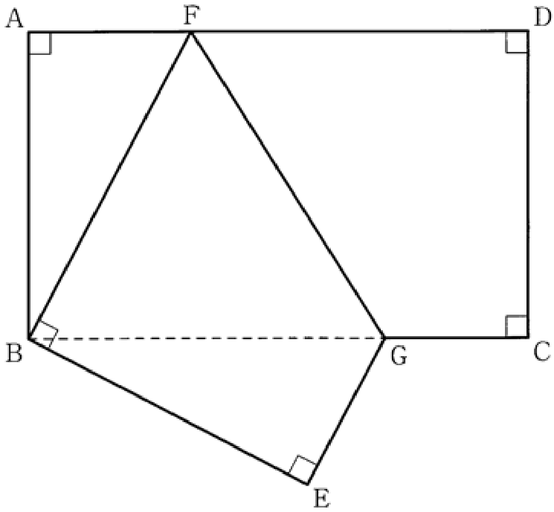
3. 合同の証明と長さ・求積などの複合問題 【2008 年度出題】

【問 1】

縦と横の長さが異なる長方形の紙 ABCD を，頂点 D が頂点 B と重なるように折った。頂点 C が移った点を E，折り目の線分を FG とする。下の図は，折る前の図形と折った後の図形を表したものである。次の問1～問4に答えなさい。

（青森県 2008 年度）



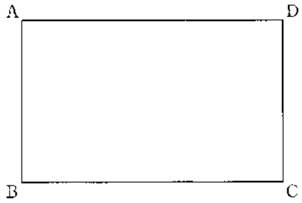
問1．上の図で，四角形 ABCD がどのような長方形であっても，線分 BG と長さが等しくなる線分を 2 つ書きなさい。

問2．線分 FG を作図しなさい。ただし，作図に使った線は消さないこと。

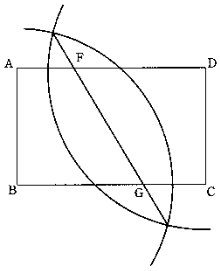
問3．△ABF と△EBG が合同になることを証明しなさい。

問4．AB＝$2\sqrt{10}$ cm，AD＝10 cm であるとき，FG の長さを求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	証明
問4	cm

解答
問1　BF, DF
問2



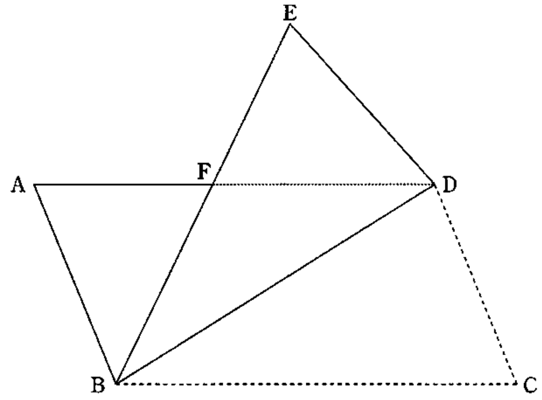
問3
証明
△ABF と△EBG で
長方形の性質より AB＝DC
題意より BE＝DC
上の 2 つより AB＝EB …①
∠ABF＝90° －∠FBG
∠EBG＝90° －∠FBG
上の 2 つより
∠ABF＝∠EBG …②
∠BAF＝∠BEG＝90° …③
①②③より 1 辺と両端の角がそれぞれ等しいので
△ABF≡△EBG
問4　$2\sqrt{14}$ cm
解説
問1
折っているので，∠DFG＝∠BFG…(ⅰ)
AD//BC より，平行線の錯角は等しいので，∠DFG＝∠BGF…(ⅱ)
(ⅰ)，(ⅱ)より，∠BFG＝∠BGF
よって，△BGF は BF＝BG の二等辺三角形とわかる。
したがって，BG と等しいのは BF
また，折り重なる辺の関係より BF＝DF だから，DF
問4.
BF＝x cm とすると，DF＝BF＝x cm，AF＝10－x cm と表せる。
△ABF で，三平方の定理より，
$(2\sqrt{10})^2+(10-x)^2=x^2$
$20x=140$
$x=7$
したがって，BG＝BF＝7
F から BG に垂線 FH をひくと，
BH＝AF＝10－7＝3 より，
GH＝7－3＝4
△FHG で，三平方の定理より，
$FG=\sqrt{(2\sqrt{10})^2+4^2}$
$=\sqrt{56}$
$=2\sqrt{14}$ cm

【問 2】

図のように，AB＜AD である平行四辺形 ABCD を，対角線 BD を折り目として折り返します。折り返したあとの頂点 C の位置を E とし，AD と BE の交点を F とします。

このとき，△ABF≡△EDF であることを証明しなさい。

（岩手県　2008 年度）



解答欄

証明

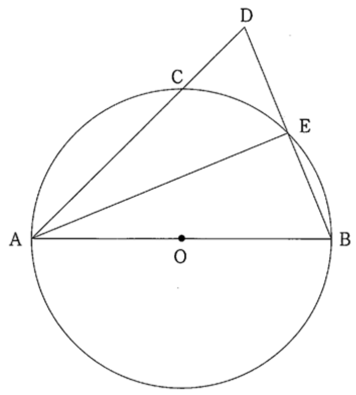
解答
証明
△ABF と△EDF において
平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいから
AB＝DC＝ED…(1)
平行四辺形の対角はそれぞれ等しいから
∠BAF＝∠DCB＝∠DEF…(2)
対頂角は等しいから
∠AFB＝∠EFD
三角形の内角の和は 180° であるから,
残りの角も等しい。
したがって
∠ABF＝∠EDF…(3)
(1), (2), (3)より,
1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△ABF≡△EDF

【問 3】

図のように，線分 AB を直径とする円 O の周上に，点 C を$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$となるようにとります。また，線分 AC を C の方へ延長し，その上に点 D を AB＝AD となるようにとります。さらに，線分 BD と円 O との交点のうち，B 以外の点を E とし，点 A と点 E を結びます。

あとの問1～問3に答えなさい。

（宮城県 2008 年度）



問1．∠DAB の大きさを求めなさい。

問2．△ABE≡△ADE であることを証明しなさい。

問3．円 O の半径を 2 cm とし，点 B と点 C，点 C と点 E をそれぞれ結びます。△BCE の面積を求めなさい。

解答欄

問1	度
問2	証明
問3	cm^2

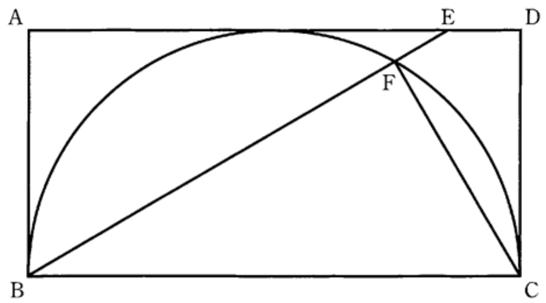
解答
問1　45 度
問2
$\triangle$ABE と$\triangle$ADE において
$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$に対する中心角が 180°　だから
$\angle \mathrm{BEA}=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$
$\angle \mathrm{DEA}=180^\circ-\angle \mathrm{BEA}=90^\circ$
したがって，$\angle \mathrm{BEA}=\angle \mathrm{DEA}=90^\circ$　…①
仮定より
AB＝AD…②
AE＝AE (共通)…③
①，②，③より
直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから
$\triangle$ABE≡$\triangle$ADE
問3　$2\sqrt{2}-2$ cm²
解説
問3
AB＝2×2＝4
$\triangle$ABC で，$\angle \mathrm{ACB}=90^\circ$，$\angle \mathrm{CAB}=\angle \mathrm{CBA}=45^\circ$　だから
$\mathrm{CA}=\mathrm{CB}=\frac{\mathrm{AB}}{\sqrt{2}}=\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$
AD＝AB＝4 より $\mathrm{CD}=4-2\sqrt{2}$
$\triangle$ABE≡$\triangle$ADE より BE＝DE
よって
$\triangle \mathrm{BCE}=\frac{1}{2}\triangle \mathrm{BCD}$
$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times \mathrm{CD}\times \mathrm{CB}$
$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times(4-2\sqrt{2})\times 2\sqrt{2}$
$=2\sqrt{2}-2$ cm²

【問 4】

図のように AD＝2AB である長方形 ABCD と，その辺 BC を直径とした辺 AD に接する半円がある。辺 AD 上に点 E を BC＝BE となるようにとり，線分 BE と $\overset{\frown}{BC}$との交点を F とする。

このとき，△ABE≡△FCB であることを証明しなさい。

（茨城県　2008 年度）



解答欄

証明

解答
証明
△ABE と△FCB で,
四角形 ABCD は長方形だから,
∠BAE＝90°…①
BC は直径なので, 円周角の定理から,
∠CFB＝90°…②
①, ②から,
∠BAE＝∠CFB＝90°…③
また, 仮定から, BE＝CB …④
さらに, 長方形の対辺だから, AD∥BC
平行線の錯角だから,
∠BEA＝∠CBF …⑤
③, ④, ⑤から
斜辺と 1 鋭角がそれぞれ等しい直角三角形なので,
△ABE≡△FCB
解説
△ABE と△FCB において,
仮定より, BE＝CB …①
円周角の定理より, ∠BFC＝90°
四角形 ABCD は長方形より, ∠EAB＝90°
よって, ∠EAB＝∠BFC＝90° …②
AD∥BC より, 錯角は等しいので,
∠AEB=∠FBC …③
①, ②, ③より,
直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので,
△ABE≡△FCB

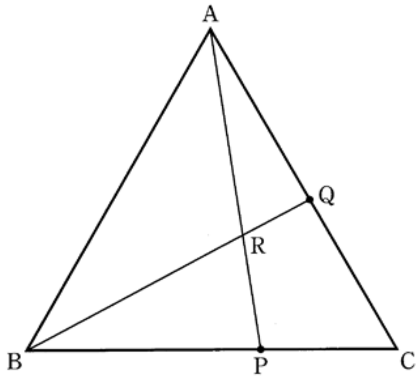
【問 5】

図 1 で, △ABC は正三角形である。点 P は辺 BC 上にある点で, 頂点 B, 頂点 C のいずれにも一致しない。点 Q は辺 AC 上にある点で, 頂点 A, 頂点 C のいずれにも一致しない。頂点 A と点 P を結んだ線分と, 頂点 B と点 Q を結んだ線分との交点を R とする。

次の各問に答えよ。

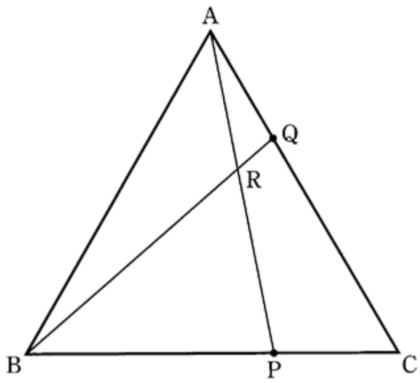
（東京都 2008 年度）

図 1



問1. 図 1 において, ∠CBQ＝40°, ∠BAP＝a° とするとき, 鋭角である∠ARQ の大きさを a を用いた式で表せ。

図 2



問2. 右の図 2 は, 図 1 において, CP＝AQ の場合を表している。

次の(1), (2)に答えよ。

(1) △APC≡△BQA であることを証明せよ。

(2) AB＝8 cm, BP＝5 cm のとき, 線分 AR の長さは何 cm か。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">度</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>証明
△APC と△BQA において,

△APC≡△BQA</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
</table>

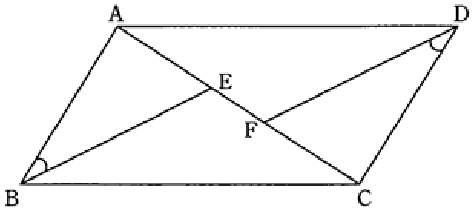
解答
問1．
$(a+20)$度
問2
(1)
証明
△APCと△BQAにおいて
仮定から，
CP＝AQ…①
△ABCは正三角形だから
AC＝BA…②
∠ACB ＝∠BAC
∠ACB ＝∠ACP，∠BAC＝∠BAQだから
∠ACP ＝∠BAQ…③
①～③より
2辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△APC≡△BQA
(2) $\dfrac{24}{7}$ cm
解説
問2
(2)
BからACに垂線BHをひくと，△ABCは正三角形なので
$\mathrm{AH}=\dfrac{\mathrm{AC}}{2}=4$
よってQH＝4－3＝1
△ABHは60°の角をもつ直角三角形なので
$\mathrm{BH}=\sqrt{3}\,\mathrm{AH}=4\sqrt{3}$
△BQHで三平方の定理より
$\mathrm{BQ}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+1^2}=7$
また，△AQRと△BQAで，△APC≡△BQAより
∠RAQ＝∠ABQ…(ⅰ)
共通なので，∠AQR＝∠BQA…(ⅱ)
(ⅰ)，(ⅱ)より，2組の角がそれぞれ等しいので
△AQR∽△BQA
よって，AR : BA＝AQ : BQ
AR : 8＝3 : 7
7AR＝24
$\mathrm{AR}=\dfrac{24}{7}$ cm

【問 6】

図のように，平行四辺形 ABCD の対角線 AC 上に∠ABE＝∠CDF となるように，点 E，F をとる。

このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県 2008 年度）



(1) △ABE≡△CDF を証明しなさい。ただし，証明の中に根拠となることがらを必ず書くこと。

(2) AB＝4 cm，AC＝6 cm，∠ABE＝∠ACB のとき，EC の長さを求めなさい。

解答欄

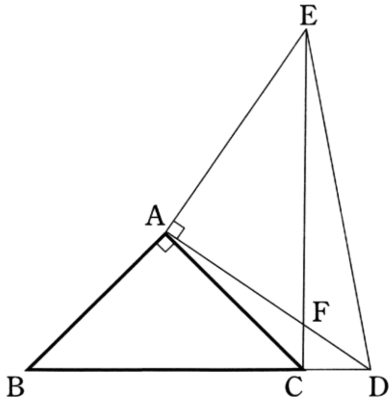
(1)	△ABE と△CDF において
(2)	cm

解答
(1)
証明
△ABE と△CDF において
平行四辺形の対辺は等しいから
AB=CD…(1)
仮定から
∠ABE＝∠CDF…(2)
平行線の錯角は等しいから
∠BAE＝∠DCF…(3)
(1), (2), (3)から
1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△ABE≡△CDF
(2) $\frac{10}{3}$ cm
解説
問1.
(2)
△ABE と△ACB において,
∠ABE＝∠ACB, ∠BAE＝∠CAB より,
2 組の角がそれぞれ等しいので,
△ABE∽△ACB
よって, AB:AC＝AE:AB
4:6＝AE:4
6AE＝4×4
AE＝$\frac{8}{3}$
よって EC＝6－$\frac{8}{3}$＝$\frac{10}{3}$ cm

【問 7】

図のように，AB＝AC の直角二等辺三角形 ABC の辺 BC の延長上に点 D をとり，AD＝AE の直角二等辺三角形 ADE をつくる。辺 AD と EC との交点を F とする。次の問1，問2に答えなさい。

（岐阜県 2008 年度）



問1．△ABD≡△ACE であることを証明しなさい。

問2．辺 BC の中点を M とし，A と M を結ぶ。BC＝4 cm，CD＝1 cm のとき，AM と EF の長さを，それぞれ求めなさい。

解答欄

問1	証明
問2	AM の長さ　　　　　cm，　EF の長さ　　　　　cm

解答
問1.
△ABDと△ACEで
仮定から
AB＝AC…①
AO＝AE…②
直角二等辺三角形の頂角は90°で，∠CADが共通の角だから，
∠BAD＝∠BAC＋∠CAD
＝∠DAE＋∠CAD
＝∠CAE…③
①，②，③から
2組の辺とそのはさむ角がそれぞれ等しいので
△ABD≡△ACE
問2.
AM　2，　EF　$\frac{13}{3}$
解説
問2.
△ABCはAB＝ACの直角二等辺三角形よりAM⊥BC
∠ABM＝45°より，AM＝BM＝$\frac{4}{2}$＝2 cm
また，△ABD≡△ACEより，
∠ADB＝∠AEC
△CDFにおいて，
∠FCD＝180°－(∠ADB＋∠DFC)
＝180°－(∠AEC＋∠AFE)
＝∠EAF＝90°
よって，FC∥AM
△DAMにおいて，
FC:AM＝DC:DM
FC:2＝1:(1＋2)
3FC＝2
FC＝$\frac{2}{3}$
EC＝DB＝5だから，
EF＝EC－FC
＝$5-\frac{2}{3}$
＝$\frac{13}{3}$ cm

【問 8】

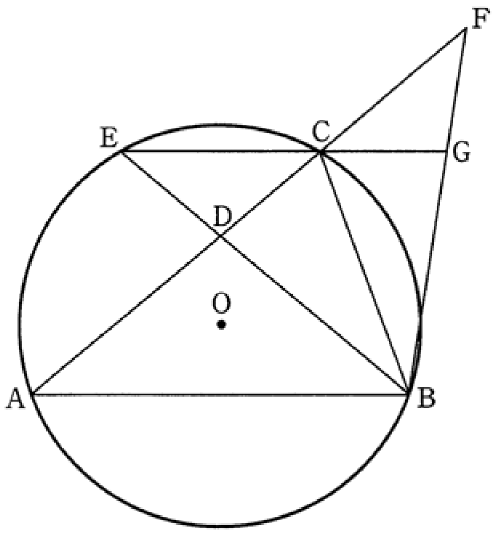
図において，3 点 A，B，C は円 O の円周上の点であり，AB＝AC である。また，点 D は，∠DAB＝∠DBA である AC 上の点である。BD の延長と円 O との交点を E とし，AC の延長上に∠CBE＝∠CBF となる点 F をとる。EC の延長と BF との交点を G とする。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（静岡県 2008 年度）

問1．△CBE≡△CBF であることを証明しなさい。

問2．CF＝3 cm，FB＝5 cm のとき，DC の長さを求めなさい。



解答欄

問1	証明
問2	cm

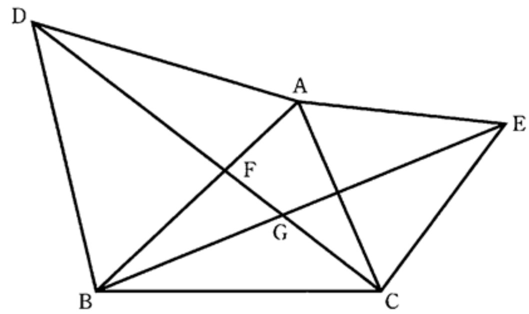
解答
問1
証明
△CBE と△CBF において
BC は共通…①
仮定より
∠CBE＝∠CBF…②
円周角の定理より
∠ACE＝∠ABE，∠BEC＝∠BAC
また，∠DAB＝∠DBA より，∠ACE＝∠BAC
よって，錯角が等しいので，EG∥AB
したがって，∠ABC＝∠BCG…③
AB＝AC より
∠ABC＝∠ACB…④
③，④より
∠ACB＝∠BCG…⑤
対頂角より
∠DCE＝∠GCF…⑥
⑤，⑥より
∠BCE＝∠BCF…⑦
①，②，⑦より
1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△CBE≡△CBF
問2　$\frac{15}{8}$ cm
解説
問2.
△CBE≡△CBF より
∠BEC＝∠BFC　∠BAC＝∠BEC より
∠BAC＝∠BFC
よって，AB＝FB＝5
また，AC＝AB＝5
△BCD≡△BCG だから，
DC＝GC
△FAB において，CG∥AB より，
GC：BA＝FC：FA
GC：5＝3：8
GC＝$\frac{15}{8}$
よって DC＝$\frac{15}{8}$ cm

【問 9】

図のように，三角形 ABC があり，辺 AB, AC をそれぞれ 1 辺とする 2 つの正三角形 ABD, ACE をつくる。線分 DC と線分 AB, EB との交点をそれぞれ F, G とする。

このとき，あとの各問いに答えなさい。

（三重県　2008 年度）



問1．△ABE≡△ADC であることの証明を，次の $\boxed{(ア)}$ ～ $\boxed{(ウ)}$ のそれぞれにあてはまる適切なことがらを書き入れて完成しなさい。

> 証明
> △ABE と△ADC において，
> 仮定より，△ABD と△ACE はともに正三角形だから，
> AB＝AD　…①
> $\boxed{\quad(ア)\quad}$ …②
> また，∠BAE＝ $\boxed{(イ)}$ ＋60°
> ∠DAC＝60° ＋ $\boxed{(イ)}$
> であるから，
> ∠BAE＝∠DAC　…③
> ①，②，③より， $\boxed{\quad(ウ)\quad}$ がそれぞれ等しいので，
> △ABE≡△ADC

問2．∠BGF＝60° であることを証明しなさい。

問3．点 D から線分 AB に垂線 DM をひく。AF＝3 cm，BF＝5 cm のとき，次の各問いに答えなさい。

(1)DM の長さを求めなさい。なお，答えに $\sqrt{\ }$ がふくまれるときは，$\sqrt{\ }$ の中をできるだけ簡単な数にしなさい。

(2)BG の長さを求めなさい。

解答欄

問1	(ア)	
	(イ)	
	(ウ)	
問2	証明	
問3	(1)	DM＝　　　　　cm
	(2)	BG＝　　　　　cm

解答
問1．
(ア) AE＝AC
(イ) ∠BAC
(ウ) 2 辺とその間の角
問2．

証明

△FBG と△FDA で，

(1)より，△ABE≡△ADC だから，

∠FBG＝∠FDA …①

対頂角は等しいから，

∠GFB＝∠AFD …②

①，②より

2 組の角がそれぞれ等しいので，

△FBG∽△FDA

よって，

∠BGF＝∠DAF …③

△ABD は正三角形だから，

∠DAF＝60° …④

③，④より，

∠BGF＝60°

証明

(1)より，△ABE≡△ADC だから，

∠FBG＝∠FDA…①

対頂角は等しいから，

∠GFB＝∠AFD…②

①，②と三角形の内角の和が 180° である

ことから，

∠BGF＝∠DAF…③

△ABD は正三角形だから，

∠DAF＝60° …④

③，④より，

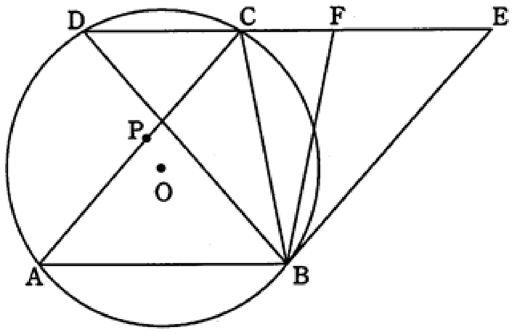
∠BGF＝60°

問3．
(1) DM＝$4\sqrt{3}$ cm
(2) BG＝$\dfrac{40}{7}$ cm
解説
問3．
(1)
△DBA は 1 辺が 8 cm の正三角形だから
BM＝AM＝8÷2＝4，
∠DMB＝90°　∠DBM＝60° より，
DM＝$\sqrt{3}$ BM
＝$4\sqrt{3}$ cm
(2)
△DMF において，
DM＝$4\sqrt{3}$ ，
MF＝4－3＝1，
∠DMF＝90° より，三平方の定理を利用して，
DF＝$\sqrt{(4\sqrt{3})^2+1^2}$ ＝7
△GBF∽△ADF だから，
BG：DA＝BF：DF
BG：8＝5：7
7BG＝8×5 BG
＝$\dfrac{40}{7}$ cm

【問 10】

図で，円 O は半径 7 cm の円である。4 点 A, B, C, D は円 O の周上にあり，AB // DC，AB＝11 cm，CD＝7cm である。点 B を通り線分 AC に平行な直線と，線分 DC の延長との交点を E とする。また，線分 CE 上に，DC＝FE となる点 F をとる。点 P を，線分 AC 上を動く点とする。各問いに答えよ。

(奈良県 2008 年度)



問1．△BCD≡△BFE であることを証明せよ。

問2．∠APB＝90° となるとき線分 BP と線分 BC の長さの比を求めよ。

問3．線分 AP と線分 PC の長さの比が 3：1 となるとき，線分 DP の延長と線分 BC との交点を G とする。△CDG の面積を求めよ。

解答欄

問1	証明
問2	BP：BC＝　　　：
問3	cm²

解答
問1
証明
△BCD と△BFE において
仮定から
CD＝FE …①
1 つの弧に対する円周角は等しいから
∠BAC＝∠BDC …②
四角形 ABEC は平行四辺形だから
∠BAC＝∠BEC …③
②, ③より∠BDC＝∠BEC＝∠BEF …④
④より 2 つの角が等しいから, △BED は二等辺三角形である。
よって BD＝BE …⑤
①, ④, ⑤より
2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△BCD≡△BFE
問2.
BP:BC＝11:14
問3.
$\frac{147}{17}\sqrt{3}$ cm²
解説
問2.
BO の延長と円 O との交点を Q とし, C と結ぶ。
△ABP と△QBC において,
弧 BC の円周角より,
∠BAC＝∠BQC…①
BQ は直径より, ∠BCQ＝90°
よって, ∠BPA＝∠BCQ…②
①, ②より,
2 組の角がそれぞれ等しいので,
△ABP∽△QBC
よって, BP:BC＝BA:BQ＝11:14
問3.
O を通り, DC に垂直な線をひき, DC, AB との交点をそれぞれ K, H とする。
DC∥AB だから, OH と AB も垂直となる。
△OCD は 1 辺が 7 の正三角形なので, OK＝$\frac{7}{2}\sqrt{3}$
△OAB は二等辺三角形なので, OH＝$\sqrt{7^2-\left(\frac{11}{2}\right)^2}=\frac{5}{2}\sqrt{3}$
よって, KH＝$\frac{7}{2}\sqrt{3}+\frac{5}{2}\sqrt{3}=6\sqrt{3}$
△BCD＝$\frac{1}{2}\times 7\times 6\sqrt{3}=21\sqrt{3}$ cm²
DP の延長と AB の延長の交点を R とする。
DC∥AB より,
DC:AR＝PC:AP＝1:3,
7:AR＝1:3 より, AR＝21
よって, BR＝21－11＝10 DG:GR＝DC:BR＝7:10
したがって, △CDG＝$\frac{7}{17}$△BCD＝$\frac{7}{17}\times 21\sqrt{3}=\frac{147}{17}\sqrt{3}$ cm²

【問 11】

問1. 図 1 のような長方形 ABCD がある。この長方形を，図 2 のように，頂点 B が頂点 D に重なるように折ったときにできる折り目を PQ とする。次の(1)～(3)に答えなさい。

（島根県 2008 年度）

図 1

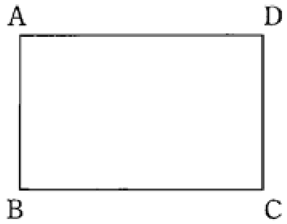
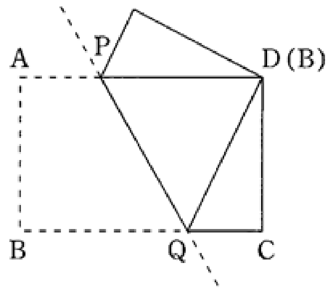


図 2



(1) 折り目 PQ を定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないこと。

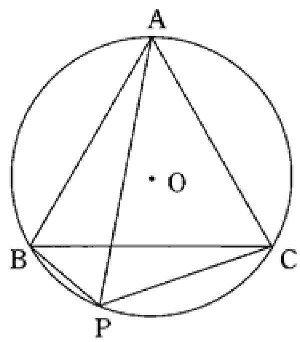
(2) ∠QPD＝a° とするとき，∠PDQ の大きさはいくらか。次のア～エから 1 つ選んで記号で答えなさい。

ア a°
イ $2a^\circ$
ウ $90^\circ-a^\circ$
エ $180^\circ-2a^\circ$

(3) △PQD が正三角形になるとき，もとの長方形 ABCD で，辺 AB と辺 BC の長さの比は 1:$\boxed{}$ である。$\boxed{}$ の中にあてはまる数を答えなさい。

問2. 図 3 のように，正三角形 ABC と，3 つの頂点を通る円 O がある。点 A を含まない $\overset{\frown}{BC}$ 上に点 P をとる。次の(1)～(3)に答えなさい。

図 3

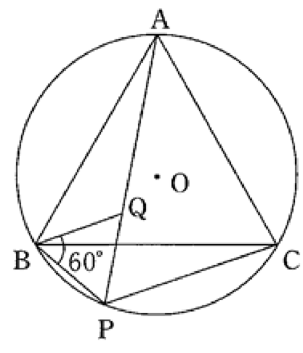


(1) ∠APB の大きさを求めなさい。

(2) 図 4 のように，線分 AP 上に∠PBQ＝60° となるように点 Q をとる。△ABQ≡△CBP であることを証明しなさい。

(3) AP＝BP＋CP であることを次のように証明したい。$\boxed{}$ の中に証明の続きを書き，証明を完成させなさい。

図 4



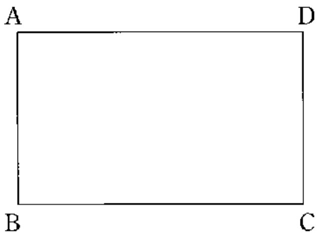
(証明)

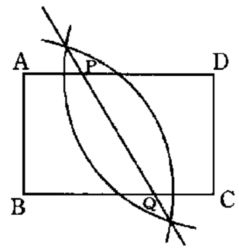
図 4 において，△ABQ≡△CBP より AQ＝CP …①

$\boxed{}$

したがって，AP＝BP＋CP である。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td>(1)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
<tr><td>(3)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">問2</td><td>(1)</td><td>°</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td></td></tr>
</table>

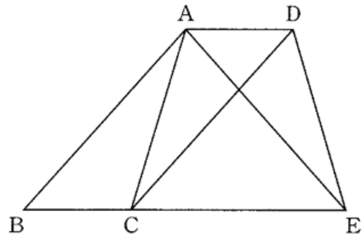
解答
問1．
(1)


(2) エ
(3) $\sqrt{3}$
問2．
(1) 60°
(2)
証明
△ABQ と△CBP で,
△ABC は正三角形だから, AB＝CB…①
∠QPB＝∠QBP＝60° より
△QBP は正三角形だから, BQ＝BP…②
∠ABQ＝ 60°－∠QBC＝∠CBP…③
①, ②, ③から,
2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので,
△ABQ≡△CBP
(3)
△QBP は正三角形だから
QP＝BP…②
①, ②から
AP＝AQ＋QP＝CP＋BP
解説
問1．
(3)
△PQD が正三角形になるとき,
△DQC は CQ:DQ:DC＝1:2: $\sqrt{3}$ の直角三角形になる。
よって, BQ＝DQ より
AB:BC＝DC:(CQ＋DQ)＝ $\sqrt{3}$:3＝1: $\sqrt{3}$

【問 12】

図のように，平行四辺形 ABCD の辺 BC の延長上に，AB＝AE となる点 E をとる。

次の問1，問2に答えなさい。



（山口県 2008 年度）

問1．△ABC≡△EAD であることを証明しなさい。

問2．AB＝9 cm，BC＝4 cm，AC＝7 cm のとき，△ACE の面積を求めなさい。

解答欄

問1	証明
問2	cm^2

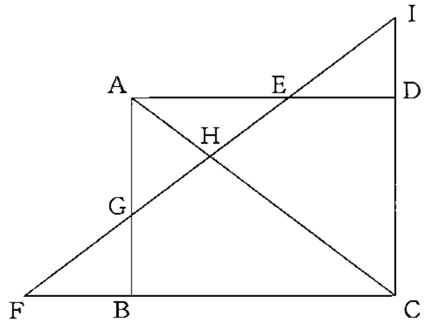
解答
問1.
証明
△ABCと△EADで
仮定から
AB＝EA…①
四角形ABCDは平行四辺形なので
BC＝AD…②
また，△ABEは二等辺三角形なので
∠ABE＝∠AEB…③
AD∥BEより，錯角は等しいから
∠AEB＝∠EAD…④
③，④から
∠ABE＝∠EAD
よって，∠ABC＝∠EAD…⑤
①，②，⑤から
2辺とその間の角がそれぞれ等しいので
△ABC≡△EAD
問2.
$12\sqrt{5}$ cm^2
解説
問2.
CH＝x cmとする。
AからBEに垂線AHをひくと，
△ABHと△ACHにおいて，
三平方の定理より，
$AH^2=AB^2-BH^2=AC^2-CH^2$
$9^2-(4+x)^2=7^2-x^2$
$8x=16$
$x=2$
よって，$AH=\sqrt{7^2-2^2}=3\sqrt{5}$
また，AB＝AEより，EH＝BH＝4＋2＝6
したがって，$\triangle ACE=\dfrac{1}{2}\times CE\times AH=\dfrac{1}{2}\times(2+6)\times 3\sqrt{5}=12\sqrt{5}$ cm^2

【問 13】

図のように長方形 ABCD がある。辺 AD 上に，2 点 A, D と異なる点 E をとり，辺 CB の延長上に，DE＝BF となる点 F をとる。また，点 A と点 C を結ぶ。2 点 F, E を通る直線と辺 AB, 線分 AC, 辺 CD の延長との交点をそれぞれ G, H, I とする。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（香川県 2008 年度）



問1．△GFB≡△IED であることを証明せよ。

問2．HA＝HG であることを証明せよ。

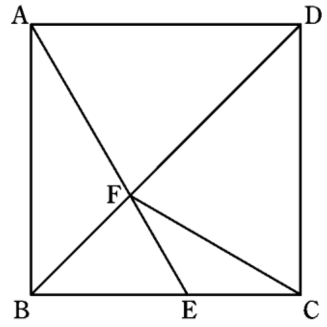
解答欄

問1	証明
問2	証明

解答
問1.
証明
$\triangle$GFB と$\triangle$IED において，仮定より，FB＝ED
FB // ED より，同位角が等しいから，$\angle$GFB＝$\angle$IED
$\angle$GBF＝180°－$\angle$ABC，$\angle$IDE＝180°－$\angle$CDA
$\angle$ABC＝$\angle$CDA＝90° だから，$\angle$GBF＝$\angle$IDE
1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
$\triangle$GFB≡$\triangle$IED
問2.
証明
点 B と点 D を結ぶ。
四角形 FBDE において，
仮定より，
FB // ED　FB＝ED
1 組の向かい合う辺が平行で，その長さが等しいから
四角形 FBDE は平行四辺形
よって，EF // DB
同位角は等しいから，
$\angle$ABD＝$\angle$AGE…①
仮定より，AB // DC
錯角は等しいから，
$\angle$ABD＝$\angle$BDC…②
$\triangle$ABC と$\triangle$DCB において
BC は共通
仮定より，
AB＝DC，
$\angle$ABC＝$\angle$DCB
2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
$\triangle$ABC≡$\triangle$DCB
よって，$\angle$CAB＝$\angle$BDC…③
①，②，③より，
$\angle$AGE＝$\angle$CAB
$\angle$AGE＝$\angle$AGH，
$\angle$CAB＝$\angle$HAG だから，
$\angle$AGH＝$\angle$HAG
2 つの角が等しいから，
$\triangle$HAG は二等辺三角形
よって，HA＝HG
解説
問2.
HA＝HG を証明するために，
HA，HG をそれぞれ含む合同な三角形は見当たらないので，
$\triangle$HAG において
$\angle$HAG と$\angle$HGA が等しくなることを証明する。

【問 14】

図のように，正方形ABCDがある。この正方形の辺BC上に点Eをとり，対角線BDと線分AEとの交点をFとし，点Cと点Fを結ぶ。このとき，次の問1・問2に答えなさい。



（高知県　2008年度）

問1．△ADF≡△CDFを証明せよ。

問2．BE:EC＝4:3のとき，CF:EFを最も簡単な整数の比で表せ。

解答欄

問1	証明 △ADFと△CDFにおいて したがって△ADF≡△CDF
問2	CF:EF＝

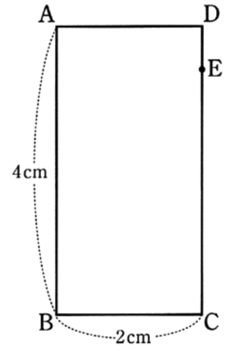
解答
問1.
証明
△ADF と△CDF において
DF は共通…①
正方形の各辺は等しいから
AD＝CD…②
また，△ABD，△CBD はともに直角二等辺三角形であるので
∠ADF＝∠CDF…③
①，②，③より
2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので
△ADF≡△CDF
問2.
CF : EF＝7 : 4
解説
問2.
△ADF≡△CDF より，
AF＝CF
よって，CF : EF＝AF : EF
AD ∥BE より，
AF : EF＝AD : BE＝(4＋3) : 4＝7 : 4
したがって，CF : EF＝7 : 4

【問 15】

図 1 のように，長方形 ABCD があり，AB＝4 cm，BC＝2 cm である。辺 CD 上を動く点 E をとるとき，次の問いに答えなさい。

（長崎県 2008 年度）

図 1

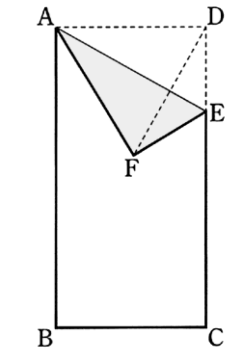


問1. 図 2 のように，図 1 の長方形 ABCD を線分 AE を折り目として折り返したとき，点 D が移った点を F とする。三角形 AFD が正三角形となるように点 E の位置を定めたとき，次の(1)，(2)に答えよ。

(1) ∠DEF の大きさは何度か。

(2) 正三角形 AFD の面積は何 cm^2 か。

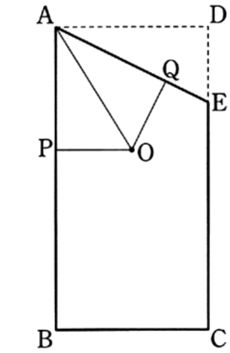
図 2



問2. 図 3，図 4 のように，図 1 の長方形 ABCD から三角形 AED を切り取って四角形 ABCE をつくり，その内部に点 O をとる。ただし，点 O から 3 辺 AB，CE，EA までの距離は等しいものとする。このとき，次の(1)～(3)に答えよ。

(1) 図 3 において，点 O から 2 辺 AB，EA にひいた垂線と 2 辺 AB，EA との交点をそれぞれ P，Q とする。このとき，△OAP≡△OAQ であることを証明せよ。

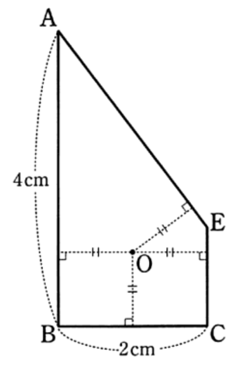
図 3



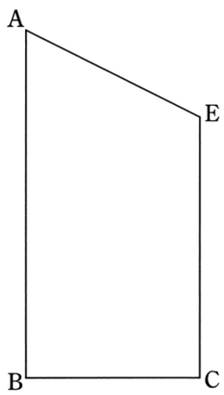
(2) 図 3 の四角形 ABCE における点 O を定規とコンパスを用いて解答用紙の図に作図し，その位置を点・で示せ。ただし，定規は直線や線分をひくときのみに使い，長さを測ったり角度を利用したりしてはならない。また，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。なお，解答用紙の図は，図 3 の四角形 ABCE を拡大したものである。

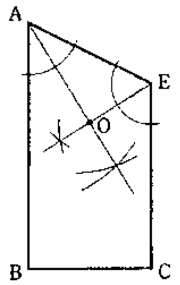
(3) 図 4 のように，点 O から 4 辺 AB，BC，CE，EA までの距離がすべて等しいとき，辺 CE の長さは何 cm か。

図 4



解答欄

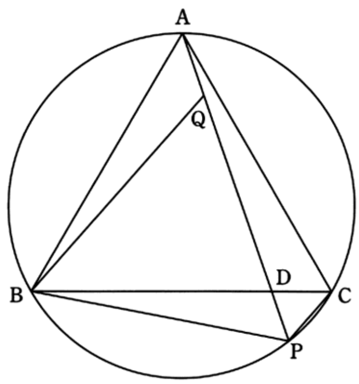
<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>(1)</td><td>°</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm²</td></tr>
<tr><td rowspan="3">問2</td><td>(1)</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>作図

</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>cm</td></tr>
</table>

解答
問1
(1) 120°
(2) $\sqrt{3}$ cm^2
問2.
(1)
証明
$\triangle OAP$と$\triangle OAQ$において
$\angle OPA=\angle OQA=90^\circ$ (仮定)…①
$OP=OQ$ (仮定)…②
OAは共通…③
①, ②, ③より
直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいから
$\triangle OAP\equiv\triangle OAQ$
(2)


(3) $\dfrac{4}{3}$ cm
解説
問1
(1)
$\angle DEF=360^\circ-60^\circ-(90^\circ\times2)=120^\circ$
問2.
(3)
OからBC, CEへの垂線をOK, OHとおく。
$CE=x$ cmとすると, $PB=BK=CK=CH=1$より, $AQ=AP=4-1=3$, $EH=x-1$
$\triangle OPE\equiv\triangle OHE$より,
$EP=EH=x-1$
$AE=3+x-1=x+2$
$AE^2=AD^2+DE^2$より,
$(x+2)^2=2^2+(4-x)^2$
$x=\dfrac{4}{3}$ cm

【問 16】

図のように，円周上の 3 点 A, B, C を頂点とする正三角形 ABC がある。点 A を含まない$\overset{\frown}{BC}$上に点 P をとり，線分 AP と BC の交点を D とする。また，∠BPQ＝∠BQP となるように線分 AP 上に点 Q をとる。次の問1，問2に答えなさい。



（大分県 2008 年度）

問1．△ABQ≡△CBP であることを証明しなさい。

問2．AB＝10 cm，BD＝8 cm のとき，△CBP の周の長さを求めなさい。

解答欄

問1	証明
問2	cm

解答
問1.
証明
△ABQと△CBPにおいて
△ABCは正三角形だから
AB＝CB …①
また，仮定から∠BPQ＝∠BQP …②
だからBQ＝BP …③
さらに，$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいので
∠ACB＝∠BPQ＝60° …④
②，④より△BPQは正三角形となるので
∠ABQ＝∠CBP＝60° －∠QBD …⑤
①，③，⑤より
2辺とその間の角がそれぞれ等しいので
△ABQ≡△CBP

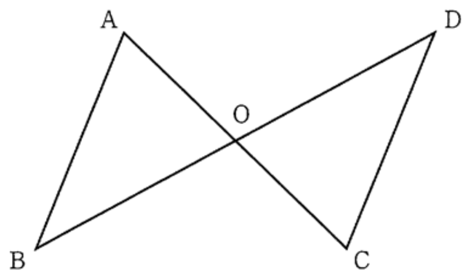
問2．$10+\dfrac{50\sqrt{21}}{21}$ cm

解説
問2.
AからBCに垂線AHをひく。
△ABCは正三角形だから，$CH=\dfrac{10}{2}=5$，$AH=5\sqrt{3}$　$DH=5-2=3$
よって，△ADHで三平方の定理より，$AD=\sqrt{3^2+(5\sqrt{3})^2}=2\sqrt{21}$
△BPDと△ACDにおいて
∠BDP＝∠ADC，∠BPD＝∠ACD＝60°より
2組の角がそれぞれ等しいので
△BPD∽△ACD
よって，BD:AD＝BP:AC
$8:2\sqrt{21}=BP:10$
$BP=\dfrac{8\times10}{2\sqrt{21}}=\dfrac{40\sqrt{21}}{21}$
$BQ=BP=\dfrac{40\sqrt{21}}{21}$
∠APC＝∠ABC＝60°，∠BQP＝∠BPA＝∠BCA＝60°
よって，∠APC＝∠BQPより，錯角が等しいので，CP∥QB
よって，CP:QB＝CD:DB
$CP:\dfrac{40\sqrt{21}}{21}=2:8$
$CP=\dfrac{40\sqrt{21}}{21}\times\dfrac{2}{8}=\dfrac{10\sqrt{21}}{21}$
したがって，△CBPの周の長さは
CB＋BP＋CP
$=10+\dfrac{40\sqrt{21}}{21}+\dfrac{10\sqrt{21}}{21}$
$=10+\dfrac{50\sqrt{21}}{21}$ cm

【問 17】

図は，線分 AC と線分 BD の交点を O として，AB＝DC ，AB∥DC となるようにかいたものである。このとき，△OAB≡△OCD であることを証明しなさい。

（沖縄県 2008 年度）



解答欄

証明

△OAB と△OCD において

よって，△OAB≡△OCD

解答

証明

△OAB と△OCD において

仮定より

AB＝CD…①

平行線の錯角は等しいから

∠OAB＝∠OCD…②

∠OBA＝∠ODC…③

①，②，③より

1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△OAB≡△OCD