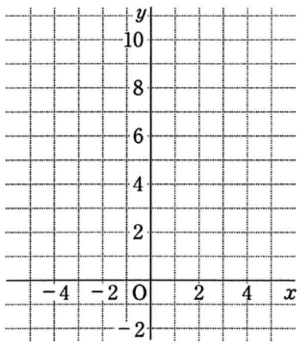
（長崎県　2008 年度）

(1)　$x=4$ のときの y の値を求めよ。

(2)　グラフを解答用紙の図 1 にかけ。

(3)　x が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

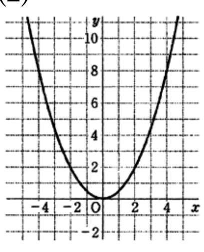
解答欄

(1)	$y=$
(2)	図 1 
(3)	

解答

(1) $y=8$

(2)

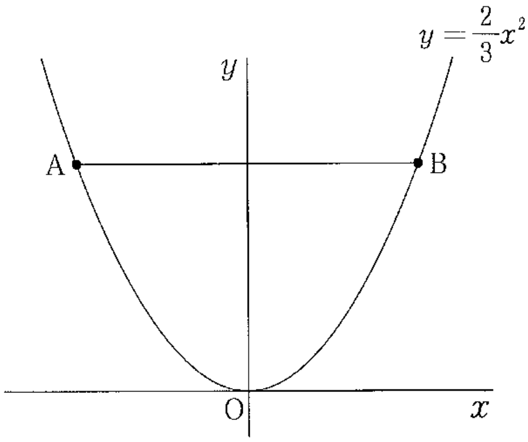


(3) 3

【問 37】

図のように，関数 $y=\dfrac{2}{3}x^2$ のグラフ上に y 座標が等しい 2 点 A，B があります。AB＝4 のとき，点 A の x 座標と y 座標をそれぞれ求めなさい。ただし点 B の x 座標は正とします。

（宮城県　2009 年度）



解答欄

x 座標	
y 座標	

解答

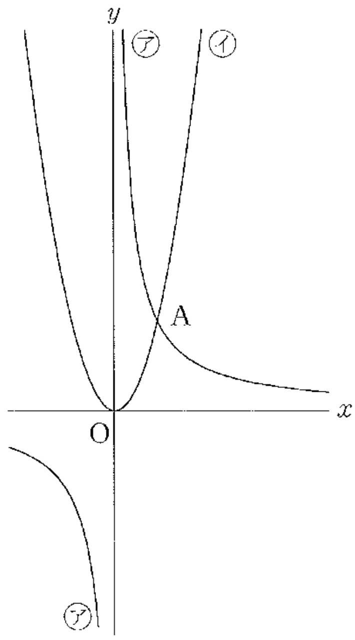
x 座標　-2

y 座標　$\dfrac{8}{3}$

【問 38】

図のように，2 つの関数 $y=\dfrac{a}{x}$ …㋐　$y=bx^2$…㋑　のグラフがある。
関数㋐のグラフと関数㋑のグラフの交点 A の座標が (2, 4) のとき，次のア～ウにあてはまる数を書きなさい。

（秋田県 2009 年度）



(1) 関数㋐について，a の値は $\boxed{\text{ア}}$ である。

また，点 A を通り，傾きが－2 の直線と関数㋑のグラフの交点のうち点 A 以外の交点を B としたとき，点 B の x 座標は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) 関数㋑について，x の変域 を $n \leqq x \leqq 3$ (n は整数) とするとき，y の変域が $0 \leqq y \leqq 9$ となる。このような整数 n は全部で $\boxed{\text{ウ}}$ 個ある。

解答欄

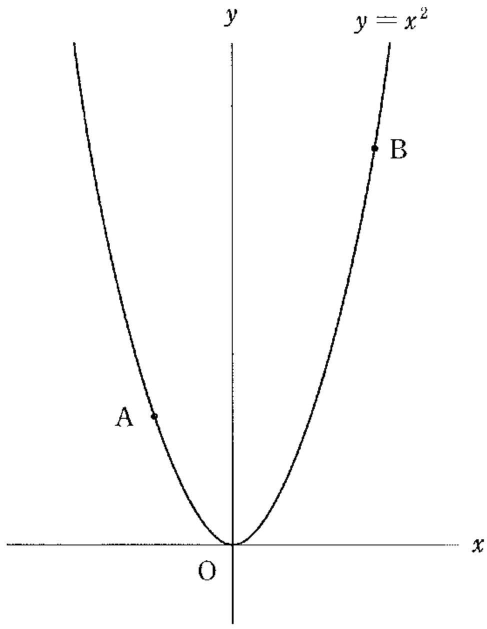
(1)	ア	
	イ	
(2)	ウ	

解答
(1) ア 8　イ－4
(2) ウ 4
解説
(2)
$n \leqq x \leqq 3$, $0 \leqq y \leqq 9$ より$-3 \leqq n \leqq 0$
n は整数より $n=-3$, -2, -1, 0 の 4 個

【問 39】

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B がある。
B の x 座標は A の x 座標より 6 大きく，B の y 座標は A の y 座標より 8 大きい。このとき，A の x 座標を求めなさい。

（栃木県 2009 年度）



解答欄

解答

$-\dfrac{7}{3}$

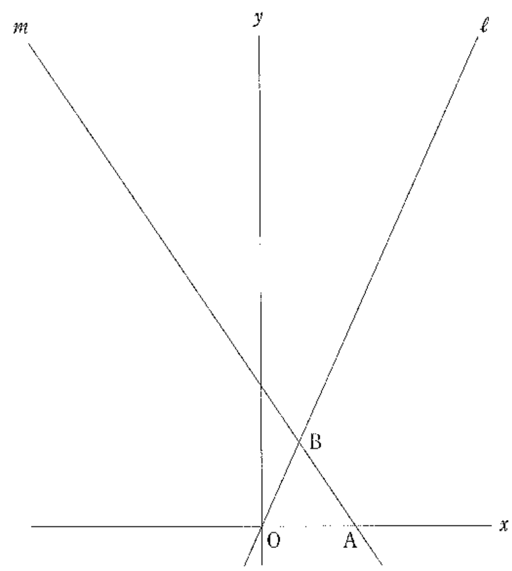
解説

点 A の x 座標を t とおくと，点 A は $y=x^2$ 上の点より，$(t,\ t^2)$ とおける。
点 B の x 座標は A の x 座標より 6 大きいので $t+6$，y 座標は点 A の y 座標より 8 大きいので，t^2+8 とおける。
点 B も $y=x^2$ 上の点より，$t^2+8=(t+6)^2$
これを解いて $t=-\dfrac{7}{3}$

【問 40】

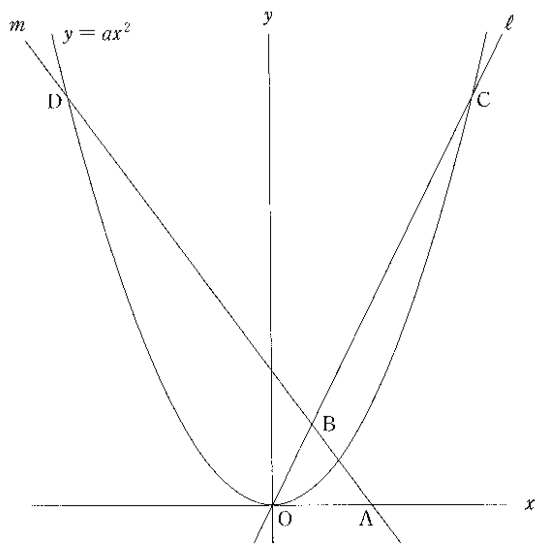
図のように，原点 O を通る直線ℓ と，点 A (5, 0) を通る直線 m が，点 B (2, 4) で交わっている。
このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（千葉県 2009 年度）



問1．直線ℓ の式を求めなさい。

問2．直線ℓ 上に点 C，直線 m 上に点 D があり，点 C と点 D は y 軸について線対称である。関数 $y=ax^2$ のグラフが，2 点 C，D を通るとき，a の値を求めなさい。ただし，$a>0$ とする。



解答欄

問1	
問2	$a=$

解答

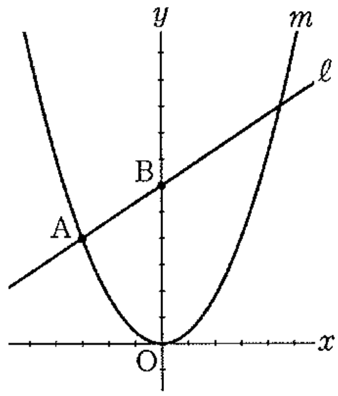
問1．$y=2x$　　　　問2．$a=\dfrac{1}{5}$

解説

問2．直線 AB を $y=mx+n$ とおく。A (5, 0)を通るので，$0=5m+n$…①　B (2, 4) を通るので，$4=2m+n$…②
①，②を連立方程式として解くと，$m=-\dfrac{4}{3}$，$n=\dfrac{20}{3}$　$y=-\dfrac{4}{3}x+\dfrac{20}{3}$　点 C は $y=2x$ 上の点なので，C (t, $2t$) とおく。点 D は点 C と y 軸について対称な点なので，D ($-t$, $2t$) と表せる。この点は，$y=-\dfrac{4}{3}x+\dfrac{20}{3}$ 上の点より，$2t=-\dfrac{4}{3}(-t)+\dfrac{20}{3}$　$t=10$　よって，C (10, 20)　点 C は $y=ax^2$ 上の点でもあるので，$20=a\times10^2$　$a=\dfrac{1}{5}$

【問 41】

図において，m は $y=ax^2$ (a は定数) のグラフを表す。A は m 上の点であり，その座標は $(-3,\ 4)$ である。B は y 軸上の点であり，その y 座標は 6 である。ℓ は，2 点 A，B を通る直線である。



（大阪府 2009 年度 前期）

(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線 ℓ の式を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	$y=$

解答

(1) $\dfrac{4}{9}$

(2) $y=\dfrac{2}{3}x+6$

解説

(1)

A $(-3,\ 4)$ は $y=ax^2$ 上の点なので $4=a\times(-3)^2$　$9a=4$　$a=\dfrac{4}{9}$

(2)

直線 ℓ は B $(0,\ 6)$ を通るので，$y=bx+6$ とおく。

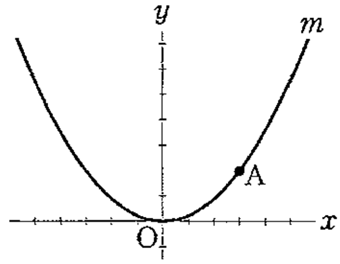
この直線は A $(-3,\ 4)$ も通るから，$4=b\times(-3)+6$　$3b=2$　$b=\dfrac{2}{3}$

よって求める式は $y=\dfrac{2}{3}x+6$

【問 42】

図において, m は $y=ax^2$ (a は定数) のグラフを表す。A は m 上の点であって, その座標は (3, 2) である。a の値を求めなさい。

（大阪府 2009 年度 後期）



解答欄

解答

$\frac{2}{9}$

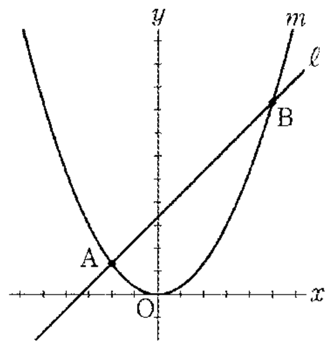
解説

A (3, 2) は $y=ax^2$ 上の点だから, $x=3$, $y=2$ を代入して, $2=a\times3^2$　$a=\frac{2}{9}$

【問 43】

図において，m は $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフを表す。A, B は m 上の点であり，A の x 座標は-2, B の x 座標は 5 である。ℓ は，2 点 A, B を通る直線である。

（大阪府 2010 年度 前期）



(1) B の y 座標を求めなさい。

(2) 直線 ℓ の式を求めなさい。求め方も書くこと。

解答欄

(1)	
(2)	〔求め方〕 $y=$

解答

(1)　$\dfrac{25}{3}$

(2)
〔求め方〕

$A\left(-2,\ \dfrac{4}{3}\right)$, $B\left(5,\ \dfrac{25}{3}\right)$だから

直線 ℓ の式を $y=ax+b$ とすると

$\dfrac{4}{3}=-2a+b$ …㋐

$\dfrac{25}{3}=5a+b$ …㋑

㋐, ㋑を連立させて解くと $a=1$, $b=-\dfrac{10}{3}$

よって, 直線 ℓ の式は　$y=x+\dfrac{10}{3}$

$y=x+\dfrac{10}{3}$

解説

(2)

点 A の y 座標を求めると, $y=\dfrac{1}{3}\times(-2)^2=\dfrac{4}{3}$　$A\left(-2,\ \dfrac{4}{3}\right)$

直線 ℓ の式を $y=ax+b$ とおく。

点 A を通るので $\dfrac{4}{3}=-2a+b$…①

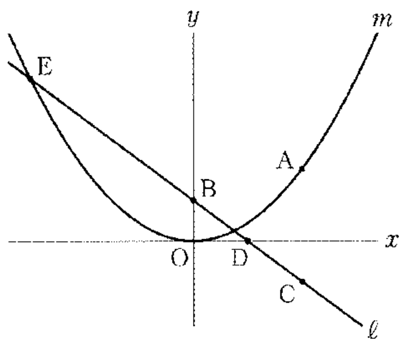
点 B を通るので $\dfrac{25}{3}=5a+b$…②

①, ②を連立方程式として解くと $a=1$, $b=\dfrac{10}{3}$

よって求める式は $y=x+\dfrac{10}{3}$

【問 44】

図において m は関数 $y=\dfrac{1}{8}x^2$ のグラフを表す。A は m 上の点であり，その x 座標を t (t は正の定数) とする。B は y 軸上の点であり，その y 座標は 2 である。C は x 座標が A の x 座標と等しく，y 座標が -2 の点である。ℓ は 2 点 B, C を通る直線であり，D は ℓ と x 軸との交点である。E は m と ℓ との交点であり，B について C と反対側にある。



（大阪府 2010 年度 後期）

(1) A の y 座標と D の x 座標をそれぞれ t を用いて表しなさい。

(2) E の y 座標が 8 であるときの t の値を求めなさい。求め方も書くこと。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">(1)</td><td>A の y 座標</td></tr>
<tr><td>D の x 座標</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>〔求め方〕

t の値</td></tr>
</table>

解答

(1)

A の y 座標　$\frac{1}{8}t^2$

D の x 座標　$\frac{1}{2}t$

(2)

〔求め方〕

E の y 座標が 8 だから，E の x 座標を s とすると

$8=\frac{1}{8}s^2$　これを解くと，$s<0$ より $s=-8$

だから E の座標は $(-8,\ 8)$

ℓ は 2 点 B $(0,\ 2)$，E $(-8,\ 8)$ を通るから，

ℓ の傾きは$-\frac{3}{4}$，切片は 2 である。

したがって，ℓ の式は $y=-\frac{3}{4}x+2$

ℓ は C $(t,\ -2)$ を通るから$-2=-\frac{3}{4}t+2$

これを解くと　$t=\frac{16}{3}$

t の値　$\frac{16}{3}$

解説

点 A は $y=\frac{1}{8}x^2$ 上の点なので，x 座標が t のとき，y 座標は$\frac{1}{8}t^2$

AC と x 軸との交点を F とすると，BO // FC だから

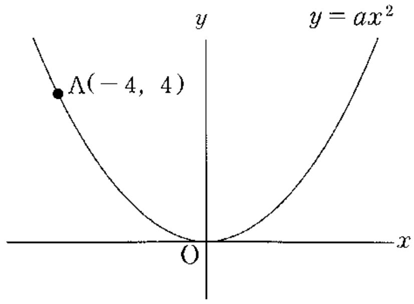
BO : FC = OD : DF　2 : 2 = OD : (t − OD)　OD = t − OD　2OD = t　OD = $\frac{1}{2}t$

よって点 D の x 座標は$\frac{1}{2}t$

【問 45】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 A(−4, 4) があるとき，a の値を求めなさい。

（島根県　2010 年度）



解答欄

$a=$

解答

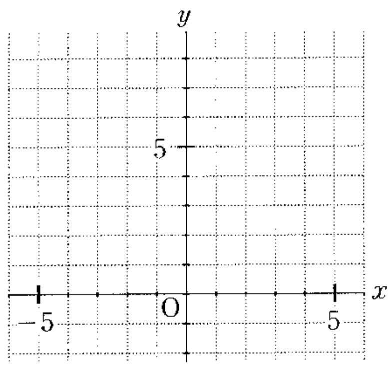
$a=\dfrac{1}{4}$

【問 46】

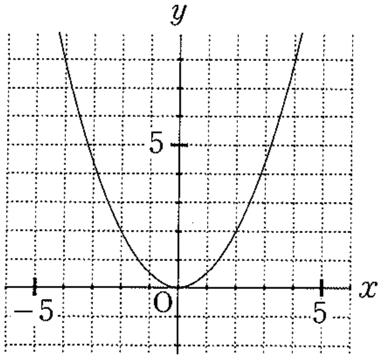
関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフをかきなさい。

（島根県　2010 年度）

解答欄



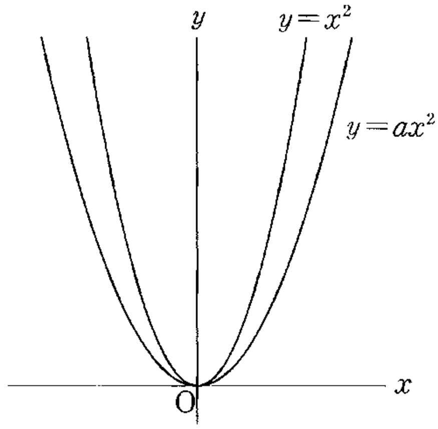
解答



【問 47】

図は，関数 $y=x^2$ のグラフと関数 $y=ax^2$ のグラフを，同じ座標軸を使ってかいたものである。
次の問1，問2に答えなさい。

（山口県　2010 年度）



問1　関数 $y=x^2$ のグラフ上に，y 座標が 9 である点が 2 つある。その 2 つの点の座標を求めなさい。

問2　関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域が $0 \leqq y \leqq 8$ である。a の値を求めなさい。

解答欄

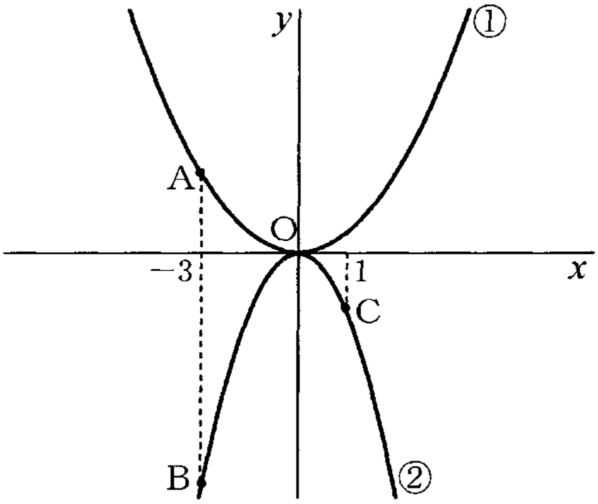
問1	(　　　，9　)，(　　　，9　)
問2	$a=$

解答
問1　$(-3,\ 9)$，$(3,\ 9)$
問2　$a=\dfrac{1}{2}$
解説
$y=ax^2$ において $-1 \leqq x \leqq 4$ のとき $0 \leqq y \leqq 8$ より，$x=4$ のとき $y=8$
これを代入して $8=a\times 4^2$　$16a=8$　$a=\dfrac{1}{2}$

【問 48】

図において，①は関数$y=\dfrac{1}{3}x^2$，②は関数$y=-x^2$のグラフである。点 A は，①のグラフ上にあり，2 点 B，C は，②のグラフ上にある。点 A，B の x 座標はともに-3であり，点 C の x 座標は 1 である。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（高知県 2010 年度 後期）



問1　点 A の y 座標を求めよ。

問2　2 点 B，C を通る直線の式を求めよ。

解答欄

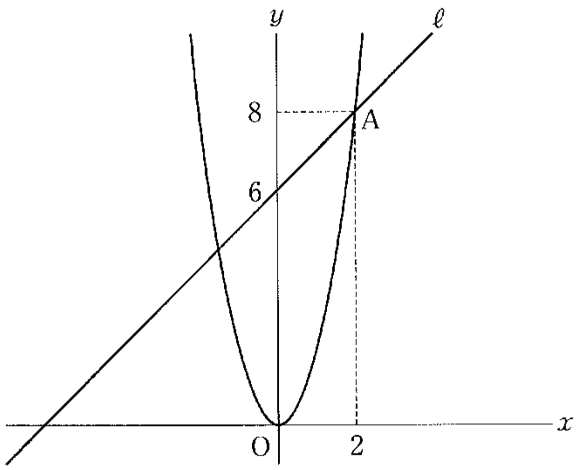
問1	
問2	

解答
問1　3
問2　$y=2x-3$
解説
問1
点 A は $y=\dfrac{1}{3}x^2$ 上の点で x 座標は-3より，$x=-3$を代入して $y=\dfrac{1}{3}\times(-3)^2=3$

【問 49】

図のような，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 ℓ があり，点 A(2, 8) で交わっている。また，直線 ℓ の切片は 6 である。
このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（佐賀県 2010 年度 前期）



(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線 ℓ の式を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答
(1) 2
(2) $y=x+6$

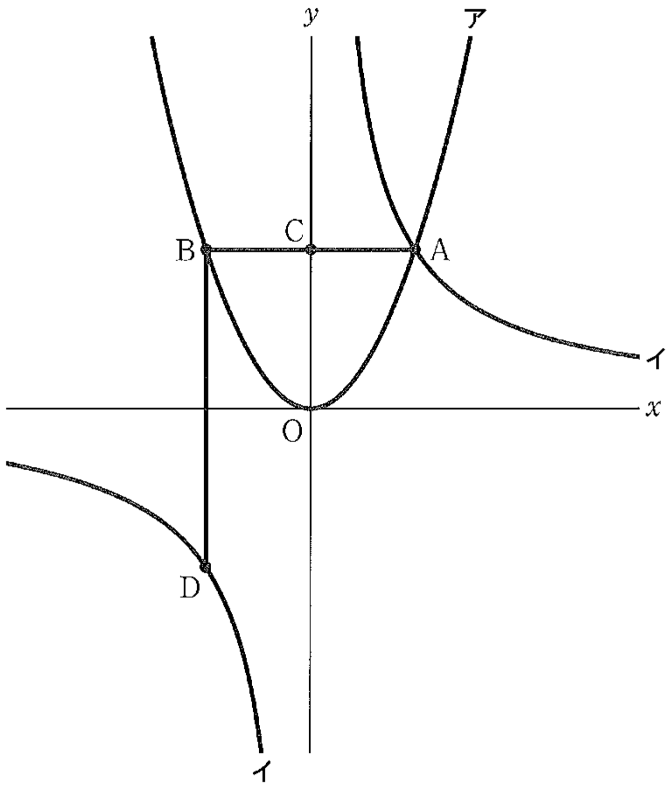
【問 50】

図において，曲線アは関数 $y=ax^2$ のグラフであり，曲線イは関数 $y=\dfrac{6}{x}$ のグラフである。

曲線アとイの交点を A とし，曲線ア上の点で y 座標が点 A と等しく，x 座標が負である点を B とする。さらに，線分 AB と y 軸との交点を C とする。また，曲線イ上の点で x 座標が点 B と等しい点を D とする。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

ただし，$a>0$ で，O は原点とする。

（茨城県　2011 年度）



問1　点 A の x 座標が 2 であるとき，2 点 C，D を通る直線の式を求めなさい。

問2　直線 AD の傾きが $\dfrac{8}{3}$ であるとき，a の値を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	$a=$

解答

問1　$y=3x+3$

問2　$a=\dfrac{16}{9}$

解説

問2

点 D は点 A と原点 O について対称な点となるから，直線 AD は原点を通る直線となる。

直線 AD の傾きが $\dfrac{8}{3}$ より，その式は $y=\dfrac{8}{3}x$　よって，$\mathrm{A}\left(t,\ \dfrac{8}{3}t\right)$ とおくと，この点は $y=\dfrac{6}{x}$ 上の点より，$xy=6$

これに，$x=t$，$y=\dfrac{8}{3}t$ を代入して，$x\times\dfrac{8}{3}t=6$　$\dfrac{8}{3}t^2=6$　$t^2=\dfrac{9}{4}$

$t>0$ より，$t=\dfrac{3}{2}$　$\dfrac{8}{3}t=\dfrac{8}{3}\times\dfrac{3}{2}=4$　$\mathrm{A}\left(\dfrac{3}{2},\ 4\right)$

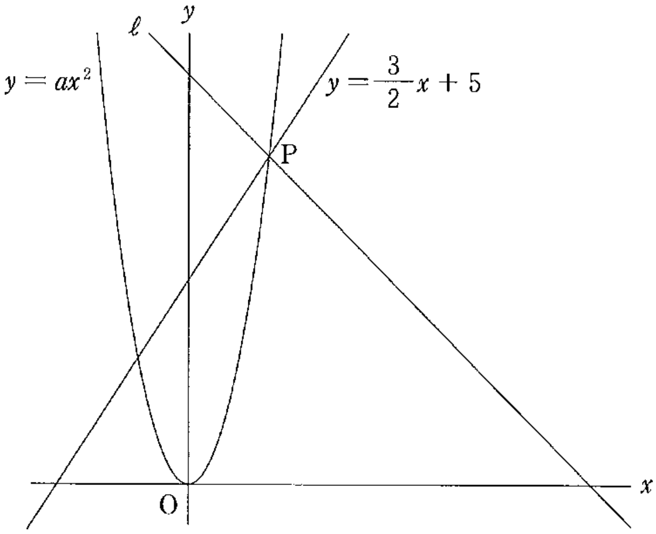
点 A は $y=ax^2$ 上の点でもあるので，$4=a\times\left(\dfrac{3}{2}\right)^2$　$\dfrac{9}{4}a=4$　$a=\dfrac{16}{9}$

【問 51】

図のように，2 点 (0, 10), (10, 0) を通る直線 ℓ と，関数 $y=\dfrac{3}{2}x+5$ のグラフの交点を P とする。

関数 $y=ax^2$ のグラフが点 P を通るとき，a の値を求めなさい。

（千葉県 2011 年度 前期）



解答欄

$a=$

解答

$a=2$

解説

(10, 0), (0, 10) を通る直線 ℓ の式を求めると $y=-x+10$…①

①と直線 $y=\dfrac{3}{2}x+5$…②

を連立方程式として解くと $x=2$, $y=8$

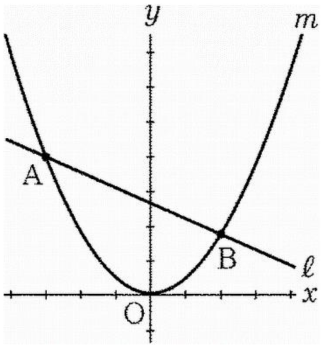
よって P の座標は P (2, 8)

$y=ax^2$ は点 P を通るので $x=2$, $y=8$ を代入して $8=4a$　$a=2$

【問 52】

図において, m は $y=ax^2$ (a は定数) のグラフを表す。A, B は m 上の点であって, A の座標は (−3, 4) であり, B の x 座標は 2 である。ℓ は, 2 点 A, B を通る直線である。

(大阪府 2011 年度 前期)



(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線 ℓ の式を求めなさい。求め方も書くこと。

解答欄

(1)	
(2)	〔求め方〕 $y=$

解答

(1)　$\dfrac{4}{9}$

(2)
〔求め方〕

Bのx座標が2だから　B$\left(2,\ \dfrac{16}{9}\right)$

よって，A$(-3,\ 4)$，B$\left(2,\ \dfrac{16}{9}\right)$だから，

直線ℓの式を$y=sx+t$とすると

$4=-3s+t$　…㋐

$\dfrac{16}{9}=2s+t$　…㋑

㋐，㋑を連立させて解くと　$s=-\dfrac{4}{9}$，$t=\dfrac{8}{3}$

よって，直線ℓの式は　$y=-\dfrac{4}{9}x+\dfrac{8}{3}$

答え　$y=-\dfrac{4}{9}x+\dfrac{8}{3}$

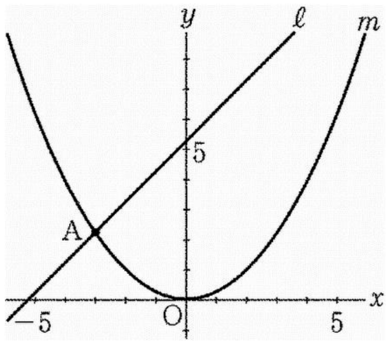
解説

(2)

Bのx座標は2より，$x=2$を$y=\dfrac{4}{9}x^2$に代入して$y=\dfrac{4}{9}\times2^2=\dfrac{16}{9}$　B$\left(2,\ \dfrac{16}{9}\right)$

【問 53】

図において，m は $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表す。A は m 上の点であり，その x 座標は−3 である。ℓ は，点 A を通り傾きが 1 の直線である。



（大阪府 2011 年度 後期）

(1) A の y 座標を求めなさい。

(2) 直線 ℓ の式を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	$y=$

解答

(1) $\frac{9}{4}$

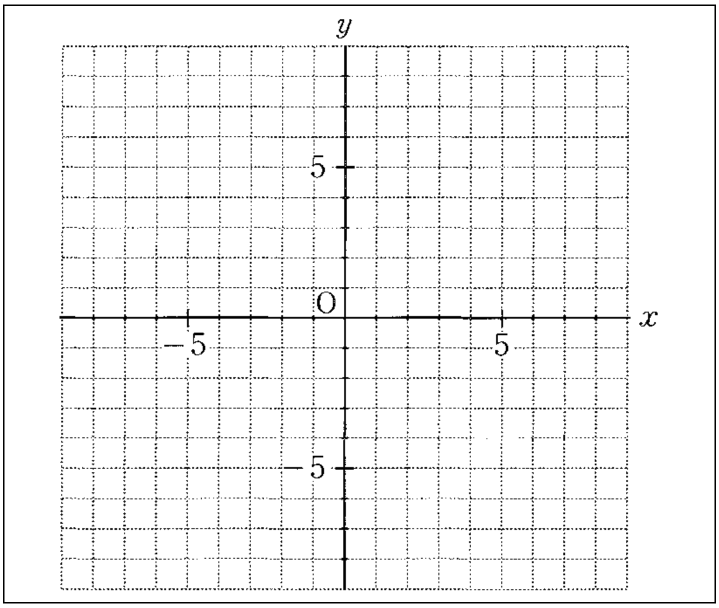
(2) $y=x+\frac{21}{4}$

【問 54】

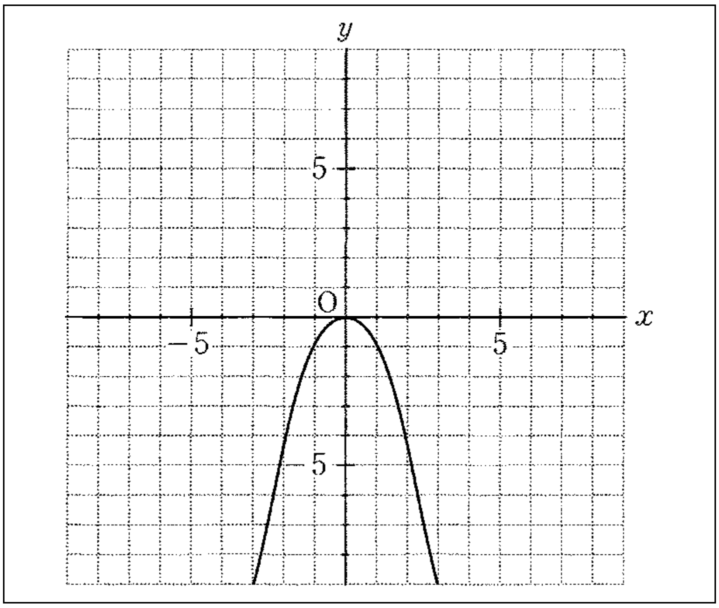
関数 $y=-x^2$ のグラフをかきなさい。

（島根県　2011 年度）

解答欄



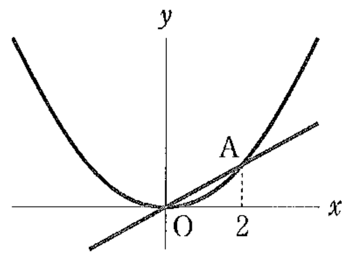
解答



【問 55】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=\frac{1}{2}x$ が原点 O と点 A で交わっている。点 A の x 座標が 2 のとき，a の値を答えなさい。

（新潟県　2012 年度）



解答欄

$a=$

解答

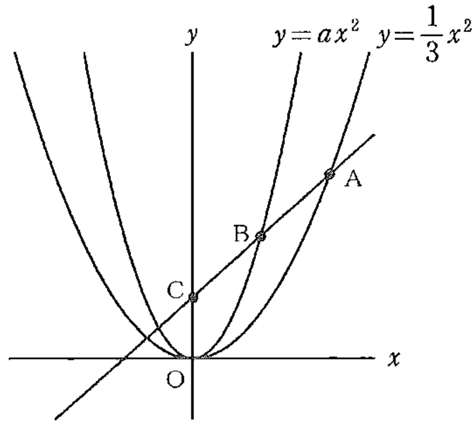
$a=\frac{1}{4}$

【問 56】

図で，O は原点，A，B はそれぞれ関数 $y=\frac{1}{3}x^2$，$y=ax^2$ (a は定数，$a>0$) のグラフ上の点で，C は直線 AB と y 軸との交点である。

点 A の x 座標が 3，点 C の y 座標が 1，B が線分 AC の中点であるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（愛知県 2012 年度 B）



(1) 直線 AB の式を求めなさい。

(2) a の値を求めなさい。

解答欄

(1)	$y=$
(2)	$a=$

解答

(1) $y=\frac{2}{3}x+1$

(2) $a=\frac{8}{9}$

解説

(1)

点 A の x 座標は 3 で，$y=\frac{1}{3}x^2$ 上の点より，$y=\frac{1}{3}\times 3^2=3$　A(3, 3)

y 軸との切片は 1 より，直線 AB を $y=bx+1$ とおく。

点 A を通るので，$3=3b+1$　$b=\frac{2}{3}$

よって求める直線の式は $y=\frac{2}{3}x+1$

(2)

A，B から x 軸に垂線をひき，交点をそれぞれ H，K とする。

CO // BK // AH より，OK : KH＝CB : BA＝1 : 1

よって，$\mathrm{OK}=\frac{1}{2}\mathrm{OH}=\frac{1}{2}\times 3=\frac{3}{2}$

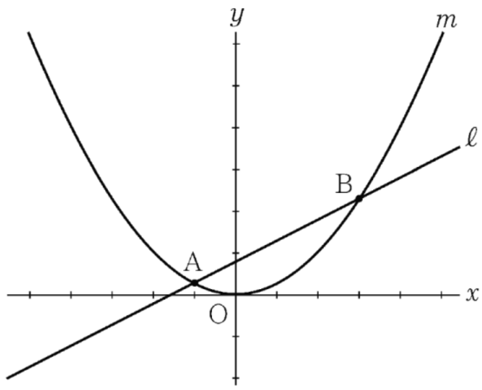
点 B の x 座標 $\frac{3}{2}$　点 B は直線 AB 上の点より，$y=\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}+1=2$

よって $\mathrm{B}\left(\frac{3}{2},\ 2\right)$　B は $y=ax^2$ 上の点より，$2=a\times\left(\frac{3}{2}\right)^2$　$a=\frac{8}{9}$

【問 57】

右図において, m は $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表す。A, B は m 上の点で
あり, A の x 座標は-1, B の x 座標は 3 である。ℓ は, 2 点 A, B を通る直線である。

（大阪府 2012 年度 前期）



(1) B の y 座標を求めなさい。

(2) 直線 ℓ の式を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	$y=$

解答

(1) $\frac{9}{4}$

(2) $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$

解説

(1)

B は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上の点で, x 座標は 3 より, $x=3$ を代入して, $y=\frac{1}{4}\times 3^2=\frac{9}{4}$

(2)

(1)と同様に A の座標を求めると, A$\left(-1,\ \frac{1}{4}\right)$ 直線 ℓ の式を, $y=ax+b$ とおく。

A を通るので, $\frac{1}{4}=-a+b$…(ⅰ)

B を通るので, $\frac{9}{4}=3a+b$…(ⅱ)

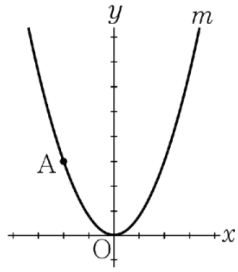
(ⅰ), (ⅱ)を連立方程式として解くと $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{3}{4}$

よって求める式は $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$

【問 58】

右図において，m は $y=ax^2$ （a は定数） のグラフを表す。A は m 上の点であって，その座標は （-2，3） である。a の値を求めなさい。

（大阪府 2012 年度 後期）



解答欄

解答

$\dfrac{3}{4}$

解説

$y=ax^2$ に $x=-2$，$y=3$ を代入して $3=a\times(-2)^2$ より $4a=3$　$a=\dfrac{3}{4}$

【問 59】

関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上に x 座標が正である点 A があり，点 O （0，0），点 B （0，8） とするとき，三角形 OAB の面積が 12 であった。点 A の x 座標を a として，次の(1)，(2)に答えなさい。

（鳥取県 2012 年度）

(1) a の値を求めなさい。

(2) x の変域が $-2\leqq x\leqq a$ のとき，この関数の y の変域を求めなさい。

解答欄

(1)	$a=$	(2)	

解答

(1) $a=3$

(2) $0\leqq y\leqq\dfrac{9}{2}$

解説

(1)

A から y 軸に垂線をひき交点を H とする。$\triangle\mathrm{OAB}=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{OB}\times\mathrm{OH}=\dfrac{1}{2}\times8\times a=4a$

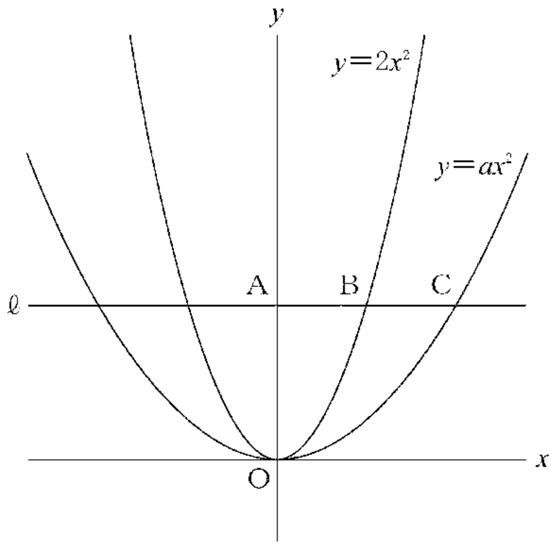
この面積が 12 より $4a=12$　$a=3$

【問 60】

右の図は，関数 $y=2x^2$ のグラフと，関数 $y=ax^2$ のグラフを同じ座標軸を使ってかいたものであり，直線 ℓ は x 軸に平行である。

次の問1，問2に答えなさい。

（山口県　2013 年度）



問1　直線 ℓ と y 軸との交点を A，直線 ℓ と関数 $y=2x^2$，関数 $y=ax^2$ のグラフとの交点のうち，x 座標が正である点をそれぞれ B，C とする。また，点 B の x 座標が 1 で，AB＝BC である。このとき，a の値を求めなさい。

問2　関数 $y=2x^2$ について，次の $\boxed{ア}$ ，$\boxed{イ}$ にあてはまる数を求めなさい。

x の変域が $-1 \leqq x \leqq$ $\boxed{ア}$ のとき，y の変域は $\boxed{イ}$ $\leqq y \leqq 18$ となる。

解答欄

問1	$a=$	
問2	ア	
	イ	

解答

問1　$a=\dfrac{1}{2}$

問2

ア　3　　イ　0

解説

問1

点 B は $y=2x^2$ のグラフ上の点で，x 座標は 1 より，$y=2\times1^2=2$　B(1, 2)

AB＝BC より，C の x 座標は $1+1=2$，y 座標は点 B と等しく 2 で，$y=ax^2$ のグラフ上の点より，$2=4a$　$a=\dfrac{1}{2}$

問2

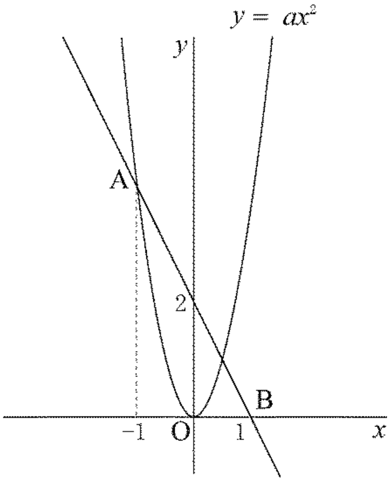
$y=2x^2$ について $x=-1$ のとき，$y=2$ だから，$x=$アのとき y は最大となり，そのときの $y=18$

$18=2x^2$　$x^2=9$　$x\geqq-1$ だから，$x=$ア$=3$　$x=0$ のとき y は最小となるので，$y=$イ$=0$

【問 61】

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に，x 座標が -1 となる点 A をとります。また，x 軸上の，座標が (1，0) となる点を B とします。直線 AB の切片が 2 のとき，a の値を求めなさい。

（宮城県 2014 年度 後期）



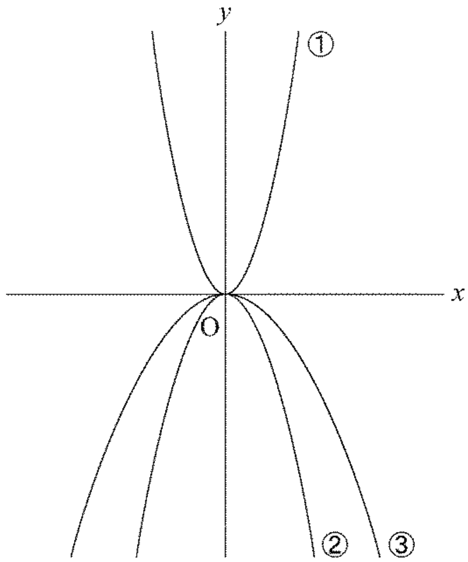
解答欄

解答
4
解説
直線 AB を $y=bx+2$ とおくと B(1，0) を通るので $0=b+2$　$b=-2$　よって，直線 AB は $y=-2x+2$
点 A はこの直線上の点で，x 座標は -1 より，$y=-2\times(-1)+2=4$　A(-1，4)
点 A は $y=ax^2$ 上の点でもあるので $4=a\times(-1)^2$　$a=4$

【問 62】

右の図において，①は関数 $y=ax^2$ のグラフ，②は関数 $y=bx^2$ のグラフ，③は関数 $y=cx^2$ のグラフである。次の問いに答えなさい。

（山形県　2014 年度）



(1)　3 つの数 a，b，c を，左から小さい順に並べなさい。

(2)　関数 $y=ax^2$ について，x の値が -3 から 1 まで増加するときの変化の割合が -6 のとき，a の値を求めなさい。

解答欄

(1)	，　　，
(2)	

解答

(1)　b，c，a

(2)　3

解説

(1)

グラフが①は上向きなので $a>0$

②と③は下向きなので $b<0$，$c<0$

②と③では②のグラフの方が y 軸に近いので，(b の絶対値)＞(c の絶対値)

よって $b<c$

したがって小さい順に並べると b，c，a

(2)

$y=ax^2$ において，$x=-3$ のとき $y=9a$，$x=1$ のとき $y=a$

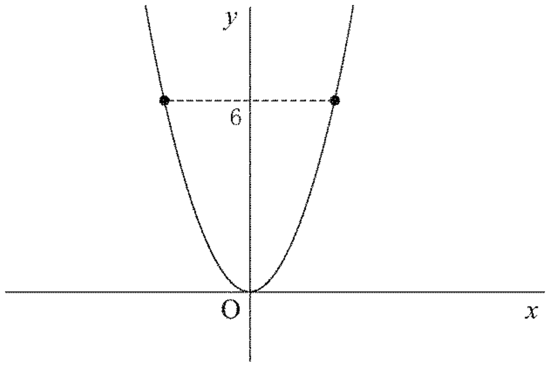
変化の割合は $\dfrac{a-9a}{1-(-3)}=-2a$　この値が -6 より $-2a=-6$　$a=3$

【問 63】

図1のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上の点で y 座標が 6 になる点は 2 つある。その点の x 座標をそれぞれ求めなさい。

（富山県　2014 年度）

図1



解答欄

解答

$-\sqrt{6}$，$\sqrt{6}$

解説

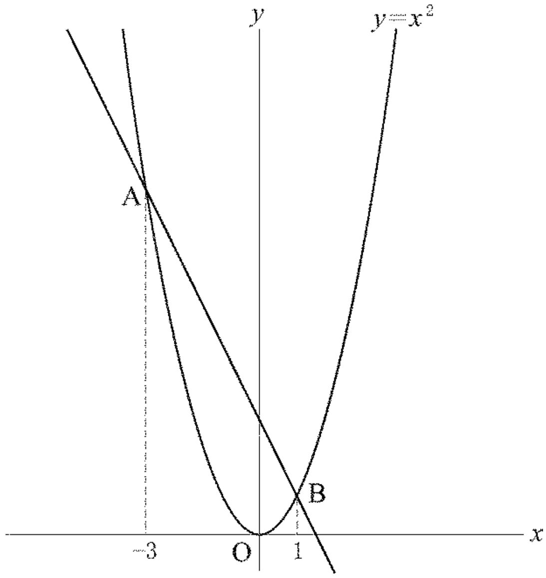
$y=x^2$ に $y=6$ を代入して，$6=x^2$　$x=\pm\sqrt{6}$

【問 64】

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，2 点 A，B がある。A，B の x 座標がそれぞれ-3，1 であるとき，2 点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

（滋賀県　2014 年度）

図



解答欄

解答

$y=-2x+3$

解説

A，B は $y=x^2$ 上の点より，A$(-3,\ 9)$，B$(1,\ 1)$

直線 AB を $y=ax+b$ とおく。

点 A を通るので $9=-3a+b$…①

点 B を通るので $1=a+b$…②

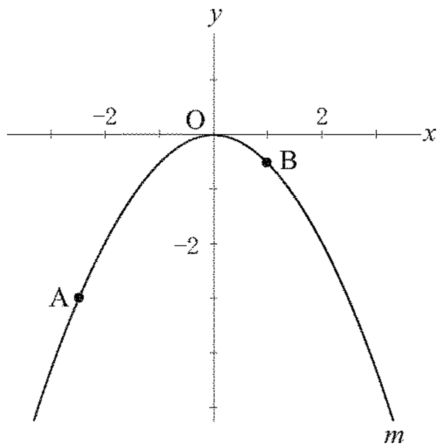
①，②を連立方程式として解くと $a=-2$，$b=3$

よって求める式は $y=-2x+3$

【問 65】

右図において，m は $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフを表す。A は m 上の点であり，その x 座標は負であって，その y 座標は -3 である。B は m 上の点であり，その x 座標は 1 である。

（大阪府 2014 年度 前期）



(1) A の x 座標を求めなさい。

(2) B を通り傾きが 4 の直線の式を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	$y=$

解答

(1) $-\sqrt{6}$

(2) $y=4x-\frac{9}{2}$

解説

(1)

点 A は $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上の点で，y 座標が -3 より，$-3=-\frac{1}{2}x^2$　$x^2=6$　$x=\pm\sqrt{6}$

点 A の x 座標は負だから $-\sqrt{6}$

(2)

点 B は $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上の点で，x 座標が 1 より，$y=-\frac{1}{2}\times 1^2=-\frac{1}{2}$　$\mathrm{B}\left(1,\ -\frac{1}{2}\right)$

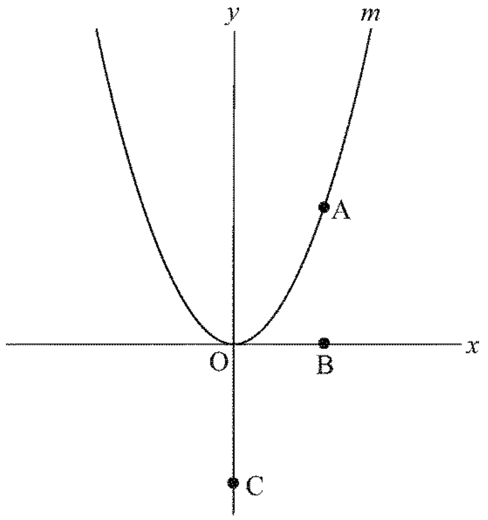
求める直線の傾きが 4 より，式を $y=4x+b$ とおくと，この直線は点 B を通るので，$-\frac{1}{2}=4\times 1+b$　$b=-\frac{9}{2}$

よって $y=4x-\frac{9}{2}$

【問 66】

右図において，m は $y=\dfrac{2}{3}x^2$ のグラフを表す。
A は m 上の点であり，その x 座標は正である。B は x 軸上の点であり，その x 座標は A の x 座標と等しい。C は y 軸上の点であり，その y 座標は負であって，AB＝OC である。

（大阪府 2014 年度 後期）



(1) 関数 $y=\dfrac{2}{3}x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

(2) 2 点 A, C を通る直線の傾きが 3 であるときの B の x 座標を求めなさい。求め方も書くこと。

解答欄

(1)	
(2)	〔求め方〕 B の x 座標

解答

(1)　$0 \leqq y \leqq \dfrac{8}{3}$

(2)

〔求め方〕

B の x 座標を t ($t>0$)とすると

$A\left(t,\ \dfrac{2}{3}t^2\right)$

AB＝OC だから　$C\left(0,\ -\dfrac{2}{3}t^2\right)$

直線 AC の傾きが 3 であるから

$\dfrac{4}{3}t=3$

これを解くと　$t=\dfrac{9}{4}$

Bのx座標　　$\dfrac{9}{4}$

解説

(1)

$y=\dfrac{2}{3}x^2$ において，$-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の値は $x=0$ のとき最小となり $y=0$ で

$x=2$ のとき最大となり $y=\dfrac{2}{3}\times 2^2=\dfrac{8}{3}$

よって $0 \leqq y \leqq \dfrac{8}{3}$

(2)

点 B の x 座標を t ($t>0$)とおくと，$A\left(t,\ \dfrac{2}{3}t^2\right)$　AB＝OC より，$C\left(0,\ -\dfrac{2}{3}t^2\right)$

直線 AC の傾きが 3 より $\dfrac{4}{3}t^2 \div t=3$　$\dfrac{4}{3}t=3$　$t=\dfrac{9}{4}$

【問 67】

5 つの関数 $y=ax^2$, $y=bx^2$, $y=cx^2$, $y=dx^2$, $y=ex^2$ は，次の条件①～④を満たしている。あとの問いに答えなさい。

（兵庫県　2014 年度）

＜条件＞

① 関数 $y=ax^2$ のグラフは点(3, 3)を通る。

② 関数 $y=bx^2$ のグラフは，x 軸を対称の軸として関数 $y=ax^2$ のグラフと線対称である。

③ 関数 $y=cx^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合は 2 である。

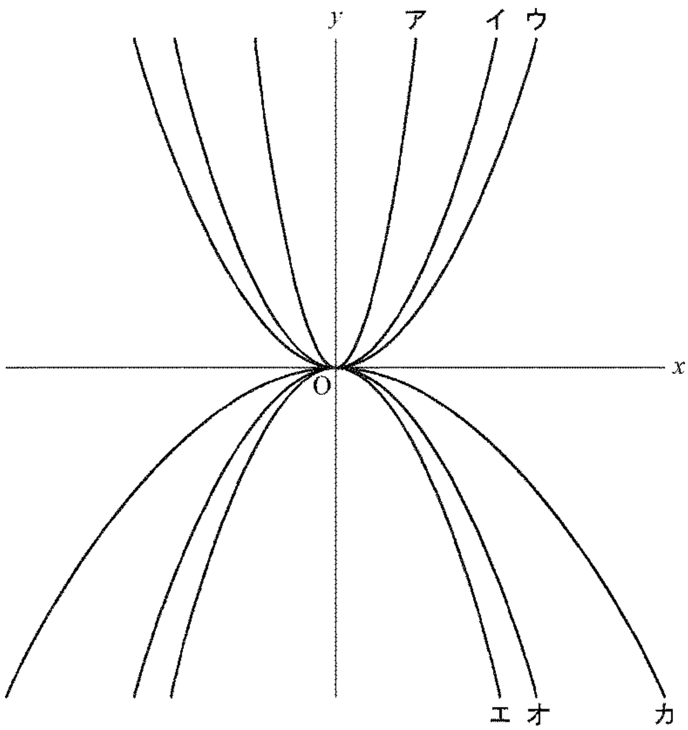
④ $c<d$, $e<b$ である。

問1　a の値を求めなさい。

問2　b の値を求めなさい。

問3　c の値を求めなさい。

問4　5 つの関数のグラフは，図のア～カのいずれかである。また，図のイとエ，ウとオはそれぞれ x 軸を対称の軸として線対称である。関数 $y=cx^2$ と関数 $y=ex^2$ のグラフを，ア～カからそれぞれ 1 つ選んで，その記号を書きなさい。



解答欄

問1	$a=$	
問2	$b=$	
問3	$c=$	
問4	関数 $y=cx^2$ のグラフ	
	関数 $y=ex^2$ のグラフ	

解答

問1　$a=\dfrac{1}{3}$

問2　$b=-\dfrac{1}{3}$

問3　$c=\dfrac{1}{2}$

問4

関数 $y=cx^2$ のグラフ　イ

関数 $y=ex^2$ のグラフ　エ

解説

問1

$y=ax^2$ のグラフは，(3，3)を通るので，$3=a\times3^2$　$a=\dfrac{1}{3}$

問2

$y=bx^2$ のグラフは，$y=\dfrac{1}{3}x^2$ と x 軸について対称なので，$b=-\dfrac{1}{3}$

問3

$y=cx^2$ について，$x=1$ のとき $y=c$，$x=3$ のとき $y=9c$ だから変化の割合は $\dfrac{9c-c}{3-1}=4c$

変化の割合は 2 より $4c=2$　$c=\dfrac{1}{2}$

問4

イとエ，ウとオが x 軸について対称で $e<b$，$b=-\dfrac{1}{3}$ より，e は負の数で，$y=bx^2$ のグラフよりも y 軸に近い。

よって，オが $y=bx^2$，ウが $y=ax^2$，エが $y=ex^2$　$c<d$，$a=\dfrac{1}{3}$，$c=\dfrac{1}{2}$ より，$a<c<d$　アが $y=dx^2$，イが $y=cx^2$

【問 68】

次の(1)～(3)のような，ともに正の数の x と y の関係について，問1，問2に答えなさい。

（岡山県　2014 年度　特別）

(1)　8 L の水が入った水そうから，毎秒 x L の割合で排水したとき，水がなくなったのは排水を始めてからちょうど y 秒後である。

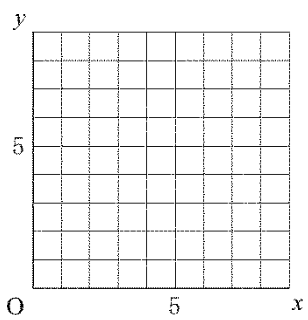
(2)　時速 5 km で x 時間歩いたとき，歩いた道のりは y km である。

(3)　縦と横の長さの比が 2 : 1 の長方形がある。この長方形の縦の長さを x cm とするとき，長方形の面積は y cm^2 である。

問1　(1)～(3)について，それぞれ y を x の式で表しなさい。

問2　y が x に反比例するものは，(1)～(3)のうちではどれですか。一つ答えなさい。また，そのグラフをかきなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td>(1)</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td colspan="2">反比例するもの</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">グラフ
</td></tr>
</table>

解答

問1

(1) $y=\dfrac{8}{x}$

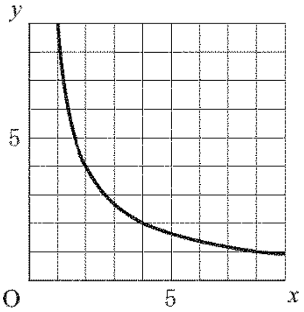
(2) $y=5x$

(3) $y=\dfrac{1}{2}x^2$

問2

反比例するもの　1

グラフ



解説

問1

(1)

水がなくなる秒数＝水の量÷1 秒間に出る水の量より $y=8\div x$　$y=\dfrac{8}{x}$

(2)

道のり＝速さ×時間より $y=5\times x$　$y=5x$

(3)

縦:横＝2:1 より，縦が x cm だから，x:横＝2:1　横＝$\dfrac{1}{2}x$ cm

長方形の面積＝縦×横より $y=x\times\dfrac{1}{2}x$　$y=\dfrac{1}{2}x^2$

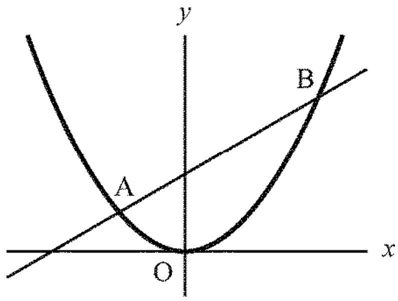
問2

y が x に反比例するものは，式の形が $y=\dfrac{a}{x}$ のものだから，(1)　グラフは双曲線になる。

【問 69】

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があります。点 A，B の x 座標は，それぞれ -2，4 です。直線 AB の傾きが $\frac{2}{3}$ のとき，a の値を求めなさい。

（広島県　2014 年度）



解答欄

解答

$\frac{1}{3}$

解説

点 A は $y=ax^2$ 上の点で x 座標は -2 より，$y=a\times(-2)^2=4a$　A$(-2,\ 4a)$

点 B も x 座標が 4 で $y=ax^2$ 上の点なので同様にして座標を表すと，B$(4,\ 16a)$

直線 AB の傾きが $\frac{2}{3}$ より変化の割合は $\frac{2}{3}$ だから $\frac{16a-4a}{4-(-2)}=\frac{2}{3}$　$2a=\frac{2}{3}$　$a=\frac{1}{3}$

【問 70】

関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域は $0\leqq y\leqq 6$ である。このとき，a の値を求めなさい。

（青森県　2015 年度）

解答欄

$a=$

解答

$a=\frac{2}{3}$

解説

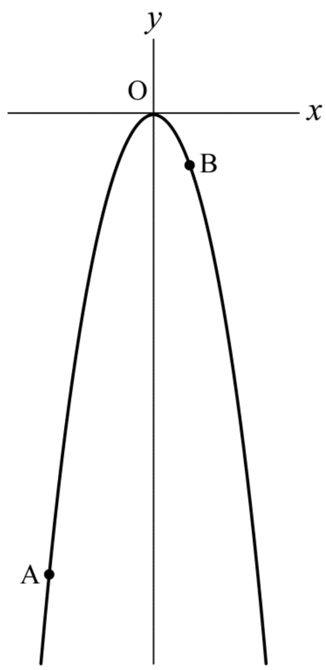
$y=ax^2$ について $-3\leqq x\leqq 2$ のとき $0\leqq y\leqq 6$ より $x=-3$ のとき $y=6$

よって $6=a\times(-3)^2$　$9a=6$　$a=\frac{2}{3}$

【問 71】

次の図は，関数 $y=ax^2(a<0)$ のグラフである。2 点 A，B は，このグラフ上の点で，x 座標はそれぞれ -3，1 である。

（秋田県　2015 年度）



(1) $a=-1$ で，x の変域が $-3\leqq x\leqq 1$ のとき，y の変域を求めなさい。

(2) 2 点 A，B を通る直線の傾きが 3 のとき，a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

解答欄

(1)	
(2)	〔過程〕 答　$a=$

解答

(1)　$-9 \leqq y \leqq 0$

(2)

〔過程〕

$y=ax^2$ に $x=-3$ を代入すると,

$y=9a$

A の座標は$(-3,\ 9a)$

$x=1$ を代入すると, $y=a$

B の座標は $(1,\ a)$

直線 AB の傾きが 3 であるから,

$$\frac{a-9a}{1-(-3)}=3$$

$$a=-\frac{3}{2}$$

答　$a=-\dfrac{3}{2}$

解説

(1)

$y=-x^2$ において, $-3 \leqq x \leqq 1$ では, $x=-3$ のとき, $y=-9$ で最小となり, $x=0$ のとき $y=0$ で最大になる。

よって求める変域は$-9 \leqq y \leqq 0$

(2)

2 点 A, B は $y=ax^2$ 上の点より, $A(-3,\ 9a)$, $B(1,\ a)$とおける。

AB の変化の割合は$\dfrac{a-9a}{1-(-3)}=-2a$

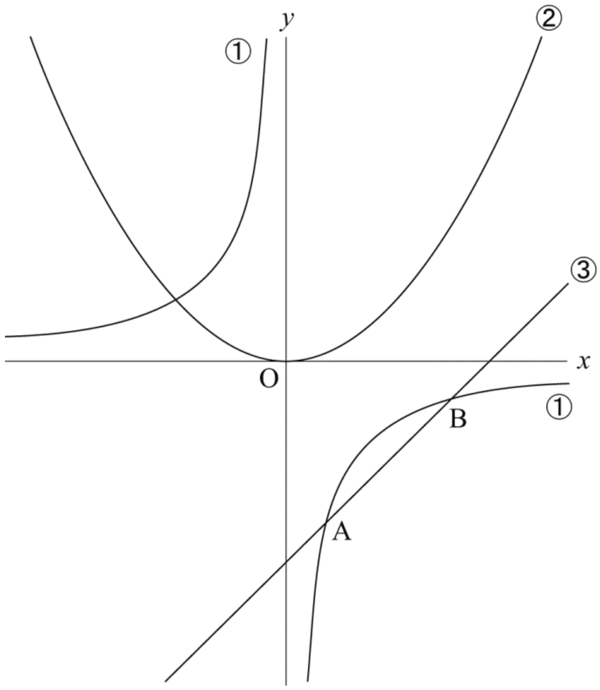
直線 AB の傾きが 3 のとき$-2a=3$

よって $a=-\dfrac{3}{2}$

【問 72】

右の図において，①は関数 $y=-\dfrac{4}{x}$ のグラフ，②は関数 $y=ax^2$ のグラフ，③は関数 $y=bx+c$ のグラフである。
①と③は 2 点 A，B で交わっていて，点 A，B の x 座標はそれぞれ 1，4 である。このとき，次の問いに答えなさい。

（山形県　2015 年度）



(1)　関数 $y=-\dfrac{4}{x}$ について，0 でない x の値を 3 倍すると，対応する y の値は何倍になるか，求めなさい。

(2)　関数 $y=ax^2$ と $y=bx+c$ について，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合が等しくなるとき，a の値を求めなさい。

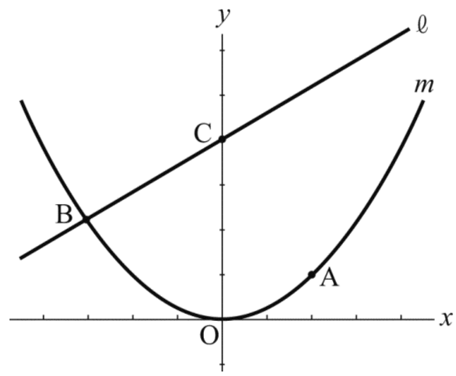
解答欄

(1)	倍
(2)	

解答
(1)　$\dfrac{1}{3}$ 倍
(2)　$\dfrac{1}{5}$
解説
(1)
$y=-\dfrac{4}{x}$ について，y は x に反比例するので，x の値が 3 倍すると，y の値は $\dfrac{1}{3}$ 倍になる。
(2)
点 A は $y=-\dfrac{4}{x}$ 上の点で，x 座標が 1 より，$y=-\dfrac{4}{1}=-4$　よって，A(1，−4)
点 B も $y=-\dfrac{4}{x}$ 上の点で，x 座標が 4 より，$y=-\dfrac{4}{4}=-1$　よって，B(4，−1)
$y=bx+c$ が点 A を通ることより $-4=b+c$…①
また，点 B も通るので $-1=4b+c$…②
①，②を連立方程式として解くと，$b=1$，$c=-5$
よって，この直線の式は $y=x-5$　$y=ax^2$ において，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合は
$\dfrac{16a-a}{4-1}=5a$　この値が $y=x-5$ における変化の割合 1 と等しいので，$5a=1$　$a=\dfrac{1}{5}$

【問 73】

右図において，m は $y=ax^2$(a は定数) のグラフを表す。A，B は m 上の点であって，A の座標は (2，1) であり，B の x 座標は-3 である。C は y 軸上の点であり，その y 座標は 4 である。ℓ は，2 点 B，C を通る直線である。



（大阪府 2015 年度 前期）

(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線 ℓ の式を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) $\dfrac{1}{4}$

(2) $y=\dfrac{7}{12}x+4$

解説

(1)

点 A(2，1) は $y=ax^2$ 上の点より，$1=4a$　$a=\dfrac{1}{4}$

(2)

点 B は $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 上の点で，x 座標が-3 より $y=\dfrac{1}{4}\times(-3)^2=\dfrac{9}{4}$　B$\left(-3,\ \dfrac{9}{4}\right)$

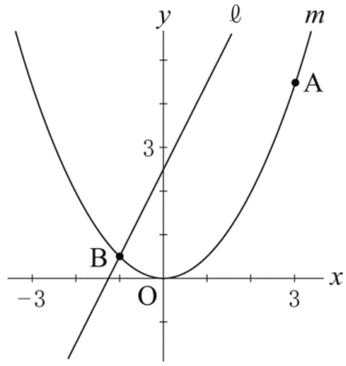
求める直線の切片が 4 より，式を $y=mx+4$ とおくと

この直線は点 B を通るので，$\dfrac{9}{4}=-3m+4$　$3m=\dfrac{7}{4}$　$m=\dfrac{7}{12}$

よって求める式は $y=\dfrac{7}{12}x+4$

【問 74】

右図において，m は $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを表す。A，B は m 上の点であり，その x 座標はそれぞれ 3，−1 である。ℓ は，点 B を通り傾きが 2 の直線である。



（大阪府 2015 年度 後期）

(1) A の y 座標を求めなさい。

(2) 直線 ℓ の式を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) $\frac{9}{2}$

(2) $y=2x+\frac{5}{2}$

解説

(1)

$y=\frac{1}{2}x^2$ に，$x=3$ を代入して $y=\frac{1}{2}\times 3^2=\frac{9}{2}$

(2)

点 B は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点で，x 座標は -1 より，$y=\frac{1}{2}\times(-1)^2=\frac{1}{2}$　B$\left(-1,\ \frac{1}{2}\right)$

直線 ℓ の傾きが 2 だから，求める式は $y=2x+b$ となる。

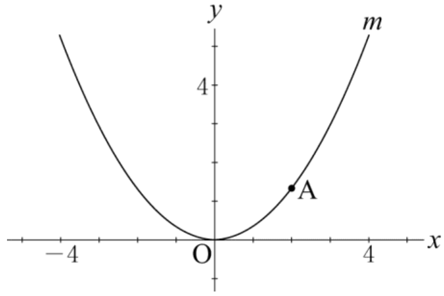
この直線が点 B を通るので $\frac{1}{2}=2\times(-1)+b$　$b=\frac{5}{2}$

よって $y=2x+\frac{5}{2}$

【問 75】

右図において，m は $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフを表す。A は m 上の点であり，その x 座標は 2 である。

（大阪府　2016 年度　A）



(1)　A の y 座標を求めなさい。

(2)　次の文中の $\boxed{㋐}$ ，$\boxed{㋑}$ に入れるのに適している数をそれぞれ書きなさい。

関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ について，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域は $\boxed{㋐} \leqq y \leqq \boxed{㋑}$ である。

解答欄

(1)		
(2)	㋐	
	㋑	

解答

(1) $\frac{4}{3}$

(2)

㋐　0　　㋑　$\frac{16}{3}$

解説

(1)

$y=\frac{1}{3}x^2$ の x に点 A の x 座標 2 を代入すると $y=\frac{1}{3}\times 2^2=\frac{4}{3}$

(2)

m は上に開いた放物線だから

関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ について，y は $x=0$ のとき，最小値 $y=0$ をとり

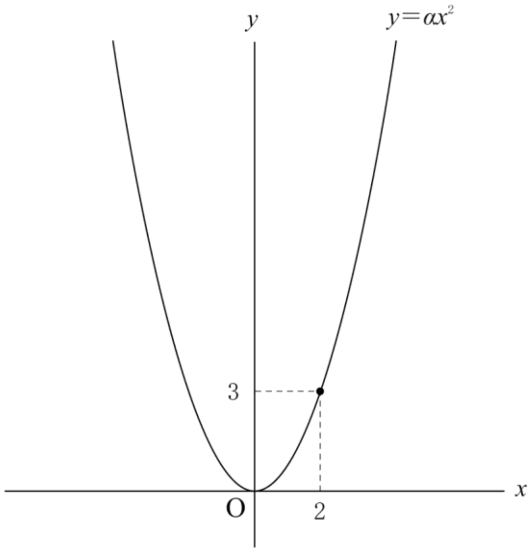
$x=-4$ のとき最大値 $y=\frac{1}{3}\times(-4)^2=\frac{16}{3}$ をとる。

よって求める y の変域は $0 \leqq y \leqq \frac{16}{3}$ である。

【問 76】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 (2，3) がある。
次の問いに答えなさい。

（兵庫県　2016 年度）



問1　a の値を求めなさい。

問2　次の $\boxed{ア}$ と $\boxed{イ}$ にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

> 関数 $y=ax^2$ において，x の変域が $b \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域は $0 \leqq y \leqq 3$ である。このとき，b の値の範囲は
>
> $\boxed{ア} \leqq b \leqq \boxed{イ}$ である。

問3　関数 $y=ax^2$ において，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域と，関数 $y=cx^2$ において，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域とが等しいとき，c の値を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$	
問2	ア	イ
問3	$c=$	

解答

問1　$a=\dfrac{3}{4}$

問2

ア　-2　　イ　0

問3　$c=\dfrac{4}{3}$

解説

問1 $y=ax^2$ に(2，3)を代入して $3=4a$　$a=\dfrac{3}{4}$

問2 $y=ax^2$ のグラフは y 軸に関して対称である。y の変域が $0 \leqq y \leqq 3$ より $x=0$ で最小で $y=0$，$x=2$ または -2 で最大で $y=3$ となることを考えると $-2 \leqq b \leqq 0$

問3 $y=\dfrac{3}{4}x^2$ に $x=-4$ を代入すると，$y=12$　よって，$0 \leqq y \leqq 12$　$y=cx^2$ に $x=3$ を代入すると，$y=9c$　$9c=12$ になればよいので $c=\dfrac{4}{3}$

【問 77】

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 A $(-2,\ -2)$ と点 B があり，点 B の x 座標は 4 である。

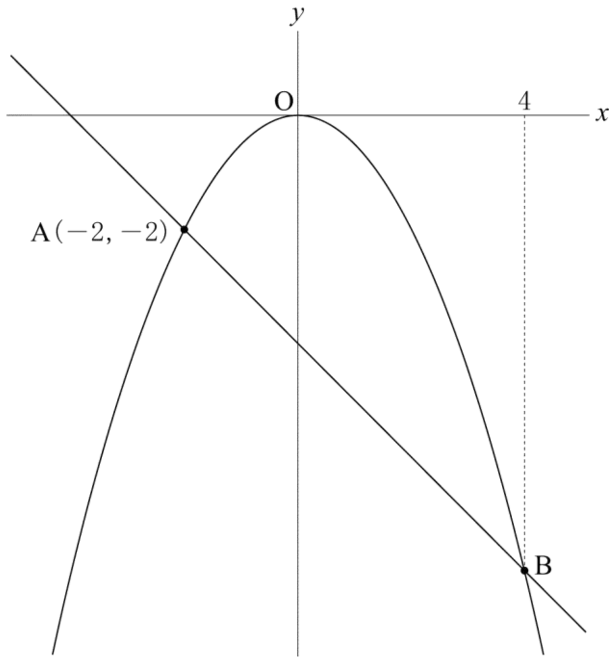
このとき，(1)～(3)の各問いに答えなさい。

（佐賀県　2016 年度　一般）

(1)　a の値を求めなさい。

(2)　点 B の y 座標を求めなさい。

(3)　直線 AB の式を求めなさい。



解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答

(1)　$-\dfrac{1}{2}$

(2)　-8

(3)　$y=-x-4$

解説

(1)

点 A$(-2,\ -2)$は $y=ax^2$ 上の点だから$-2=a\times(-2)^2$　$4a=-2$　$a=-\dfrac{1}{2}$

(2)

点 B は $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ 上の点で，x 座標は 4 だから $y=-\dfrac{1}{2}\times4^2=-8$

(3)

直線 AB を $y=px+q$ とする。

A$(-2,\ -2)$，B$(4,\ -8)$ を通るから，傾き p は，$p=\dfrac{-8-(-2)}{4-(-2)}=-1$

$y=-x+q$ は A$(-2,\ -2)$を通るから$-2=-(-2)+q$　$q=-4$

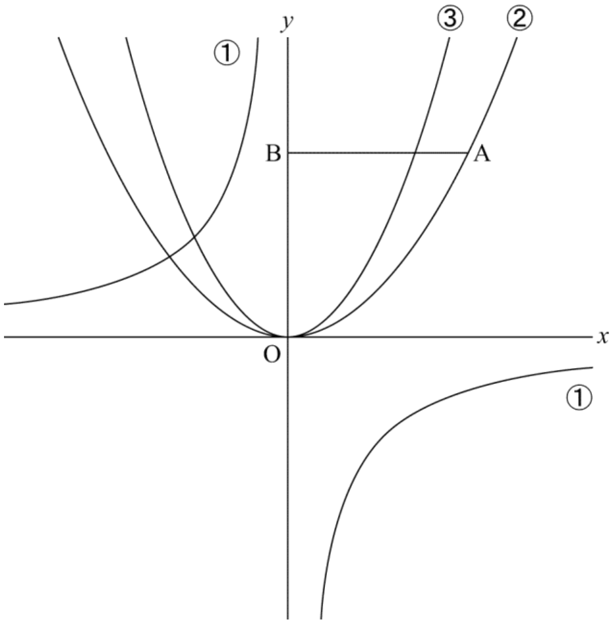
よって求める式は $y=-x-4$

【問 78】

右の図において，①は関数 $y=-\dfrac{8}{x}$ のグラフ，②は関数 $y=\dfrac{1}{5}x^2$ のグラフ，③は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

②のグラフ上に x 座標が正である点 A をとり，A から y 軸に垂線をひき，y 軸との交点を B とする。このとき，次の問いに答えなさい。

（山形県　2017 年度）



(1) 関数 $y=-\dfrac{8}{x}$ について，x の変域が $b \leqq x \leqq 8$ のとき，y の変域は $-4 \leqq y \leqq c$ である。b，c の値をそれぞれ求めなさい。

(2) ③のグラフが，①のグラフ上の x 座標と y 座標がともに整数となる点を通り，線分 AB と交わるような a の値を，すべて求めなさい。

解答欄

(1)	b の値	c の値
(2)		

解答

(1)

b の値　2　　c の値　-1

(2)　1，8

解説

(1)

①の関数は，$x>0$ の範囲において，$y<0$ で，x の値が増加すると y の値も増加するから

$x=b$ のとき $y=-4$，$x=8$ のとき $y=c$　$x=b$ のとき，$y=-\dfrac{8}{b}=-4$ だから，$b=2$　また，$x=8$ のとき，$y=-\dfrac{8}{8}=-1=c$　したがって，$b=2$，$c=-1$

(2)

③のグラフと線分 AB が交わるためには，③のグラフの比例定数 a が②のグラフの比例定数より大きい必要があるから $a>\dfrac{1}{5}$ となり，①のグラフとは $x<0$ の範囲で交わる。よって，①のグラフ上の x 座標と y 座標がともに整数となる点は，$(-1,\ 8)$，$(-2,\ 4)$，$(-4,\ 2)$，$(-8,\ 1)$ で，それぞれの点が③のグラフを通るときの a の値を求める。$(-1,\ 8)$ のとき，$8=(-1)^2a$，$a=8$　$(-2,\ 4)$ のとき，$4=(-2)^2a$，$a=1$　$(-4,\ 2)$ のとき，$2=(-4)^2a$，$a=\dfrac{1}{8}$

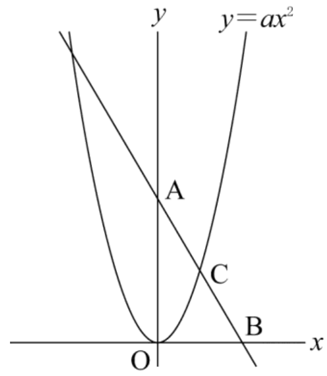
$(-8,\ 1)$ のとき，$1=(-8)^2a$，$a=\dfrac{1}{64}$　よって，$a>\dfrac{1}{5}$ となるのは，$a=1$，8

【問 79】

図で, O は原点, A, B はそれぞれ y 軸上, x 軸上の点で, C は関数 $y=ax^2$ (a は定数) のグラフと直線 AB との交点である。

点 A の y 座標が 6, 点 B の x 座標が 4, 点 C の x 座標が 2 のとき, a の値を求めなさい。

(愛知県 2017 年度 B)



解答欄

$a=$

解答

$a=\dfrac{3}{4}$

解説

点 A, 点 B を通る直線の式の傾きは $\dfrac{0-6}{4-0}=-\dfrac{3}{2}$

よって y 軸との交点が A だから, y 座標が 6 より, $y=-\dfrac{3}{2}x+6$

点 C の x 座標が 2 だから, y 座標は $y=-\dfrac{3}{2}\times 2+6=3$

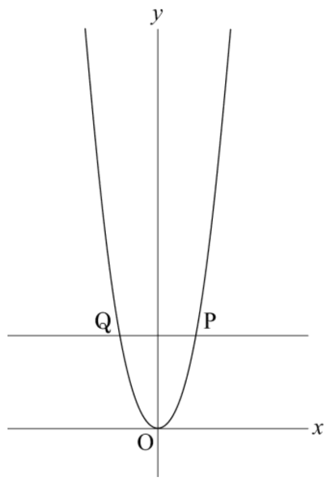
したがって $3=a\times 2^2$　$a=\dfrac{3}{4}$

【問 80】

右の図のように，関数 $y=2x^2$ のグラフ上に 2 点 P，Q があり，直線 PQ は x 軸に平行である。点 P の x 座標を p とする。

このとき，次の問1・問2に答えよ。ただし，$p>0$ とする。

（京都府 2017 年度 中期）



問1　点 Q の座標を p を用いて表せ。

問2　関数 $y=2x^2$ のグラフ上で x 座標が $2p$ である点を R とする。2 点 Q，R を通る直線の傾きが 7 のとき，p の値を求めよ。

解答欄

問1	Q　(　　　　，　　　　)
問2	$p=$

解答

問1　Q $(-p,\ 2p^2)$

問2　$p=\dfrac{7}{2}$

解説

問1

条件から，点 P の y 座標と点 Q の y 座標は等しくなり，この 2 点は y 軸について対称である。

よって，点 P の x 座標と点 Q の x 座標の絶対値は等しい。

$y=2x^2$ に $x=p$ を代入すると，$y=2p^2$ になるから $P(p,\ 2p^2)$

したがって $Q(-p,\ 2p^2)$

問2

$y=2x^2$ に $x=2p$ を代入すると，$y=2\times(2p)^2=8p^2$ になるから，$R(2p,\ 8p^2)$

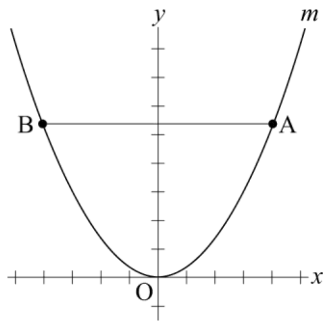
2 点 Q，R を通る直線の傾きは $\dfrac{8p^2-2p^2}{2p-(-p)}=\dfrac{6p^2}{3p}=2p$ と表される。

よって $2p=7$　$p=\dfrac{7}{2}$

【問 81】

右図において，m は $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフを表す。A，B は m 上の点であって，A の x 座標は正であり，B の x 座標は負である。A の y 座標と B の y 座標とは等しい。A と B とを結ぶ。BA＝8 cm である。このとき，A の y 座標を求めなさい。ただし，座標軸の 1 目もりの長さは 1 cm であるとする。

（大阪府　2017 年度　A）



解答欄

解答

$\frac{16}{3}$

解説

$y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフは y 軸を対称の軸として線対称になる。

よって A と y 軸の距離と B と y 軸の距離は等しくなるから

AB＝8 より，A の x 座標は 4，　B の x 座標は－4 となるから

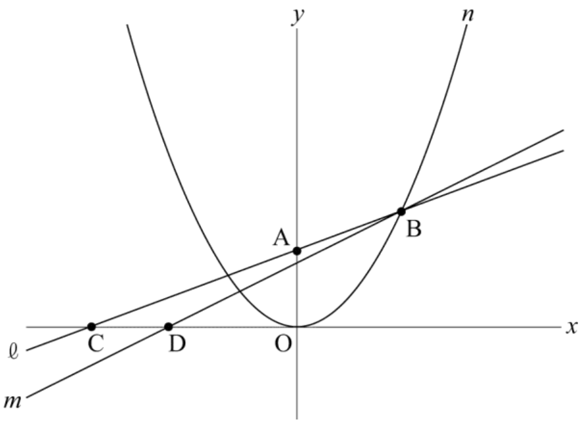
$y=\frac{1}{3}x^2$ に $x=4$ を代入すると $y=\frac{16}{3}$

【問 82】

右図において，n は $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフを表す。A は y 軸上の点であり，A の y 座標は 1 である。B は n 上の点であり，B の x 座標は正である。

ℓ は 2 点 A, B を通る直線であり，その傾きは正である。C は直線 ℓ と x 軸との交点であり，C の x 座標は B の x 座標より 4 小さい。

m は，B を通り傾きが $\dfrac{1}{2}$ の直線である。
D は直線 m と x 軸との交点であり，D の x 座標は B の x 座標より 3 小さい。このとき，a の値を求めなさい。



（大阪府　2017 年度　C）

解答欄

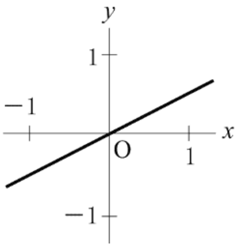
解答
$\dfrac{27}{32}$
解説
点 B の座標を $(p,\ q)$ とおく。
このとき，D の座標は $(p-3,\ 0)$ となるから，直線 m の傾きは，$\dfrac{q-0}{p-(p-3)}$ と表せる。
これが $\dfrac{1}{2}$ になるので $\dfrac{q}{p-(p-3)}=\dfrac{1}{2}$　整理すると $q=\dfrac{3}{2}$
また，点 C の座標は $(p-4,\ 0)$ となるので，直線 ℓ の傾きを求めると，$\left(\dfrac{3}{2}-0\right)\div\{p-(p-4)\}=\dfrac{3}{8}$
y 軸との交点は A になり，y 座標が 1 なので，直線 ℓ の式は，$y=\dfrac{3}{8}x+1$
これに $y=\dfrac{3}{2}$ を代入して整理すると $x=\dfrac{4}{3}$ となるから，B$\left(\dfrac{4}{3},\ \dfrac{3}{2}\right)$
よって $x=\dfrac{4}{3}$，$y=\dfrac{3}{2}$ を $y=ax^2$ に代入して整理すると $a=\dfrac{27}{32}$

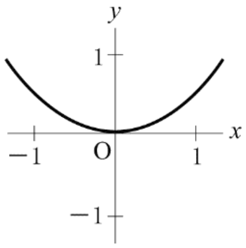
【問 83】

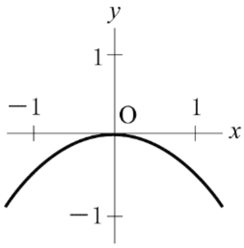
関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ について，(1)～(5)の各問いに答えなさい。

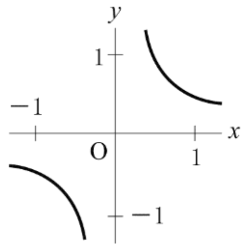
（佐賀県 2017 年度 一般）

(1) 次の①～④の中に，関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフがある。
そのグラフとして正しいものを 1 つ選び，番号を書きなさい。

①


②


③


④


(2) $x=2$ のとき，y の値を求めなさい。

(3) x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域を求めなさい。

(4) x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(5) x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を m，x の値が 52 から 54 まで増加するときの変化の割合を n とする。m と n の大きさを比べるとき，どのようなことがいえるか，次の①～④の中から正しいものを 1 つ選び，番号を書きなさい。

① m と n は等しい。
② m の方が大きい。
③ n の方が大きい。
④ m と n のどちらが大きいかは，判断ができない。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	

解答

(1)　②

(2)　2

(3)　$0 \leqq y \leqq 2$

(4)　3

(5)　③

解説

(1)

関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフは x 軸の上側にあり上に開いている。

(2)

$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $x=2$ を代入すると $y=\dfrac{1}{2}\times 2^2=2$

(3)

x の変域に 0 を含むので，y の値が最小となるのは，$x=0$ のときで，$y=0$

y の値が最大となるのは -1 と 2 で絶対値の大きい $x=2$ のときで $y=2$

よって y の変域は $0 \leqq y \leqq 2$

(4)

(2)より，$x=2$ のとき $y=2$

$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $x=4$ を代入すると $y=\dfrac{1}{2}\times 4^2=8$

x の増加量は $4-2=2$

y の増加量は $8-2=6$ だから変化の割合は $\dfrac{6}{2}=3$

(5)

(4)より，$m=3$　x の値が 52 から 54 まで増加するときの x の増加量は $54-52=2$

y の増加量は $\dfrac{1}{2}\times 54^2-\dfrac{1}{2}\times 52^2=106$ だから

変化の割合 n は $\dfrac{106}{2}=53$

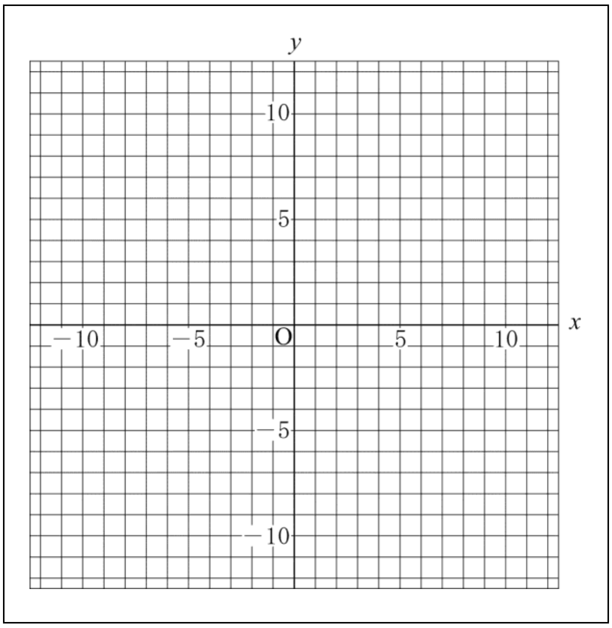
よって $m<n$ である。

【問 84】

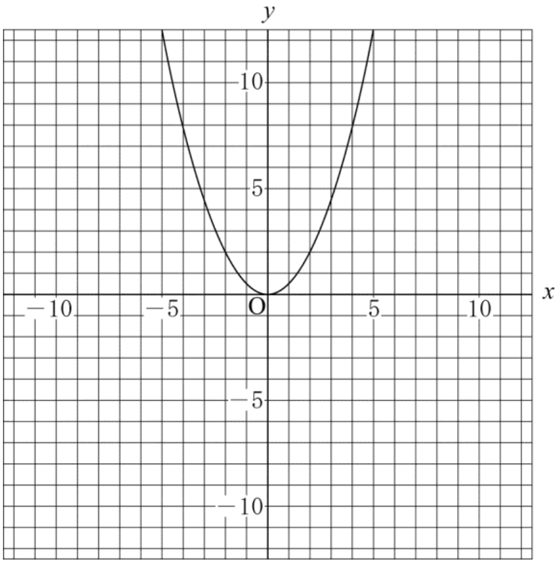
関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフをかきなさい。

（青森県　2018 年度）

解答欄



解答



解説
グラフをかくときは，そのグラフが通る x 座標，y 座標が整数となる点をみつけてそれらをつなげればよい。
例えば，点(2，2)，(4，8)など。
$y=ax^2$ のグラフは y 軸に関して対称だから
右半分だけかければあとはそれと y 軸に関して対称になるように左半分もかけばよい。

【問 85】

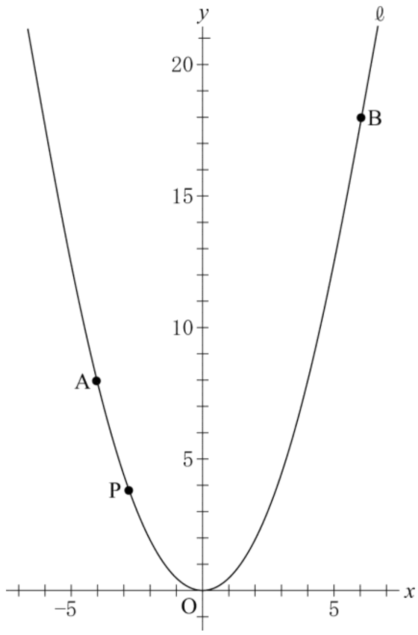
右の図1で，点 O は原点，曲線ℓは関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。

点 A，点 B はともに曲線ℓ上にあり，x 座標はそれぞれ-4，6 である。曲線ℓ上にある点を P とする。

次の各問に答えよ。

（東京都　2018 年度）

図1



問1　点 P の x 座標を a，y 座標を b とする。
a のとる値の範囲が$-4 \leqq a \leqq 6$ のとき，b のとる値の範囲を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。

ア　$-8 \leqq b \leqq 18$

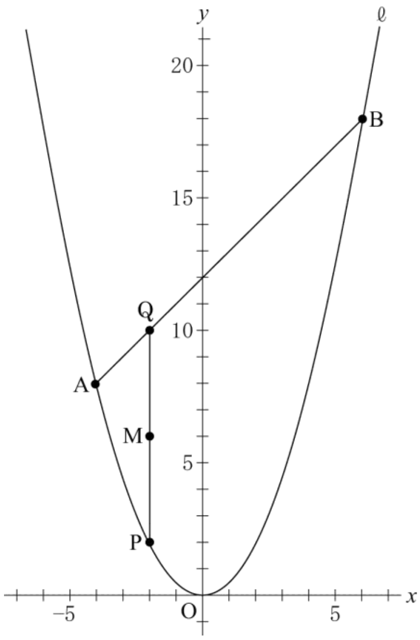
イ　$0 \leqq b \leqq 8$

ウ　$0 \leqq b \leqq 18$

エ　$8 \leqq b \leqq 18$

問2　右の図2は，図1において，点 P の x 座標が-4 より大きく 6 より小さい数のとき，点 A と点 B を結び，線分 AB 上にあり x 座標が点 P の x 座標と等しい点を Q とし，点 P と点 Q を結び，線分 PQ の中点を M とした場合を表している。
次の(1)，(2)に答えよ。

図2



(1) 点 P が y 軸上にあるとき，2 点 B，M を通る直線の式を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。

ア　$y=2x+6$

イ　$y=\frac{1}{2}x+6$

ウ　$y=3x$

エ　$y=2x$

(2) 直線 BM が原点を通るとき，点 P の座標を求めよ。

解答欄

問1		
問2	(1)	
	(2)	(　　　，　　　)

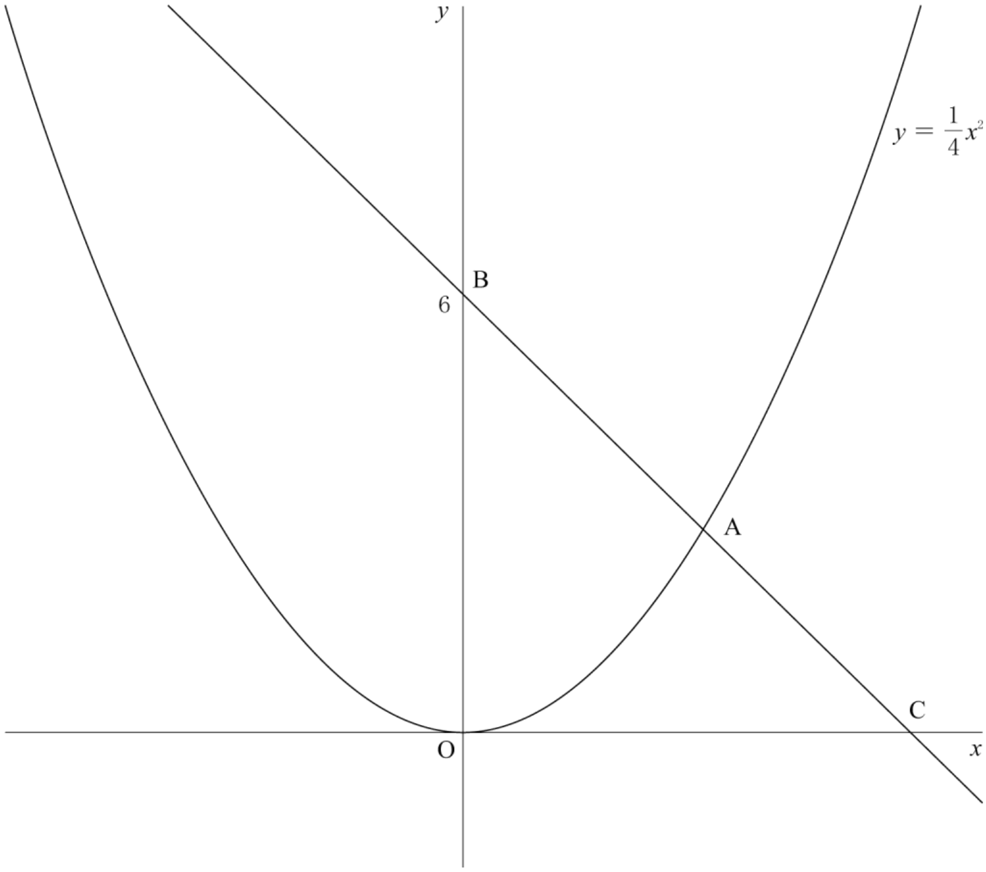
解答
問1　ウ
問2
(1)　ア
(2)　(4，8)
解説
問1
a のとる値の範囲が $-4\leqq a\leqq 6$ だから，$a=0$ のとき $b=\frac{1}{2}\times 0^2=0$，$a=6$ のとき $b=\frac{1}{2}\times 6^2=18$
よって $0\leqq b\leqq 18$
問2
(1)
点 P が y 軸上にあることと，曲線ℓ上の点であることから
このとき点 P は原点 O と一致しており，P(0，0)であり，点 Q は直線 AB と y 軸との交点である。
2 点 A，B はともに曲線ℓ上の点で x 座標はそれぞれ-4，6 だから A(-4，8)，B(6，18)
よって，直線 AB の傾きは$\frac{18-8}{6-(-4)}=1$
直線 AB の式を $y=x+c$ として $x=6$，$y=18$ を代入すると，$18=6+c$　$c=12$　よって Q(0，12)
点 M は線分 PQ の中点だから PM＝PQ÷2＝12÷2＝6 より M(0，6)
したがって 2 点 B，M を通る直線の式を $y=kx+6$ として $x=6$，$y=18$ を代入すると
$18=6k+6$　$k=2$　だから求める直線の式は $y=2x+6$
(2)
点 P の x 座標を p とすると，$\mathrm{P}\left(p,\ \frac{1}{2}p^2\right)$，$\mathrm{Q}(p,\ p+12)$
点 M は線分 PQ の中点だから，$\mathrm{PM}=\mathrm{PQ}\div 2=\left((p+12)-\frac{1}{2}p^2\right)\div 2=-\frac{1}{4}p^2+\frac{1}{2}p+6$
よって，点 M の y 座標は，$\frac{1}{2}p^2+\left(-\frac{1}{4}p^2+\frac{1}{2}p+6\right)=\frac{1}{4}p^2+\frac{1}{2}p+6$ だから，$\mathrm{M}\left(p,\ \frac{1}{4}p^2+\frac{1}{2}p+6\right)$
ここで，直線 OB は原点を通る直線なので，　B(6，18)より，その式は $y=3x$
したがって，$y=3x$ に $x=p$，$y=\frac{1}{4}p^2+\frac{1}{2}p+6$ を代入して，
$\frac{1}{4}p^2+\frac{1}{2}p+6=3p$　$p^2-10p+24=0$　$(p-4)(p-6)=0$　$p=4,\ 6$
点 P の x 座標は-4 より大きく 6 より小さい数なので，$p=4$ は問題に合うが，$p=6$ は問題に合わない。
よって P(4，8)

【問 86】

下の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点 A があり，y 軸上に点 B があります。A の x 座標は正で，B の y 座標は 6 です。また，直線 AB が x 軸と交わる点を C とします。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

（岩手県 2019 年度）



問１　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 6$ のとき，y の**変域**を求めなさい。

問２　AB＝AC のとき，点 C の**座標**を求めなさい。

解答欄

問１	
問２	

解答

問１ $0 \leqq y \leqq 9$

問２ $(4\sqrt{3},\ 0)$

解説

問１

y の値は $x=0$ のとき最小値 0，$x=6$ のとき最大値 $y=\dfrac{1}{4}\times 6^2=9$ をとる。

よって，y の変域は，$0 \leqq y \leqq 9$

問２

点 A から y 軸に垂線 AD をひく。△BOC で，DA//OC より，BD：DO＝BA：AC＝1：1

点 D は線分 OB の中点になるから，D(0，3)

よって，点 A の y 座標も 3 だから

x 座標は $y=\dfrac{1}{4}x^2$ に $y=3$ を代入して，$3=\dfrac{1}{4}\times x^2$　$x^2=12$　$x=\pm\sqrt{12}=\pm 2\sqrt{3}$

点 A の x 座標は正だから，A$(2\sqrt{3},\ 3)$

直線 AB は B(0，6)を通るから，式は $y=ax+6$ とおける。

A$(2\sqrt{3},\ 3)$を通るから，$3=a\times 2\sqrt{3}+6$

$2\sqrt{3}a=-3$　$a=-\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=-\dfrac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

よって，$y=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}x+6$

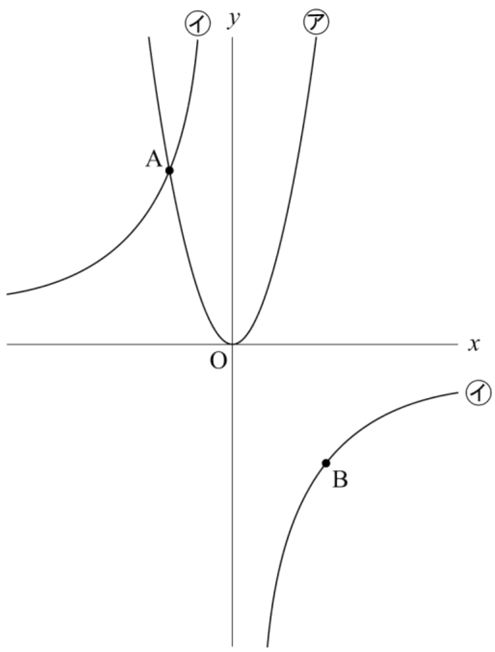
点 C の x 座標は，この式に $y=0$ を代入して，$0=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}x+6$　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}x=6$　$x=6\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$

よって，C$(4\sqrt{3},\ 0)$

【問 87】

次の図において，㋐は関数＝$ax^2(a>0)$，㋑は関数 $y=-\dfrac{12}{x}$ のグラフである。２点 A，B は，㋑上の点であり，x 座標はそれぞれ−2，3 である。また，㋐と㋑は点 A で交わっている。

（秋田県 2019 年度）



(1)　a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

(2)　２点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

解答欄

(1)	〔過程〕 答 $a=$
(2)	

解答
(1)
〔過程〕
点Aは$y=-\dfrac{12}{x}$のグラフ上の点であるから，
$x=-2$を代入して，$y=\dfrac{-12}{-2}=6$
よって，点Aの座標は，$(-2,\ 6)$となる。
点Aは$y=ax^2$のグラフ上の点でもあるから，
$x=-2$，$y=6$を代入して，
$6=a\times(-2)^2$
$6=4a$
$a=\dfrac{3}{2}$
答 $a=\dfrac{3}{2}$
(2) $y=-2x+2$
解説
(1)
点Aは㋑上にあり，x座標が-2だから，$x=-2$を$y=-\dfrac{12}{x}$に代入すると$y=6$
点Aは㋐上の点でもあるから$x=-2$，$y=6$を$y=ax^2$に代入して$4a=6$　$a=\dfrac{3}{2}$
(2)
点Bは㋑上の点でx座標が3だから，$x=3$を$y=-\dfrac{12}{x}$に代入すると$y=-4$
よって，2点$A(-2,\ 6)$，$B(3,\ -4)$を通る直線の式は，傾きが$\dfrac{-4-6}{3-(-2)}=-2$だから，$y=2x+b$とおく。$x=-2$，$y=6$を代入すると，$6=4+b$，$b=2$　よって，$y=-2x+2$

【問 88】

関数 $y=-7x^2$ のグラフ上に y 座標が -28 である点があります。この点の x 座標を求めなさい。

（滋賀県 2019 年度）

解答欄

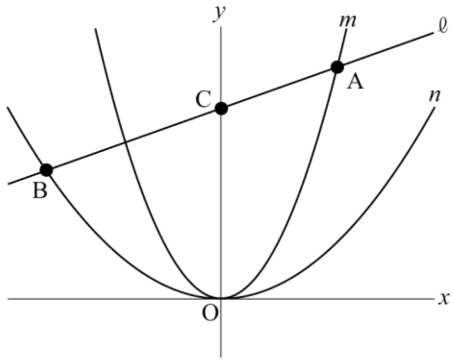
解答
2，－2
解説
$y=-7x^2$ に $y=-28$ を代入すると，$-28=-7x^2$　$x^2=4$　$x=\pm 2$
よって，この点の x 座標は 2 または－2 である。

【問 89】

右図において，m は関数 $y=x^2$ のグラフを表し，n は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表す。A は m 上の点であり，その x 座標は 2 である。

B は n 上の点であり，その x 座標は－3 である。ℓは 2 点 A，B を通る直線であり，C はℓと y 軸との交点である。C の y 座標を求めなさい。求め方も書くこと。

（大阪府 B 2019 年度）



解答欄

〔求め方〕

C の y 座標

解答

〔求め方〕

A(2，4)，B$\left(-3,\ \frac{9}{4}\right)$ だから，

ℓの式を $y=ax+b$ とすると

$4=2a+b$…㋐

$\frac{9}{4}=-3a+b$…㋑

㋐，㋑を連立させて解くと　$a=\frac{7}{20}$，$b=\frac{33}{10}$

よって，ℓの式は　$y=\frac{7}{20}x+\frac{33}{10}$

ℓの切片は$\frac{33}{10}$だから C の y 座標は$\frac{33}{10}$

C の y 座標　$\frac{33}{10}$

解説

2 点 A，B の座標を最初に求める。

点 A の y 座標は，$y=x^2$ に $x=2$ を代入して，$y=2^2=4$　よって，A(2，4)

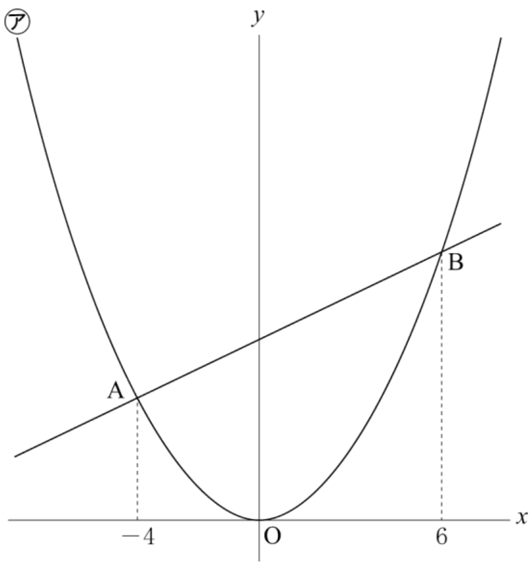
点 B の y 座標は，$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=-3$ を代入して，$y=\frac{1}{4}\times(-3)^2=\frac{9}{4}$　よって，B$\left(-3,\ \frac{9}{4}\right)$

【問 90】

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ ……㋐のグラフ上に２点A，Bがあり，Aの x 座標は－4，Bの x 座標は６である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県 2019 年度）



問１　点Bの y 座標を求めなさい。

問２　直線ABの式を求めなさい。

問３　直線AB上に x 座標が２である点Pをとる。また，関数㋐のグラフ上に点Qを，線分PQが y 軸と平行になるようにとる。

(1)　２点P，Qの間の距離を求めなさい。

(2)　２点A，Qの間の距離を求めなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。

解答欄

<table>
<tr><td>問１</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="2">$y=$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問３</td><td>(1)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
</table>

解答

問１9

問２$y=\frac{1}{2}x+6$

問３

(1) 6

(2) $3\sqrt{5}$

解説

問１

$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=6$ を代入して，$y=\frac{1}{4}\times6^2=9$

問２

点Aの y 座標は，$y=\frac{1}{4}\times(-4)^2=4$　A$(-4,\ 4)$，B$(6,\ 9)$より，

直線ABの傾きは，$\frac{9-4}{6-(-4)}=\frac{1}{2}$　よって，直線ABの式は $y=\frac{1}{2}x+b$ とおける。B$(6,\ 9)$を通るから，

$x=6$，$y=9$ を代入して，$9=\frac{1}{2}\times6+b$　$b=6$　よって，直線ABの式は，$y=\frac{1}{2}x+6$

問３

(1)

点Pの y 座標は，$y=\frac{1}{2}x+6$ に $x=2$ を代入して，$y=\frac{1}{2}\times2+6=7$

また，点Qの x 座標は点Pの x 座標と等しく2だから，点Qの y 座標は，$y=\frac{1}{4}\times2^2=1$

よって，PQ$=7-1=6$

(2)

A$(-4,\ 4)$，Q$(2,\ 1)$より，AからPQに垂線AHをひくと，H$(2,\ 4)$

また，AH$=2-(-4)=6$，HQ$=4-1=3$ だから，△AQHで，三平方の定理より，

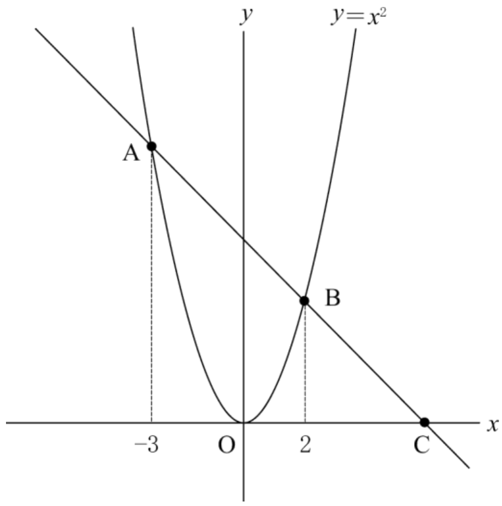
$AQ^2=AH^2+HQ^2=6^2+3^2=45$　　AQ>0 だから，AQ$=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

【問 91】

下の**図**で，2 点 A，B は関数 $y=x^2$ のグラフ上の点であり，点 A の x 座標は－3，点 B の x 座標は 2 である。直線 AB と x 軸との交点を C とする。

このとき，点 C の座標を求めなさい。

（茨城県 2020 年度）



解答欄

（　　　，　　　）

解答

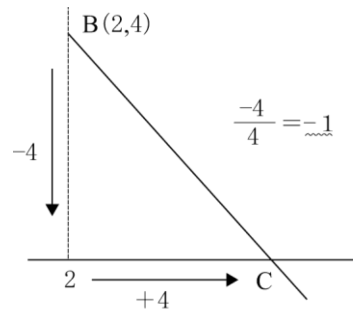
(6，0)

解説

A(－3，9)，B(2，4)だから，直線 AB の傾きは$\dfrac{4-9}{2-(-3)}=-1$

よって，C の x 座標は 2＋4＝6

※直線 AB の式を求めてもよいが，変化の割合を求めれば C の座標が求められることを冷静に見極めたい。



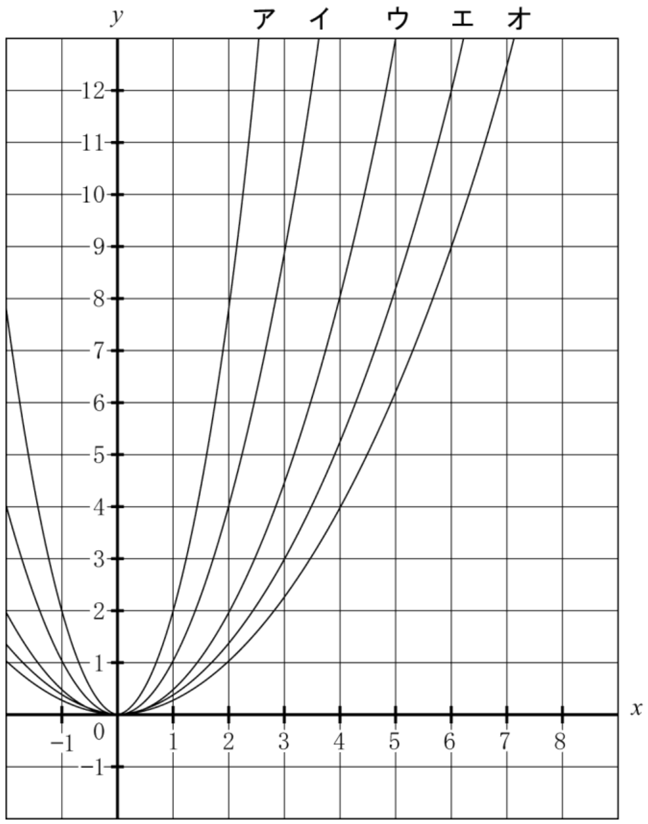
【問 92】

次の(1)～(3)に答えなさい。

（島根県 2020 年度）

(1) y は x の２乗に比例し，$x=-1$ のとき $y=5$ である。y を x の式で表しなさい。

(2) x の値が -3 から -1 まで増加するとき，y の値が８減少する関数 $y=ax^2$ のグラフを，**図**の**ア**～**オ**から**１つ**選び，記号で答えなさい。



(3) y は x の２乗に比例し，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域が $-3 \leqq y \leqq 0$ となる。y を x の式で表しなさい。

解答欄

(1)	$y=$
(2)	
(3)	$y=$

解答

(1)$y=5x^2$

(2)イ

(3)$y=-\frac{1}{3}x^2$

解説

(2)

関数 $y=ax^2$ において

$x=-3$ のとき，$y=a\times(-3)^2=9a$

$x=-1$ のとき，$y=a\times(-1)^2=a$ である。

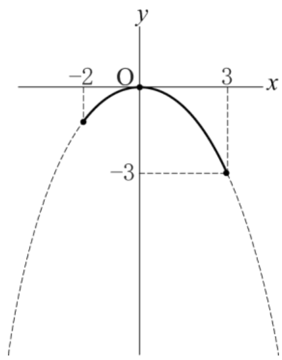
x の値が -3 から -1 まで増加するときの y の増加量は，$a-9a=-8a$ である。

「y の値が 8 減少する」とは，「y の増加量が -8 である」ことと同義なので

$-8a=-8$ より，$a=1$ であり，関数の式は$y=x^2$ であることがわかる。

よって，$x=1$ のとき $y=1$ となっているイのグラフが正解。

(3)



y は x の 2 乗に比例するので，関数の式は $y=ax^2$ とおける。

y の変域より最小値が -3 なので

グラフは下に開いた形，すなわち $a<0$ の場合だということがわかる。

また，関数 $y=ax^2$ のグラフは y 軸に関して対称なので

x の絶対値がより大きいほど，y の値はより小さくなる。

よって，$x=3$ のとき $y=-3$ となるので，それぞれ $y=ax^2$ に代入し，

$-3=a\times3^2 \quad \Rightarrow \quad a=-\frac{1}{3}$

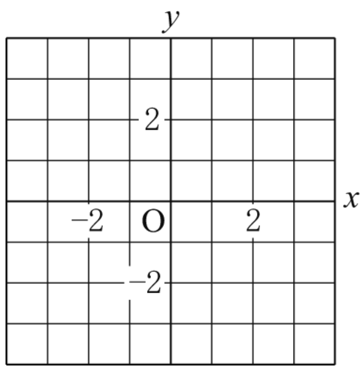
よって求める式は $y=-\frac{1}{3}x^2$

【問 93】

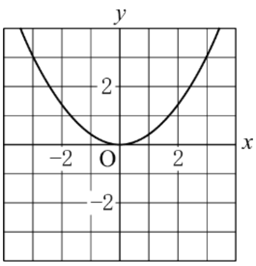
関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフをかけ。

（福岡県 2020 年度）

解答欄



解答



【問 94】

y は x の 2 乗に比例し，$x=-2$ のとき $y=12$ である。このとき，y を x の式で表しなさい。

（新潟県 2021 年度）

解答欄

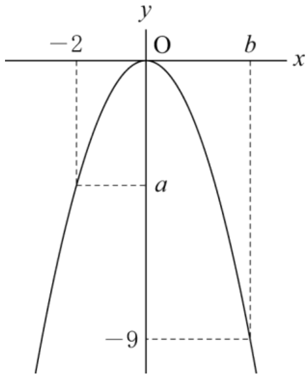
解答

$y=3x^2$

【問 95】

下の図は，関数 $y=-x^2$ のグラフである。このとき，a，b の値を求めよ。

（福井県 2021 年度）



解答欄

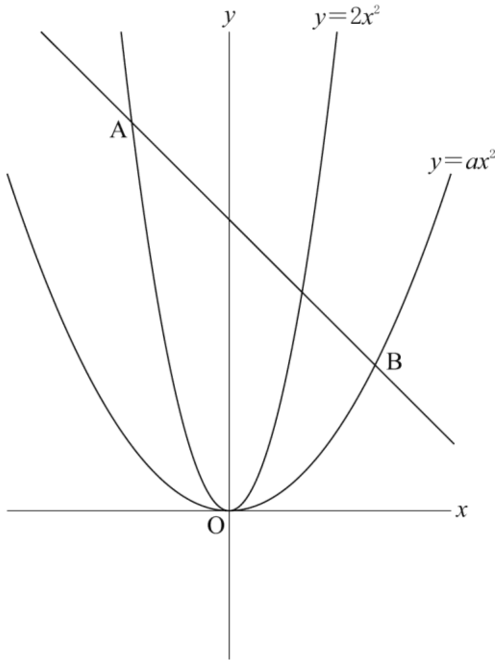
$a=$
$b=$

解答
$a=-4$
$b=3$

【問 96】

次の図のように，関数 $y=2x^2$ のグラフ上に点 A があり，点 A の x 座標は -2 です。また，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 B があり，点 B の座標は (3，3) です。**問１**～**問４**に答えなさい。ただし，a は定数とし，点 O は原点とします。

（岡山県 2021 年度 特別）



問１　点 A の y 座標を求めなさい。

問２　a の値を求めなさい。

問３　直線 AB の式を求めなさい。

問４　直線 OP が直線 AB に平行となるような点 P について，点 P が方程式 $y=-2$ のグラフ上にあるとき，点 P の座標は次のように求めることができます。$\boxed{(1)}$ には適当な式を書きなさい。$\boxed{(2)}$ には点 P の座標を求めなさい。ただし，$\boxed{(2)}$ は答えを求めるまでの過程も書きなさい。

原点 O を通り，直線 AB に平行な直線の式は，$y=\boxed{(1)}$ である。

(2)

解答欄

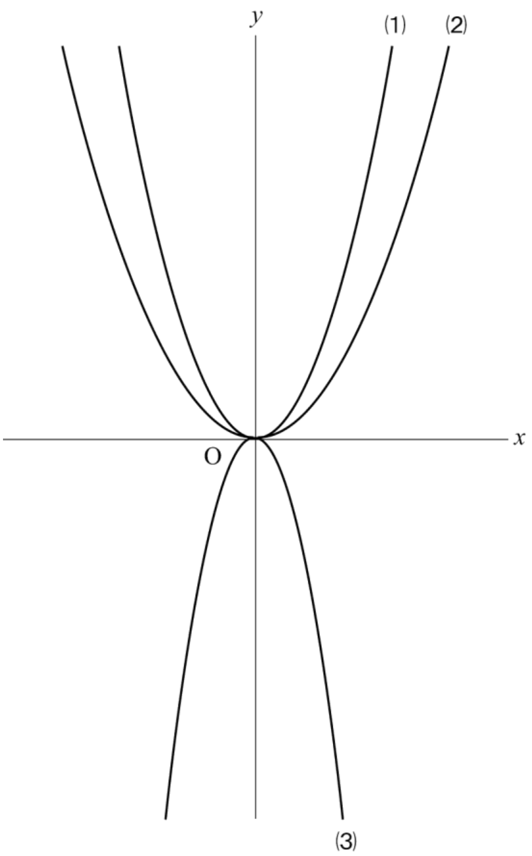
問１		
問２	$a=$	
問３	$y=$	
問４	(1)	$y=$
	(2)	

解答
問１８
問２ $a=\frac{1}{3}$
問３ $y=-x+6$
問４
(1) $y=-x$
(2)
直線 $y=-x$ と方程式 $y=-2$ のグラフが表す直線の交点を求めればよい。
連立方程式とみて解くと，解は $x=2$，$y=-2$ だから，点Ｐの座標は (2，−2) である。
(答え)　P (2，−2)
解説
問３
問１より，A(−2，8)，B(3，3)なので，求める直線の式を $y=ax+b$ とおき，
$(x,\ y)=(-2,\ 8)$，$(3,\ 3)$ をそれぞれ代入すると，
連立方程式 $\begin{cases} 8=-2a+b \\ 3=3a+b \end{cases}$ が立てられる。
これを解くと，$a=-1$，$b=6$ より
求める直線の式は $y=-x+6$
問４
２直線が平行である　⇒　２直線の傾きが等しい

【問 97】

次の図の（1）～（3）は，関数 $y=-2x^2$，$y=x^2$，および $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを，同じ座標軸を使ってかいたものです。図の（1）～（3）を表した関数の組み合わせとして最も適当なのは，**ア**～**カ**のうちのどれですか。一つ答えなさい。ただし，点 O は原点とします。

（岡山県 2021 年度 一般）



	(1)	(2)	(3)
ア	$y=-2x^2$	$y=x^2$	$y=\frac{1}{2}x^2$
イ	$y=-2x^2$	$y=\frac{1}{2}x^2$	$y=x^2$
ウ	$y=x^2$	$y=-2x^2$	$y=\frac{1}{2}x^2$
エ	$y=x^2$	$y=\frac{1}{2}x^2$	$y=-2x^2$
オ	$y=\frac{1}{2}x^2$	$y=-2x^2$	$y=x^2$
カ	$y=\frac{1}{2}x^2$	$y=x^2$	$y=-2x^2$

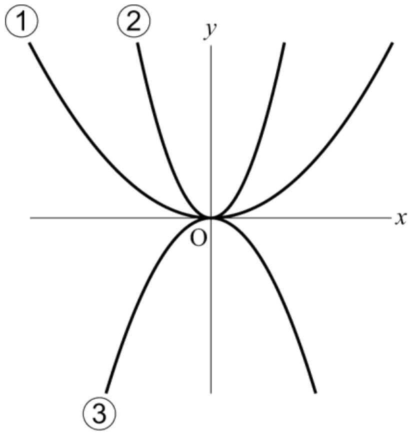
解答欄

解答
エ
解説
(3) のグラフは，下に開いた形をしているため，比例定数が負である。
よって，(3) のグラフに対応する関数は，$y=-2x^2$ である。
また，(1) と (2) のグラフを比較すると，(1) の方が (2) よりもグラフの開き方が小さい。
よって，比例定数の絶対値が大きい方が，グラフの開き方が小さくなることから
(1) のグラフに対応する関数は $y=x^2$ である。

【問 98】

右の図の①～③の放物線は，下の**ア**～**ウ**の関数のグラフです。①～③は，それぞれどの関数のグラフですか。**ア**～**ウ**の中から選び，その記号をそれぞれ書きなさい。

（広島県 2021 年度）



ア　$y=2x^2$

イ　$y=\frac{1}{3}x^2$

ウ　$y=-x^2$

解答欄

①	
②	
③	

解答
①イ
②ア
③ウ

【問 99】

次の $\boxed{}$ にあてはまる数を答えなさい。

（山口県 2021 年度）

関数 $y=5x^2$ のグラフと，x 軸について対称なグラフとなる関数は $y=\boxed{}\,x^2$ である。

解答欄

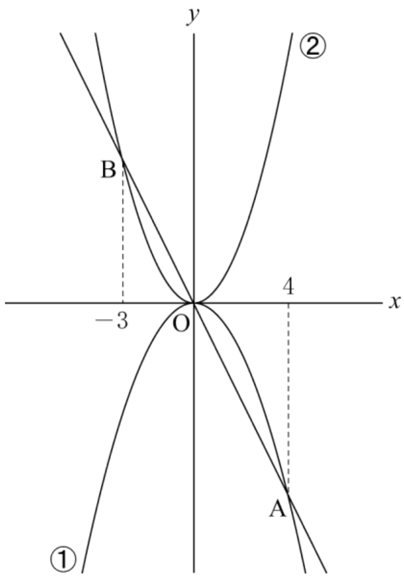
解答
－5

【問 100】

右の図のように，2 つの放物線①，②があり，放物線①は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。また，放物線①上にある点 A の x 座標は 4 であり，直線 AO と放物線②の交点 B の x 座標は－3 である。

このとき，放物線②をグラフとする関数の式を求めなさい。

（山口県 2021 年度）



解答欄

解答

$y=\frac{2}{3}x^2$

解説

点 A は，x 座標が 4 で，放物線 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上にあるので

その y 座標は $y=-\frac{1}{2}\times4^2=-8$

よって点 A の座標は $(4,\ -8)$ である。

直線 AO は，原点を通り，傾きが $\frac{-8-0}{4-0}=-2$ なので，その式は，$y=-2x$ である。

点 B は，x 座標が－3 で，直線 $y=-2x$ 上にあるので，その y 座標は，$y=-2\times(-3)=6$

よって，点 B の座標は，$(-3,\ 6)$ である。

放物線②の式を $y=ax^2$ とおくと

この放物線が点 B$(-3,\ 6)$ を通っていることから

$6=a\times(-3)^2$

$a=\frac{2}{3}$

よってその式は $y=\frac{2}{3}x^2$