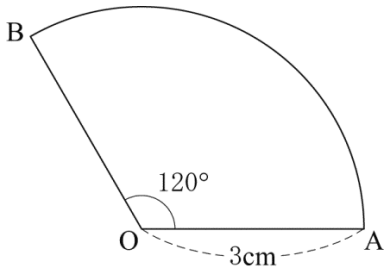
6.証明以外 平面図形の複合問題【2015 年度出題】

【問 1】

図のように，半径 3 cm，中心角 120° のおうぎ形 OAB があります。このおうぎ形の面積を求めなさい。

ただし，円周率はπを用いなさい。

（北海道　2015 年度）



解答欄

cm^2

解答

3π cm^2

解説

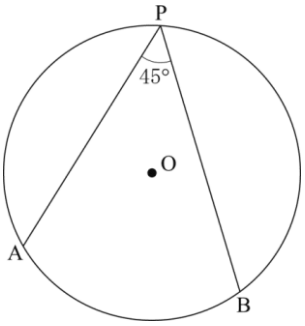
おうぎ形の面積は $\pi \times 3^2 \times \frac{120}{360} = 3\pi$ cm^2

【問 2】

右の図は，円 O で，$\overset{\frown}{\text{AB}}$に対する円周角∠APB を 45° になるようにかいたものです。

$\overset{\frown}{\text{AB}} = 2\pi$ cm のとき，円 O の半径を求めなさい。

（岩手県　2015 年度）



解答欄

cm

解答

4 cm

解説

円周角の定理より∠AOB＝2∠APB＝2×45° ＝90°

円 O の半径を r cm とすると$\overset{\frown}{\text{AB}} = 2\pi$ cm より

$2\pi r \times \frac{90}{360} = 2\pi$　よって $r = 4$ cm

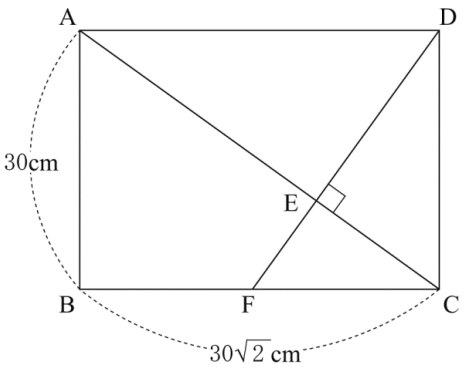
【問 3】

次の図1は，AB＝30 cm，BC＝$30\sqrt{2}$ cm の長方形 ABCD です。点 D から対角線 AC に垂線 DE をひき，直線 DE と辺 BC との交点を F とします。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。ただし，円周率はπとします。

（岩手県　2015 年度）

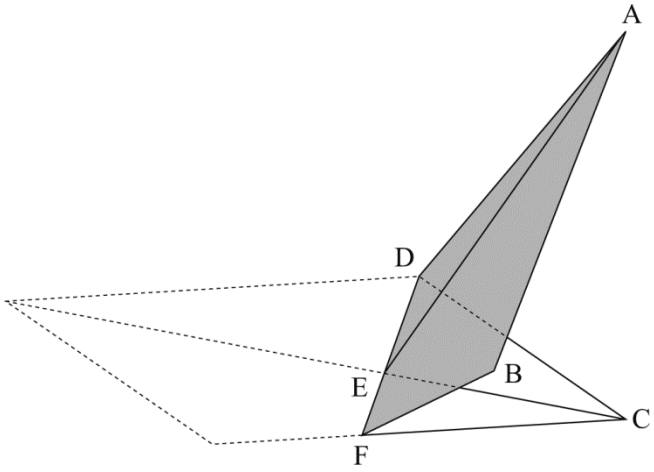
図1



問1　対角線 AC の長さを求めなさい。

問2　次の図2は，図1の台形 ABFD を直線 DF のまわりに回転させ，点 A が点 C の真上の位置まできたところを示したものです。このとき，点 A が，えがいた線の長さを求めなさい。

図2



解答欄

問1	cm
問2	cm

解答

問1　$30\sqrt{3}$ cm

問2　$\frac{40\sqrt{3}}{3}\pi$ cm

解説

問1

△ABC において

三平方の定理を利用して

$AC=\sqrt{(30)^2+(30\sqrt{2})^2}$

$=30\sqrt{3}$ cm

問2

△ABC と△AED は

2 組の角がそれぞれ等しいので相似になる。

相似比は

$AC:AD=30\sqrt{3}:30\sqrt{2}=\sqrt{3}:\sqrt{2}$

$CB:AE=\sqrt{3}:\sqrt{2}$ より

$30\sqrt{2}:AE=\sqrt{3}:\sqrt{2}$

$\sqrt{3}\,AE=60$

$AE=20\sqrt{3}$ cm

よって $CE=30\sqrt{3}-20\sqrt{3}=10\sqrt{3}$ cm

点 A が点 C の真上にあるとき

△AEC において

$\angle ACE=90^\circ$ で

$CE:AE=10\sqrt{3}:20\sqrt{3}=1:2$ だから

$CE:AE:AC=1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形だから

$\angle AEC=60^\circ$

よって点 A がえがいた線は

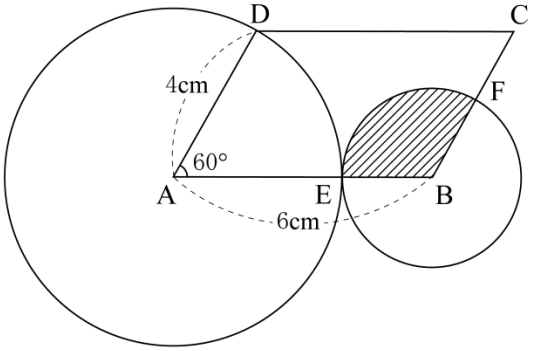
半径 $20\sqrt{3}$ cm

中心角 120° のおうぎ形の弧の長さになるので

$2\pi\times20\sqrt{3}\times\frac{120}{360}=\frac{40\sqrt{3}}{3}\pi$ cm

【問 4】

図のような，AB＝6 cm，AD＝4 cm，∠DAB＝60° の平行四辺形 ABCD に対して，点 A を中心とし線分 AD を半径とする円 A をかき，円 A と辺 AB との交点を E とします。次に，点 B を中心とし線分 BE を半径とする円 B をかき，円 B と辺 BC との交点を F とします。



円 B の小さい方の$\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$と線分 BE，BF とて囲まれた，斜線部分の面積を求めなさい。ただし，円周率をπとします。

（宮城県　2015 年度　前期）

解答欄

cm^2

解答

$\frac{4}{3}\pi$ cm^2

解説

求める面積は

半径が 6－4＝2 cm

中心角 180° －60° ＝120° のおうぎ形の面積だから

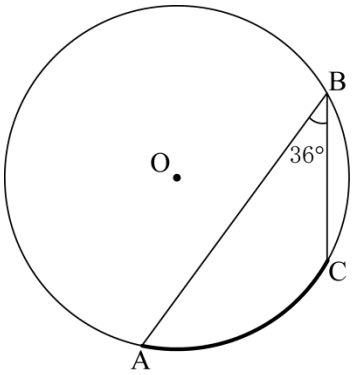
$\pi \times 2^2 \times \frac{120}{360} = \frac{4}{3}\pi$ cm^2

【問 5】

右の図のように，半径が 10 cm の円 O の周上に，3 点 A, B, C を∠ABC＝36°となるようにとります。このとき，太い線で示した$\overset{\frown}{AC}$の長さを求めなさい。

ただし，円周率をπとします。

（宮城県　2015 年度　後期）



解答欄

cm

解答

4π cm

解説

円周角の定理より

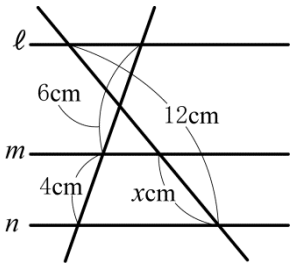
$\angle AOC = 2\angle ABC = 2\times 36^\circ = 72^\circ$

$\overset{\frown}{AC} = 2\pi \times 10 \times \dfrac{72}{360} = 4\pi$ cm

【問 6】

右の図で，3 直線 ℓ，m，n は，いずれも平行である。このとき，x の値を求めなさい。

（秋田県　2015 年度）



解答欄

$x=$

解答

$x = \dfrac{24}{5}$

解説

平行線と線分の比の性質より

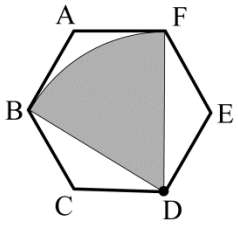
$x:12 = 4:10$

$10x = 48$

$x = \dfrac{24}{5}$

【問 7】

右の図で，六角形 ABCDEF は，1 辺の長さが 2 cm の正六角形である。この六角形の対角線 DB を半径とし，∠BDF を中心角とするおうぎ形 DBF の面積を求めなさい。ただし，円周率をπとする。



（秋田県　2015 年度）

解答欄

cm^2

解答

2π cm^2

解説

正六角形の 1 つの角は $180^\circ\times(6-2)\div6=120^\circ$

よって△BCD は

CB＝CD，∠BCD＝120°の二等辺三角形より∠CDB＝30°

同様に∠CDE＝120°，∠EDF＝30°　∠BDF＝120°－30°×2＝60°

C から BD に垂線をひき，交点を H とすると

△CDH は 90°，60°，30°の角をもつ直角三角形だから

$\text{CH}:\text{CD}:\text{DH}=1:2:\sqrt{3}$

$\text{DH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\text{CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times2=\sqrt{3}$ cm

よって $\text{BD}=2\text{DH}=2\sqrt{3}$ cm

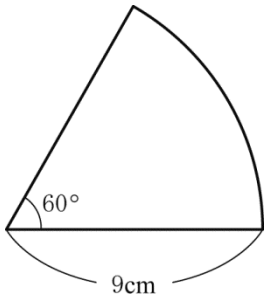
これより求めるおうぎ形 DEF の面積は

$\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\dfrac{60}{360}=2\pi$ cm^2

【問 8】

右の図のような，半径が 9 cm，中心角が 60° のおうぎ形がある。このおうぎ形の弧の長さを求めなさい。ただし，円周率はπとする。

（栃木県　2015 年度）



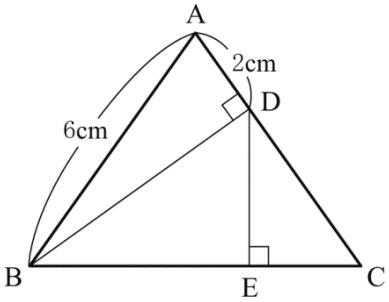
解答欄

cm

解答
3π cm
解説
おうぎ形の弧の長さは
$2\pi \times 9 \times \frac{60}{360} = 3\pi$ cm

【問 9】

右の図のような，∠BAC が鋭角で，AB＝AC＝6 cm である二等辺三角形 ABC がある。頂点 B から辺 AC に垂線 BD をひくと，AD＝2 cm となった。さらに，点 D から辺 BC に垂線 DE をひく。



このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（栃木県　2015 年度）

(1) BC の長さを求めなさい。

(2) ∠BAC＝a° とするとき，∠BDE の大きさを a を用いて表しなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	度

解答

(1)　$4\sqrt{3}$ cm

(2)　$90-\frac{a}{2}$ 度

解説

(1)

△ABD において

∠ADB＝90° だから

三平方の定理より

BD＝$\sqrt{6^2-2^2}$ ＝$4\sqrt{2}$ cm

△ACD において

∠BDC＝90° だから

BC＝$\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2}$ ＝$4\sqrt{3}$ cm

(2)

AB＝AC より∠ACB＝$(180^\circ-a^\circ)\div 2=90^\circ-\frac{a^\circ}{2}$

△CDE において

$\angle CDE=180^\circ-90^\circ-\left(90^\circ-\frac{a^\circ}{2}\right)=\frac{a^\circ}{2}$

$\angle BDE=180^\circ-\angle ADB-\angle CDE=180^\circ-90^\circ-\frac{a^\circ}{2}=90^\circ-\frac{a^\circ}{2}$

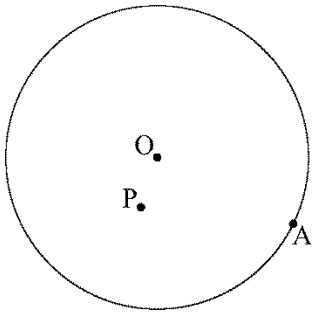
【問 10】

図1において，円 O は半径 2 cm の円であり，点 A は円 O の周上の点，点 P は円の内部の点で，AP＝2 cm である。

図1を用いて，図2のように，点 A を一端とする線分で弧が点 P に重なるように円の一部を折り返す。この折り目を線分 AB とするとき，次の問1，問2に答えなさい。

（群馬県　2015 年度）

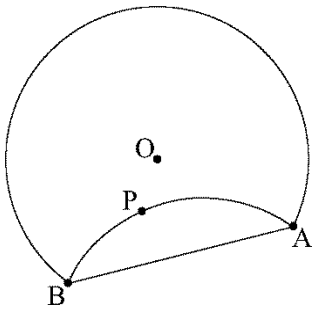
図1



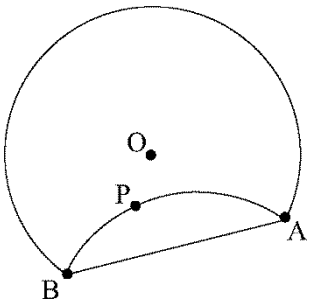
問1　点 A を一端とする線分で円の一部を折り返すとき，弧が点 P に重なるような折り目は，線分 AB のほかにもう 1 つある。その折り目を線分 AC とするとき，線分 AC をコンパスと定規を用いて作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないこと。

問2　図2のように，線分 AB で円の一部を折り返した後，問1で作図した線分 AC で円の一部を折り返す。このとき，折り返された弧 AB と弧 AC で囲まれた部分の面積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

図2

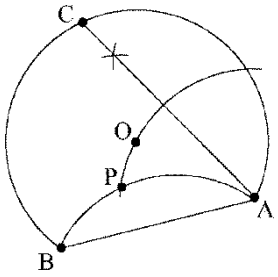


解答欄

問1	
問2	cm^2

解答

問1



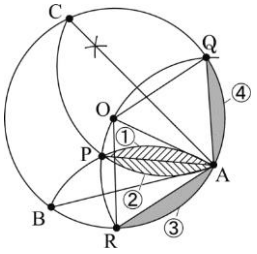
問2　$\frac{4}{3}\pi - 2\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

解説

問1

点 A を中心とする半径 2 cm の円と弧 AC の交点を Q とすると線分 AC は∠PAQ の二等分線になる。

問2



右の図のように Q, R を決める。

求める面積を弧 AP と線分 AP とに囲まれた部分①, ②に分けると

①は弧 AR と線分 AR で囲まれた部分③と一致し

②は弧 AQ と線分 AQ で囲まれた部分④と一致する。

ここで△OAR, △OAQ は 1 辺が 2 cm の正三角形だから

③も④も半径が 2 cm

中心角 60° のおうぎ形から 1 辺が 2 cm の正三角形を除いたものになり

③と④は一致する。

1 辺が 2 cm の正方形の高さは

$\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2 = \sqrt{3}\ \mathrm{cm}$

よって求める面積は

$2\times\left(\pi\times 2^2\times\frac{60}{360}-\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}\right)$

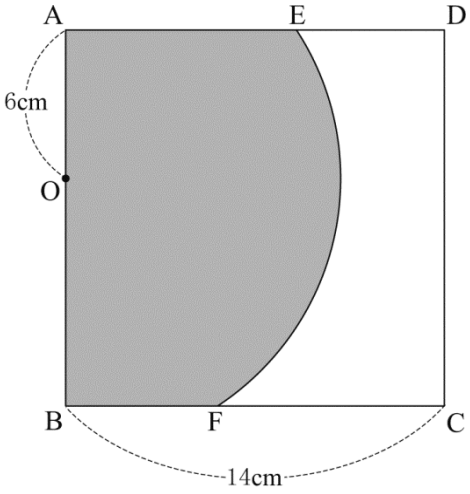
$= \frac{4}{3}\pi - 2\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

【問 11】

右の図のように，1 辺が 14 cm の正方形 ABCD があります。辺 AB 上に，AO＝6 cm となる点 O をとり，点 O を中心として半径 10 cm の円をかきます。この円と辺 AD，BC との交点をそれぞれ点 E，F とします。図のかげ（ ）をつけた部分の面積を求めなさい。

ただし，円周率はπとします。

（埼玉県　2015 年度）



解答欄

cm^2

解答

$25\pi+48\ \mathrm{cm}^2$

解説

OB＝14－6＝8 cm

△OAE において

三平方の定理より

$\mathrm{AE}=\sqrt{10^2-6^2}=8\ \mathrm{cm}$

△OBF において

$\mathrm{BF}=\sqrt{10^2-8^2}=6\ \mathrm{cm}$

△OAE≡△FBO だから

∠AOE＋∠BOF＝∠AOE＋∠AEO＝90°

よって∠EOF＝90°

よってかげをつけた部分の面積は

$\pi\times10^2\times\frac{90}{360}+\frac{1}{2}\times6\times8\times2=25\pi+48\ \mathrm{cm}^2$

【問 12】

ある中学校で，K さんが作った問題をみんなで考えた。

次の問いに答えよ。

（東京都　2015 年度）

［K さんが作った問題］

a, b, c を正の数とする。

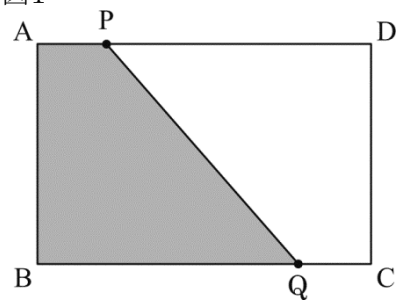
右の図1で，四角形 ABCD は長方形で，AB＝a cm である。

点 P は，辺 AD 上にある点で，AP＝b cm，PD＝c cm である。

点 Q は，辺 BC 上にある点で，AP＝CQ である。

点 P と点 Q を結んでできる四角形 ABQP の面積を S cm^2 とするとき，S を a, b, c を用いて表してみよう。

図1



L さんは，［K さんが作った問題］の答えを次の形の式で表した。L さんの答えは正しかった。

〈L さんの答え〉 $S=\frac{1}{2}a$ (　　)

問い〈L さんの答え〉の　　に当てはまる式を書け。

解答欄

解答

$b+c$

解説

台形の面積は

$\frac{1}{2}\times$(上底＋下底)×高さより

$S=\frac{1}{2}\times(b+c)\times a=\frac{1}{2}a(b+c)$

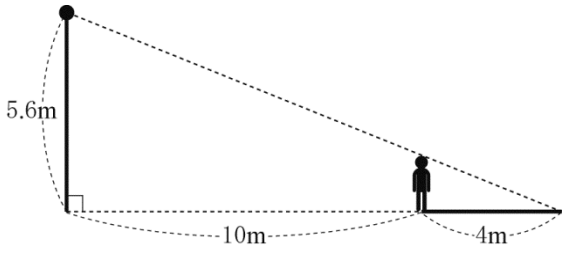
よって求める式は $b+c$

【問 13】

右の図のように，高さ 5.6 m の照明灯の真下から 10 m 離れたところに太郎さんが立っている。太郎さんの影の長さは 4 m であった。

このとき，太郎さんの身長は何 m か求めなさい。

（富山県　2015 年度）



解答欄

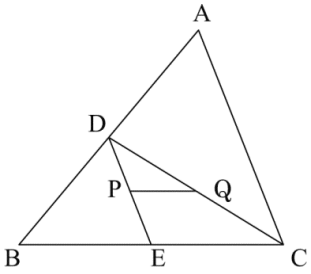
	m

解答
1.6 m
解説
太郎さんの身長を x m とすると
$x:5.6=4:14$
$14x=22.4$
$x=1.6$ m

【問 14】

図のように，△ABC で，2 辺 AB，BC の中点をそれぞれ D，E とし，DE，DC の中点をそれぞれ P，Q とする。このとき，△ABC の面積は△DPQ の面積の何倍になるか求めよ。

（福井県　2015 年度）



解答欄

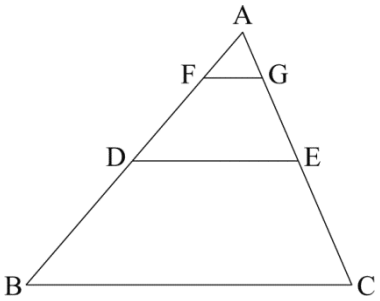
	倍

解答
16 倍
解説
△DEC において
DP＝PE，DQ＝QC より
中点連結定理から PQ // EC
同位角が等しいので
2 組の角がそれぞれ等しくなるから
△DPQ∽△DEC
相似比は 1:2 より面積比は 1:4 よって△DEC＝4△DPQ
また，BE＝EC より，△DBC＝2△DEC＝2×4△DPQ＝8△DPQ
さらに AD＝DB より△ABC＝2△DBC＝2×8△DPQ＝16△DPQ よって 16 倍

【問 15】

右の図のように，BC，DE，FG は平行で，FB＝12 cm，GE＝4 cm，EC＝6 cm の△ABC がある。このとき，FD の長さを求めなさい。

（長野県　2015 年度）



解答欄

cm

解答

$\frac{24}{5}$ cm

解説

FG // DE // BC より

FD：FB＝GE：GC

FD：12＝4：(4＋6)

10FD＝48

FD＝$\frac{24}{5}$ cm

【問 16】

相似比が 5：2 の相似な 2 つの図形 F，G がある。F の面積が 400 cm^2 のとき，G の面積は何 cm^2 か，求めなさい。

（愛知県　2015 年度　A）

解答欄

cm^2

解答

64 cm^2

解説

図形 F と図形 G の相似比が 5：2 のとき面積比は 25：4

図形 F の面積が 400 cm^2 より

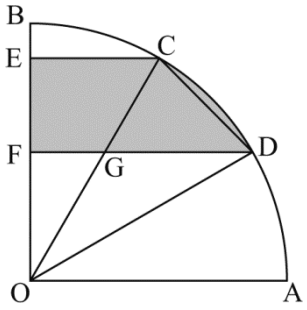
400：図形 G の面積＝25：4

25×図形 G の面積＝400×4

図形 G の面積＝64 cm^2

【問 17】

図で, C, D は, 中心角が 90° のおうぎ形 OAB の弧 BA 上の点で, ∠BOC＝∠COD＝∠DOA である。また, E, F は線分 BO 上の点で, EC // OA, FD // OA であり, G は線分 CO と FD との交点である。



OA＝6 cm のとき, 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

（愛知県 A　2015 年度）

(1) 線分 FG の長さは何 cm か, 求めなさい。

(2) 線分 EC, EF, FD と弧 CD で囲まれた図の ▨ の部分の面積は, おうぎ形 OAB の面積の何倍か, 求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	倍

解答

(1) $\sqrt{3}$ cm

(2) $\frac{1}{3}$ 倍

解説

(1)

∠BOC＝∠COD＝∠DOA＝90° ÷3＝30°

EC // FD // OA より

∠OEC＝∠OFD＝180° －90° ＝90°

△OCE において

OC＝6 cm, EC:OC:OE＝1:2: $\sqrt{3}$ より

EC＝3 cm, OE＝$3\sqrt{3}$ cm

△DOF は DO＝6 cm, ∠DFO＝90° , ∠DOF＝60まり

△DOF≡△OCE

FO＝3 cm

FG // EC より

FG:EC＝OF:OE

FG:3＝3: $3\sqrt{3}$

$3\sqrt{3}$ FG＝9

FG＝ $\sqrt{3}$ cm

(2)

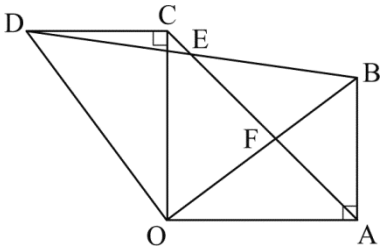
おうぎ形 OAB の面積は $\frac{1}{4}\times\pi\times6^2=9\pi$ cm^2

色のついた部分の面積は△OCE＋おうぎ形 OCD－△DOF＝おうぎ形 OCD＝$\pi\times6^2\times\frac{30}{360}=3\pi$

よって色のついた部分の面積はおうぎ形 OAB の面積の $3\pi\div9\pi=\frac{1}{3}$ 倍

【問 18】

図で，△OAB は∠OAB＝90°の直角三角形であり，△OCD は，△OAB を，点 O を回転の中心として，時計の針の回転と逆向きに 90°だけ回転移動したものである。また，E，F はそれぞれ線分 CA と DB，BO との交点である。



OA＝4 cm，BA＝3 cm であるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（愛知県 B　2015 年度）

(1) 線分 FO の長さは何 cm か，求めなさい。

(2) △CDE の面積は何 cm^2 か，求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^2

解答

(1) $\frac{20}{7}$ cm

(2) $\frac{3}{4}$ cm^2

解説

(1)

△OAB において

三平方の定理より

OB＝$\sqrt{3^2+4^2}$ ＝5 cm

線分 BA の延長線上に点 P をとると∠OAP＝∠AOC＝90°だから CO // BA

よって FO:FB＝CO:BA＝4:3

FO＝$\frac{4}{7}$ OB＝$\frac{4}{7}$ ×5＝$\frac{20}{7}$ cm

(2)

点 B から線分 CO に垂線をひき交点を H，線分 CO と線分 DB の交点を I とする。

DC // BH より CI:HI＝DC:BH＝3:4　CH＝4－3＝1cm より CI＝$\frac{3}{7}$ cm

CO // BA より EC:EA＝CI:AB＝$\frac{3}{7}$:3＝1:7

点 E から線分 CO に垂線をひき交点を K とすると

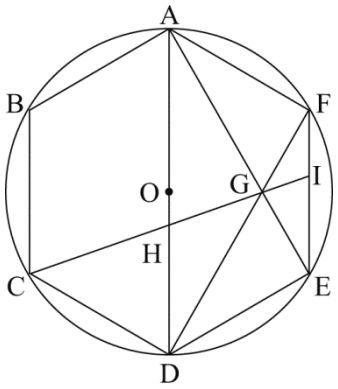
EK // AO より EK:AO＝EC:AC＝1:8　EK:4＝1:8　EK＝$\frac{1}{2}$ cm

よって△CDE＝△DCI＋△CEI＝$\frac{1}{2}\times\frac{3}{7}\times3+\frac{1}{2}\times\frac{3}{7}\times\frac{1}{2}=\frac{9}{14}+\frac{3}{28}=\frac{21}{28}=\frac{3}{4}$ cm^2

【問 19】

右の図のように，円 O の周を 6 等分する点 A, B, C, D, E, F を頂点とする正六角形 ABCDEF があり，1 辺の長さは 3 cm である。線分 AE と線分 DF の交点を G，2 点 C, G を通る直線と線分 AD, EF との交点をそれぞれ H, I とする。

このとき，次の問1～問3に答えよ。



（京都府　2015 年度　前期）

問1　線分 AE の長さを求めよ。

問2　HG:GI を最も簡単な整数の比で表せ。

問3　AH:HD を最も簡単な整数の比で表せ。また，△CDH の面積を求めよ。

解答欄

問1	cm	
問2	HG:GI＝　　:	
問3	AH:HD＝　　:	面積　　cm^2

解答

問1　$3\sqrt{3}$ cm

問2　HG:GI＝2:1

問3　AH:HD＝3:2　　面積　$\dfrac{9\sqrt{3}}{5}\,\mathrm{cm}^2$

解説

問1

△ADE において

AD は直径より∠AED＝90°　∠ADE＝60°より AD:AE＝2:$\sqrt{3}$

よって 6:AE＝2:$\sqrt{3}$　AE＝$3\sqrt{3}$ cm

問2

AD // FE だから HG:GI＝AG:GE＝AD:EF＝6:3＝2:1

問3

直線 AF と直線 CI を延長し交点を K とする。

AK // CD より FK:DC＝GF:GD＝EF:AD＝3:6＝1:2

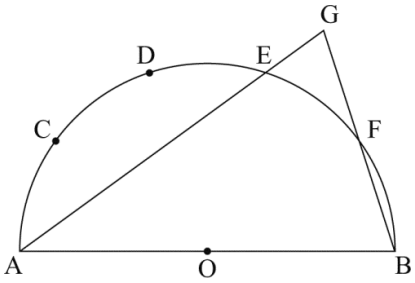
FK:3＝1:2　FK＝$\dfrac{3}{2}$ cm

よって AH:HD＝AK:DC＝$\left(3+\dfrac{3}{2}\right):3=\dfrac{9}{2}:3=3:2$

△CDH＝$\dfrac{2}{5}$△ACD＝$\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{2}\times3\times3\sqrt{3}=\dfrac{9\sqrt{3}}{5}\,\mathrm{cm}^2$

【問 20】

右の図のように，点 O を中心とし，AB を直径とする半円があり，AB＝4 cm である。$\overset{\frown}{AB}$を 5 等分する点を点 A に近い方から順に C，D，E，F とする。また，2 点 A，E を通る直線と 2 点 B，F を通る直線との交点を G とする。



このとき，次の問1・問2に答えよ。

（京都府　2015 年度　中期）

問1　∠BAE の大きさを求めよ。また，∠AGB の大きさを求めよ。

問2　線分 BD と線分 AG との交点を H とするとき，線分 AH の長さを求めよ。

解答欄

問1	∠BAE＝　　°
	∠AGB＝　　°
問2	cm

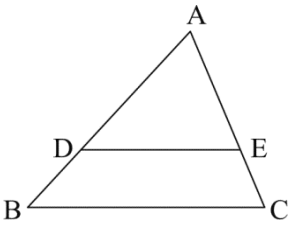
解答
問1
∠BAE＝36°
∠AGB＝72°
問2
$(-2+2\sqrt{5})$ cm
解説
問1
$\angle BOE=180^\circ\times\frac{2}{5}=72^\circ$
円周角の定理より
$\angle BAE=\frac{1}{2}\angle BOE=\frac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$
$\overset{\frown}{BE}:\overset{\frown}{AF}=2:4=1:2$ より$\angle ABF=2\angle BAE=2\times36^\circ=72^\circ$
よって$\angle AGB=180^\circ-36^\circ-72^\circ=72^\circ$
問2
△ABG において∠ABG＝∠AGB＝72°より AG＝AB＝4 cm
また∠HAB＝∠ABD＝∠BAE＝36°より△HAB において HA＝HB
△BHG において∠BGH＝∠BHG＝72°より BG＝BH
ここで HA＝HB＝BG＝x cm とすると
△ABG∽△BGH になっているので AB:BG＝BG:GH より
$4:x=x:(4-x)$　$4(4-x)=x^2$　$x^2+4x-16=0$
解の公式を利用して $x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times(-16)}}{2\times1}=\frac{-4\pm4\sqrt{5}}{2}=-2\pm2\sqrt{5}$　$x>0$ より $x=-2+2\sqrt{5}$ cm

【問 21】

図の△ABC において，D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，DE // BC，AD : DB ＝2 : 1 である。

△ADE の面積が 12 cm^2 のとき，△ABC の面積は何 cm^2 か，求めなさい。

（兵庫県　2015 年度）



解答欄

cm^2

解答

27 cm^2

解説

DE // BC より

同位角が等しいので

2 組の角が等しいことから

△ADE∽△ABC がいえる。

よって AD : AB＝2 : 3 より

△ADE : △ABC＝2^2 : 3^2＝4 : 9

したがって 12 : △ABC＝4 : 9

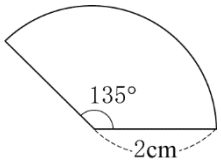
4△ABC＝108

△ABC＝27 cm^2

【問 22】

右の図のような，半径 2 cm，中心角 135° のおうぎ形がある。このおうぎ形の面積を求めなさい。

（岡山県　2015 年度　一般）



解答欄

cm^2

解答

$\frac{3}{2}\pi$ cm^2

解説

おうぎ形の面積は

$\pi \times 2^2 \times \frac{135}{360} = \frac{3}{2}\pi$ cm^2

【問 23】

理恵さんは，A4 判や B4 判とよばれる大きさの長方形の紙について調べ，A4 判の紙を利用して，B4 判の紙の長辺の長さを 3 等分する方法について，太郎さんに次のような説明をした。問1，問2に答えなさい。

（岡山県　2015 年度　一般）

＜理恵さんの説明＞

【A4判とB4判の紙について】

図1のように，A4 判の紙を四角形 ABCD，B4 判の紙を四角形 PQRS とする。

AB:AD＝1:$\sqrt{2}$，PQ:PS＝1:$\sqrt{2}$ であり，四角形 ABCD と四角形 PQRS は相似比が，$\sqrt{2}$:$\sqrt{3}$ の相似な長方形である。

【B4判の紙の長辺の長さを 3 等分する方法】

(あ)線分 AC と線分 PS の長さは等しいから，図2のように，線分 AC と線分 PS を重ね合わせることができる。点 B から線分 PS に垂直な直線をひき，線分 PS との交点を H とする。このとき，直線 BH を折り目として線分 PQ を折り返し，直線 BH と線分 SR が重なるように折り返すと，(い)B4 判の紙の長辺の長さ PS を 3 等分することができる。

図1

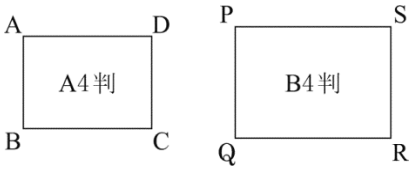
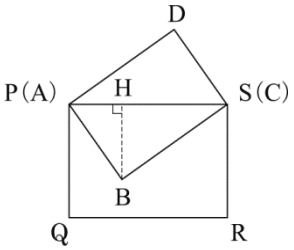


図2



問1　太郎さんは，下線部(あ)について，次のように確かめた。 (1) ， (2) に適当な数を書き入れなさい。

図1において，AB＝1 とする。

AB:AD＝1:$\sqrt{2}$ だから AD＝$\sqrt{2}$ AB　よって，AD＝$\sqrt{2}$ となる。

四角形 ABCD は長方形だから，AD＝BC＝$\sqrt{2}$ である。

点 A と点 C を結んでできる△ABC は，∠ABC＝90°の直角三角形だから，

AC＝ (1) である。

また，四角形 ABCD と四角形 PQRS の相似比は$\sqrt{2}$:$\sqrt{3}$ だから，

PS＝ (2) AD

よって，PS＝ (1) となり，AC＝PS である。

問2　太郎さんは，下線部(い)について，次のように考えた。 (1) には適当な数を書き入れなさい。

また， (2) には PH の長さを求めて，＜太郎さんの考え＞を完成させなさい。ただし， (2) は答えを求めるまでの過程も書きなさい。

＜太郎さんの考え＞

図2において，AB＝1 とする。

AB＝PB＝1，BC＝BS＝$\sqrt{2}$，∠ABC＝∠PBS＝90°だから，

△PBS の面積は$\frac{\sqrt{2}}{2}$である。よって，BH＝ (1) である。

△PBH は，∠PHB＝90°の直角三角形だから，三平方の定理により，

(2)

したがって，PH＝$\frac{1}{3}$PS だから，直線 BH を折り目として線分 PQ を折り返し，直線 BH と線分 SR が重なるように折り返すと，B4 判の紙の長辺の長さ PS を 3 等分することができる。

解答欄

問1	(1)	
	(2)	
問2	(1)	
	(2)	

解答

問1

(1) $\sqrt{3}$

(2) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

問2

(1) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(2)

$PH^2=PB^2-BH^2$

$=1^2-\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2$

$=1-\frac{6}{9}$

$=\frac{3}{9}$

$PH>0$ だから

$PH=\frac{\sqrt{3}}{3}$

解説

問1

△ABC は∠ABC＝90° の直角三角形より三平方の定理を利用して

$AC^2=AB^2+BC^2=1^2+(\sqrt{2})^2=3$

$AC>0$ より

$AC=\sqrt{3}$ …(1)

また四角形 ABCD と四角形 PQRS の相似比は $\sqrt{2}:\sqrt{3}$ より

$AD:PS=\sqrt{2}:\sqrt{3}$

$\sqrt{2}\,PS=\sqrt{3}\,AD$

$PS=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}AD$

$PS=\frac{\sqrt{6}}{2}AD$…(2)

よって $PS=\frac{\sqrt{6}}{2}AD=\frac{\sqrt{6}}{2}\times\sqrt{2}=\sqrt{3}$ となり AC＝PS である。

問2

AB＝1 のとき AB＝PB＝1, BC＝BS＝$\sqrt{2}$, ∠ABC＝∠PBS＝90° だから

$△PBS=\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$△PBS=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times BH=\frac{\sqrt{3}}{2}BH$ より

$\frac{\sqrt{3}}{2}BH=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$BH=\frac{\sqrt{6}}{3}$…(1)

△PBH は∠PHB＝90° の直角三角形だから

三平方の定理より

$PH^2=PB^2-BH^2=1^2-\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2=\frac{1}{3}$

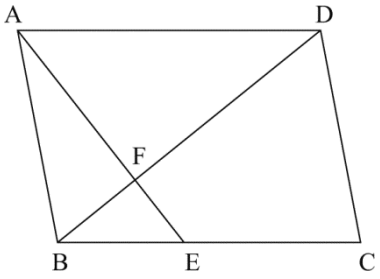
$PH>0$ より $PH=\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{3}PS$

よって直線 BH を折り目として線分 PQ を折り返し直線 BH と線分 SR が重なるように折り返すと B4 版の紙の長辺の長さ PS を 3 等分することができる。

【問 24】

右の図のように，平行四辺形 ABCD の辺 BC 上に点 E があり，線分 AE と対角線 BD との交点を F とします。

AF＝CE，∠AFD＝90°，AD＝5 cm，BE＝2 cm のとき，線分 BF の長さは何 cm ですか。



（広島県　2015 年度）

解答欄

cm

解答

$\frac{8}{5}$ cm

解説

AF＝CE＝5－2＝3 cm

△ADF において

∠AFD＝90°より

DF＝$\sqrt{5^2-3^2}$ ＝4 cm

AD // BE より

BF:DF＝BE:DA

BF:4＝2:5

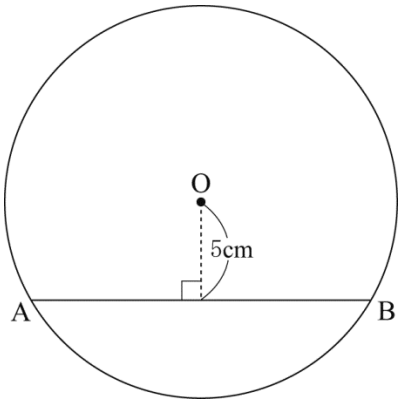
5BF＝8

BF＝$\frac{8}{5}$ cm

【問 25】

右の図のように，半径 10 cm の円 O で，中心 O からの距離が 5 cm である弦 AB の長さを求めなさい。

（徳島県　2015 年度）



解答欄

cm

解答

$10\sqrt{3}$ cm

解説

O から AB に垂線をひき交点を H とすると OH＝5 cm

AH＝BH

△AOH で三平方の定理より

AH＝$\sqrt{10^2-5^2}$ ＝$\sqrt{75}$ ＝$5\sqrt{3}$ cm

よって AB＝2AH＝$10\sqrt{3}$ cm

【問 26】

教科書やノートには，A 判や B 判とよばれる規格の大きさの紙が使われている。そのうち，A 判の紙の大きさは，次のように決められている。問1～問4に答えなさい。

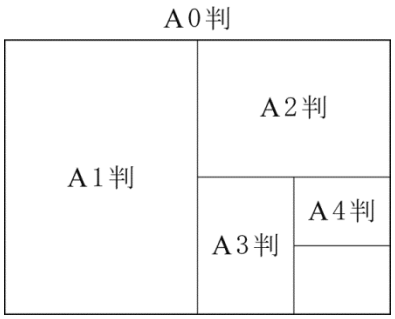
（徳島県　2015 年度）

A 判の紙の大きさの決め方

① A0 判の紙は，面積が 1 m^2 の長方形である。

② A0 判の紙を，長い方の辺を半分にして切ると，A1 判の紙になり，A0 判と A1 判の紙は相似になっている。

③ 同じように，次々と長い方の辺を半分にして切っていくと，A2 判，A3 判，A4 判，…の紙になり，それらはすべて相似になっている。



問1 A0 判の紙の面積は，A4 判の紙の面積の何倍か，求めなさい。

問2 A2 判の紙の周の長さが 2028 mm であるとすると，A4 判の紙の周の長さは何 mm となるか，求めなさい。

問3 ひろしさんは，次のようにして，A0 判と A1 判の紙の相似比を求めた。［ア］にあてはまる式を，［イ］にはあてはまる数をそれぞれ書きなさい。

図のように，A0 判の紙を長方形 ABCD，A1 判の紙を長方形 EABF，AB＝1，AD＝a とすると，点 E は辺 AD の中点だから，

EA＝［ア］となる。

長方形 ABCD と長方形 EABF は相似だから，

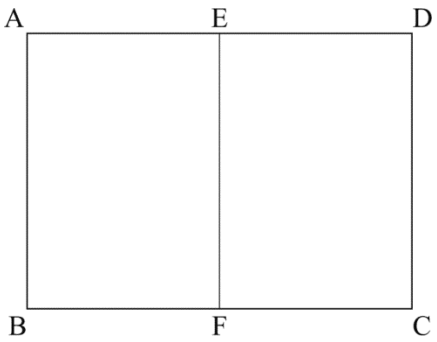
AB:AD＝EA:EF である。

よって，1:a＝［ア］:1

これを解くと，$a>0$ だから，a＝［イ］

したがって，AD:EF＝［イ］:1 であるから，A0 判と A1 判の紙の相似比は，［イ］:1 である。

図



問4 コピー機を使って，A5 判の紙全体を A3 判の大きさに拡大するには，倍率を 200％にする。A3 判の紙全体を A4 判の大きさに縮小するとき，倍率は何％にすればよいか，小数第 1 位を四捨五入して整数で求めなさい。ただし，$\sqrt{2}$ ＝1.414 とする。

解答欄

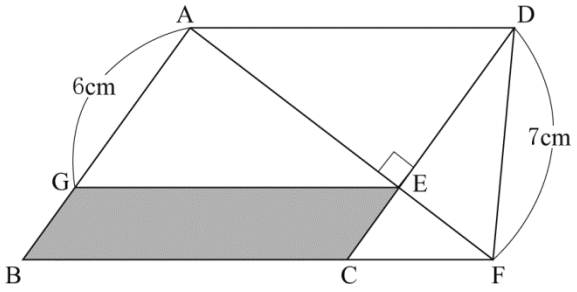
問1	倍
問2	mm
問3	ア
	イ
問4	%

解答
問1　16 倍
問2　1014 mm
問3
ア　$\frac{a}{2}$　　イ　$\sqrt{2}$
問4　71 %
解説
問1
A0 判と A4 判の相似比は 4:1 だから面積比は 16:1 となる。
よって A0 判の面積は A4 判の面積の 16 倍
問2
A2 判と A4 判の相似比は 2:1 だから
A2 判の紙の周の長さ:A4 判の紙の周の長さ＝2:1
よって A4 版の紙の周の長さは 2028÷2＝1014 mm
問3
A0 判の長方形 ABCD, A1 判の長方形 EABF において AB＝1, AD＝a とすると
点 E は辺 AD の中点より EA＝$\frac{a}{2}$ となる。
長方形 ABCD と長方形 EABF は相似だから
AB:AD＝EA:EF
よって
$1:a=\frac{a}{2}:1$
$\frac{a^2}{2}=1$
$a^2=2$
$a>0$ より
$a=\sqrt{2}$
したがって AD:EF＝$\sqrt{2}$:1 であるから
A0 判と A1 判の相似比は $\sqrt{2}$:1
問4
A5 判と A3 判の相似比は 1:2　A5 を A3 に 2 倍に拡大するとき倍率は 200%である。
A3 判と A4 判の相似比は $\sqrt{2}:1=1:\frac{1}{\sqrt{2}}=1:\frac{\sqrt{2}}{2}=1:\frac{1.414}{2}=1:0.707$
よって A3 判を A4 倍に縮小するときの倍率は 70.7%　小数第 1 位を四捨五入して 71%

【問 27】

右の図のような，平行四辺形 ABCD があり，点 A から辺 CD に垂線をひき，その交点を E とする。直線 AE と直線 BC との交点を F とし，点 D と点 F を結ぶ。辺 AB 上に，CE＝BG となる点 G をとり，点 E と点 G を結ぶ。

AG＝6 cm，DF＝7 cm であるとき，四角形 BCEG の面積は何 cm^2 か。



（香川県　2015 年度）

解答欄

cm^2

解答

$6\sqrt{13}$ cm^2

解説

△DEF において

三平方の定理より

EF＝$\sqrt{7^2-6^2}$ ＝$\sqrt{13}$ cm

AE＝x cm，EC＝y cm とすると

平行四辺形 BCEG の面積は

xy cm^2 …①

AD // CF より

AE：EF＝DE：EC

x：$\sqrt{13}$ ＝6：y

xy＝$6\sqrt{13}$

したがって

①より四角形 BCEG の面積は $6\sqrt{13}$ cm^2

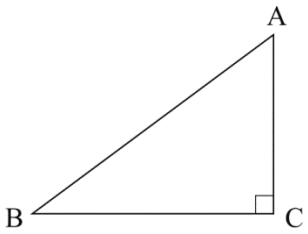
【問 28】

連続する 3 つの整数を 3 辺の長さとする直角三角形 ABC がある。∠ABC＝90°，AB＜BC＜CA とするとき，(1)～(4)の各問いに答えなさい。

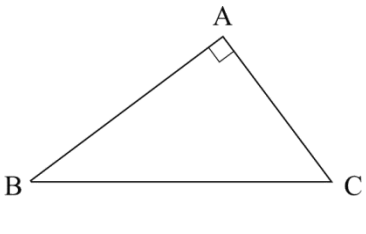
（佐賀県　2015 年度　一般）

(1) 上の条件にあう△ABC の図を，次の①～③の中から 1 つ選び，番号を書きなさい。

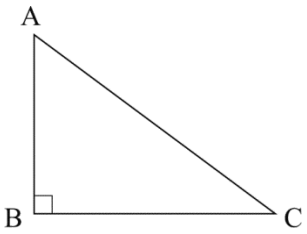
①



②



③



(2) 辺 AB の長さを x とするとき，辺 CA の長さを x を用いて表しなさい。

(3) 辺 BC の長さを x とするとき，辺 AB の長さを x を用いて表しなさい。

(4) △ABC の 3 辺の長さをそれぞれ求めなさい。ただし，「辺 ☐ の長さを x とすると」の ☐ に辺を書き入れ，その x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

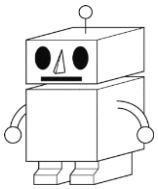
解答欄

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	辺 □ の長さを x とすると, AB＝　　，BC＝　　，CA＝

解答
(1) ③
(2) $x+2$
(3) $x-1$
(4)
辺 AB の長さを x とすると
$x^2+(x+1)^2=(x+2)^2$
$x^2-2x-3=0$
$(x+1)(x-3)=0$
$x=-1, 3$
$x=-1$ のとき
3 辺の長さは $-1, 0, 1$ となり
問題にあわない。
$x=3$ のとき
3 辺の長さは 3, 4, 5 となり
問題にあっている。
答 AB＝3, BC＝4, CA＝5
別解
辺 BC の長さを x とすると
$(x-1)^2+x^2=(x+1)^2$
$x^2-4x=0$
$x(x-4)=0$
$x=0, 4$
$x=0$ のとき
3 辺の長さは $-1, 0, 1$ となり
問題にあわない。
$x=4$ のとき
3 辺の長さは 3, 4, 5 となり
問題にあっている。
答 AB＝3, BC＝4, CA＝5
解説
(1)
$\angle ABC=90^\circ$ より, 条件に合う三角形は③
(2)
AB＜BC＜CA で 3 辺の辺は連続する 3 つの整数でできているので AB を x とすると
BC＝$x+1$, CA＝$x+2$
(3)
BC＝x とすると AB＜BC＜CA より AB＝$x-1$
(4)
AB＝x とすると
BC＝$x+1$, CA＝$x+2$ で $\angle ABC=90^\circ$ より
三平方の定理から
$AB^2+BC^2=CA^2$
$x^2+(x+1)^2=(x+2)^2$
$x^2+x^2+2x+1=x^2+4x+4$
$x^2-2x-3=0$
$(x-3)(x+1)=0$
$x=3, -1$
$x>0$ より
$x=3$
よって AB＝3, BC＝4, CA＝5

【問 29】

右のようなロボットに『x 度, y m』と指示すると, ロボットは時計の針の回転と同じ向きに x 度だけ回転してから y m 前進し, 進行方向を向いたまま停止する。

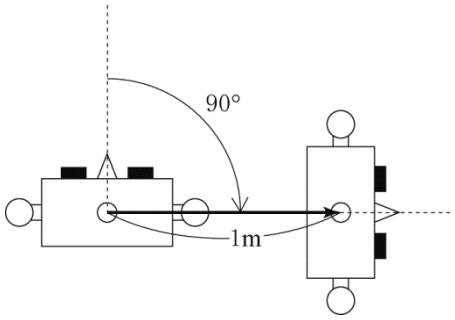


例えば, 下の[例]のように移動する。ただし, $0 \leqq x < 360$, $y > 0$ とする。

［例］

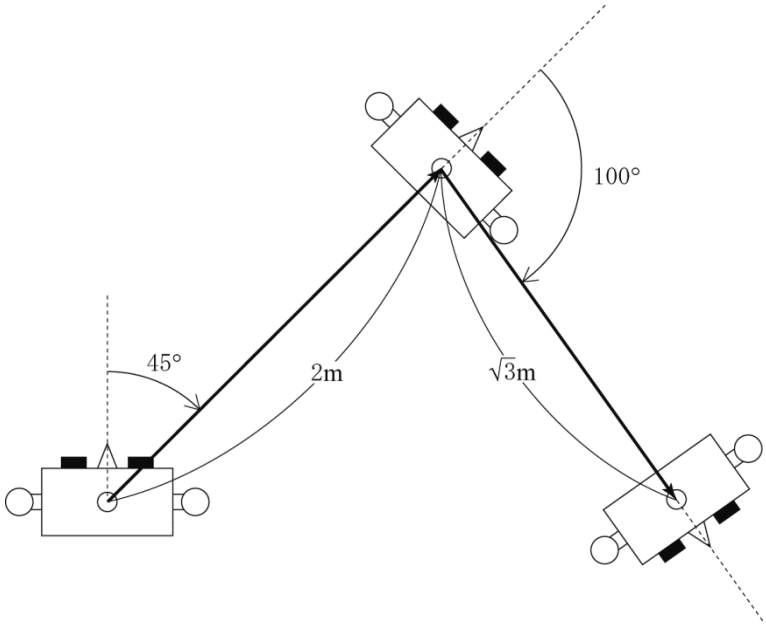
ロボットを真上から見たとき,

①『90 度, 1 m』と指示すると,



のように移動する。

②『45 度, 2 m』と指示し, さらに『100 度, $\sqrt{3}$ m』と指示すると,

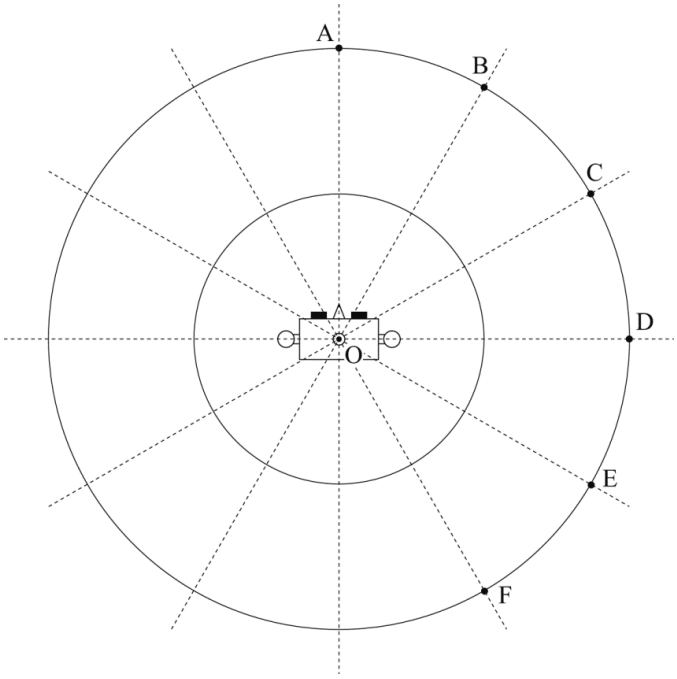


のように移動する。

下の図のように，点 O を中心とする半径 3 m と 6 m の円をかき，中心角が等しくなるように 12 等分する。半径 6 m の円の周上に点 A，B，C，D，E，F をとり，ロボットを点 O の位置に A の方向を向かせて置いた。

このとき，(1)～(4)の各問いに答えなさい。

（佐賀県　2015 年度　一般）



(1) ロボットに，『60 度，6 m』と指示したとき，たどり着いた位置を図の A～F の中から 1 つ選び，記号を書きなさい。

(2) ロボットに，『60 度，6 m』と指示し，さらに『120 度，6 m』と指示したとき，たどり着いた位置を図の A～F の中から 1 つ選び，記号を書きなさい。

(3) ロボットに，『180 度，3 m』と指示し，さらに『90 度，3 m』と指示して移動させた。その後，もう 1 回だけ指示をして，点 O の位置に移動させるにはどのような指示をすればよいか，書きなさい。

(4) ロボットに，3 回続けて『60 度，3 m』と指示したとき，たどり着いた位置を G とする。ロボットを点 O の位置にもどし，A の方向を向かせて置いて，1 回の指示で，点 G の位置に移動させるにはどのような指示をすればよいか，書きなさい。

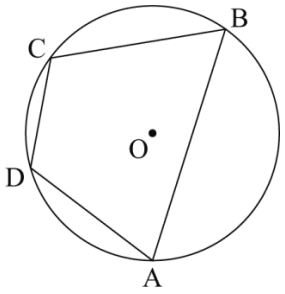
解答欄

(1)	
(2)	
(3)	『　　度，　　m』
(4)	『　　度，　　m』

解答
(1)　C
(2)　E
(3)『135 度，$3\sqrt{2}$ m』
(4)『120 度，6m』
解説
(1)
『60 度，6 m』の指示では点 O にいる点 A を向いたロボットは
時計回りに 60° 回転して直線 OC 上を 6 m 進むので点 C にたどり着く。
(2)
点 C から『120 度，6 m』と指示すると点 C にいるロボットは
直線 OC の向きを向いており
これから時計回りに 120° 回転して
直線 CE 上を点 E の方向に進む。
△OCE は正三角形なので 6 m 進むと点 E にたどり着く。
(3)
『180 度，3 m』の指示で
点 O にいるロボットは点 A と反対向きに 3m 進む。
その地点を P とする。
さらに『90 度，3 m』の指示で
点 P を通る垂線上を直線 AO に対して点 E のない側に 3 m 進む。
その地点を Q とすると△OPQ は OP＝PQ＝3m の直角三角形になるので
点 O の方向を向くのに 135° 回り$3\sqrt{2}$ m 進むとよい。
よって『135 度，$3\sqrt{2}$ m』と指示する。
(4)
3 回続けて『60 度，3 m』と指示すると
たどり着いた地点は点 E と一致する。
よって『120 度，6 m』と指示する。

【問 30】

右の図は，四角形 ABCD と，4 つの頂点 A，B，C，D を通る半径 4 cm の円 O である。点 A を通る円 O の接線を ℓ とする。次の問1，問2に答えなさい。



（鹿児島県　2015 年度）

問1　接線 ℓ を定規とコンパスを使って作図せよ。ただし，作図に用いた線は残しておくこと。

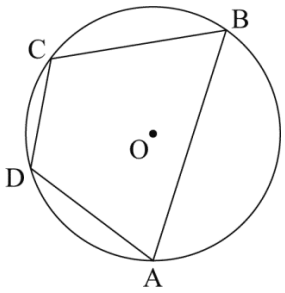
問2　接線 ℓ 上に，点 A より右側に点 P をとる。CB $/\!/ \ell$，$\angle PAB = 75^\circ$，$\angle ABD = 45^\circ$ のとき，次の(1)～(3)の問いに答えよ。

(1)　$\angle CBD$ の大きさは何度か。

(2)　辺 AD の長さは何 cm か。

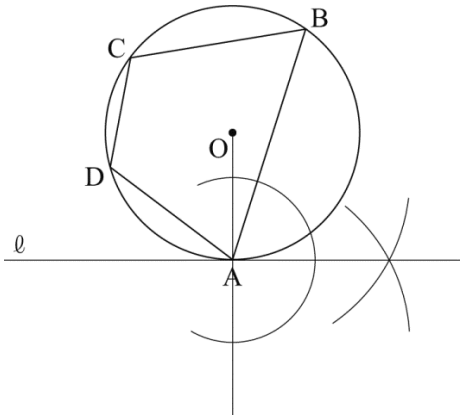
(3)　四角形 ABCD の面積は何 cm^2 か。ただし，求め方や計算過程も書くこと。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2"> 
</td></tr>
<tr><td rowspan="3">問2</td><td>(1)</td><td>度</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>〔求め方や計算〕

答　　cm^2</td></tr>
</table>

解答
問1



問2
(1) 30 度
(2) $4\sqrt{2}$ cm
(3)
〔求め方や計算〕
△ODA は直角二等辺三角形で
∠OAB＝90°－75°＝15° より
∠DAB＝45°＋15°＝60°
よって$\overset{\frown}{BD}$に対する円周角と中心角の関係から

$$\angle BCD=\frac{1}{2}\times(360^\circ-60^\circ\times2)=120^\circ$$

点 D から辺 AB に垂線 DE をひくと△DAE は 3 つの角が 30°, 60°, 90° の直角三角形になるので

$$AE=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}\text{ cm}$$

$$DE=\frac{\sqrt{3}}{2}AD=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{6}\text{ cm}$$

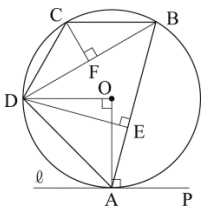
△DEB は直角二等辺三角形になるので
$DE=EB=2\sqrt{6}$ cm
$BD=\sqrt{2}\,DE=\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=4\sqrt{3}$ cm
△BCD は∠CDB＝∠CBD＝30° の二等辺三角形であるから
点 C から対角線 BD に垂線 CF をひくと
△BCF は 3 つの角が 30°, 60°, 90° の直角三角形になるので

$$CF=\frac{1}{\sqrt{3}}BF=\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}=2\text{ cm}$$

四角形 ABCD の面積＝△DAE＋△DEB＋△BCD より

$$\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{6}+\frac{1}{2}\times(2\sqrt{6})^2+\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times2$$

$=12+8\sqrt{3}$ cm^2
答 $12+8\sqrt{3}$ cm^2



解説

問1

半直線 OA をひき A を通る OA の垂線を作図するとそれが求める接線 ℓ になる。

問2

(1)

CB // ℓ より錯角が等しいので

$\angle CBA = \angle BAP = 75^\circ$

$\angle CBD = \angle CBA - \angle DBA = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$

(2)

円周角の定理より

$\angle AOD = 2\angle ABD = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$

よって△OAD は OA＝OD＝4 cm の直角二等辺三角形だから

AD＝ $4\sqrt{2}$ cm

(3)

半径 OA を中心 O の方へのばし CB との交点を E とおくと

CB // ℓ より$\angle OEB = 90^\circ$ となる。

さて$\angle OAB = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ となるから

△OAB において

OA＝OB より

$\angle OBA = \angle OAB = 15^\circ$

よって$\angle OBE = 75^\circ - \angle OBA = 75^\circ - 15^\circ = 60^\circ$

したがって

△OBE は$\angle OEB = 90^\circ$, $\angle OBE = 60^\circ$, $\angle EOB = 30^\circ$ の直角三角形になり

$BE = \frac{1}{2} \times OB = \frac{1}{2} \times 4 = 2$ cm

$OE = \sqrt{3}\ BE = 2\sqrt{3}$ cm

また△OBC は, OB＝OC, $\angle OBC = 60^\circ$ より

正三角形になり CE＝BE＝2 cm

よって求める四角形 ABCD の面積は

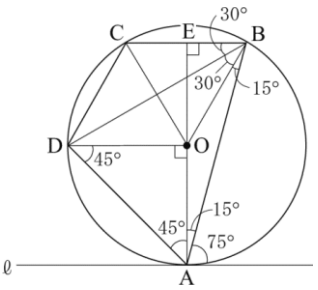
台形 CDOE＋△ODA＋△ABE

$= \frac{1}{2} \times (CE + OD) \times OE + \frac{1}{2} \times OD \times OA + \frac{1}{2} \times BE \times AE$

$= \frac{1}{2} \times (2+4) \times 2\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 2 \times (4 + 2\sqrt{3})$

$= 6\sqrt{3} + 8 + 4 + 2\sqrt{3}$

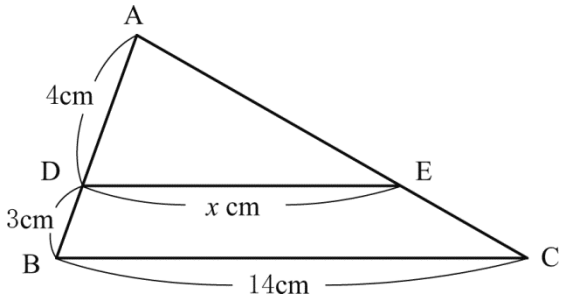
$= 12 + 8\sqrt{3}$ cm^2



【問 31】

図で, 線分 DE と線分 BC が平行であるとき, x の値を求めなさい。

（沖縄県　2015 年度）



解答欄

$x=$

解答
$x=8$
解説
DE // BC より
DE:BC＝AD:AB
$x:14=4:7$
$7x=14\times4$
$x=8$