

8. 規則性の問題 【2017 年度出題】

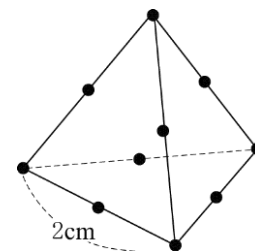
【問 1】

x は自然数とします。1 辺の長さが x cm の正四面体について、各辺を x 等分する点とすべての頂点に ● 印をつけることとします。

例えば、1 辺の長さが 2 cm の正四面体のときは、右の図のように ● 印が 10 個つきます。

次の(1)、(2)に答えなさい。

(北海道 2017 年度)



(1) 1 辺の長さが 3 cm の正四面体のときにつく ● 印の個数を求めなさい。

(2) 1 辺の長さが x cm の正四面体のときにつく ● 印の個数を y 個とすると、 y を x の式で表しなさい。

解答欄

(1)	個
(2)	

解答

(1) 16 個

(2) $y=6x-2$

解説

(1)

1 辺の長さが 3 cm の正四面体では 1 本の辺を 3 等分する点につく ● 印の個数は $3-1=2$ 個

正四面体には辺が 6 本、頂点が 4 個あるから求める ● 印の個数は $2 \times 6 + 4 = 16$ 個

(2)

1 辺の長さが x cm の正四面体では 1 本の辺を x 等分する点につく ● 印の個数は $x-1$ 個

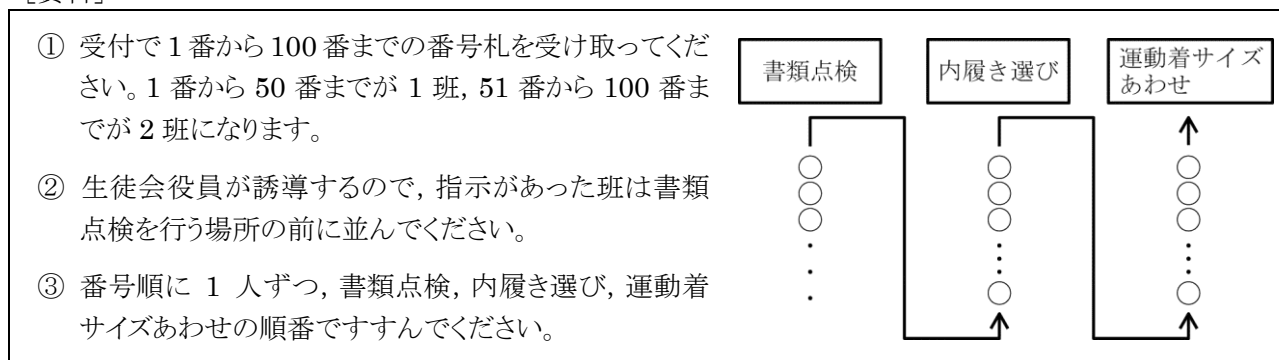
(1)と同様に考えて $y=(x-1) \times 6 + 4 = 6x-2$

【問 2】

ある中学校で、入学予定者 100 名に新入生説明会を行うことになった。図1は、そのときに使用する[資料]の一部である。

図1

[資料]



問2 午前 9 時に, 1 班から書類点検を始め, 45 番の人の運動着サイズあわせが終わった時点で, 2 班の書類点検を始めるとき, 次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 45 番の人の運動着サイズあわせが終わる時刻は何時何分何秒か, 求めなさい。

(2) 51 番の人の書類点検が始まってから運動着サイズあわせが終わるまでの待ち時間の合計は何秒か, 求めなさい。

解答欄

問1	(1)	秒
	(2)	秒
	(3)	時 分 秒
	(4)	秒
問2	(1)	時 分 秒
	(2)	秒

解答

問1

- (1) 120 秒
- (2) 450 秒
- (3) 9 時 12 分 0 秒
- (4) $50n+50$ 秒

問2

- (1) 9 時 38 分 20 秒
- (2) 200 秒

解説

問1

(1)

書類点検が始まるまでの待ち時間は

1 番の人が 0 秒, 2 番の人が 20 秒で $20 \times 1 = 20$, 3 番の人が 40 秒で $20 \times 2 = 40 \cdots$ だから
7 番の人は $20 \times (7 - 1) = 120$ 秒

(2)

待ち時間の合計は

1 番の人が 0 秒, 2 番の人が $20 + 10 + 20 = 50$ 秒, 3 番の人が $40 + 20 + 40 = 100$ 秒 $= 50 \times 2 \cdots$ だから
10 番の人は $50 \times (10 - 1) = 450$ 秒

(3)

37 番の人の書類点検が始まるまでの待ち時間は $20 \times (37 - 1) = 720$ 秒だから

午前 9 時の 720 秒(12 分)後の時刻を求めればよい。

よって午前 9 時 12 分 0 秒である。

(4)

運動着サイズあわせが終わるまでにかかる時間は

1 番の人が 100 秒, 2 番の人が 150 秒, 3 番の人が 200 秒 $\cdots$ と 50 秒ずつふえているから

1 班の n 番の人は $100 + 50 \times (n - 1) = 50n + 50$ 秒

問2

(1)

問1(4)で求めた式に $n = 45$ を代入して

$50 \times 45 + 50 = 2300$ 秒

午前 9 時の 2300 秒(38 分 20 秒)後の時刻を求めればよい。

よって午前 9 時 38 分 20 秒である。

(2)

51 番の人の書類点検が終わる時刻は午前 9 時 38 分 20 秒の 20 秒後で午前 9 時 38 分 40 秒。

50 番の人の内履き選びが終わる時刻が午前 9 時 38 分 40 秒より後であれば

51 番の人の書類点検と内履き選びの間の待ち時間が発生するが

午前 9 時 38 分 40 秒より前であればその待ち時間は発生しないので

まず 50 番目の人の内履き選びの終わる時刻を求める。

1 班の n 番の人の内履き選びが終わるまでにかかる時間は

1 番の人が 50 秒, 2 番の人が 80 秒, 3 番の人が 110 秒, $\cdots$ と 30 秒ずつ増えているから

$50 + 30 \times (n - 1) = 30n + 20$ 秒

よって 50 番の人の内履き選びが終わる時間はこれに $n = 50$ を代入して

$30 \times 50 + 20 = 1520$ 秒で 1520 秒 $= 25$ 分 20 秒だから

50 番の人の内履き選びが終わる時刻は午前 9 時 25 分 20 秒。

この時刻は午前 9 時 38 分 40 秒より前だから

51 番の人の書類点検と内履き選びの間の待ち時間は発生しない。

よって 51 番の人の内履き選びが終わる時刻は午前 9 時 38 分 40 秒の 30 秒後で

午前 9 時 39 分 10 秒とわかる。

次に 50 番の人の運動着サイズあわせが終わるまでにかかる時間は

問1(4)より $50 \times 50 + 50 = 2550$ 秒で 2550 秒 $= 42$ 分 30 秒だから

50 番の人の運動着サイズあわせが終わる時刻は午前 9 時 42 分 30 秒。

この時刻は午前 9 時 39 分 10 秒より遅いから

51 番の人の内履き選びと運動着サイズあわせの間に待ち時間が発生する。

したがって 51 番の待ち時間の合計は

午前 9 時 39 分 10 秒から午前 9 時 42 分 30 秒までの時間になり 3 分 20 秒でこれを秒になおして 200 秒。

右の図のように、連続する自然数がある規則にしたがって、1 番目、2 番目、3 番目、…と並べていく。このとき、3 番目の右上すみにある自然数は 16、左下すみにある自然数は 10 となっている。

(群馬県 2017 年度 後期)

1 番目	2 番目	3 番目	
1 4	1 4 9	1 4 9 16	
2 3	2 3 8	2 3 8 15	...
	5 6 7	5 6 7 14	
		10 11 12 13	

問2 n 番目の右上すみにある自然数を, n を用いて表しなさい。

問3 右上すみにある自然数と左下すみにある自然数の和が 146 となるのは何番目のときか，求めなさい。

問1	
問2	
問3	〔解〕 答 番目

解答

問1 25

問2 $(n+1)^2$

問3

〔解〕

n 番目の右上すみにある自然数は問2より $(n+1)^2$

また n 番目の左下すみにある自然数は n^2+1 と表せる。

よって

$$(n+1)^2 + n^2 + 1 = 146$$

$$2n^2 + 2n - 144 = 0$$

$$n^2 + n - 72 = 0$$

$$(n+9)(n-8) = 0$$

$$n = -9, 8$$

n は自然数であるから

$$n = 8$$

答 8 番目

解説

問1

4 番目は縦に 5 個, 横に 5 個マス目(自然数)が並ぶ。

右上すみにある自然数はマス目の個数に一致する。

よって $5^2 = 25$

問2

n 番目は縦に $(n+1)$ 個, 横に $(n+1)$ 個マス目が並ぶ。

右上すみにある自然数はマス目の個数に一致するから $(n+1)^2$

問3

右上すみにある自然数は問2より求めたので

左下すみにある自然数は 1 番目が 2, 2 番目が 5, 3 番目が 10...となっている。

左下すみにある自然数は右上すみにある自然数の左隣にある自然数より 1 大きい。

つまり 1 番目は $2 = 1^2 + 1$, 2 番目は $5 = 2^2 + 1$, 3 番目は $10 = 3^2 + 1$...となるから

n 番目は $n^2 + 1$ と表される。

よって右上すみにある自然数と左下すみにある自然数の和が 146 となるので

$$(n^2 + 2n + 1) + (n^2 + 1) = 146 \text{ より}$$

$$(n-8)(n+9) = 0$$

$$n = 8, -9$$

$n > 0$ だから

$n = 8$ は問題にあっている。

$n = -9$ は問題にあっていない。

よって 8 番目。

【問 4】

下の図1のように、1 辺の長さが 1 cm の正六角形 $ABCDEF$ のタイルと、1 辺の長さが 1 cm の正三角形のタイルがある。正六角形のタイルは 1 枚、正三角形のタイルはたくさんある。下の図2のように、正六角形の 2 つの頂点 A, D を通る直線を l とする。

次のルールに従って、正六角形のタイルの周りを囲むように正三角形のタイルを順に1枚ずつ、すき間なく置いていき、1 辺の長さが 1 cm ずつ長くなる正六角形を作っていく。

ただし、タイルの厚さは考えないものとする。

図1

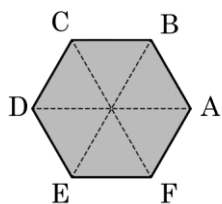
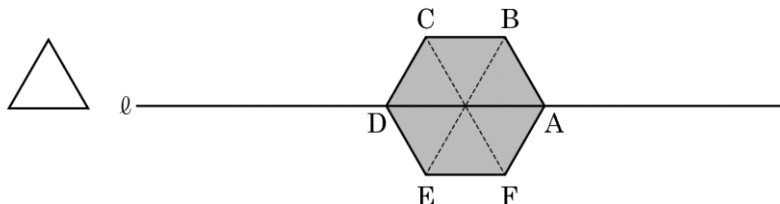


図2

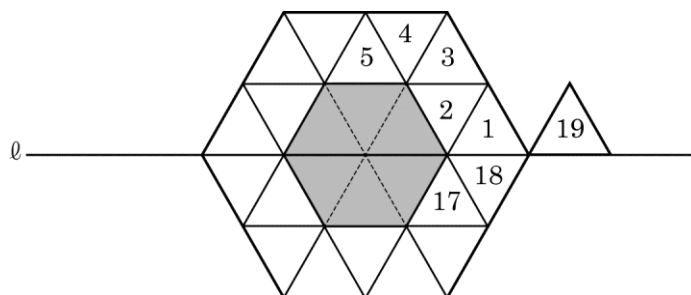


ルール

- 1 正三角形のタイルの 1 辺を直線 l 上に置き、正六角形と正三角形のタイルの頂点が重なるようにする。
- 2 反時計回りに、正三角形のタイルを1枚ずつ正六角形になるまで置いていく。
- 3 1, 2を繰り返す。

例えば、下の図3はルールに従って、1 辺の長さが 2 cm の正六角形を作った後、19 枚目の正三角形のタイルを直線 l 上に置いた状態である。

図3



次の問1～問3に答えなさい。

(千葉県 2017 年度 前期)

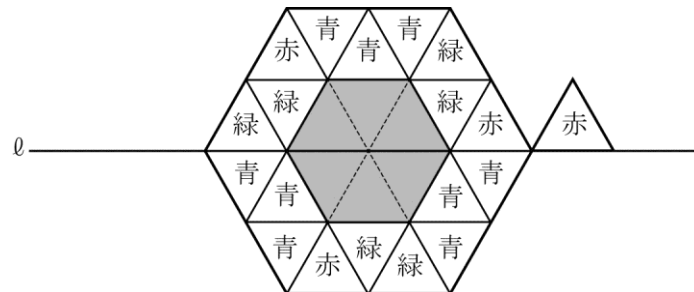
問1 1 辺の長さが 3 cm の正六角形を作ったとき、使った正三角形のタイルは全部で何枚になるか、求めなさい。

問2 ある正六角形を作ったとき、使った正三角形のタイルは全部で 144 枚であった。このとき、正六角形の 1 辺の長さは何 cm になるか、求めなさい。

問3 正三角形のタイル 1 枚に 1 色ずつ、赤、緑、青の色を塗る。「赤→緑→緑→青→青→青」の順にくり返し、上のルールに従って、塗られたタイルを置くこととする。下の図4は、1 辺の長さが 2 cm の正六角形を作った後、19 枚目の正三角形のタイルを直線 l 上に置いた状態である。

次の(1), (2)の問いに答えなさい。

図4



- (1) 1 辺の長さが 8 cm の正六角形を作ったとき、使った緑色の正三角形のタイルは全部で何枚になるか、求めなさい。
- (2) 赤、緑、青の色に塗られた正三角形のタイルが、それぞれ 400 枚ずつあるとき、タイルを使ってできる最も大きい正六角形の 1 辺の長さは何 cm になるか、求めなさい。

解答欄

問1	枚	
問2	cm	
問3	(1)	枚
	(2)	cm

解答

問1 48 枚

問2 5 cm

問3

(1) 126 枚

(2) 11 cm

解説

問1

1 辺の長さが 1 cm の正三角形の面積を S とする。

1 辺の長さが 1 cm の正六角形の面積は $6S$

相似比が 1:3 のとき

面積の比は $1^2:3^2=1:9$ となるから

1 辺の長さが 3 cm の正六角形の面積は $6S \times 9 = 54S$

よって使った正三角形のタイルは全部で $(54S - 6S) \div S = 48$ 枚

問2

求める正六角形の 1 辺の長さを x cm とする。

相似比が $1:x$ のとき面積の比は $1^2:x^2=1:x^2$ となるから

$$(6S \times x^2 - 6S) \div S = 144$$

$$6x^2 - 6 = 144$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$

$$x > 0 \text{ より}$$

$$x = 5$$

問3

(1)

1 辺の長さが 8 cm の正六角形の面積は $6S \times 8^2 = 384S$ だから

使った正三角形のタイルは全部で $(384S - 6S) \div S = 378$ 枚

「赤→緑→緑→青→青→青」が出てくる回数は $378 \div 6 = 63$ 回

よって使った緑色の正三角形のタイルは全部で $2 \times 63 = 126$ 枚

(2)

求める正六角形の 1 辺の長さを n cm とする。

「赤→緑→緑→青→青→青」が出てくる回数は $(6S \times n^2 - 6S) \div S \div 6 = n^2 - 1$ 回

よって使う青色の正三角形のタイルは全部で $3 \times (n^2 - 1) = 3n^2 - 3$ 枚

$n = 11$ のとき $3 \times 11^2 - 3 = 360$ 枚

$n = 12$ のとき $3 \times 12^2 - 3 = 429$ 枚となり 400 枚より多い。

したがって最も大きい正六角形の 1 辺の長さは 11cm

ある中学校で、Sさんが作った問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

(東京都 2017 年度)

[S さんが作った問題]

右の図1のように、上から順に、1 段目に 2 個、2 段目に 3 個、3 段目に 4 個と、1 段ごとに 1 個ずつマスを増やし、左端のマスが縦にそろうように 10 段目まで並べたものを考える。

全ての段の左端のマスに 5, 右端のマスに -3 を入れる。

2 段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに、1 つ上の段にある真上のマスと、その左隣のマスに入っている 2 つの数の和を入れる。例えば、2 段目の中央のマスには、1 段目の -3 と 1 段目の 5 の和である 2 が入る。

このとき、10 段目にある  で示したマスに入る数を考えてみよう。

なお、図1は、全ての段の左端のマスを5、右端のマスに-3を入れ、両端のマス以外のそれぞれのマスについて、2 段目、3 段目の順に、3 段目まで数を入れた場合を表している。

図 1

1段目		5	-3								
2段目		5	2	-3							
3段目		5	7	-1	-3						
4段目		5					-3				
:		:									
:		:									
10段目		5						...		-3	

問1 [Sさんが作った問題]で、10 段目にある  で示したマスに入る数を、次のア～エのうちから選び、記号で答えよ。

ア -22 イ -19 ウ 37 エ 42

先生は、[Sさんが作った問題]をもとにして、次の問題を作った。

[先生が作った問題]

右の図2は、上から順に、1 段目に 2 個、2 段目に 3 個、3 段目に 4 個と、1 段ごとに 1 個ずつマスを増やし、左端のマスが縦にそろいうに 5 段目まで並べたものである。

図2

1 段目					
2 段目					
3 段目					
4 段目					
5 段目					

図3は、図2において、全ての段の左端のマスに 1、右端のマスに 4 を入れ、2 段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに、1 つ上の段にある真上のマスと、その左隣のマスに入っている 2 つの数の和を入れたものである。

図3

1 段目	1	4				
2 段目	1	5	4			
3 段目	1	6	9	4		
4 段目	1	7	15	13	4	
5 段目	1	8	22	28	17	4

図3のそれぞれの段において、全てのマスに入っている数の和について考えると、

1 段目は、 $1+4=5$

2 段目は、 $1+5+4=10=5\times 2$

3 段目は、 $1+6+9+4=20=5\times 4$

4 段目は、 $1+7+15+13+4=40=5\times 8$

5 段目は、 $1+8+22+28+17+4=80=5\times 16$ となり、

2 段目以降のそれぞれの段において、全てのマスに入っている数の和は、1 段目の 2 個のマスに入っている数の和である 5 の倍数となっている。

図2において、全ての段の左端のマスに入れる数を a 、右端のマスに入れる数を b とし、2 段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに、1 つ上の段にある真上のマスと、その左隣のマスに入っている 2 つの数の和を入れるとき、5 段目にある 6 個のマスに入っている数の和は、1 段目の 2 個のマスに入っている数の和の 16 倍となることを確かめなさい。

ただし、 a, b は自然数とする。

問2 [先生が作った問題]で、5 段目にある 6 個のマスに入っている数をそれぞれ a, b を用いた式で表し、5 段目にある 6 個のマスに入っている数の和は、1 段目の 2 個のマスに入っている数の和の 16 倍となることを証明せよ。

解答欄

問1	☐ ア ☐ イ ☐ ウ ☐ エ
問2	〔証明〕

解答

問1 ア

問2

〔証明〕

5 段目の 6 個のマスに入っている数をそれぞれ a, b を用いた式で表すと

左から $a, 4a+b, 6a+4b, 4a+6b, a+4b, b$ となり

その和は

$$a + (4a + b) + (6a + 4b) + (4a + 6b) + (a + 4b) + b$$

$$= 16a + 16b$$

$$= 16(a + b)$$

となる。

また 1 段目の 2 個のマスに入っている数の和は $a + b$ と表せる。

よって 5 段目の 6 個のマスに入っている数の和は

1 段目の 2 個のマスに入っている数の和の 16 倍となる。

解説

問1

右端のマス、左隣のマスに入る数は

1 段目から順に 5, 2, $-1 \cdots$ となり 3 ずつ小さくなっていく。

よって求める数は $5 - 3 \times (10 - 1) = -22$

問2

左端のマス、右隣のマスに入る数は 2 段目からはじまり

上から順に $a + b, 2a + b, 3a + b, 4a + b$ と表される。

左端のマス、2 個右隣のマスに入る数は 3 段目からはじまり

上から順に $a + 2b, 3a + 3b, 6a + 4b$ と表される。

左端のマス、3 個右隣のマスに入る数は 4 段目からはじまり

上から順に $a + 3b, 4a + 6b$ と表される。

左端のマス、4 個右隣のマスに入る数は 5 段目だけにあり $a + 4b$ と表される。

よって 5 段目にある 6 個のマスに入る数は、 $a, 4a + b, 6a + 4b, 4a + 6b, a + 4b, b$ となるから

それらの和は $a + (4a + b) + (6a + 4b) + (4a + 6b) + (a + 4b) + b = 16a + 16b = 16(a + b)$

$a + b$ は 1 段目の 2 個のマスに入っている数の和である。

したがって 5 段目にある 6 個のマスに入っている数の和は

1 段目の 2 個のマスに入っている数の和の 16 倍となる。

【問 6】

下の図1のように、数字を記録するためのます目があり、ます目中の $\boxed{A}$ から $\boxed{B}$ を通り、 $\boxed{C}$ まで数字を記録しながら移動することにする。ただし、移動の仕方は、右または上に1ますずつとし、右に移動するときは、移動前のます目に記録された数に1を加えた数を、移動後のます目に記録する。また、上に移動するときは、移動前のます目に記録された数を2倍した数を、移動後のます目に記録する。

例えば、図2のように移動するとき、ます目中の $\boxed{A}$ に記録された数が1ならば、 $\boxed{B}$, $\boxed{C}$ に記録された数は、それぞれ6, 29となる。図1の $\boxed{A}$, $\boxed{B}$, $\boxed{C}$ に記録された数を、それぞれ x , y , z とするとき、次の問1～問3に答えなさい。ただし、 x , y , z は自然数とする。

(新潟県 2017 年度)

図1

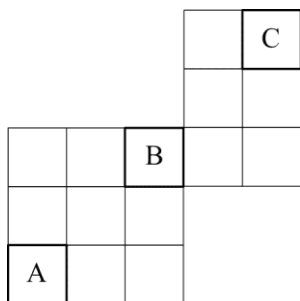


図2

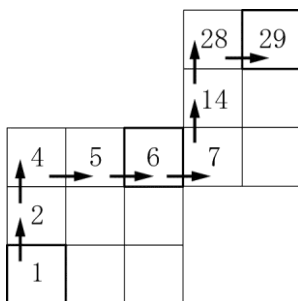
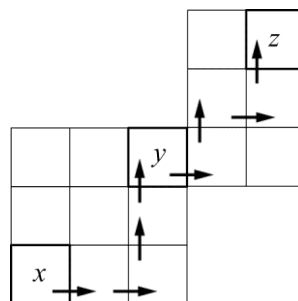


図3



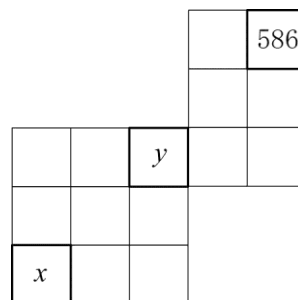
問1 図3のように移動するとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) $x=3$ のとき、 y , z の値を、それぞれ答えなさい。

(2) y を x の式で表しなさい。

問2 図4のように、 $z=586$ のとき、 x の値を答えなさい。

図4



問3 x の値は同じでも、 $\boxed{A}$ から $\boxed{C}$ までの移動の仕方によって z の値は異なる。 x の値が同じとき、 z が最も大きくなるように移動するときの z の値を M , 最も小さくなるように移動するときの z の値を N とする。このとき、 $M-N$ の値を求めなさい。

解答欄

問1	(1)	$y=$, $z=$
	(2)	
問2	$x=$	
問3	[求め方]	
	答	

解答

問1

(1) $y=20, z=86$

(2) $y=4x+8$

問2 $x=35$

問3

〔求め方〕

z の値が最も大きくなるのは $\boxed{A}$ から右に 2 ます, 上に 2 ます, 右に 2 ます, 上に 2 ます進んで $\boxed{C}$ に移動するときで M の値は $16x+40$ と表される。

また z の値が最も小さくなるのは $\boxed{A}$ から上に 2 ます, 右に 3 ます, 上に 2 ます, 右に 1 ます進んで $\boxed{C}$ に移動するときで, N の値は $16x+13$ と表される。

よって $M-N$ の値は

$$16x+40-(16x+13)=27 \text{ となる。}$$

答 27

解説

問1

(1)

右に移動するときは

移動前のます目に記録された数に 1 を加えた数を移動後のます目に記録し

上に移動するときは

移動前のます目に記録された数を 2 倍した数を移動後のます目に記録するので実際に x の位置に 3 を入れて矢印の通り移動すると右の図のようになる。

(2)

x から y へ移動するのに右に 2 回, 上に 2 回移動するので

$$y=(x+1+1) \times 2 \times 2=4x+8$$

問2

586 をスタートし x まで移動する方法を考える。

このとき反対の動きになるので

左に移動するときは移動前のます目に記録された数から 1 を引いた数を移動後のます目に記録し

下に移動するときは移動前のます目に記録された数を 2 で割った数を移動後のます目に記録する。

つまり下に動くためには移動前の数が偶数にならなければいけないことがいえる。

よって 586 から最初に左に動くと 585 になり次に下に移動できないので

最初に下に動き下のます目に 293 が記録される。

奇数なので下に動けず左に動き 292 が記録される。

同様にます目に数を記録していくと

292→下に動き

146→左に動き

145→左に動き

144→下に動き

72→下に動き

36→左に動き

35= x となる。

問3

z に入る数が最も大きくなるように移動するには

移動する前の数が大きいほど上に移動したときに記録される数も大きくなるので

極力右へ移動させてから上に移動させればよいことがわかる。

よって x から右, 右, 上, 上, 右, 右, 上, 上と移動すればよい。

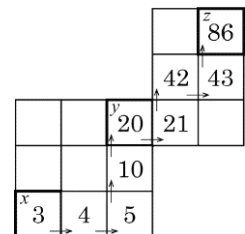
また最も小さくなるように移動するには反対に移動する前の数を小さい状態で上に移動させればよいので

x から上, 上, 右, 右, 右, 上, 上, 右と移動すればよい。

$$\text{よって } M=\{(x+1+1) \times 2 \times 2+1+1\} \times 2 \times 2=16x+40$$

$$N=(x \times 2 \times 2+1+1+1) \times 2 \times 2+1=16x+13 \text{ となるから}$$

$$M-N=(16x+40)-(16x+13)=27$$

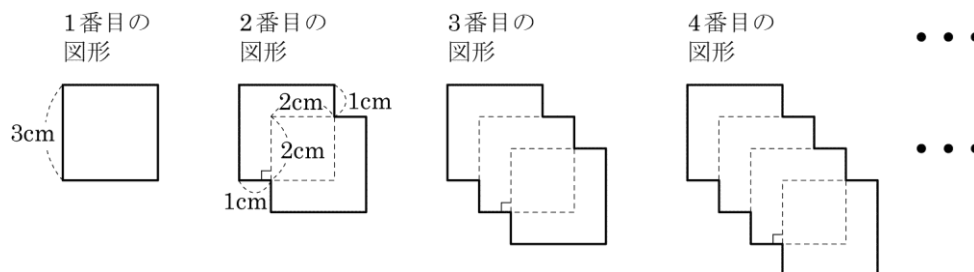


【問 7】

下の図のように、1 辺の長さが 3 cm の正方形を、右と下に 1 cm ずつずらしながら順に重ねて図形をつくる。ただし、重なる部分は、1 辺の長さが 2 cm の正方形となるようにする。

また、図形の周の長さは、実線（——）の長さとし、図形の面積は、実線で囲まれた部分の面積とする。

例えば、「2 番目の図形」の、周の長さは 16 cm、面積は 14 cm^2 となる。



このとき、あとの問いに答えなさい。

（富山県 2017 年度）

問1 「5 番目の図形」の周の長さを求めなさい。

問2 「10 番目の図形」の面積を求めなさい。

問3 「 n 番目の図形」において、最初の正方形の左上の頂点を P 、最後に重ねた正方形の右下の頂点を Q とする。

線分 PQ の長さを n を使った式で表したい。

このとき、太郎さんは次のようにして考えた。

ア、イ、ウにあてはまる数や式をそれぞれ答えなさい。

太郎さんの考え

右の図のように、3 つ以上の正方形を重ねた「 n 番目の図形」で考える。2 つ目に重ねた正方形の左上の頂点を A 、最後に重ねた正方形の左上の頂点を B とし、線分 PQ を線分 PB と線分 BQ に分けて考える。

線分 BQ は、1 辺の長さが 3 cm の正方形の対角線だから

$$BQ = \boxed{\text{ア}} \text{ cm} \cdots \text{①}$$

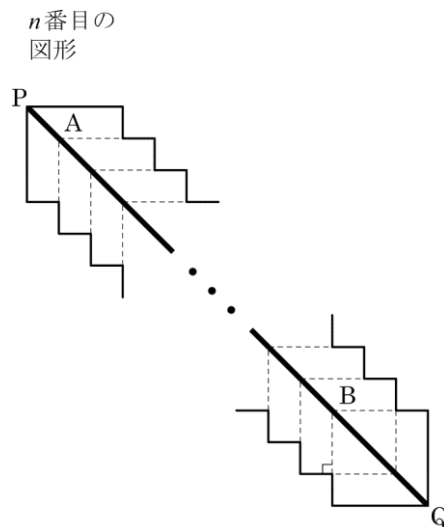
線分 PA の長さは $\sqrt{2}$ cm で、線分 PB の長さは線分 PA の（ $\boxed{\text{イ}}$ ）倍と考えられるので、

$$PB = \sqrt{2} (\boxed{\text{イ}}) \text{ cm} \cdots \text{②}$$

$PQ = PB + BQ$ だから、①、②より、計算して整理すると、

$$PQ = \sqrt{2} (\boxed{\text{ウ}}) \text{ cm}$$

これは、「1 番目の図形」や「2 番目の図形」でも成り立つ。



解答欄

問1	cm	
問2	cm ²	
問3	ア	
	イ	
	ウ	

解答

問1 28 cm

問2 54 cm²

問3

ア $3\sqrt{2}$

イ $n-1$

ウ $n+2$

解説

問1

1 番目の図形の周の長さは 12 cm

2 番目の図形の周の長さは 16 cm

3 番目の図形の周の長さは 20 cm

4 番目の図形の周の長さは 24 cm だから

4 cm ずつ増えていることがわかる。

よって 5 番目の図形の周の長さは 28 cm

問2

正方形 1 つの面積は $3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$

正方形が 1 つ増えると $9 - (\text{重なっている部分の面積}) = 9 - 4 = 5 \text{ cm}^2$ 増えるので

10 番目の図形の面積は $9 + 5 \times (10 - 1) = 54 \text{ cm}^2$

問3

1 辺の長さが 3 cm の正方形なのでその対角線 BQ の長さは

$$BQ^2 = 3^2 + 3^2 = 18$$

$BQ > 0$ より

$$BQ = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

また点 B は n 枚目の正方形の左上の頂点になるので

3 番目の図形のとき $PB = 2PA$

4 番目の図形のとき $PB = 3PA \dots$ となり

n 番目のとき $PB = (n-1)PA$ となる。

$PA = \sqrt{2} \text{ cm}$ だから

$$PB = \sqrt{2} (n-1) \text{ cm}$$

$PQ = PB + BQ$ より

$$PQ = \sqrt{2} (n-1) + 3\sqrt{2} = \sqrt{2} n + 2\sqrt{2} = \sqrt{2} (n+2) \text{ cm}$$

【問 8】

下のように 1, a , 3, b が繰り返し並んでいる。ただし, a , b は定数とする。

(1 番目) (2 番目) (3 番目) (4 番目) (5 番目) (6 番目) (7 番目) (8 番目) (9 番目)
 1 , a , 3 , b , 1 , a , 3 , b , 1 , …

このとき, 次の問いに答えよ。

(福井県 2017 年度)

問1 310 番目は何か, 1, a , 3, b のいずれかを解答欄の () に書き入れ, その理由を言葉や数, 式などを
 使って説明せよ。

310 番目は () である。
 [説明]

問2 1 番目から 9 番目までの和が 17, 1 番目から 310 番目までの和が 623 であるとき, a , b の値を求めよ。

解答欄

問1	310 番目は () である。 [説明]	
問2	$a =$, $b =$	

解答

問1

310 番目は (a) である。

[説明]

$310 = 4 \times 77 + 2$ より

「1, a , 3, b 」が 77 回繰り返され

次の「1, a , 3, b 」の 2 番目が 310 番目であるから。

問2 $a = 6$, $b = -2$

解説

問1

1 番目から 310 番目までの 310 個の数で「1, a , 3, b 」は $310 \div 4 = 77$ 余り 2 より

77 回繰り返されることがわかる。

「1, a , 3, b 」が 77 回繰り返された後 $4 \times 77 + 1 = 309$ 番目が 1, 310 番目が a となる。

問2

1 番目から 9 番目までの和が 17 だから $(1 + a + 3 + b) \times 2 + 1 = 17 \cdots \textcircled{1}$

1 番目から 310 番目までの和が 623 だから $(1 + a + 3 + b) \times 77 + 1 + a = 623 \cdots \textcircled{2}$

①と②を連立方程式として解くと

$a = 6$, $b = -2$

【問 9】

図のように、1 から 12 までの数が書かれたカードが並んでいる。駒を、あるカードの上に置き、駒の進め方のようにカードの上を進めていく。

図

〔駒の進め方〕

駒を置いたカードに書かれた数だけ、時計回りに進める。

例えば、表3のように、1 回目に 7 のカードの上に駒を置いた場合、2 回目は、7 つ進めて、2 のカードの上に駒を置く。3 回目は、2 つ進めて、4 のカードの上に駒を置く。

(長野県 2017 年度)

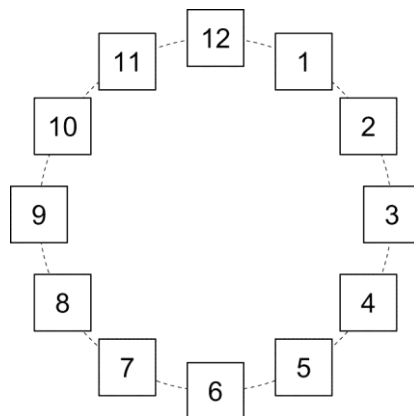


表3

回 数	1 回 目	→	2 回 目	→	3 回 目	→	…
カードの数	7	→	2	→	4	→	…

(1) 1 回目に 1, 10 のカードの上に駒を置く。1, 10 のどちらの場合にも、3 回目以降は、駒を置くカードの数に共通するきまりがあらわれる。そのきまりを書きなさい。

(2) 10 回目に駒を置くカードの数が 12 になるのは、1 回目にどのカードの上に駒を置いたときか。そのカードの数をすべて求めなさい。

(3) n を自然数とする。1 回目に 8 のカードの上にコマを置く。

(ア) $2n$ 回目に駒を置くカードの数を求めなさい。

(イ) 1 回目から $2n$ 回目までに駒を置くカードの数の和を、 n を用いた式で表しなさい。

解答欄

(1)		
(2)		
(3)	(ア)	
	(イ)	

解答

(1) 4 と 8 をくり返す。

(2) 3, 6, 9, 12

(3)

(ア) 4

(イ) $12n$

解説

(1)

1 回目に 1 のカードの上に駒を置くと $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow \dots$

1 回目に 10 のカードの上に駒を置くと $10 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow \dots$

3 回目以降は $4 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow \dots$ となり 4 と 8 をくり返すことがわかる。

(2)

1 回目に 2 のカードの上に駒を置くと $2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow \dots$

1 回目に 3 のカードの上に駒を置くと $3 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 12 \rightarrow 12 \rightarrow 12 \rightarrow \dots$

1 回目に 4 のカードの上に駒を置くと $4 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow \dots$

1 回目に 5 のカードの上に駒を置くと $5 \rightarrow 10 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow \dots$

1 回目に 6 のカードの上に駒を置くと $6 \rightarrow 12 \rightarrow 12 \rightarrow 12 \rightarrow 12 \rightarrow 12 \rightarrow \dots$

1 回目に 7 のカードの上に駒を置くと $7 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow \dots$

1 回目に 8 のカードの上に駒を置くと $8 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow \dots$

1 回目に 9 のカードの上に駒を置くと $9 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 12 \rightarrow 12 \rightarrow 12 \rightarrow \dots$

1 回目に 11 のカードの上に駒を置くと $11 \rightarrow 10 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow \dots$

1 回目に 12 のカードの上に駒を置くと $12 \rightarrow 12 \rightarrow 12 \rightarrow 12 \rightarrow 12 \rightarrow 12 \rightarrow \dots$

よって 10 回目に駒を置くカードの数が 12 になるのは 3, 6, 9, 12 である。

(3)

(ア)

(2)より 1 回目に 8 のカードの上に駒を置くと $8 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow \dots$ となる。

n が自然数だから $2n$ は偶数である。

2 回目, 4 回目, 6 回目…のカードの数は 4 になっている。

よって $2n$ 回目に駒を置くカードの数は 4

(イ)

$n = \underline{1}$ のとき 1 回目から $(2 \times \underline{1})$ 回目までの和は $8 + 4 = (8 + 4) \times 1 = 12 \times \underline{1}$

$n = \underline{2}$ のとき 1 回目から $(2 \times \underline{2})$ 回目までの和は $(8 + 4) + (8 + 4) = (8 + 4) \times 2 = 12 \times \underline{2}$

$n = \underline{3}$ のとき 1 回目から $(2 \times \underline{3})$ 回目までの和は $(8 + 4) + (8 + 4) + (8 + 4) = (8 + 4) \times 3 = 12 \times \underline{3}$

よって 1 回目から $2 \underline{n}$ 回目までの和は $12 \times \underline{n} = 12n$

【問 10】

数学の授業で、誕生日から数をつくる手順が、先生から次のように示された。

- 手順 ① 生まれた月の数と生まれた日の数をたす。
② ①の結果を 2 倍する。
③ ②の結果に、生まれた月の数の 3 倍をたす。

次の問1～問3に答えなさい。ただし、1 年は 2 月 29 日をふくめた 366 日とする。

(岐阜県 2017 年度)

問1 次の文は、先生と 2 人の生徒の会話の一部である。ア、ウ、エには数を、イには x, y を使った式を、それぞれあてはまるように書きなさい。

A さん:私の誕生日は 3 月 9 日だから、手順どおりに数をつくると ア になります。

先 生:では、手順どおりにつくった数が、3 月 9 日からつくった数と同じになる日が 1 年間で他に 2 日あるので、見つけてください。

A さん:どのように考えたらいいですか。

先 生:生まれた月の数を x 、生まれた日の数を y として考えてみてください。

A さん:そうすると、手順どおりにつくった数は イ と表すことができます。

先 生:では、その式を使って、2 人で考えてみてください。

A さん: y の数はそのまま、 x の数を 1 増やすと、イ の値は 5 増えるね。

B さん: x の数はそのまま、 y の数を 1 減らすと、イ の値は ウ 減るよ。

A さん:そうすると x の数を 1 増やしたとき、イ の値が変わらないような y の数はないんだね。

B さん: x の数を 2 増やしたときはどうなるのかな。

A さん: y の数はそのまま、 x の数を 2 増やすと、イ の値は 10 増えるね。そうすると、 x の数を 2 増やしたとき、イ の値が変わらないようにするためには、 y の数を エ 減らせばいいんだね。

先 生:そのことを使うと、手順どおりにつくった数が、3 月 9 日からつくった数と同じになる日を見つけることができますね。

A さん:わかりました。考えてみます。

問2 手順どおりにつくった数が、3 月 9 日からつくった数と同じになる日は、何月何日と何月何日であるかを求めなさい。

問3 C さんは、1 年間のすべての日について手順どおりに数をつくったところ、自分の誕生日からつくった数と同じ数になる日が他にはないことがわかった。C さんの誕生日のように、手順どおりにつくった数が、他の日からつくった数と同じにならない日は、1 年間に全部で何日あるかを求めなさい。

解答欄

問1	ア		
	イ		
	ウ		
	エ		
問2	月 日		月 日
問3	日		

解答

問1

ア 33

イ $5x+2y$

ウ 2

エ 5

問2

1月14日

5月4日

問3 20日

解説

問1

ア ① $3+9=12$ ② $12\times 2=24$ ③ $24+3\times 3=33$

イ ① $x+y$ ② $(x+y)\times 2=2x+2y$ ③ $(2x+2y)+3\times x=5x+2y$

ウ $5x+2(y-1)=5x+2y-2$ となり 2 減る。

エ x の値を 2 増やして y の値を n 減らすとすると $5(x+2)+2(y-n)=5x+10+2y-2n$ となるから
 $5x+2y$ と等しくなるためには $10-2n=0$ となればよい。よって $n=5$

問2

$x=3$, $y=9$ だから x の値を 2 増やして y の値を 5 減らすと $x=5$, $y=4$ で 5 月 4 日。

同様に x の値を 2 減らして y の値を 5 増やすと $x=1$, $y=14$ で 1 月 14 日。

問3

他の日からつくった数と同じにならない日は x 月 y 日において「 x の値を 2 増やして、 y の値を 5 減らしたときその日付が存在しない」と「 x の値を 2 減らして、 y の値を 5 増やしてもその日付が存在しない」ことが同時に成り立つ日である。

つまり「 x の値を 2 増やすことも、 y の値を 5 増やすこともできない x , y の組み合わせ」か「 x の値を 2 減らすことも、 y の値を 5 減らすこともできない x , y の組み合わせ」を見つければよい。

よって x の値を 2 増やすことができないのは 11 月, 12 月。11 月, 12 月の中で

y の値を 5 増やすことができないのは 11 月 26 日, 11 月 27 日, 11 月 28 日, 11 月 29 日, 11 月 30 日, 12 月 27 日, 12 月 28 日, 12 月 29 日, 12 月 30 日, 12 月 31 日。

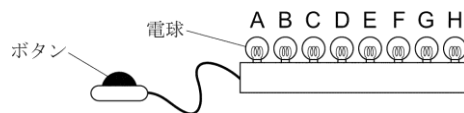
また x の値を 2 減らすことができないのは 1 月, 2 月。1 月, 2 月の中で

y の値を 5 減らすことができないのは 1 月 1 日, 1 月 2 日, 1 月 3 日, 1 月 4 日, 1 月 5 日, 2 月 1 日, 2 月 2 日, 2 月 3 日, 2 月 4 日, 2 月 5 日。

よって全部で 20 日ある。

【問 11】

右の図のような、1 つのボタンと 8 個の電球 A～Hをつないだ装置がある。それぞれの電球は次の〈規則〉にしたがって、点灯と消灯が切り替わる。



〈規則〉

- 電球Aは、ボタンを 1 回押すごとに切り替わる。
- 電球Bは、ボタンを 2 回押すごとに切り替わる。
- 電球Cは、ボタンを 2^2 回押すごとに切り替わる。
- 電球Dは、ボタンを 2^3 回押すごとに切り替わる。
- 電球Eは、ボタンを 2^4 回押すごとに切り替わる。
- 電球Fは、ボタンを 2^5 回押すごとに切り替わる。
- 電球Gは、ボタンを 2^6 回押すごとに切り替わる。
- 電球Hは、ボタンを 2^7 回押すごとに切り替わる。

ボタンが 1 回も押されておらず、すべての電球が消灯している状態から、ボタンを 1 回目、2 回目、3 回目、…とくり返し押していく。次の表は、1 回目から 7 回目までについて、点灯に切り替わる電球を○、消灯に切り替わる電球を●で表したものである。

	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目	6 回目	7 回目
電球 A	○	●	○	●	○	●	○
電球 B		○		●		○	
電球 C				○			
電球 D							
電球 E							
電球 F							
電球 G							
電球 H							

ボタンを押した回数が 5 回のときに点灯している電球は、電球 A と電球 C である。

このとき、次の問 1～問 4 に答えよ。

(京都府 2017 年度 前期)

問 1 ボタンを押した回数が 10 回のときに点灯している電球を、A～H からすべて選べ。

問 2 次の文は、電球 E について述べたものである。文中の ①・② に当てはまる数をそれぞれ求めよ。

電球 E は、ボタンを押した回数が ① の倍数になるときに消灯に切り替わり、そこからさらにボタンを ② 回押したときにふたたび点灯に切り替わる。

問 3 ボタンを押した回数が 64 回のときに点灯している電球は何個か求めよ。

問 4 ボタンを押した回数が 2017 回のときに点灯している電球を、A～H からすべて選べ。

解答欄

問1	A B C D E F G H							
問2	①							
	②							
問3	個							
問4	A B C D E F G H							

解答

問1 B,D

問2

① 32

② 16

問3 1 個

問4 A,F,G,H

解説

問1

$2^2=4$ 回, $2^3=8$ 回, $2^4=16$ 回, $2^5=32$ 回, $2^6=64$ 回, $2^7=128$ 回

$2^4>10$ より電球 E~H は消灯のまま変化しない。

点灯している状態を□, 消灯している状態を■とすると電球A~Dの 1~10 回目について

電球A □■□■□■□■□■

電球B ■□□■□□□■□■

電球C ■■■□□□□■□■

電球D ■■■■■■□□□□

となる。

よって点灯している電球は電球B, D

問2

電球Aはボタンを押した回数が 2 の倍数になるときに消灯に切り替わる。

電球Bはボタンを押した回数が $4(=2^2)$ の倍数になるときに消灯に切り替わる。

電球Cはボタンを押した回数が $8(=2^3)$ の倍数になるときに消灯に切り替わる。

電球Dはボタンを押した回数が $16(=2^4)$ の倍数になるときに消灯に切り替わる。

よって電球Eはボタンを押した回数が $32(=2^5)$ の倍数になるときに消灯に切り替わる。

また電球Eはボタンを 16 回押すごとに点灯と消灯が切り替わるから消灯に切り替わってからさらにボタンを 16 回押したときにふたたび点灯に切り替わる。

問3

電球F, G, Hはそれぞれボタンを押した回数が $64(=2^6)$ の倍数, $128(=2^7)$ の倍数, $256(=2^8)$ の倍数になるときに消灯に切り替わる。

64 は 2, 4, 8, 16, 32, 64 の倍数だから

ボタンを押した回数が 64 回のとき電球A~Fは消灯していることになる。

電球Gはボタンを 64 回押すと点灯に切り替わるから点灯していることになる。

電球Hはボタンを 128 回押さないと点灯に切り替わらないから消灯していることになる。

よって点灯している電球は電球Gの 1 個

問4

ボタンを押した回数が 2017 回のとき

電球Aは $2017 \div 2 = 1008$ あまり 1 より点灯している。

電球Bは $2017 \div 4 = 504$ あまり 1 $1 < 2$ より消灯している。

電球Cは $2017 \div 8 = 252$ あまり 1 $1 < 4$ より消灯している。

電球Dは $2017 \div 16 = 126$ あまり 1 $1 < 8$ より消灯している。

電球Eは $2017 \div 32 = 63$ あまり 1 $1 < 16$ より消灯している。

電球Fは $2017 \div 64 = 31$ あまり 33 $33 > 32$ より点灯している。

電球Gは $2017 \div 128 = 15$ あまり 97 $97 > 64$ より点灯している。

電球Hは $2017 \div 256 = 7$ あまり 225 $225 > 128$ より点灯している。

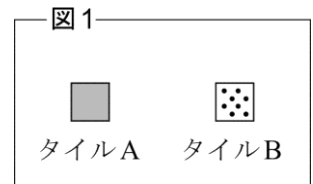
よって点灯している電球は電球A, F, G, H

【問 12】

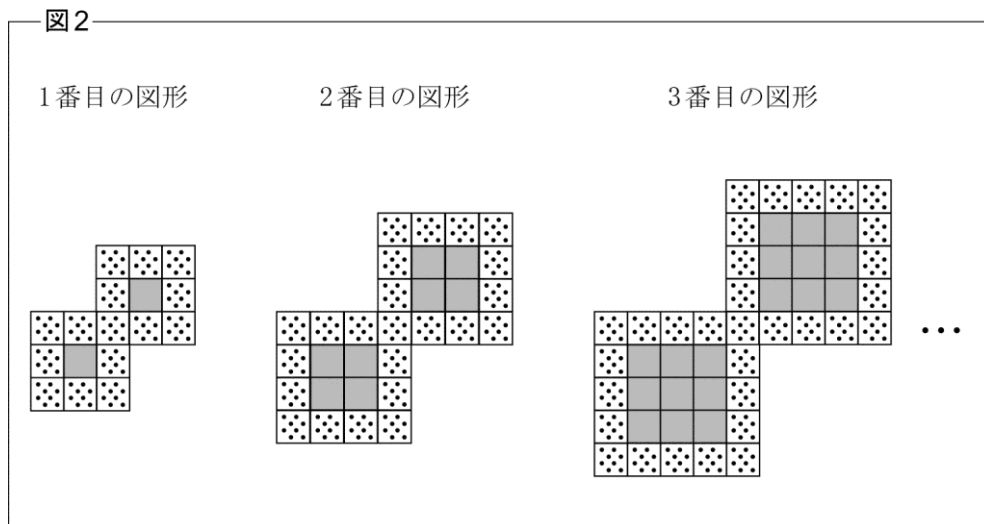
右の図1のようなタイル A とタイル B を、次の図2のようにすき間なく規則的に並べて、1 番目の図形、2 番目の図形、3 番目の図形、…とする。

下の表は、それぞれの図形における、タイル A の枚数とタイル B の枚数についてまとめたものの一部である。

このとき、下の問1・問2に答えよ。



(京都府 2017 年度 中期)



	1 番目の図形	2 番目の図形	3 番目の図形	...
タイル A の枚数 (枚)	2	8	18	...
タイル B の枚数 (枚)	15	23	31	...

問1 n 番目の図形について、タイル A の枚数とタイル B の枚数を、それぞれ n を用いて表せ。

問2 タイル A の枚数がタイル B の枚数より 1043 枚多くなるのは、何番目の図形か求めよ。

解答欄

問1	タイル A 枚
	タイル B 枚
問2	番目の図形

解答

問1

タイル A $2n^2$ 枚

タイル B $(8n+7)$ 枚

問2 25 番目の図形

解説

問1

1 番目の図形, 2 番目の図形, 3 番目の図形のタイル A の枚数は

それぞれ $(1 \times 1) \times 2 = 2$ 枚, $(2 \times 2) \times 2 = 8$ 枚, $(3 \times 3) \times 2 = 18$ 枚となるから

n 番目の図形のタイル A の枚数は $(n \times n) \times 2 = 2n^2$ 枚

また 1 番目の図形, 2 番目の図形, 3 番目の図形のタイルの総数は

それぞれ $(1+2) \times (1+2) \times 2 - 1 = 17$ 枚, $(2+2) \times (2+2) \times 2 - 1 = 31$ 枚, $(3+2) \times (3+2) \times 2 - 1 = 49$ 枚
となるから n 番目の図形のタイルの総数は

$$(n+2) \times (n+2) \times 2 - 1 = 2(n+2)^2 - 1 = 2(n^2 + 4n + 4) - 1 = 2n^2 + 8n + 8 - 1 = 2n^2 + 8n + 7 \text{ 枚}$$

よって n 番目の図形のタイル B の枚数は $(2n^2 + 8n + 7) - 2n^2 = 8n + 7$ 枚

問2

求める図形を x 番目の図形とすると

問1よりタイル A の枚数は $2x^2$ 枚, タイル B の枚数は $8x + 7$ 枚 と表される。

$$\text{よって } 2x^2 = (8x + 7) + 1043$$

$$2x^2 - 8x - 1050 = 0$$

$$x^2 - 4x - 525 = 0$$

$$(x+21)(x-25) = 0$$

$$x = -21, 25$$

x は正の整数だから

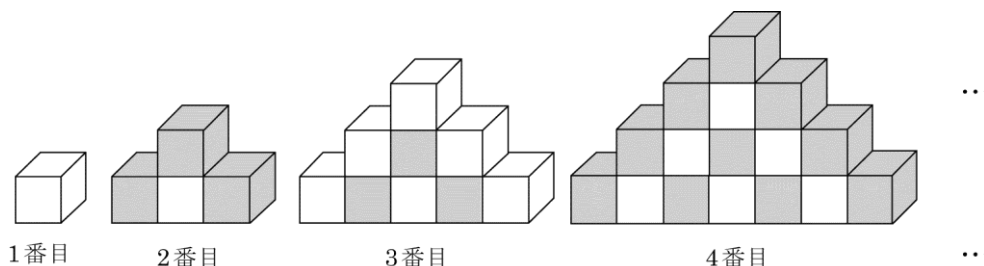
$x = -21$ は問題にあわない。

$x = 25$ は問題にあっている。

【問 13】

同じ大きさの立方体の白い箱と黒い箱をそれぞれいくつか用意し、規則的に置いていく。
 箱の置き方は、図1のように、まず 1 番目として、白い箱を 1 つ置く。
 2 番目は、1 番目の白い箱の上の面と左右の面が見えなくなるように、黒い箱を置く。
 次に、3 番目は、2 番目の黒い箱の上の面と左右の面が見えなくなるように、白い箱を置く。
 このように、上の面と左右の面が見えなくなるように、白い箱と黒い箱を交互に置いていく。
 なお、いずれの場合も面と面をきっちり合わせて箱を置いていくものとする。

図1



このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(和歌山県 2017 年度)

問1 次の表1は、上の規則に従って箱を置いたときの順番と、白い箱の個数と黒い箱の個数についてまとめたものである。

表1

順番(番目)	1	2	3	4	5	6	...	n	$n+1$	...
白い箱の個数(個)	1	1	6	6	*	ア	...	*	*	...
黒い箱の個数(個)	0	3	3	10	*	イ	...	*	*	...
箱の合計個数(個)	1	4	9	16	*	*	...	*	*	...

* は、あてはまる数や式を省略したことを表している。

下の(1)、(2)に答えなさい。

(1) 表1中の ア , イ にあてはまる数をかきなさい。

(2) n が奇数であるとき、白い箱の個数と黒い箱の個数について、 $(n+1)$ 番目から n 番目をひいた差を、それぞれ数または n の式で表しなさい。

問2 図2は、図1の各順番における 1 番下に置いた箱に着目し、それぞれ取り出して表したものである。また、表 2は、図2の順番と、白い箱の個数と黒い箱の個数についてまとめたものである。

図2

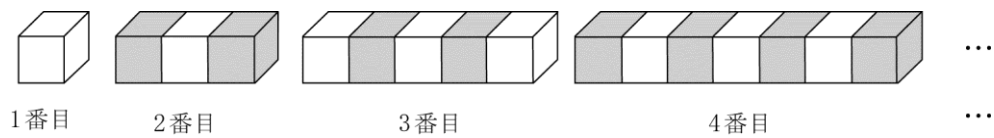


表2

順番(番目)	1	2	3	4	5	6	...
白い箱の個数(個)	1	1	3	3	*	*	...
黒い箱の個数(個)	0	2	2	4	*	*	...
箱の合計個数(個)	1	3	5	7	*	*	...

*は、あてはまる数を省略したことを表している。

このとき、下の(1)～(3)に答えなさい。

(1) 8 番目の白い箱の個数を求めなさい。

(2) 両端が白い箱で、黒い箱の個数が 24 個のとき、何番目であるか、求めなさい。

(3) 箱の合計個数が 101 個のとき、何番目であるか、求めなさい。ただし、答えを求める過程がわかるようにかきなさい。

解答欄

問1	(1)	ア	
		イ	
	(2)	白い箱の個数	個
		黒い箱の個数	個
問2	(1)	個	
	(2)	番目	
	(3)	〔求める過程〕 番目	

解答

問1

(1)

ア 15

イ 21

(2)

白い箱の個数 0 個

黒い箱の個数 $2n+1$ 個

問2

(1) 7 個

(2) 25 番目

(3)

〔求める過程〕

同じ順番の白い箱と黒い箱の個数は連続した整数であり白い箱の個数は奇数で黒い箱の個数は偶数である。

よって箱の合計個数が 101 個であることから

白い箱の個数は 51 個で黒い箱の個数は 50 個である。

また白い箱の個数の方が多いことから

求める順番は奇数番目であり奇数番目では順番と白い箱の個数が同じであるので 51 番目である。

51 番目

解説

問1

(1)

箱の合計個数が1番目は 1^2 個, 2番目は 2^2 個, 3番目は 3^2 個, 4番目は 4^2 個…となっているから
5番目は $5^2=25$ 個, 6番目は $6^2=36$ 個である。

また白い箱の個数は1番目と2番目, 3番目と4番目…がそれぞれ等しく

黒い箱の個数は2番目と3番目, 4番目と5番目…がそれぞれ等しい。

よって5番目の黒い箱の個数は10個だから5番目と6番目の白い箱の個数は $25-10=15$ 個 ア

6番目の黒い箱の個数は $36-15=21$ 個 イ

(2)

白い箱の個数について $n=1$ のとき2番目から1番目をひいた差は $1-1=0$ 個

$n=3$ のとき4番目から3番目をひいた差は $6-6=0$ 個

$n=5$ のとき6番目から5番目をひいた差は $15-15=0$ 個…となる。

よって n が奇数であるとき白い箱の個数について $(n+1)$ 番目から n 番目をひいた差は0個

黒い箱の個数について n は奇数なので $n=2k-1$ とおいて考える。

$k=1$ つまり $n=1$ のとき2番目から1番目をひいた差は $3-0=3$ 個

$k=2$ つまり $n=3$ のとき4番目から3番目をひいた差は $10-3=7$ 個

$k=3$ つまり $n=5$ のとき6番目から5番目をひいた差は $21-10=11$ 個…となる。

k の値が1大きくなると差は4個増えるから差を k を使って表すと $3+4k$ となる。

ここで $n=2k-1$ を k について解くと $k=\frac{n+1}{2}$ だから $3+4k$ に代入して整理すると $2n+1$

よって $(n+1)$ 番目から n 番目をひいた差は $(2n+1)$ 個

問2

(1)

箱の合計個数が1番目は1個, 2番目は3個, 3番目は5個, 4番目は7個…となっているから
5番目は $7+2=9$ 個である。

また白い箱の個数は1番目と2番目, 3番目と4番目…がそれぞれ等しく

黒い箱の個数は2番目と3番目, 4番目と5番目…がそれぞれ等しい。

5番目の黒い箱の個数は4個だから5番目と6番目の白い箱の個数は $9-4=5$ 個

白い箱の個数は1番目と2番目が1個, 3番目と4番目が3個, 5番目と6番目が5個…となっているから
7番目と8番目の白い箱の個数は $5+2=7$ 個

(2)

両端が白い箱だから奇数番目であるとわかる。

また黒い箱が24個なので白い箱は $24+1=25$ 個となる。

ここで奇数番目のとき順番を表す数と白い箱の数が等しくなるので25番目とわかる。

(3)

表2から白い箱の個数は奇数, 黒い箱の個数は偶数になっていることと

白い箱の数が多ければ奇数番目, 黒い箱の数が多ければ偶数番目であることに着目する。

箱の合計個数が101個なのでまず白い箱と黒い箱の数を求める。

どちらの箱の数が多いかがわかれば何番目の箱か求められる。

【問 14】

次の問1, 問2に答えなさい。

(島根県 2017 年度)

問1 2つの歩行者用信号機 A, B がある。この2つの信号機は次のような動作をくり返す。ただし、点滅した状態は考えないものとする。

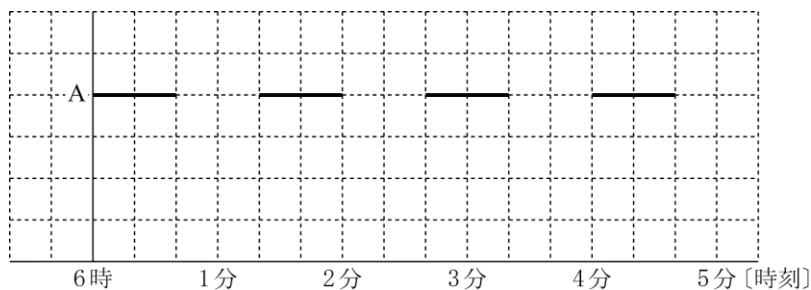
信号機 A は 40 秒間赤色になると、その後 40 秒間青色になる。

信号機 B は 20 秒間赤色になると、その後 40 秒間青色になる。

午前 6 時ちょうどに 2 つの信号機は同時に青色から赤色へかわることがわかっている。次の(1)～(3)に答えなさい。

- (1) 図1のように信号機が赤色のときを太線で表すと、午前 6 時 3 分 30 秒に信号機 A は青色を示していることがわかった。同じ時刻に信号機 B は何色を示しているか答えなさい。

図1

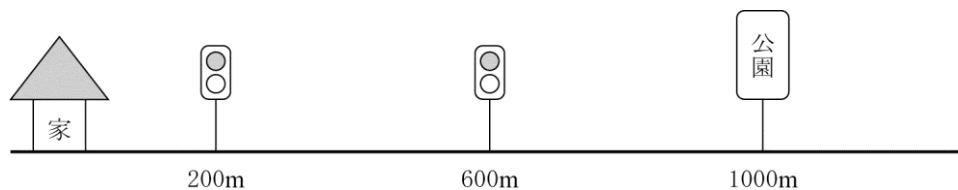


- (2) 午前 6 時ちょうどの次に、2 つの信号機が同時に青色から赤色へかわるのは午前何時何分何秒か、答えなさい。

- (3) 2 つの信号機が同時に青色から赤色へかわるのは、午前 6 時ちょうどから午前 6 時 30 分 0 秒までの間に何回あるか求めなさい。ただし、午前 6 時ちょうどは回数に加えないものとする。

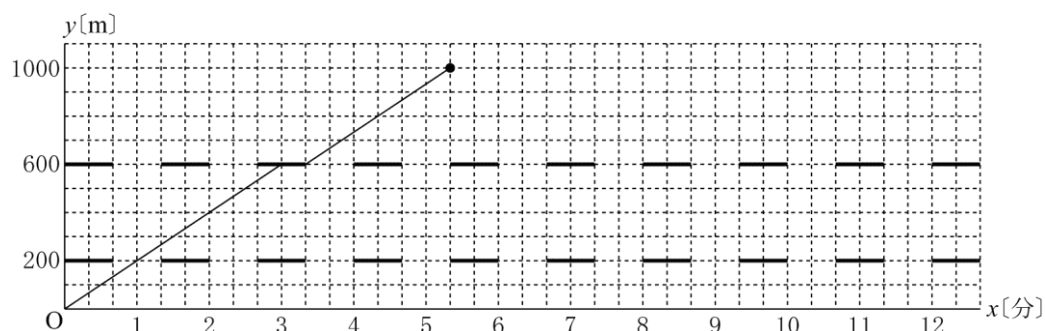
問2 Kさんは午前6時ちょうどに家を出発し、1000 m 離れた公園までの往復の道のりをジョギングしようと考えている。公園までの途中には、図2のように家から 200 m, 600 m 離れた地点に、問1 で考えた信号機 A と同じ動作をくり返す信号機がある。

図2



Kさんは、家を出発してから x 分後における Kさんと家の距離を y m として、 x と y の関係をグラフに表そうとしている。行きと帰りそれぞれ常に一定の速さで走り、信号機が赤色の場合はその場で停止し、信号機が青色へかわるとすぐに走り出すことにする。図3は家を出発してから公園に到着するまでのようすをグラフに表したものである。ただし、信号機の赤色を示す太線を図1と同様に記入している。下の(1)～(3)に答えなさい。

図3



- (1) 家から公園に向かう Kさんの走っているときの速さは分速何 m か、求めなさい。
- (2) 家から公園に向かうまでの中間地点 (家から 500 m の地点) に到達するのは午前何時何分何秒か、求めなさい。
- (3) 公園に到着したあと、休まずに折り返して家に向かうことにする。Kさんが一度も信号で止まらずに家に帰るためには、どのようなグラフになればよいか。Kさんの帰りのようすを表すグラフを解答欄に1つかきなさい。ただし、Kさんは一定の速さで走り、途中で引き返さないものとする。

解答欄

問1	(1)	色
	(2)	午前 時 分 秒
	(3)	回
問2	(1)	分速 m
	(2)	午前 時 分 秒
	(3)	

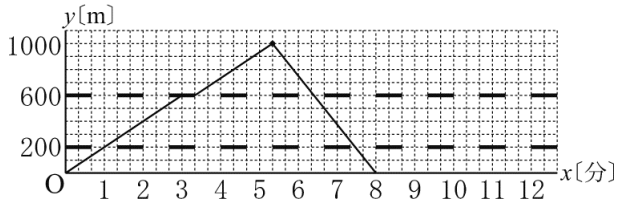
解答

問1

- (1) 青色
- (2) 午前 6 時 4 分 0 秒
- (3) 7 回

問2

- (1) 分速 200 m
- (2) 午前 6 時 2 分 30 秒
- (3)



解説

問1

(1)

信号機 B については

午前 6 時 0 分 0 秒～午前 6 時 0 分 20 秒→赤

午前 6 時 0 分 20 秒～午前 6 時 1 分 0 秒→青

午前 6 時 1 分 0 秒～午前 6 時 1 分 20 秒→赤

午前 6 時 1 分 20 秒～午前 6 時 2 分 0 秒→青

午前 6 時 2 分 0 秒～午前 6 時 2 分 20 秒→赤

午前 6 時 2 分 20 秒～午前 6 時 3 分 0 秒→青

午前 6 時 3 分 0 秒～午前 6 時 3 分 20 秒→赤

午前 6 時 3 分 20 秒～午前 6 時 4 分 0 秒→青 …

よって午前 6 時 3 分 30 秒に信号機 B は青色を示している。

(2)

信号機 A は青色から赤色へかわってから次に青色から赤色へかわるまでに $40 + 40 = 80$ 秒かかる。

同様に信号機 B は $20 + 40 = 60$ 秒かかる。

よって 80 と 60 の最小公倍数は 240 だから

午前 6 時ちょうどの次に 2 つの信号機が同時に青色から赤色へかわるのは

午前 6 時の 240 秒後 午前 6 時 4 分 0 秒 である。

(3)

午前 6 時ちょうどから午前 6 時 30 分 0 秒までは $60 \times 30 = 1800$ 秒である。

$1800 \div 240 = 7$ 余り 120 より 7 回あることがわかる。

問2

(1)

3 分間に 600 m 走っているから $600 \div 3 = 200$ より分速 200 m

(2)

$500 \div 200 = 2.5$ 分

2.5 分 = 2 分 30 秒だから午前 6 時 2 分 30 秒である。

(3)

たとえば 2 点 $\left(\frac{16}{3}, 1000\right), \left(\frac{23}{3}, 200\right)$ を通る直線のグラフ ($0 \leq y \leq 1000$) をかけばよい。

【問 15】

クラスの掲示係の誠さんと良子さんは、同じ大きさの掲示物を並べて貼るときの、掲示物の枚数と必要な画びょうの個数の関係について考えた。問1～問3に答えなさい。

(岡山県 2017 年度 一般)

【誠さんの貼り方】

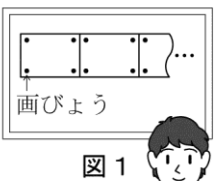


図 1 のように、掲示物を横一列に隙間なく並べて、四隅を画びょうを使って貼る。

【良子さんの貼り方】

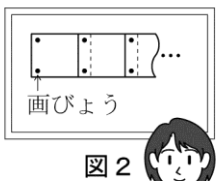


図 2 のように、掲示物を横一列に、その一部が重なるように並べて、四隅を画びょうを使って貼る。

問1 掲示物を横一列に貼るとき、掲示物の枚数と 2 人の貼り方で必要な画びょうの個数の関係をそれぞれ調べると、表のようになった。□(1) □(2) に適当な数を書き入れなさい。

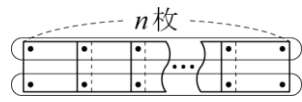
掲示物の枚数 (枚)		1	2	3	4	...
必要な画びょうの個数 (個)	【誠さんの貼り方】	4	8	□(1)	16	...
	【良子さんの貼り方】	4	6	8	□(2)	...

問2 n 枚の掲示物を横一列に貼るとき、2 人の貼り方で必要な画びょうの個数について、次のように確かめた。□(3) ～ □(5) に適当な数または式を書き入れなさい。ただし、 n は自然数とする。

【誠さんの貼り方】では、 $4 \times (\text{掲示物の枚数})$ 個必要だから、 n を使って □(3) 個と表される。

【良子さんの貼り方】では、図3のように、画びょうの横一列を囲んで考える。 図3

横一列の囲みを 1 つのまとまりとすると、1 つのまとまりの画びょうの個数は、 n を使って □(4) 個と表される。同じまとまりが 2 つあるので、必要な画びょうの個数は、 n を使って $2 \times (\text{□(4)})$ 個と表される。



したがって、10 枚の掲示物を横一列に貼るとき、必要な画びょうの個数は、【良子さんの貼り方】の方が【誠さんの貼り方】よりも □(5) 個少なくなることがわかる。

問3 縦 n 枚, 横 n 枚, 合計 n^2 枚の掲示物を貼るとき, 2 人の貼り方で必要な画びょうの個数について, 次のように確かめた。 (6) ～ (8) に適当な数または式を書き入れなさい。ただし, n は自然数とする。

【誠さんの貼り方】

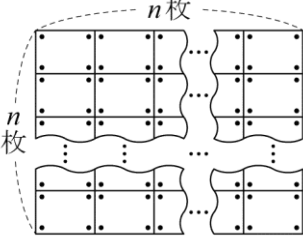


図4のように, 掲示物を横方向と縦方向に, 隙間なく並べて, 四隅を画びょうを使って貼る。

図4

【良子さんの貼り方】

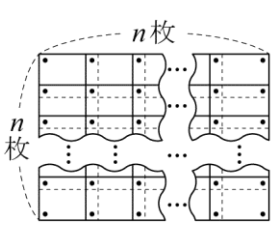


図5のように, 掲示物を横方向と縦方向に, その一部が重なるように並べて, 四隅を画びょうを使って貼る。

図5

必要な画びょうの個数は, 【誠さんの貼り方】では, n を使って (6) 個, 【良子さんの貼り方】では, n を使って (7) 個と表される。

したがって, 必要な画びょうの個数について, 【良子さんの貼り方】の方が【誠さんの貼り方】よりも 39 個少ないとき, n の値は (8) であることがわかる。

解答欄

問1	(1)	
	(2)	
問2	(3)	個
	(4)	個
	(5)	個
問3	(6)	個
	(7)	個
	(8)	

解答

問1

(1) 12

(2) 10

問2

(3) $4n$ 個

(4) $n+1$ 個

(5) 18 個

問3

(6) $4n^2$ 個

(7) $(n+1)^2$ 個

(8) 4

解説

問1

(1)

【誠さんの貼り方】では掲示物の枚数が 1 枚増えると必要な画びょうの個数は 4 個増える。

よって $8+4=12$ 個

(2)

【良子さんの貼り方】では掲示物の枚数が 1 枚増えると必要な画びょうの個数は 2 個増える。

よって $8+2=10$ 個

問2

(3) $4 \times n = 4n$ 個

(4)

【良子さんの貼り方】では掲示物の枚数が 1 枚, 2 枚, 3 枚, 4 枚のときの

1 つのまとまりの画びょうの個数は $2(=1+1)$ 個, $3(=2+1)$ 個, $4(=3+1)$ 個, $5(=4+1)$ 個となるから

掲示物の枚数が n 枚のときの 1 つのまとまりの画びょうの個数は $n+1$ 個

(5)

同じまとまりが 2 つあるので必要な画びょうの個数は $(n+1) \times 2 = 2n+2$ 個と表される。

10 枚の掲示物を横一列に貼るとき

【誠さんの貼り方】で必要な画びょうの個数は $4 \times 10 = 40$ 個

【良子さんの貼り方】で必要な画びょうの個数は $2 \times 10 + 2 = 22$ 個

よって $40 - 22 = 18$ 個

問3

(6) $4 \times n^2 = 4n^2$ 個

(7)

【良子さんの貼り方】では問2で考えたことから縦に $n+1$ 個, 横に $n+1$ 個の画びょうを使う。

よって必要な画びょうの個数は $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$ 個

(8)

【良子さんの貼り方】の方が【誠さんの貼り方】よりも 39 個少ないとき

$n^2 + 2n + 1 = 4n^2 - 39$ が成り立つ。

$$-3n^2 + 2n + 40 = 0$$

$$3n^2 - 2n - 40 = 0$$

解の公式より

$$n = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 3 \times (-40)}}{2 \times 3} = \frac{2 \pm \sqrt{484}}{6} = \frac{2 \pm 22}{6}$$

$$\frac{2+22}{6} = \frac{24}{6} = 4, \quad \frac{2-22}{6} = -\frac{20}{6} = -\frac{10}{3} \text{ より}$$

$$n = 4, \quad -\frac{10}{3}$$

$n = 4$ は問題にあっているが $n = -\frac{10}{3}$ は問題にあっていない。

したがって $n = 4$

【問 16】

下の図1のように、同じ大きさの黒、白、赤の3色のタイルがある。これらを使って、図2の1番目、2番目、3番目、…のように、規則的に並べて図形をつくる。また、それぞれの図形について、黒、白、赤の色ごとにタイルの枚数を調べ、下のような表をつくる。

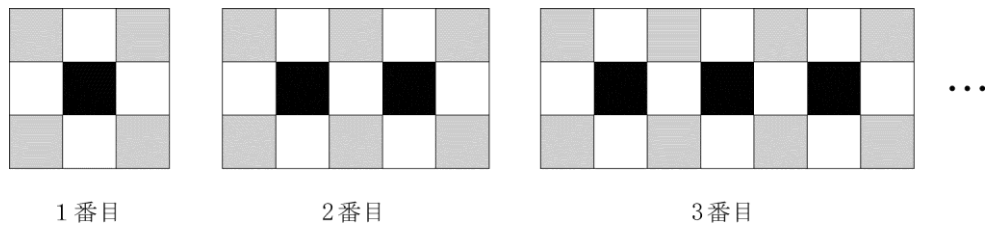
このとき、次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2017 年度)

図1



図2



表

	1 番目	2 番目	3 番目	…
黒いタイルの枚数 (枚)	1	2	3	…
白いタイルの枚数 (枚)	4	7	10	…
赤いタイルの枚数 (枚)	4	6	8	…

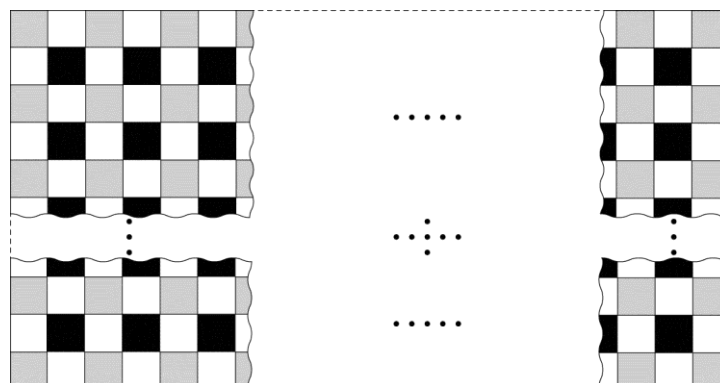
問1 4 番目の図形の黒、白、赤のタイルの枚数を、それぞれ求めよ。

問2 n 番目の図形の白いタイルの枚数を、 n を使って表せ。

問3 並べた全てのタイルの枚数が 99 枚になるのは、何番目の図形か。

問4 10 番目の図形をつくった後、縦の方向にも同じように規則的に並べて、下の図3のように、黒いタイルが、横に 10 枚、縦に 5 枚、合計 50 枚となるような図形をつくった。このとき、使った白いタイルの枚数を求めよ。

図3



解答欄

問1	黒	枚	白	枚	赤	枚
問2	枚					
問3	番目					
問4	枚					

解答

問1

黒 4 枚

白 13 枚

赤 10 枚

問2 $3n+1$ 枚

問3 16 番目

問4 115 枚

解説

問1

表から黒いタイルは 1 枚ずつ, 白いタイルは 3 枚ずつ, 赤いタイルは 2 枚ずつそれぞれ増えることがわかる。

問2

$4+3\times(n-1)=4+3n-3=3n+1$ 枚

問3

どの図形も縦に並ぶタイルの枚数は 3 枚だから

並べた全てのタイルの枚数が 99 枚のとき横に並ぶタイルの枚数は $99\div3=33$ 枚となる。

横に並ぶタイルの枚数は 1 番目の図形が 3 枚, 2 番目の図形が 5 枚, 3 番目の図形が 7 枚…となり

2 枚ずつ増えるから横に並ぶタイルの枚数が 33 枚となるのは $(33-3)\div2+1=16$ 番目の図形である。

問4

図3からこの図形は

図2の 10 番目の図形をいちばん上の段といちばん下の段のタイルを重ねて作っていることがわかる。

10 番目の図形の白いタイルの枚数は $3\times10+1=31$ 枚だから

10 番目の図形を 5 つ並べたときの白いタイルの枚数は全部で $31\times5=155$ 枚になる。

ここで重なる白いタイルの枚数は $10\times4=40$ 枚 になるので

求める枚数は $155-40=115$ 枚

【問 17】

あおいさんは、1 辺が 2 cm の正方形の紙をいくつか用意し、次の手順にしたがって、それらを 1 枚ずつ横 1 列に貼り合わせて図形をつくり、できた図形の面積について考えることにした。このとき、下の問1・問2に答えなさい。

(高知県 2017 年度)

<手順>

I 図1のように、1 枚目の正方形の紙の上に 2 枚目の正方形の紙を重ね、1 辺が 1 cm の正方形の重なりができるように、2 枚目の正方形の紙を右にずらして貼る。

続けて貼っていく正方形の紙についても、それぞれ 1 辺が 1 cm の正方形の重なりができるように、2 枚目の上に 3 枚目、3 枚目の上に 4 枚目、…と、右にずらしながら順に貼る。

II 手順 I でできた図形を、図2のように、紙が 2 枚重なっている  の部分と、紙が重なっていない  の部分に区別する。貼り合わせてできた図形の、紙が 2 枚重なっているすべての  の部分をA、紙が重なっていないすべての  の部分をBとして考える。

図1

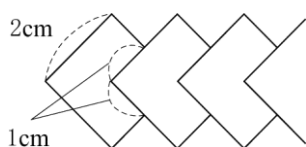
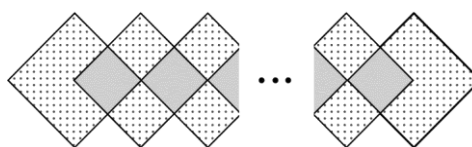


図2



問1 Bの面積が 20 cm^2 となるときの、貼り合わせた正方形の紙の枚数を求めよ。

問2 あおいさんは、Aの面積とBの面積を、正方形の紙の枚数を変えてそれぞれ計算した。すると、貼り合わせた正方形の紙の枚数が異なると、Aの面積とBの面積の比も異なっていることに気付いた。次は、あおいさんが、Aの面積とBの面積の比が 3:7 となるときの正方形の紙の枚数を、文字式を使って正しく解いたノートの一部である。このとき、下の(1)・(2)の問いに答えよ。

あおいさんのノート

【解答】

貼り合わせた正方形の紙の枚数を n 枚とすると、Aの面積は() cm^2 、Bの面積は() cm^2 と表すことができる。

これより、Aの面積とBの面積の比が 3:7 となるときの n は、

(1)

ア

 ・

イ

 に当てはまる文字式をそれぞれ書け。

(2)

ウ

 には, 解答の続きが入る。

ウ

 に入る内容を, 言葉と式を使って書き, 解答を完成させよ。

解答欄

問1	枚		
問2	(1)	ア	
		イ	
	(2)		

解答

問1 9枚

問2

(1)

ア $n-1$

イ $2n+2$

(2)

$$(n-1):(2n+2)=3:7$$

$$7(n-1)=3(2n+2)$$

$$7n-7=6n+6$$

$$7n-6n=6+7$$

$$n=13$$

よってAの面積とBの面積の比が3:7となるときの正方形の紙の枚数は13枚である。

解説

問1

求める紙の枚数を x 枚とする。

左端の紙と右端の紙において紙が重なっていない部分の面積は $2 \times 2 - 1 \times 1 = 4 - 1 = 3 \text{ cm}^2$

左端の紙と右端の紙を除くすべての紙において紙が重なっていない部分の面積は $4 - 1 \times 2 = 2 \text{ cm}^2$

よってBの面積について $3 + 2(x-2) + 3 = 20$ が成り立つ。

これを解くと $x=9$

この解は問題にあっている。

問2

(1)

ア

問1より紙が2枚重なっている部分の面積は 1 cm^2 である。

貼り合わせた紙の枚数が n 枚のとき

紙が2枚重なっている部分は $(n-1)$ か所あるから

$$\text{Aの面積は } 1 \times (n-1) = n-1 \text{ cm}^2$$

イ

Bの面積は問1と同様に考えて $3 + 2(n-2) + 3 = 2n + 2 \text{ cm}^2$

(2)

(Aの面積):(Bの面積)=3:7より

$$(n-1):(2n+2)=3:7$$

これを整理すると

$$n=13$$

よってAの面積とBの面積の比が3:7となるときの正方形の紙の枚数は13枚である。

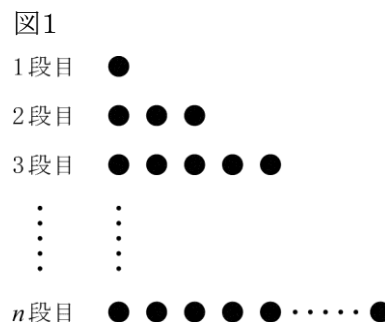
【問 18】

右の図1のように、黒い石を1段目に1個、2段目に3個、3段目に5個、
…と2個ずつ多くなるように並べていく。

このとき、(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2017 年度 特色)

(1) 5 段目に並ぶ石の数を求めなさい。



(2) 太郎さんは、石の数を数える方法を次のように説明した。次の①、②にあてはまる式を、 n を用いてそれぞれ表しなさい。

図1で並べた石を、図2のように並べかえました。

そして図3のように石のまとまりを考えると、図1の各段に並ぶ石の数は、2段目は $2+2-1=3$ 個、3段目は $3+3-1=5$ 個、…であるから、 n 段目は ① 個となります。

また、図1の1段目から n 段目までに並ぶ石の数の合計は ② 個となります。

図2

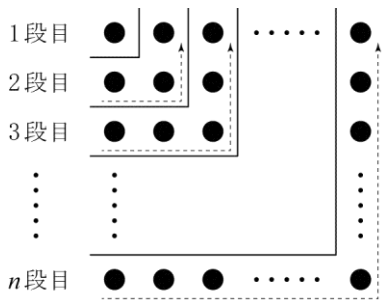
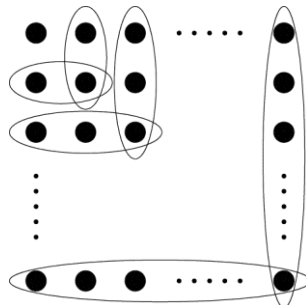


図3



(3) 図1の16段目から50段目までに並ぶ石の数の合計を求めなさい。

解答欄

(1)	個	
(2)	①	
	②	
(3)	個	

解答

(1) 9 個

(2)

① $2n-1$

② n^2

(3) 2275 個

解説

(1)

3 段目に並ぶ石の数は 5 個なので $5+2+2=9$ 個

(2)

①は図3より $n+n-1=2n-1$ 個

②は図2より $n \times n = n^2$ 個

(3)

1 段目から 50 段目までに並ぶ石の数の合計は $50^2=2500$ 個

1 段目から 15 段目までに並ぶ石の数の合計は $15^2=225$ 個

よって 16 段目から 50 段目までに並ぶ石の数の合計は $2500-225=2275$ 個

【問 19】

1 から 100 までの自然数が 1 つずつ書かれた 100 枚のカードがある。まず、この 100 枚のカードの中から 2 の倍数が書かれたカードを取り除き、残ったカードの中から 5 の倍数が書かれたカードを取り除く。次に、下の[表]のように、残ったカード全部を、カードに書かれた数が小さいものから順に、1 行目の 1 列目から矢印に沿って並べていく。

[表]

	1 列目	2 列目	3 列目	4 列目
1 行目	1	3	7	9
2 行目				
3 行目				
4 行目				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

このとき、(1)～(4)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2017 年度 一般)

(1) 2 行目の 1 列目に並べたカードに書かれている数を書きなさい。

(2) 1 行目の 1 列目、2 行目の 1 列目、3 行目の 1 列目、4 行目の 1 列目に並べた 4 枚のカードについて、カードに書かれている数の和を求めなさい。

(3) 並べたカードは全部で何枚か、求めなさい。

(4) 並べたカード全部について、カードに書かれている数の和を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	枚
(4)	

解答

(1) 19

(2) 80

(3) 40 枚

(4) 2000

解説

(1)

1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19…となるから 2 行目の 1 列目に並べたカードに書かれている数は 19

(2)

3 行目から 4 行目までに並ぶ 8 個の数は

1 行目から 2 行目までに並ぶ 8 個の数と比べて 20 ずつ大きくなっている。

このことから

3 行目の 1 列目は $1+20=21$

4 行目の 1 列目は $19+20=39$ となるから

求める和は $1+19+21+39=80$

(3)

1 から 20 までのカードのうち並べるのは 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19 の 8 枚である。

21 から 40 まで, 41 から 60 まで, 61 から 80 まで, 81 から 100 までのそれぞれの場合についても並べるのは 8 枚である。

よって全部で $8 \times 5 = 40$ 枚

(4)

1 列目に並ぶ数の和, 2 列目に並ぶ数の和, 3 列目に並ぶ数の和, 4 列目に並ぶ数の和はすべて等しい。

1 列目に並ぶ数の和は $1+19+21+39+41+59+61+79+81+99=500$

よって求める和は $500 \times 4 = 2000$

【問 20】

A さんと B さんと先生は、正の奇数の性質について話をしています。次の 3 人の会話を読んで、あとの問いに答えなさい。

(長崎県 2017 年度)

先 生: 正の奇数を小さい順に並べると、

1, 3, 5, 7, 9, …

ですね。1 から小さい順に数えて 10 番目の奇数は何ですか。

A さん: です。

先 生: そうですね。では、次に、連続する 3 つの奇数の和を考えます。

例えば、

1, 3, 5 のとき $1+3+5=9$

3, 5, 7 のとき $3+5+7=15$

となります。では、連続する 3 つの奇数の和が 39 になるとき、連続する 3 つの奇数のうち、最も小さい奇数は何ですか。

B さん: です。

先 生: そうですね。次に、連続する 4 つの奇数について考えます。実は、連続する 4 つの奇数の和は必ず 8 の倍数になります。

例えば、

1, 3, 5, 7 のとき $1+3+5+7=16=8\times 2$

3, 5, 7, 9 のとき $3+5+7+9=24=8\times 3$

となります。このことを証明してみましょう。

A さん: 証明してみます。

先 生: そうですね。それでは、連続する 4 つの奇数の和についてさらに考えてみましょう。

1, 3, 5, 7 のとき $1+3+5+7=16=4^2$

となり、和は自然数の 2 乗になります。

3, 5, 7, 9 のとき $3+5+7+9=24$

となり、和は自然数の 2 乗になりません。

このように、和が自然数の 2 乗になる場合と自然数の 2 乗にならない場合があります。では、連続する 4 つの奇数の和が自然数の 2 乗になるもののうち、500 に最も近い和は何ですか。また、そのときの連続する 4 つの奇数のうち、最も小さい奇数は何ですか。

B さん: 500 に最も近い和は で、そのときの連続する 4 つの奇数のうち、最も小さい奇数は

です。

先 生: そうですね。よく理解できていますね。

問1

(ア)

 ,

(イ)

 にあてはまる数を答えよ。

問2

(ウ)

 に、下線部で示した内容の証明を書き入れよ。ただし、証明は解答用紙の「 n を 0 以上の整数とし、最も小さい奇数を $2n+1$ とする。」に続けて完成させよ。

問3

(エ)

 ,

(オ)

 にあてはまる数を答えよ。

解答欄

問1	(ア)	
	(イ)	
問2	(ウ)	n を 0 以上の整数とし、最も小さい奇数を $2n+1$ とする。
問3	(エ)	
	(オ)	

解答

問1

(ア) 19

(イ) 11

問2

(ウ)

n を 0 以上の整数とし最も小さい奇数を $2n+1$ とする。

連続する 4 つの奇数は

$2n+1, 2n+3, 2n+5, 2n+7$ と表される。

連続する 4 つの奇数の和は

$$(2n+1)+(2n+3)+(2n+5)+(2n+7)$$

$$=8n+16$$

$$=8(n+2)$$

$n+2$ は整数より $8(n+2)$ は 8 の倍数である。

よって連続する 4 つの奇数の和は必ず 8 の倍数になる。

問3

(エ) 576

(オ) 141

解説

問1

ア

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19…と並ぶから 10 番目の奇数は 19

イ

$1+3+5=9=3\times3$, $3+5+7=15=5\times3$, $5+7+9=21=7\times3\cdots$ となることから

連続する 3 つの奇数の和は真ん中の奇数の 3 倍に等しいといえる。

連続する 3 つの奇数の和が 39 になるとき

真ん中の奇数は $39\div3=13$ だから

最も小さい奇数は $13-2=11$

問2

連続する奇数は 2 ずつ増えるから

最も小さい奇数を $2n+1$ とすると

連続する 4 つの奇数は

$2n+1, 2n+3, 2n+5, 2n+7$ と表すことができる。

これらの和を求め共通因数 8 を取り出すことができればよい。

問3

エ

自然数の 2 乗になる数で

500 に近い数は $20^2=400$, $21^2=441$, $22^2=484$, $23^2=529$, $24^2=576$ である。

このうち 8 の倍数になるのは 400 と 576 で 576 の方が 500 に近い。

よって連続する 4 つの奇数の和が自然数の 2 乗になるもののうち 500 に最も近い和は 576

オ

問2より n を 0 以上の整数として最も小さい奇数を $2n+1$ とすると

連続する 4 つの奇数の和は $8(n+2)$ と表されるから

$$8(n+2)=576 \text{ を解くと}$$

$$n=70$$

よって最も小さい奇数は $2\times70+1=141$

【問 21】

次は、幾何学的な模様に興味を持った優子さんと健太さんとの会話文である。よく読んで、あとの各問いに答えなさい。

(熊本県 2017 年度)

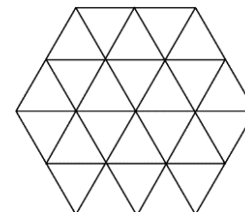
優子:1 辺が 1 cm の正三角形をすき間なく並べてみて、いろいろな大きさの正六角形を作ってみましょうよ。

健太:1 個作ってみたよ。(図1)



優子:それは、1 辺が 1 cm の正六角形ね。正三角形を 6 個使っているね。それで、1 辺が 2 cm の正六角形を作るには、正三角形はいくつ必要かな。

健太:24 個必要だね。(図2)



優子:それでは、1 辺が 3 cm の正六角形を作るには、正三角形はいくつ必要かな。

健太: 個必要だね。

優子:それぞれの正六角形の 1 辺の長さとも正三角形の個数には、何か関係がありそうね。表にまとめると次のようになったよ。

正六角形の 1 辺の長さ (cm)	1	2	3	...
正三角形の個数 (個)	6	24	ア	...

健太:表から、1 辺が 2 cm の正六角形で使われている正三角形の個数は、1 辺が 1 cm の正六角形で使われている正三角形の個数の 倍になっていることがわかるね。辺の長さがもっと長くなったらどうなるのかな。

優子:辺の長さが違う正六角形はすべて相似な図形だから、①相似比を利用すると、正六角形を作るときに必要な正三角形の個数を計算で求めることができるね。

健太:②正六角形の 1 辺の長さとも正三角形の個数との関係は、興味深いね。

問1 , に当てはまる数を入れて、会話文を完成しなさい。

問2 下線部①について、1 辺が 1 cm の正三角形をすき間なく並べて 1 辺が n cm の正六角形を作る。このとき、必要な正三角形の個数を n を使った式で表しなさい。

問3 下線部②について、健太さんは次の問題を作った。この問題に答えなさい。

(問題) 1 辺が $(n+1)$ cm の正六角形を作るときに必要な正三角形の個数が、1 辺が n cm の正六角形を作るときに必要な正三角形の個数よりも 138 個多いとき、 n の値を求めなさい。ただし、正六角形は、1 辺が 1 cm の正三角形をすき間なく並べて作るものとする。

解答欄

問1	ア		イ	
問2	個			
問3	$n=$			

解答

問1

ア 54

イ 4

問2 $6n^2$ 個

問3 $n=11$

解説

問1

ア

1 辺が 3 cm の正六角形は 1 辺 2 cm の正六角形の周りにすきまなく正三角形を並べれば作ることができる。

1 辺あたり 5 個必要なので $5 \times 6 = 30$ 個増えるから $24 + 30 = 54$ 個

イ

1 辺が 2 cm の正六角形に使われている正三角形は 24 個

1 辺が 1 cm の正六角形に使われている正三角形は 6 個だから $24 \div 6 = 4$ 倍

問2

1 辺が 1 cm の正六角形と 1 辺が 2cm の正六角形の相似比は 1:2 で

1 辺 2 cm の正六角形に使われている正三角形の個数は

1 辺が 1 cm の正六角形に使われている正三角形の個数の $24 \div 6 = 4 = 2^2$ 倍

同様に 1 辺が 1 cm の正六角形と 1 辺が 3 cm の正六角形の相似比は 1:3 で

1 辺 3 cm の正六角形に使われている正三角形の個数は

1 辺が 1 cm の正六角形に使われている正三角形の個数の $54 \div 6 = 9 = 3^2$ 倍

よって 1 辺が 1 cm の正六角形と 1 辺が n cm の正六角形の相似比は 1: n で

1 辺 n cm の正六角形に使われている正三角形の個数は

1 辺が 1 cm の正六角形に使われている正三角形の個数の n^2 倍になるから

個数は $6n^2$ 個

問3

問2より 1 辺が $(n+1)$ cm のときに必要な正三角形の個数は $6(n+1)^2$ 枚。

よって 1 辺が $(n+1)$ cm のときに必要な正三角形の個数が

1 辺が n cm のときに必要な正三角形の個数よりも 138 個多いから

$$6(n+1)^2 - 6n^2 = 138$$

整理をすると

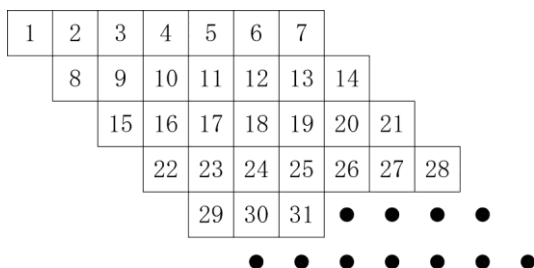
$$12n = 132$$

$$n = 11$$

【問 22】

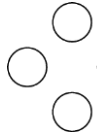
下の図1のように、自然数を1から順に横に7個ずつ並べた。

図1



次の問1～問3に答えなさい。

(大分県 2017 年度)

問1 かずえさんは、図1に  のように4つの自然数に  をつけて、どのような関係があるか、次のように考えた。[調べたこと]と[予想]の  に適する数を求めなさい。

[調べたこと]

図2

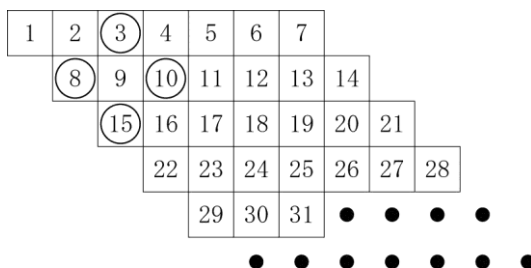
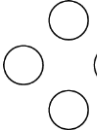


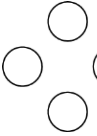
図2のように  をつけた場合、4つの自然数 3, 8, 10, 15 について、
2 番目に小さな自然数と 3 番目に小さな自然数の積から、1 番小さな自然数と 1 番大きな自然数の積をひいた差は、 となる。


  のように  をつけた場合、4つの自然数 4, 9, 11, 16 について、


2 番目に小さな自然数と 3 番目に小さな自然数の積から、1 番小さな自然数と 1 番大きな自然数の積をひいた差も、 となる。


[調べたこと]から、  のように  をつけた 4 つの自然数について、どのような場合でも成り立つ関係を予想し、等式で表した。

[予想]

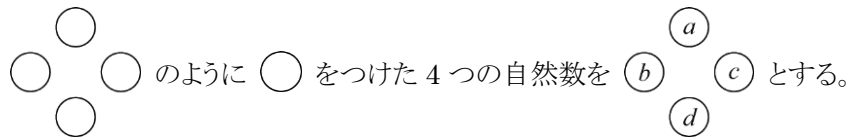
 のように  をつけた 4 つの自然数を     とする。

この 4 つの自然数 a, b, c, d について、 $bc - ad =$  の関係が成り立つ。

問2 かずえさんは、問1の[予想]がどのような場合でも成り立つことを説明した。

[説明]について、 , , には文字式を、 には続きを書き、[説明]を完成させなさい。

[説明]



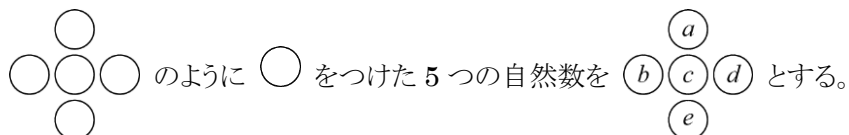
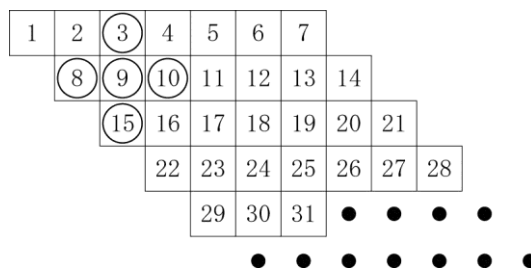
4つの自然数 a, b, c, d について、 b, c, d をそれぞれ a を使った式で表すと、

$b =$, $c =$, $d =$ となる。

したがって、 $bc - ad$ は、

問3 図1に のように 5つの自然数に をつけた。次の図3はその例である。

図3



この5つの自然数 a, b, c, d, e について、どのような場合でも成り立つ関係のうち、次の[条件]をすべて満たす等式を、1つ求めなさい。

- [条件]
- ① a, b, c, d, e をすべて使った1つの等式である。
 - ② a, b, c, d, e をそれぞれ1回ずつ使った等式である。

解答欄

問1	ア	
問2	イ	
	ウ	
	エ	
	オ	
問3		

解答

問1

ア 35

問2

イ $a+5$

ウ $a+7$

エ $a+12$

オ

$$bc-ad$$

$$=(a+5)(a+7)-a(a+12)$$

$$=a^2+12a+35-a^2-12a$$

$$=35$$

したがって

4つの自然数 a, b, c, d について

$bc-ad=35$ の関係が成り立つ。

問3 $a+b+d+e=4c$

解説

問1

$$8 \times 10 - 3 \times 15 = 80 - 45 = 35$$

問2

a のすぐ下の数は a よりも 6 大きいから $a+6$ と表される。

b は a のすぐ下の数よりも 1 小さいから $b=a+6-1=a+5$ (イ)

c は a のすぐ下の数よりも 1 大きいから $c=a+6+1=a+7$ (ウ)

d は a のすぐ下の数よりも 6 大きいから $d=a+6+6=a+12$ (エ)

オ

イ～エで求めた式を $bc-ad$ に代入して計算する。

問3

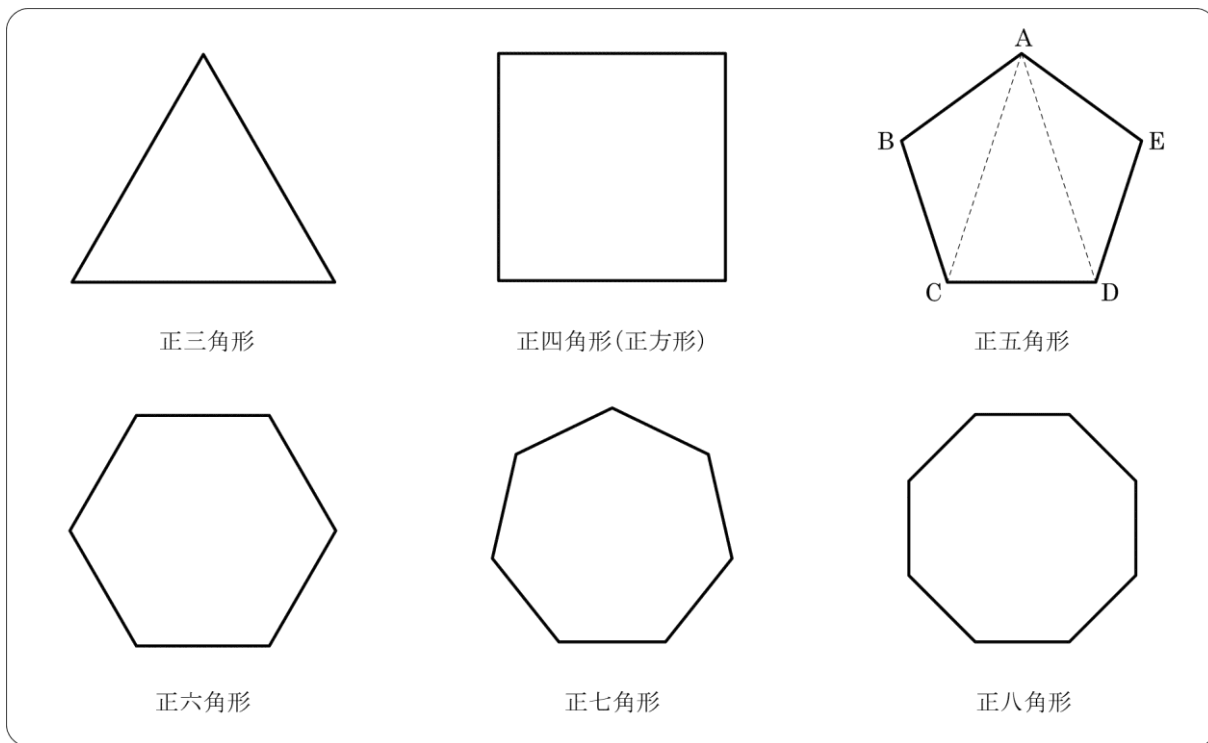
たとえば $a+e=2c$, $c-b=d-c$ のように一部の文字についての等式を複数つくり

連立方程式の加減法のように左辺どうし右辺どうしをそれぞれたして 1 つの等式にする。

【問 23】

下の図は、頂点の数が 3 から 8 までの正多角形をならべたものである。表は、それぞれの正多角形における「頂点の数」と「1 つの頂点からひける対角線の数」および「対角線の本数」を調べようとしたものである。ここで、多角形では、となり合わない頂点を結んだ直線を対角線といい、「1 つの頂点からひける対角線」とは、下の図の正五角形の頂点 A に注目すると、線分 AC、線分 AD である。

図



このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2017 年度)

表

	頂点の数	1 つの頂点からひける対角線の数	対角線の本数
正三角形	3	0	0
正四角形	4	1	2
正五角形	5	2	5
正六角形	6	①	②
正七角形	7		
正八角形	8		

問1 表の ① , ② にあてはまる数を入れなさい。

問2 一朗さんと花子さんは、正 n 角形の対角線の本数を n の式で表すことを考えた。下の《会話》を読んで、次の問いに答えなさい。

《会話》

一朗：どの正多角形も1つの頂点からひける対角線の本数は、頂点の数より

③

だけ少なくなっているぞ。なぜそうなるのかなあ。

花子：正五角形の場合、頂点AからはA自身とAととなり合う頂点B、Eに対角線をひくことはできないからだよ。同じように考えれば、正 n 角形の1つの頂点からひける対角線の本数は、 n の式で(

④

)と表せるね。

一朗：なるほど！じゃあ、正五角形は1つの頂点から2本ずつひけて、頂点が5つあるから、対角線の本数は10本だ！……あれ？実際にひくと5本しかひけないぞ？

(1)

③

，

④

 にあてはまる数または式を入れなさい。

(2) 正 n 角形の対角線の本数を n の式で表しなさい。

問3 対角線の本数が 77 本になる正多角形の頂点の数を求めなさい。

解答欄

問1	①		
	②		
問2	(1)	③	
		④	
	(2)		
問3			

解答

問1

① 3

② 9

問2

(1)

③ 3

④ $n-3$

(2) $\frac{n(n-3)}{2}$

問3 14

解説

問1

①

正六角形の1つの頂点をAとし残りの5つの頂点を頂点Aから反時計回りにB, C, D, E, Fとすると頂点Aからひける対角線はAC, AD, AEの3本

②

各頂点からひける対角線は①より3本なので $3 \times 6 = 18$ 本

しかし対角線ACと対角線CAのように同じ対角線を二重に数えているので $18 \div 2 = 9$ 本

問2

(1)

③

(1つの頂点からひける対角線の数)-(頂点の数)を計算してみると

正三角形は $0-3=-3$

正四角形(正方形)は $1-4=-3$

正五角形は $2-5=-3 \cdots$ であることから

1つの頂点からひける対角線の数は頂点の数より3少ないことがわかる。

④

③より(1つの頂点からひける対角線の数)=(頂点の数)-3となるので

正 n 角形の頂点の数は n だから

1つの頂点からひける対角線の数は $n-3$

(2)

問1②より同じ対角線を二重に数えているので「 $\div 2$ 」が必要である。

よって $(n-3) \times n \div 2 = \frac{n(n-3)}{2}$ 本

問3

問2(2)で求めた式を利用して $\frac{n(n-3)}{2} = 77$

整理をすると

$$(n+11)(n-14)=0$$

$$n=-11, 14$$

このとき $n \geq 3$ だから

$n=-11$ は問題にあっておらず

$n=14$ は問題にあっている。

よって正十四角形の頂点の数は14